Maßstabsgerechtes Modellieren von Sachproblemen mit dynamischer Geometriesoftware und Berechnen von Flächeninhalten maßstäblich vergrößerter Figuren

Zu: „Geometrie“, Jahrgangsstufe 8

Kommentare

Mithilfe der vorbereiteten GeoGebra-Datei können Schülerinnen und Schüler den Zusammenhang zwischen dem Flächeninhalt A einer Figur und dem Flächeninhalt A' einer mit Faktor k vergrößerten oder verkleinerten Figur ($A' = k^2 \cdot A$) auf einfachem Weg selbst entdecken. Die Maße sind so gewählt, dass die Schülerinnen und Schüler die Auswertung mit Hilfe einer Tabelle auf Papier und mit Taschenrechner vornehmen oder die vorbereitete Tabelle in der GeoGebra-Datei (Ansicht→Tabelle) nutzen können.
Eine Voraussetzung für das Nutzen der digitalen Tabelle sind elementare Kenntnisse über das Rechnen mit Zellbezügen innerhalb einer Tabellenkalkulation. Wie in jeder Tabellenkalkulation ließe sich auch in der GeoGebra-Datei ein fester Zellbezug (C2 bzw. C$2) nutzen und die Formel so aus einer Zelle auf nachfolgende übertragen.

Aufgabe

Ein Ahornblatt (siehe Abbildung) hat eine Höhe von 11 cm und nimmt eine Fläche von 36 cm² ein.
Das Blatt soll als Vorlage für ein großes Plakat eines kanadischen Unternehmens dienen.
Auf dem Plakat wird das Blatt 1,65 m hoch sein.
Es geht darum, welche Fläche das Bild des Ahornblattes auf dem Plakat haben wird.

Aufgabe 1: Ähnliche Figuren untersuchen

Dazu sollst du zuerst mithilfe von GeoGebra Untersuchungen anstellen.

- Öffne die Datei Ahornblatt.ggb.
- Mit dem Schieberegler kannst du die gegebene Figur maßstäblich vergrößern.
- Notiere in einer Tabelle zu jedem Streckfaktor k $(1 \leq k \leq 5)$ die Länge der Blattunterkante a und die Größe der Fläche. Du kannst die Tabelle in der GeoGebra-Datei nutzen (→ Ansicht → Tabelle). Die Spalten sind dort schon angelegt.
- Berechne, um welchen Faktor sich in jedem dieser Fälle die Fläche im Vergleich mit der Ausgangsfläche (bei $k = 1$) vergrößert. Notiere diese Werte auch in der Tabelle. (Tipp: Du kannst auch die Tabellenkalkulation von GeoGebra rechnen lassen („=C3:C2").)

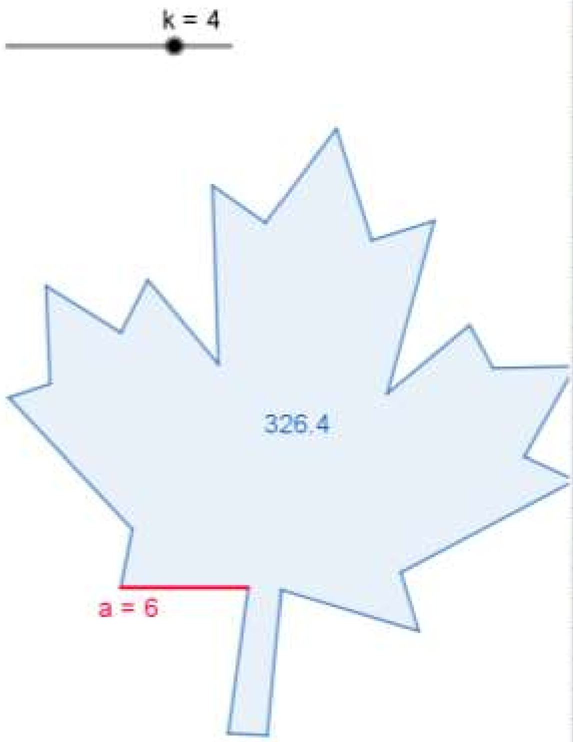
Aufgabe 2: Zusammenhänge zwischen ähnlichen Figuren beschreiben

2a) Beschreibe den Zusammenhang zwischen dem Streckfaktor k und dem Faktor mit dem sich die Fläche vergrößert an einem Beispiel aus der Tabelle und am Beispiel eines anderen Streckfaktors.

2b) Lies nochmal den Text am Anfang der Aufgabe.
- Berechne den Streckfaktor k für das Ahornblatt und sein Bild auf dem Plakat.
- Berechne, welche Fläche das Bild des Ahornblattes auf dem Plakat haben wird.

Lösungen

zu **1.**



	A	B	C	D
1	Streckfaktor	Länge	Fläche	Flächenfaktor
2	1	1.5	20.4	-
3	2	3	81.6	4
4	3	4.5	183.6	9
5	4	6	326.4	16
6	5	7.5	510	**= C6 / C2**

zu **2.a**) Der Faktor, um den sich die Fläche (der Flächeninhalt) vergrößert ist das Quadrat des Streckfaktors k.
z. B.: Wenn der Streckfaktor $k = 3$ ist, dann wird die Fläche um $3^2 = 9$ größer.
Würde man das Blatt mit dem Streckfaktor $k = 7$ vergrößern, dann wäre der Flächeninhalt um den Faktor 49 größer, weil $7^2 = 49$.

zu **2.b**) $h = 11\ cm,\ h' = 165\ cm \rightarrow k = 165 : 11 = 15$
$A = 36\ cm^2, k^2 = 225 \rightarrow A' = 8100\ cm^2 = 0{,}81\ m^2$

Mögliche Anschlussaufgabe:

Bremer Stadtmusikanten

Ein Kunstschmied aus Bremen hat dieses Profilbild der Bremer Stadtmusikanten aus Stahlblech gefertigt. Es setzt den berühmten Märchenfiguren ein Denkmal und ist 2,40 m hoch. Für den Bau wurden 1,8 m² Blech verwendet.

Ein Souvenirhändler möchte verkleinerte Kopien dieser Skulptur anfertigen lassen. Sie sollen nur 12 cm hoch sein.

a) Berechne, aus wie viel Quadratzentimetern Blech diese Kopien bestehen werden.

b) Wie viel Quadratzentimeter hätte ein Schlüsselanhänger mit einer Höhe von 4,8 cm?

Lösung:

a) $h = 240\ cm,\ h' = 12\ cm$

$k = 12\ cm : 240\ cm \rightarrow k = 0{,}05$

$A' = k^2 \cdot A \rightarrow A' = 0{,}05^2 \cdot 1{,}8\ m^2,$

$A' = 0{,}0045\ m^2 = 0{,}45\ dm^2 = 45\ cm^2$

b) $h = 240\ cm,\ h' = 4{,}8\ cm$

$k = 4{,}8\ cm : 240\ cm \rightarrow k = 0{,}02$

$A' = k^2 \cdot A \rightarrow A' = 0{,}02^2 \cdot 1{,}8\ m^2,$

$A' = 0{,}00072\ m^2 = 7{,}2\ cm^2$