Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung

Abschlussprüfung
an der Berufsoberschule im Schuljahr 2010/2011

Fach	**Mathematik (B)**
Nur für die Lehrkraft	
Prüfungstag	11. Mai 2011
Prüfungszeit	09:00 - 13:00 Uhr
Zugelassene Hilfsmittel	Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmierteil; Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch
Allgemeine Arbeitshinweise	Die Reinschriften und Entwürfe sind nur auf den besonders gekennzeichneten Bögen anzufertigen, die Sie für die Prüfung erhalten. Diese sind zu nummerieren und sofort mit Ihrem Namen zu versehen. Für jede Aufgabe ist ein neuer gekennzeichneter Bogen zu beginnen. Schwerwiegende oder gehäufte Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit oder gegen die äußere Form führen zu einem Abzug von bis zu einem Punkt (Malus-Regelung). **Bedenken Sie die Folgen einer Täuschung oder eines Täuschungsversuchs!**
Spezielle Arbeitshinweise	Aus den fünf Aufgaben **müssen** Sie **drei** auswählen. Die **Aufgabe 1** (Exponentialfunktionen) ist eine **Pflichtaufgabe**. Sie **muss** von allen bearbeitet werden! Zwischen **Aufgabe 2** (Gebrochenrationale Funktionen) und **Aufgabe 3** (Trigonometrische Funktionen) müssen Sie **wählen**. Auch zwischen **Aufgabe 4** (Analytische Geometrie) und **Aufgabe 5** (Stochastik) müssen Sie **wählen**. Die Lösungswege müssen klar gegliedert, schrittweise und eindeutig nachvollziehbar sowie angemessen kommentiert sein. Nebenrechnungen sind durch Einrücken etc. kenntlich zu machen. Nur einwandfrei Leserliches wird bewertet. **Die erste nicht durchstrichene Lösung zählt.**

Gesamtzahl der abgegebenen Lösungsblätter: _______ ***Blätter***

Bewertungseinheiten, Gesamtpunkte

Aufgabe Nr.	**Soll %**	**Ist**	**Ist (Zweitkorrektur)**
1 2 oder 3 4 oder 5			
Summe:	100		
Notenpunkte	15	**__ /15 Punkte**	**__ /15 Punkte**
Maluspunkt	**-1**	**__ Punkt**	**__ Punkt**
Insgesamt		**__ Punkte**	**__ Punkte**
Datum, Unterschrift:			

1 Exponentialfunktionen /34

Die Funktion f sei gegeben mit $f(x)=\mathrm{e}-\mathrm{e}^{-x}$, $D_f=\mathbb{R}$.

1.1 Bestimmen Sie die Schnittpunkte von f mit den Koordinatenachsen. /3

1.2 Der Punkt $P(x_P \mid 2)$ liege auf dem Graphen von f.
Bestimmen Sie x_P. /2

1.3 Zeigen Sie, dass f streng monoton wächst. /2

1.4 Zeichnen Sie den Graphen von f für $-1{,}5 \le x \le 3$ in ein Koordinatensystem (1 LE = 2 cm).
Berechnen Sie dazu die folgenden Funktionswerte: /7

x	-1,5	-0,5	0,5	1	2	3
$f(x)$	-1,76			2,35		

Die Tangente t an f im Schnittpunkt mit der x-Achse umschließt mit f und der y-Achse eine Fläche vollständig.

1.5 Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente t.
Zeichnen Sie die Tangente in das Koordinatensystem. /4
[***Zur Kontrolle***: $t(x)=\mathrm{e}\,x+\mathrm{e}$]

1.6 Geben Sie Stammfunktionen von f und t an. /4

1.7 Berechnen Sie den Inhalt der eingeschlossenen Fläche. /4

Bei einem Wachstumsprozess sei der Bestand N_k mit $N_k(t)=k\,\mathrm{e}-k\,\mathrm{e}^{-t}$, $k>0$, $t\ge 0$.

1.8 Für welche Werte von k ist der Anfangsbestand größer als 10^6? /3

1.9 Der Anfangsbestand wächst bis t_1 um die Hälfte an.
Zeigen Sie, dass t_1 nicht von k abhängt. /5
Berechnen Sie t_1.

2 Gebrochenrationale Funktionen /33

In einem agrarwissenschaftlichen Forschungsbetrieb wird die Wirkung von Düngern getestet. Dazu wird auf gleich großen Flächen jeweils eine bestimmte Menge Dünger ausgebracht. Der Zusammenhang zwischen der Düngermenge x (in kg) und dem erzielten Ertrag $f(x)$ (in kg) wird für eine Düngersorte durch die Kennlinie mit der Funktionsgleichung $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x-100}$ beschrieben. Für diese Düngersorte werden nach der Ernte folgende Erträge gemessen:

Düngermenge x (in kg)	0	20	50
Ertrag $f(x)$ (in kg)	450	525	600

2.1 Bestimmen Sie a, b und c so, dass die Funktion die obigen Ergebnisse wiedergibt. /8

[***Zur Kontrolle***: $f(x)=\dfrac{5x^2+50x-45000}{x-100}$]

2.2 Bestimmen Sie den mathematisch größtmöglichen Definitionsbereich D_f von f. /5

Berechnen Sie die Nullstellen von f.

2.3 Weisen Sie nach, dass gilt: $f'(x)=\dfrac{5x^2-1000x+40000}{(x-100)^2}$ /3

2.4 Bei welcher Düngermenge wird der maximale Ertrag erzielt, wenn maximal 90 kg Dünger eingesetzt werden? /4

Wie hoch ist dieser maximale Ertrag?

[***Hinweis***: Ein Nachweis mithilfe der 2. Ableitung ist nicht erforderlich.]

2.5 Zeichnen Sie die Kennlinie von f im Intervall $I=[0\,;\,90]$ in ein Koordinatensystem.
Ergänzen Sie dafür die folgende Wertetabelle: /6

x	0	10	20	40	50	80	90
$f(x)$	450,0		525,0		600,0		

2.6 Geben Sie anhand der bisherigen Untersuchungen einen wirtschaftlich sinnvollen Definitionsbereich an. Begründen Sie Ihre Angabe. /2

Es wird eine neue Düngersorte entwickelt. Die Kennlinie dieses Düngers entspricht der Tangente g an die Kennlinie vom ersten Dünger im Punkt $P(0\,|\,450)$.

2.7 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Kennlinie g für die neue Düngersorte. /5

Um wie viel Prozent ist der Ertrag beim Einsatz von 50 kg des neuen Düngers größer als beim Einsatz von 50 kg des alten Düngers?

3 Trigonometrische Funktionen /33

An einem bestimmten Tag wird der Temperaturverlauf im Freien durch die Funktion f mit $f(x) = -6 \cdot \cos\left(\frac{x-3}{12}\pi\right) + 20$; $0 \le x \le 24$, beschrieben (x in Stunden; $f(x)$ in °C).

3.1 Bestimmen Sie die Ableitungsfunktionen f' und f''. /2

3.2 Zu welcher Zeit ist die Temperatur am höchsten und wann am niedrigsten?

Leiten Sie daraus ab, in welchen Zeitabschnitten die Temperatur zu- und in welchen sie abnimmt? /8

3.3 Wann nimmt die Temperatur am schnellsten zu, wann am schnellsten ab? /5

[***Hinweis***: Auf den Nachweis mit Hilfe von f''' kann verzichtet werden.]

3.4 Ergänzen Sie die Wertetabelle. /8

x	0	3	6	9	12	15	18	21	24
$f(x)$									

Zeichnen Sie den Graphen von f.

3.5 Berechnen Sie das bestimmte Integral $\frac{1}{24}\int_0^{24} f(x)\,\mathrm{d}x$ und interpretieren Sie das Ergebnis. /4

3.6 Am gleichen Tag wird die Temperatur auch in einem Zimmer gemessen. Dieser Temperaturverlauf lässt sich durch eine Funktion g mit

$g(x) = -\frac{1}{2}a \cdot \cos\left(\frac{x-b}{12}\pi\right) + c$ beschreiben.

Die Höchsttemperatur wurde um 18:00 Uhr gemessen. Sie betrug 22 °C.
Die niedrigste an diesem Tag im Zimmer gemessene Temperatur betrug 16 °C. /6

Bestimmen Sie die Größen a, b und c.

Welche Bedeutung haben a, b und c in diesem Zusammenhang?

4 Analytische Geometrie /33

Gegeben seien in einem Koordinatensystem der Punkt $P(-3\,|\,5\,|\,3)$ und die Geraden

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}0\\3\\1\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}-2\\2\\1\end{pmatrix}\quad\text{und}\quad h:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}-2\\2\\-1\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}1\\-1\\4\end{pmatrix};\ r,s\in\mathbb{R}.$$

4.1 Untersuchen Sie, ob der Punkt P auf der Geraden g liegt. **/2**

4.2 Die Ebene E enthalte den Punkt P und die Gerade g.

Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E in Koordinatenform. **/4**

[***Zur Kontrolle***: $E: 2x+y+2z=5$]

4.3 Die Ebene E bildet mit den Koordinatenebenen ein Tetraeder.

Bestimmen Sie seine vier Eckpunkte. **/5**

Berechnen Sie das Volumen des Tetraeders.

4.4 Zeichnen Sie das Tetraeder in ein Koordinatensystem. **/4**

4.5 Zeigen Sie, dass die Richtungsvektoren der Geraden g und h aufeinander senkrecht stehen, die Geraden selbst aber windschief zueinander verlaufen. **/4**

4.6 Die Ebene E und die Gerade h schneiden sich im Punkt S.

Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S.

[***Zur Kontrolle***: $S(-1\,|\,1\,|\,3)$] **/8**

Die Gerade k verlaufe senkrecht zur Ebene E durch den Punkt S.

Bestimmen Sie den Schnittwinkel α zwischen den Geraden h und k.

4.7 $Q(-2\,|\,2\,|\,-1)$ ist ein Punkt der Geraden h.

Bestimmen Sie auf der Geraden g den Punkt R so, dass die Gerade durch die Punkte Q und R senkrecht zur Geraden g verläuft. **/6**

5 Wahrscheinlichkeitsrechnung /33

Die folgenden Fragen beziehen sich auf das übliche Samstags-Lotto „6 aus 49“. Die Ziehung der Zusatzzahl berücksichtigen wir nicht.

5.1 Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind bei der Ziehung am kommenden Samstag alle sechs gezogenen Lottozahlen gerade?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind alle Lottozahlen ungerade? **/5**

Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind alle sechs gezogenen Lottozahlen entweder nur gerade oder nur ungerade?

5.2 Was ist das Gegenereignis zu „Alle gezogenen Lottozahlen sind gerade“?

Welche Wahrscheinlichkeit besitzt es? **/2**

Bei den folgenden beiden Aufgabenteilen betrachten wir die kommenden **49** Ziehungen.

5.3 Wie oft wird **im Mittel** bei diesen 49 Ziehungen die 13 als erste Lottozahl gezogen? **/3**

5.4 Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei diesen 49 Ziehungen die 13 keinmal, genau einmal, mehr als einmal als erste Lottozahl gezogen? **/3**

[***Hinweis***: Dies sind drei Fragen.]

5.5 Wie viele Ziehungen müssen wir betrachten, damit die 13 mit einer Wahrscheinlichkeit von zumindest 90 % mindestens einmal als erste Lottozahl gezogen wird? **/5**

5.6 Nora verfolgt regelmäßig die Ziehung der Lottozahlen. Heute hat sie die Ziehung der ersten Zahl verpasst. Als zweite und dritte Zahl wurde die 13 nicht gezogen.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde unter dieser Bedingung die 13 als erste Lottozahl gezogen? **/10**

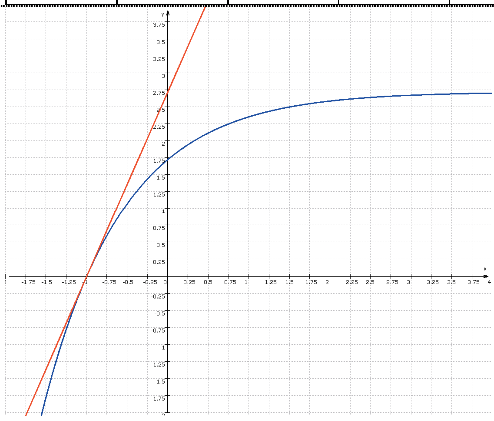
Beantworten Sie diese Frage mit Hilfe eines dreistufigen Baumdiagramms.

5.7 Nun betrachten wir die kommenden **490** Ziehungen.

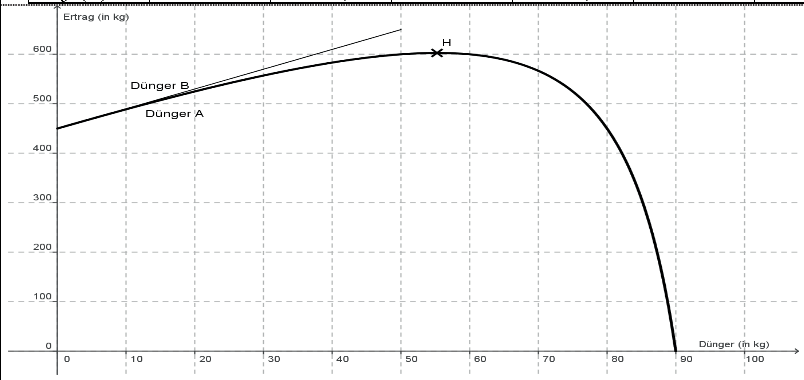
Berechnen Sie mit Hilfe der Standardabweichung, in welchem Intervall die Anzahl der Ziehungen mit der 13 als erster Lottozahl mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 68,3 % liegen wird. **/5**

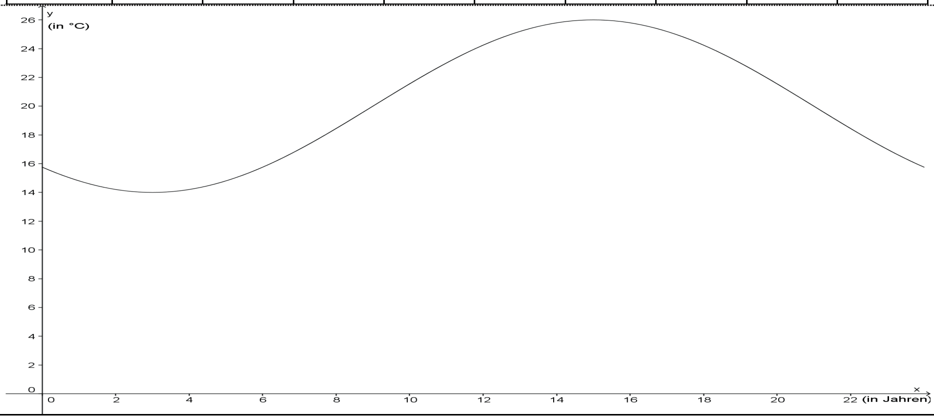
Abschlussprüfung Berufsoberschule 2011
Mathematik

Erwartungshorizont für Aufgabenvorschlag B

<table>
<tr><th>Teil-
auf-
gaben</th><th>Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th></th><th></th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>1.1</td><td>$f(0)=\mathrm{e}-1;\ S_y(0\mid \mathrm{e}-1);$</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$f(x_N)=0;\ \mathrm{e}-\mathrm{e}^{-x_N}=0;\ S_x(-1\mid 0)$</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.2</td><td>$f(x_P)=\mathrm{e}-\mathrm{e}^{-x_P}=2;\ x_P=-\ln(\mathrm{e}-2)\approx 0{,}33$</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>1.3</td><td>$f'(x)=\mathrm{e}^{-x}\gt 0$ für alle $x\in D_f$</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>1.4</td><td><table>
<tr><td>x</td><td>-1,5</td><td>-0,5</td><td>0,5</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>-1,76</td><td>1,07</td><td>2,11</td><td>2,35</td><td>2,58</td><td>2,67</td></tr>
</table></td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>
(Tangente bei Aufgabe 1.5)</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>1.5</td><td>$t(x)=mx+b;\ m=f'(-1)=\mathrm{e};\ t(x)=\mathrm{e}\,x+\mathrm{e}$</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Graph von t</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.6</td><td>$F(x)=\mathrm{e}\,x+\mathrm{e}^{-x};\ T(x)=\frac{\mathrm{e}}{2}x^2+\mathrm{e}\,x$</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>1.7</td><td>$A=\int_{-1}^{0}\left(t(x)-f(x)\right)\mathrm{d}x=\left[-\frac{\mathrm{e}}{2}x^2+\mathrm{e}^{-x}\right]_{-1}^{0}$</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$A\approx 0{,}36$</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.8</td><td>$N_k(0)=k\,\mathrm{e}-k\gt 10^6;\ k\gt \frac{10^6}{\mathrm{e}-1}\approx 581976{,}71$</td><td></td><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td>1.9</td><td>$N_k(t_1)=N_k(0)+0{,}5N_k(0);$
$k\,\mathrm{e}-k\,\mathrm{e}^{-t_1}=k\,\mathrm{e}-k+0{,}5(k\,\mathrm{e}-k);$
$\mathrm{e}^{-t_1}=1{,}5-0{,}5\,\mathrm{e}$
Da diese Gleichung k nicht mehr enthält, ist t_1 unabhängig von k.
$t_1\approx 1{,}96$</td><td></td><td></td><td>5</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe (Aufgabe 1)</td><td>10</td><td>16</td><td>8</td></tr>
<tr><td></td><td>Mögliche BE</td><td colspan="3">34</td></tr>
</table>

Teilaufgaben	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	II	III
2.1	$f(0)=\frac{c}{-100}=450$; $c=-45000$		1	
	$f(20)=\frac{400a+20b-45000}{-80}=525$; $400a+20b=3000$; $20a+b=150$ (I)			2
	$f(50)=\frac{2500a+50b-45000}{-50}=600$; $2500a+50b=15000$; $50a+b=300$ (II)			2
	Lösung des LGS ergibt: $a=5$ und $b=50$		2	
	$f(x)=\frac{5x^2+50x-45000}{x-100}$	1		
2.2	$N(x_0)=x_0-100=0;\ x_0=100;\quad D_f=\mathbb{R}\setminus\{100\}$	1		
	$Z(x_N)=5x_N^{\ 2}+50x_N-45000=0;\ x_N^2+10x_N-9000=0;$		2	
	$x_{N_1}=-100;\ x_{N_2}=90$	2		
2.3	$f'(x)=\frac{(10x+50)\cdot(x-100)-(5x^2+50x-45000)\cdot 1}{(x-100)^2}$		1	
	$=\frac{10x^2-950x-5000-5x^2-50x+45000}{(x-100)^2}=\frac{5x^2-1000x+40000}{(x-100)^2}$		2	
2.4	$f'(x_E)=0;\quad 5x_E^{\ 2}-1000x_E+40000=0;\quad x_E^{\ 2}-200x_E+8000=0;$		1	
	$x_{E_1}\approx 55{,}28$; $x_{E_2}\approx 144{,}72$ entfällt, da $x_{E_2}\notin I$	1		
	$f(55{,}28)\approx 602{,}8$	1		
	Der maximale Ertrag von rund 602,8 kg wird bei einem Düngereinsatz von ca. 55,28 kg erreicht.		1	
	Zwischensumme (Aufgabe 2)	6	10	4

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
auf-
gaben</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td></td><td>Übertrag (Aufgabe 2)</td><td>6</td><td>10</td><td>4</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2.5</td><td><table><tr><td>x</td><td>0</td><td>10</td><td>20</td><td>40</td><td>50</td><td>80</td><td>90</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>450,0</td><td>488,9</td><td>525,0</td><td>583,3</td><td>600,0</td><td>450,0</td><td>0,0</td></tr></table></td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>
</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>2.6</td><td>Die Einschränkung auf das Intervall $I = \left[0;55{,}28\right]$ ist wirtschaftlich sinnvoll, da es zum einen keine negativen Düngermengen gibt und zum anderen bei einem Düngereinsatz von mehr als 55,28 kg der Ertrag wieder abnimmt.
Alternative Lösung:
Die Einschränkung auf das Intervall $I = [0;80]$ ist wirtschaftlich sinnvoll, da es zum einen keine negative Düngermengen gibt und zum anderen der Ertrag bei einem Düngereinsatz von mehr als 80 kg niedriger als ohne Düngereinsatz wäre.</td><td></td><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2.7</td><td>Tangentengleichung in $P\left(0 \mid 450\right)$:
$m_t = f'(0) = 4;$</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>$g(x) = 4x + 450$</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$p = \frac{g(50) - f(50)}{f(50)} \cdot 100\ \% = \frac{650 - 600}{600} \cdot 100\ \% = 8{,}\overline{3}\ \%$</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>Der Ertrag beim neuen Dünger ist um ca. 8,33 % höher als beim alten Dünger, wenn jeweils 50 kg Dünger eingesetzt werden.</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Summe (Aufgabe 2)</td><td>10</td><td>17</td><td>6</td></tr>
<tr><td></td><td>Mögliche BE</td><td colspan="3">33</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
auf-
gaben</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>3.1</td><td>$f'(x)=\frac{\pi}{2}\sin\left(\frac{x-3}{12}\pi\right),\ f''(x)=\frac{\pi^2}{24}\cos\left(\frac{x-3}{12}\pi\right)$</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">3.2</td><td>$f'(x_E)=0=\frac{\pi}{2}\sin\left(\frac{x_E-3}{12}\pi\right)$
$x_{E_1}=3,\quad f''(3)=\frac{\pi^2}{24}>0$
Um 3:00 Uhr ist die Temperatur am geringsten.
$x_{E_2}=15,\quad f''(15)=-\frac{\pi^2}{24}<0$
Um 15:00 Uhr ist die Temperatur am höchsten.</td><td></td><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td>$3<x<15$: f ist monoton wachsend, die Temperatur steigt.
$0<x<3 \quad \vee \quad 15<x<24$: f ist monoton fallend, die Temperatur sinkt.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>3.3</td><td>$f''(x_W)=0=\frac{\pi^2}{24}\cos\left(\frac{x_W-3}{12}\pi\right)$
$x_1=9$: stärkste Temperaturzunahme um 9:00 Uhr
$x_2=21$: stärkste Temperaturabnahme um 21:00 Uhr</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">3.4</td><td><table><tr><td>x</td><td>0</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td><td>18</td><td>21</td><td>24</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>15,8</td><td>14,0</td><td>15,8</td><td>20,0</td><td>24,2</td><td>26,0</td><td>24,2</td><td>20,0</td><td>15,8</td></tr></table></td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>
</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.5</td><td>$\frac{1}{24}\int_0^{24} f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{24}\left[-\frac{72}{\pi}\sin\left(\frac{x-3}{12}\pi\right)+20x\right]_0^{24}=20$
Die Tagesdurchschnittstemperatur beträgt 20 °C.</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>3.6</td><td>$g(x)=-\frac{1}{2}\cdot 6\cos\left(\frac{x-6}{12}\pi\right)+19$
a ist die Differenz aus Tageshöchst- und Tagestiefsttemperatur.
b ist die Zeit, zu der die Tagestiefsttemperatur herrscht.
c ist die Tagesdurchschnittstemperatur.
(Die Angabe von Einheiten kann bei der Bewertung unberücksichtigt bleiben.)</td><td></td><td></td><td>6</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe (Aufgabe 3)</td><td>10</td><td>17</td><td>6</td></tr>
</table>

	Mögliche BE	33

Teilaufgaben	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	II	III
4.1	Aufstellen des Gleichungssystems und Lösen ergibt, dass P nicht auf g liegt. $\begin{array}{llcl} \text{I} & -3 = -2r & & r = 1{,}5 \\ \text{II} & 5 = 3 + 2r & & r = 1 \\ \text{III} & 3 = 1 + r & & r = 2 \end{array}$	2		
4.2	Verschiedene Lösungswege sind möglich. Eine Parameterform: $E:\quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix};\ r, t \in \mathbb{R}$ Bestimmung eines möglichen Normalenvektors $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und damit $E:\quad \left[\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}\right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$ $E: 2x + y + 2z = 5$	4		
4.3	Eckpunkte $O(0\|0\|0)$, $S_x(2{,}5\|0\|0)$, $S_y(0\|5\|0)$, $S_z(0\|0\|2{,}5)$		3	
	Volumen $V = \frac{1}{6} \cdot 2{,}5 \cdot 5 \cdot 2{,}5 \approx 5{,}21$		2	
4.4	Zeichnung erstellen		4	
4.5	Berechnung des Skalarproduktes: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, also sind $\vec{a}$ und $\vec{b}$ orthogonal. Aufstellen des Gleichungssystems ergibt:	1		
	$\begin{array}{llcl} \text{I} & -2r & = & -2 + s \\ \text{II} & 3 + 2r & = & 2 - s \\ \text{III} & 1 + r & = & -1 + 4s \end{array}$ Dieses Gleichungssystem besitzt wegen $\text{I} + \text{II}\quad 3 = 0$ keine Lösung, damit verlaufen die Geraden windschief zueinander.	3		
	Zwischensumme (Aufgabe 4)	10	9	0

Teil-auf-gaben	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	II	III
	Übertrag (Aufgabe 4)	10	9	0
4.6	Möglicher Lösungsweg: Rechte Seite der Geradengleichung von h in die Koordinatenform der Ebenengleichung einsetzen: $2(-2+s)+(2-s)+2(-1+4s)-5=0$ liefert $s=1$ und damit $S(-1\|1\|3)$.		3	
	Richtungsvektor der Geraden h ist $\vec{v}=\begin{pmatrix}1\\-1\\4\end{pmatrix}$. Der Richtungsvektor $\vec{w}$ der Geraden k ist der Normalenvektor von der Ebene E, also $\vec{w}=\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$. Es gelten $\|\vec{v}\|=\sqrt{18}$ und $\|\vec{w}\|=3$ und damit $\cos\alpha=\frac{\vec{v}\cdot\vec{w}}{\|\vec{v}\|\|\vec{w}\|}=\frac{1}{2}\sqrt{2}$, also $\alpha=45°$.		5	
4.7	Der gesuchte Punkt R liegt in der Lotebene E_1 zu g, die auch den Punkt Q enthält. R ist Schnittpunkt der Geraden g mit der Lotebene E_1. Die Ebene E_1 besitzt den Richtungsvektor von g als Normalenvektor und enthält den Punkt Q. $E_1: \begin{pmatrix}-2\\2\\1\end{pmatrix}\cdot\left[\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-2\\2\\-1\end{pmatrix}\right]=0$ Einsetzen der rechten Seite der Geradengleichung von g in die Normalenform von E_1 liefert $r=0$, also ist $R(0\|3\|1)$ der gesuchte Punkt.			6
	Summe (Aufgabe 4)	10	17	6
	Mögliche BE		33	