Ministerium für Bildung,
Jugend und Sport
Land Brandenburg

# Vorläufiger Rahmenlehrplan

für den Unterricht in der
gymnasialen Oberstufe im
Land Brandenburg

## Mathematik mit CAS

## IMPRESSUM

### Erarbeitung

Dieser Vorläufige Rahmenlehrplan wurde vom Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM) erarbeitet. Der Vorläufige Rahmenlehrplan beruht auf dem Kerncurriculum aus dem Jahr 2006, das in einem länderübergreifenden Projekt vom Berliner Landesinstitut für Schule und Medien (LISUM), vom Landesinstitut für Schule und Medien Brandenburg (LISUM Bbg) und vom Landesinstitut für Schule und Ausbildung Mecklenburg-Vorpommern (L.I.S.A.) erarbeitet wurde.

### Herausgeber

Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg

### Gültigkeit des Vorläufigen Rahmenlehrplans

Gültig ab 1. August 2012
Der Vorläufige Rahmenlehrplan gilt für alle Schülerinnen und Schüler, die ab dem Schuljahr 2012/2013 in die Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe eintreten oder diese aus anderen Gründen beginnen.

### Rahmenlehrplannummer

**403003.11**

1. Auflage 2011

# Inhaltsverzeichnis



## Kerncurriculum für die Qualifikationsphase



## Ergänzungen

# Einführungsphase an der Gesamtschule und am beruflichen Gymnasium

## Zielsetzung

Im Unterricht der Einführungsphase vertiefen und erweitern die Schülerinnen und Schüler die in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen und bereiten sich auf die Arbeit in der Qualifikationsphase vor. Spätestens am Ende der Einführungsphase erreichen sie die für ein erfolgreiches Lernen in der Qualifikationsphase notwendigen Voraussetzungen.

Die für die Qualifikationsphase beschriebenen Grundsätze für Unterricht und Erziehung sowie die Ausführungen zum Beitrag des Faches zum Kompetenzerwerb gelten für die Einführungsphase entsprechend. Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Möglichkeit, Stärken weiterzuentwickeln und Defizite auszugleichen. Sie vertiefen bzw. erwerben fachbezogen und fachübergreifend Grundlagen für wissenschaftspropädeutisches Arbeiten und bewältigen zunehmend komplexe Aufgabenstellungen selbstständig. Hierzu gehören auch die angemessene Verwendung der Sprache und die Nutzung von funktionalen Lesestrategien. Dabei wenden sie fachliche und methodische Kenntnisse und Fertigkeiten mit wachsender Sicherheit selbstständig an.

Zur Vorbereitung auf die Arbeit im Kurs auf erhöhtem Anforderungsniveau erhalten sie individuelle Lernspielräume und werden von ihren Lehrkräften unterstützt und beraten. Notwendig ist darüber hinaus das Hinführen zur schriftlichen Bearbeitung umfangreicherer Aufgaben im Hinblick auf die Klausuren in der gymnasialen Oberstufe.

In der Einführungsphase kommen Schülerinnen und Schüler mit unterschiedlichen Kenntnissen und Fähigkeiten zusammen. Aufgabe des Unterrichts der Einführungsphase ist es, das im Rahmenlehrplan für die Sekundarstufe I formulierte Drei-Schlüssel-Niveau zu erreichen. Je nach Interessen und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler werden fachspezifische Verfahren, Techniken und Strategien im Hinblick auf die Anforderungen des Kurses vertieft, indem z. B. binnendifferenziert gearbeitet und dabei die Herausbildung größerer Lernerautonomie gefördert wird.

# 1 Bildung und Erziehung in der Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe

## 1.1 Grundsätze

In der Qualifikationsphase erweitern und vertiefen die Schülerinnen und Schüler ihre bis dahin erworbenen Kompetenzen mit dem Ziel, sich auf die Anforderungen eines Hochschulstudiums oder einer beruflichen Ausbildung vorzubereiten. Sie handeln zunehmend selbstständig und übernehmen Verantwortung in gesellschaftlichen Gestaltungsprozessen. Die Grundlagen für das Zusammenleben und -arbeiten in einer demokratischen Gesellschaft und für das friedliche Zusammenleben der Völker sind ihnen vertraut. Die Lernenden erweitern ihre interkulturelle Kompetenz und bringen sich im Dialog und in der Kooperation mit Menschen unterschiedlicher kultureller Prägung aktiv und gestaltend ein. Eigene und gesellschaftliche Perspektiven werden von ihnen zunehmend sachgerecht eingeschätzt. Die Lernenden übernehmen Verantwortung für sich und ihre Mitmenschen, für die Gleichberechtigung der Menschen ungeachtet des Geschlechts, der Abstammung, der Sprache, der Herkunft, einer Behinderung, der religiösen und politischen Anschauungen, der sexuellen Identität und der wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Stellung. Im Dialog zwischen den Generationen nehmen sie eine aktive Rolle ein. Sie setzen sich mit wissenschaftlichen, technischen, rechtlichen, politischen, sozialen und ökonomischen Entwicklungen auseinander, nutzen deren Möglichkeiten und schätzen Handlungsspielräume, Perspektiven und Folgen zunehmend sachgerecht ein. Sie gestalten Meinungsbildungsprozesse und Entscheidungen mit und eröffnen sich somit vielfältige Handlungsalternativen.

Kompetenzerwerb

Der beschleunigte Wandel einer von Globalisierung geprägten Welt erfordert ein dynamisches Modell des Kompetenzerwerbs, das auf lebenslanges Lernen und die Bewältigung vielfältiger Herausforderungen im Alltags- und Berufsleben ausgerichtet ist. Hierzu durchdringen die Schülerinnen und Schüler zentrale Zusammenhänge grundlegender Wissensbereiche, erkennen die Funktion und Bedeutung vielseitiger Erfahrungen und lernen, vorhandene sowie neu erworbene Fähigkeiten und Fertigkeiten miteinander zu verknüpfen. Die Lernenden entwickeln ihre Fähigkeiten im Umgang mit Sprache und Wissen weiter und setzen sie zunehmend situationsangemessen, zielorientiert und adressatengerecht ein.

Standardorientierung

Die Eingangsvoraussetzungen verdeutlichen den Stand der Kompetenzentwicklung, den die Lernenden beim Eintritt in die Qualifikationsphase erreicht haben sollten. Mit entsprechender Eigeninitiative und gezielter Förderung können auch Schülerinnen und Schüler die Qualifikationsphase erfolgreich absolvieren, die die Eingangsvoraussetzungen zu Beginn der Qualifikationsphase noch nicht im vollen Umfang erreicht haben.

Mit den abschlussorientierten Standards wird verdeutlicht, über welche fachlichen und überfachlichen Kompetenzen die Schülerinnen und Schüler im Abitur verfügen müssen. Die Standards bieten damit Lernenden und Lehrenden Orientierung für erfolgreiches Handeln und bilden einen wesentlichen Bezugspunkt für die Unterrichtsgestaltung, für das Entwickeln von Konzepten zur individuellen Förderung sowie für ergebnisorientierte Beratungsgespräche.

Themenfelder und Inhalte

Für die Kompetenzentwicklung sind zentrale Themenfelder und Inhalte von Relevanz, die sich auf die Kernbereiche der jeweiligen Fächer konzentrieren und sowohl fachspezifische als auch überfachliche Zielsetzungen deutlich werden lassen. So erhalten die Schülerinnen und Schüler Gelegenheit zum exemplarischen Lernen und zum Erwerb einer vertieften und erweiterten allgemeinen sowie wissenschaftspropädeutischen Bildung. Dabei wird stets der Bezug zur Erfahrungswelt der Lernenden und zu den Herausforderungen an die heutige sowie perspektivisch an die zukünftige Gesellschaft hergestellt.

Die Schülerinnen und Schüler entfalten anschlussfähiges und vernetztes Denken und Handeln als Grundlage für lebenslanges Lernen, wenn sie die in einem Lernprozess erworbenen Kompetenzen auf neue Lernbereiche übertragen und für eigene Ziele und Anforderungen in Schule, Studium, Beruf und Alltag nutzbar machen können.

Diesen Erfordernissen trägt das Kerncurriculum durch die Auswahl der Themenfelder und Inhalte Rechnung, bei der nicht nur die Systematik des Faches, sondern vor allem der Beitrag zum Kompetenzerwerb berücksichtigt werden.

Schulinternes Curriculum

Das Kerncurriculum ist die verbindliche Basis für die Gestaltung des schulinternen Curriculums, in dem der Bildungs- und Erziehungsauftrag von Schule standortspezifisch konkretisiert wird. Dazu werden fachbezogene, fachübergreifende und fächerverbindende Entwicklungsschwerpunkte sowie profilbildende Maßnahmen festgelegt.

Die Kooperation innerhalb der einzelnen Fachbereiche ist dabei von ebenso großer Bedeutung wie fachübergreifende Absprachen und Vereinbarungen. Beim Erstellen des schulinternen Curriculums werden regionale und schulspezifische Besonderheiten sowie die Neigungen und Interessenlagen der Lernenden einbezogen. Dabei arbeiten alle an der Schule Beteiligten zusammen und nutzen auch die Anregungen und Kooperationsangebote externer Partner.

Zusammen mit dem Kerncurriculum nutzt die Schule das schulinterne Curriculum als ein prozessorientiertes Steuerungsinstrument im Rahmen von Qualitätsentwicklung und Qualitätssicherung. Im schulinternen Curriculum werden überprüfbare Ziele formuliert, die die Grundlage für eine effektive Evaluation des Lernens und des Unterrichts in der Qualifikationsphase bilden.

## 1.2 Lernen und Unterricht

Mitverantwortung und Mitgestaltung von Unterricht

Lernen und Lehren in der Qualifikationsphase müssen dem besonderen Entwicklungsabschnitt Rechnung tragen, in dem die Jugendlichen zu jungen Erwachsenen werden. Dies geschieht vor allem dadurch, dass die Lernenden Verantwortung für den Lernprozess und den Lernerfolg übernehmen und sowohl den Unterricht als auch das eigene Lernen aktiv selbst gestalten.

Lernen als individueller Prozess

Beim Lernen konstruiert jede Einzelne/jeder Einzelne ein für sich selbst bedeutsames Abbild der Wirklichkeit auf der Grundlage ihres/seines individuellen Wissens und Könnens sowie ihrer/seiner Erfahrungen und Einstellungen.

Dieser Tatsache wird durch eine Lernkultur Rechnung getragen, in der sich die Schülerinnen und Schüler ihrer eigenen Lernwege bewusst werden, diese weiterentwickeln sowie unterschiedliche Lösungen reflektieren und selbstständig Entscheidungen treffen. So wird lebenslanges Lernen angebahnt und die Grundlage für motiviertes, durch Neugier und Interesse geprägtes Handeln ermöglicht. Fehler und Umwege werden dabei als bedeutsame Bestandteile von Erfahrungs- und Lernprozessen angesehen.

Phasen des Anwendens

Neben der Auseinandersetzung mit dem Neuen sind Phasen des Anwendens, des Übens, des Systematisierens sowie des Vertiefens und Festigens für erfolgreiches Lernen von großer Bedeutung. Solche Lernphasen ermöglichen auch die gemeinsame Suche nach Anwendungen für neu erworbenes Wissen und verlangen eine variantenreiche Gestaltung im Hinblick auf Übungssituationen, in denen vielfältige Methoden und Medien zum Einsatz gelangen.

Lernumgebung

Lernumgebungen werden so gestaltet, dass sie das selbst gesteuerte Lernen von Schülerinnen und Schülern fördern. Sie unterstützen durch den Einsatz von Medien sowie zeitgemäßer Kommunikations- und Informationstechnik sowohl die Differenzierung individueller Lernprozesse als auch das kooperative Lernen. Dies trifft sowohl auf die Nutzung von multimedialen und netzbasierten Lernarrangements als auch auf den produktiven Umgang mit Medien zu. Moderne Lernumgebungen ermöglichen es den Lernenden, eigene Lern- und Arbeitsziele zu formulieren und zu verwirklichen sowie eigene Arbeitsergebnisse auszuwerten und zu nutzen.

Gleichberechtigung von Mann und Frau

Die Integration geschlechtsspezifischer Perspektiven in den Unterricht fördert die Wahrnehmung und Stärkung der Lernenden mit ihrer Unterschiedlichkeit und Individualität. Sie unterstützt die Verwirklichung von gleichberechtigten Lebensperspektiven. Die Schülerinnen und Schüler werden bestärkt, unabhängig von tradierten Rollenfestlegungen Entscheidungen über ihre berufliche und persönliche Lebensplanung zu treffen.

Fachübergreifendes und fächerverbindendes Lernen

Durch fachübergreifendes Lernen werden Inhalte und Themenfelder in größerem Kontext erfasst, außerfachliche Bezüge hergestellt und gesellschaftlich relevante Aufgaben verdeutlicht. Die Vorbereitung und Durchführung von fächerverbindenden Unterrichtsvorhaben und Projekten fördern die Zusammenarbeit der Lehrkräfte und ermöglichen allen Beteiligten eine multiperspektivische Wahrnehmung.

Projektarbeit

Im Rahmen von Projekten, an deren Planung und Organisation sich die Schülerinnen und Schüler aktiv beteiligen, werden über Fächergrenzen hinaus Lernprozesse vollzogen und Lernprodukte erstellt. Dabei nutzen Lernende überfachliche Fähigkeiten und Fertigkeiten auch zum Dokumentieren und Präsentieren. Auf diese Weise bereiten sie sich auf das Studium und ihre spätere Berufstätigkeit vor.

Einbeziehung außerschulischer Erfahrungen

Außerhalb der Schule gesammelte Erfahrungen, Kenntnisse und erworbene Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler werden in die Unterrichtsarbeit einbezogen. Zur Vermittlung solcher Erfahrungen werden ebenso die Angebote außerschulischer Lernorte, kultureller oder wissenschaftlicher Einrichtungen sowie staatlicher und privater Institutionen genutzt. Die Teilnahme an Projekten und Wettbewerben, an Auslandsaufenthalten und internationalen Begegnungen hat ebenfalls eine wichtige Funktion; sie erweitert den Erfahrungshorizont der Schülerinnen und Schüler und trägt zur Stärkung ihrer interkulturellen Handlungsfähigkeit bei.

## 1.3 Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung

Wichtig für die persönliche Entwicklung der Schülerinnen und Schüler ist eine individuelle Beratung, die die Stärken der Lernenden aufgreift und Lernergebnisse nutzt, um Lernfortschritte auf der Grundlage nachvollziehbarer Anforderungs- und Bewertungskriterien zu beschreiben und zu fördern.

So lernen die Schülerinnen und Schüler, ihre eigenen Stärken und Schwächen sowie die Qualität ihrer Leistungen realistisch einzuschätzen und kritische Rückmeldungen und Beratung als Chance für die persönliche Weiterentwicklung zu verstehen. Sie lernen außerdem, anderen Menschen faire und sachliche Rückmeldungen zu geben, die für eine produktive Zusammenarbeit und ein erfolgreiches Handeln unerlässlich sind.

Aufgabenstellungen

Die Anforderungen in Aufgabenstellungen orientieren sich im Verlauf der Qualifikationsphase zunehmend an der Vertiefung von Kompetenzen und den im Kerncurriculum beschriebenen abschlussorientierten Standards sowie an den Aufgabenformen und der Dauer der Abiturprüfung. Die Aufgabenstellungen sind so offen, dass sie von den Lernenden eine eigene Gestaltungsleistung abverlangen. Die von den Schülerinnen und Schülern geforderten Leistungen orientieren sich an lebens- und arbeitsweltbezogenen Textformaten und Aufgabenstellungen, die einen Beitrag zur Vorbereitung der Lernenden auf ihr Studium und ihre spätere berufliche Tätigkeit liefern.

Schriftliche Leistungen

Neben den Klausuren fördern umfangreichere schriftliche Arbeiten in besonderer Weise bewusstes methodisches Vorgehen und motivieren zu eigenständigem Lernen und Forschen.

**Mündliche Leistungen**

Auch den mündlichen Leistungen kommt eine große Bedeutung zu. In Gruppen und einzeln erhalten die Schülerinnen und Schüler Gelegenheit, ihre Fähigkeit zum reflektierten und sachlichen Diskurs und Vortrag und zum mediengestützten Präsentieren von Ergebnissen unter Beweis zu stellen.

**Praktische Leistungen**

Praktische Leistungen können in allen Fächern eigenständig oder im Zusammenhang mit mündlichen oder schriftlichen Leistungen erbracht werden. Die Schülerinnen und Schüler erhalten so die Gelegenheit, Lernprodukte selbstständig allein und in Gruppen herzustellen und wertvolle Erfahrungen zu sammeln.

# 2 Beitrag des Faches Mathematik zum Kompetenzerwerb

## 2.1 Fachprofil

Der Erwerb mathematischer Bildung in der Qualifikationsphase vollzieht sich mit drei Perspektiven:

– Die Schülerinnen und Schüler erwerben mathematische Kompetenzen, mit denen sie Probleme im Alltag und in ihrem zukünftigen Beruf bewältigen können, und erkennen die Rolle, die mathematisches Denken in der Welt spielt. Sie vertiefen dabei die in der Sekundarstufe I erworbene **mathematische Bildung**.
– Die Schülerinnen und Schüler erwerben mathematische Kompetenzen, die sie zu einem Hochschulstudium in einem mehr oder weniger mathematikintensiven Fach befähigen, erleben und erarbeiten dabei propädeutisch Strukturen und Prozesse **wissenschaftlichen Denkens und Arbeitens** im Fach Mathematik.
– Die Schülerinnen und Schüler erwerben Kompetenzen, die sie dazu befähigen, zur Bearbeitung von mathematischen Problemstellungen **moderne Rechentechnik** (Computer-Algebra-Systeme [CAS], Computersoftware) sachgerecht und effektiv zu nutzen.

Mathematische Bildung muss sich daran messen lassen, inwieweit die bzw. der Einzelne in der Lage und bereit ist, diese Bildung für ein wirksames und verantwortliches Handeln einzusetzen. Zur mathematischen Bildung gehört somit auch die Fähigkeit, mathematische Fragestellungen im Alltag zu erkennen, mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht zur Bearbeitung vielfältiger innermathematischer und kontextbezogener Probleme einzusetzen und begründete mathematische Urteile abzugeben.

In diesem Sinne zeigt sich mathematische Bildung an einer Reihe von Kompetenzen, die sich auf **Prozesse** mathematischen Denkens und Arbeitens beziehen. Dies sind im Einzelnen die Kompetenz, die Wirklichkeit mit mathematischen Mitteln zu beschreiben (Modellieren), mathematisch fassbare Probleme zu strukturieren und erfolgreich zu bearbeiten (Problemlösen), schlüssige Begründungen zu suchen und sorgfältig zu prüfen (Argumentieren), mathematische Informationen und Argumente aufzunehmen und verständlich weiterzugeben (Kommunizieren) und gemeinsam an mathematischen Problemen zu arbeiten (Kooperieren). Bei all diesen Tätigkeiten ist es unabdingbar, sich mathematischer (symbolischer und grafischer) Darstellungsweisen zu bedienen und Begriffe, mathematische Verfahren und Werkzeuge zu beherrschen.

Die genannten Kompetenzen bilden sich bei der aktiven Auseinandersetzung mit konkreten **Inhalten** und im Rahmen von konkreten Fragestellungen heraus. Diese sollen die zentralen Ideen des Faches Mathematik widerspiegeln. Solche zentralen Ideen haben sich in der Kulturgeschichte des Menschen in der über Jahrtausende währenden Auseinandersetzung mit Mathematik herausgebildet: Die Mathematik beschäftigt sich von Anfang an mit der Idee der Zahl und der Idee des räumlichen Strukturierens. Beide Ideen fließen zusammen in der Leitidee des Messens. Erst in der Neuzeit sind die Ideen der Approximation und des Algorithmus im Rahmen von Anwendungen in der Naturwissenschaft und Technik zur Blüte gelangt.

Ebenfalls herausgebildet haben sich in den letzten Jahrhunderten die Leitidee, den Zufall mit Mitteln der Mathematik zu erfassen, sowie die Leitidee, funktionale Zusammenhänge in allen Bereichen der Mathematik mit einer gemeinsamen Sprache zu beschreiben.

Diese Leitideen sind Kristallisationspunkte der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragen und durchziehen und vernetzen alle Inhaltsbereiche. Sie dienen als strukturierende Elemente für die Beschreibung der vielfältigen, auf konkrete mathematische Inhalte bezogenen Kompetenzen, die die Schülerinnen und Schüler im allgemeinbildenden Mathematikunterricht erwerben sollen.

Mathematische Bildung zeigt sich erst im Zusammenspiel von Kompetenzen, die sich auf mathematische Prozesse beziehen, und solchen, die auf mathematische Inhalte ausgerichtet sind. Prozessbezogene Kompetenzen, wie z. B. das Problemlösen oder das Modellieren, werden bei der Beschäftigung mit konkreten Lerninhalten, also unter Nutzung inhaltsbezogener Kompetenzen, erworben und weiterentwickelt. Inhaltsbezogene Kompetenzen werden durch problemlösende Auseinandersetzung mit inner- und außermathematischen Problemen und durch schlüssiges Argumentieren, also unter Nutzung prozessbezogener Kompetenzen, erworben. Der Mathematikunterricht fördert den Erwerb der beschriebenen Kompetenzen, indem er drei sich jeweils ergänzende Grunderfahrungen von Mathematik ermöglicht:

- Mathematik als Werkzeug und Modell zum Wahrnehmen, Verstehen und Beherrschen von Erscheinungen aus Natur, Gesellschaft und Kultur
- Mathematik als geistige Schöpfung, repräsentiert in Sprache, Symbolen und Bildern, und mit einer spezifischen Art der Erkenntnisgewinnung
- Mathematik als Handlungsfeld für die aktive und heuristische Auseinandersetzung mit herausfordernden Fragestellungen auch im Alltag

Im Sinne dieser drei Grunderfahrungen sollen die Schülerinnen und Schüler Mathematik als kulturelles und geistiges **Produkt** erleben, aber ebenso als lebendigen **Prozess** der Auseinandersetzung mit gehaltvollen Problemen.

## 2.2 Fachbezogene Kompetenzen

Zur Übersicht über die Bereiche des Kompetenzerwerbs soll die folgende Aufstellung dienen:

| **Prozessbezogene mathematische Kompetenzbereiche:** | **Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzbereiche (nach Leitideen):** |
|---|---|
| Argumentieren | Algorithmus und Zahl |
| Problemlösen | Messen |
| Modellieren | Raum und Form |
| Darstellungen verwenden | Funktionaler Zusammenhang |
| Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen | Daten und Zufall |
| Kommunizieren | |

### 2.2.1 Erläuterung der prozessbezogenen mathematischen Kompetenzbereiche

#### Argumentieren

Mathematisches Argumentieren umfasst das Erkunden von Situationen, das Aufstellen von Vermutungen und das schlüssige Begründen von vermuteten Zusammenhängen. Der Einsatz von Rechentechnik und Computersoftware bietet Möglichkeiten des untersuchenden Arbeitens mit Figuren (Dynamische Geometriesoftware), mit Daten (Tabellenkalkulationen) und mit funktionalen Zusammenhängen (Funktionsplotter, CAS) und erweitert die Möglichkeiten des Argumentierens mit Beispielen und des selbstständigen Auffindens von Begründungen. Computerdarstellungen verleihen den angestellten Vermutungen eine höhere empirische Plausibilität, machen aber strengere Begründungen keineswegs überflüssig.

#### Problemlösen

Mathematisches Problemlösen findet statt, sobald in einer mathematischen Situation keine vertrauten Lösungsverfahren angewendet werden können. Auch beim mathematischen Bearbeiten von Modellen und beim Suchen von Begründungen findet Problemlösen statt. Die interaktiven Erkundungsmöglichkeiten sowie die vielfältigen und schnell zugänglichen Darstellungsformen bieten weit umfangreichere Gelegenheiten für experimentelles und heuristisches Arbeiten in inner- und außermathematischen Situationen. Sie schaffen Anlässe, Probleme durch Variation und Erkundung der Konsequenzen selbstständig zu finden. Die Arbeit mit verschiedenen Werkzeugen zugleich (z. B. Tabellenkalkulation und CAS) führt zu einer Aufspaltung eines Problems in Teilprobleme. Dies erfordert die Reflexion über die jeweilige Tauglichkeit der gewählten Werkzeuge.

#### Modellieren

Beim mathematischen Modellieren werden Situationen aus der Realität zunächst vereinfacht, und anschließend mathematisiert, d. h. mit mathematischen Mitteln erfasst. Die Bearbeitung einer solchen mathematischen Beschreibung der Realsituation führt zu Ergebnissen, die in der Realsituation wieder interpretiert werden müssen. Die Darstellung und Verarbeitung umfangreicher Daten (z. B. mit Tabellenkalkulation) und komplexer funktionaler Modelle (z. B. mit Funktionsplotter) erlauben die Arbeit mit ansonsten nicht im praktikablen Rahmen behandelbaren, realistischen und authentischen Realsituationen. Dadurch können in größerem Umfang Modelle entwickelt, verglichen und verfeinert werden.

#### Darstellungen verwenden

Die Mathematik bietet verschiedene, sich gegenseitig ergänzende Darstellungsformen:

- verbale Beschreibungen in geschriebenem Text oder gesprochener Sprache
- numerische Darstellungen (z. B. in Tabellenform)
- grafische Darstellungen (z. B. Figuren, die geometrische, stochastische oder logische Zusammenhänge repräsentieren)
- Graphen, die funktionale Zusammenhänge darstellen
- mathematisch-symbolische Darstellungen (vor allem Variablen und Terme)

Mathematisches Arbeiten zeichnet sich durch Interpretieren und Anlegen solcher Darstellungen und durch den flexiblen, problemangemessenen Wechsel zwischen Darstellungen aus. Die Darstellungsmöglichkeiten, die Computer bieten, weisen ein erhöhtes Maß an Dynamik auf. Figuren können interaktiv manipuliert und veränderte Modelle unmittelbar neu berechnet werden. Die Möglichkeit der sofortigen Untersuchung der Auswirkungen einer Veränderung stärkt das funktionale Denken in allen Inhaltsbereichen.

### Symbole, Verfahren und Werkzeuge verwenden

Mathematische Symbole, Verfahren und Werkzeuge können zur strukturierten, knappen Darstellung von Zusammenhängen dienen. Die Verwendung mancher Funktionen des Computers sowohl bei der Eingabe als auch bei der Interpretation von Ausgaben ist abhängig von Kenntnissen symbolischer Darstellungen und der vom Computer angebotenen Verfahren. Besitzt man Sicherheit im Umgang mit diesen Darstellungen und Verfahren, entlastet der Computer von der kalkülmäßigen Ausführung.

### Kommunizieren

Die Kommunikation über mathematische Zusammenhänge bzw. mit mathematischen Mitteln umfasst zunächst das verständige Lesen mathematikhaltiger Texte sowie das verstehende Zuhören. Auf der Seite des Sprechens gilt es, mathematische Zusammenhänge sowohl in natürlicher als auch unter Verwendung angemessener Fachsprache zu verbalisieren und, wenn nötig, adressatengerecht mit geeigneten Medien aufzubereiten. Die Sprache ist außerdem das zentrale Verständigungsmittel beim kooperativen Arbeiten an mathematischen Problemen und bei der Aushandlung mathematischer Begriffe.

## 2.2.2 Erläuterung der inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzbereiche

### Leitidee: Algorithmus und Zahl

In der Mathematik finden sich immer wiederkehrende Rechenverfahren und Handlungsabfolgen (z. B. Lösen einer Gleichung oder eines Gleichungssystems), die nicht nur bei einzelnen sondern für viele verwandte Probleme anwendbar sind. Das Erkennen dieser flexiblen Nutzung bietet die besondere Chance, die Strukturen und Bedeutung der Handlungsabfolgen besser zu erfassen. Damit können auch Vernetzungen und Beziehungen zwischen Themen herausgestellt werden (z. B. Bildung der Ableitung und des Integrals als infinitesimale Prozesse). Sind Algorithmen als solche erfasst, kann die technische Ausführung an CAS übertragen werden.

### Leitidee: Messen

Neben dem handwerklichen Messen an realen Gegenständen bietet die Mathematik die Möglichkeit, geometrische Maße indirekt oder systematisch approximativ zu bestimmen. Das geschieht durch eine analytische Darstellung geometrischer Situationen oder durch eine kontrollierte Ausschöpfung mit Vergleichsmaßen. Für die analytische Beschreibung der Messprozesse lassen sich Computer oder CAS einsetzen. Besonders im Bereich des Ausschöpfens bieten sich neue Möglichkeiten der numerischen Approximation (vgl. Leitidee funktionaler Zusammenhang). Sie können auch, z. B. im Verbund mit elektronischer Messwerterfassung, dazu dienen, authentische Daten zu erheben und der mathematischen Analyse zur Verfügung zu stellen (vgl. Leitidee Daten und Zufall).

## Leitidee: Raum und Form

Durch die Darstellung geometrischer Situationen mithilfe von Koordinaten werden geometrische Probleme der analytischen Bearbeitung zugänglich. Objekte und deren Relationen im Anschauungsraum lassen sich mit Koordinaten und Vektoren konkret und abstrakt erfassen. Probleme des Messens und der gegenseitigen Lage sind damit lösbar. Durch den Einsatz von CAS stehen Algorithmen zur Lösung von Gleichungssystemen (Lagebeziehungen) und Bestimmung von Maßen (Winkel und Abstände) auch im Rahmen komplexer Problemstellungen zur Verfügung.

## Leitidee: Funktionaler Zusammenhang

Funktionen sind ein zentrales Mittel zur mathematischen Beschreibung quantitativer Zusammenhänge. Mit ihnen lassen sich Phänomene der Abhängigkeit und der Veränderung erfassen und analysieren. Dadurch eignen sich Funktionen als Modelle für eine Vielzahl von Realsituationen aus Natur und Gesellschaft. Das Arbeiten mit Funktionen ist gekennzeichnet durch den Wechsel zwischen numerischen, grafischen und symbolischen Darstellungsformen. Traditionelle, formale Verfahren der Untersuchung funktionaler Zusammenhänge erlangen eine neue Bedeutung als Hintergrundverständnis für problemlösende Analyseschritte, treten jedoch in ihrer Funktion als Kalkül zurück. Ausgehend von einer logischen Grundstruktur nutzen die Schülerinnen und Schüler CAS, um wesentliche Funktionseigenschaften zu beschreiben, diese in Sachkontexten zu interpretieren und zur Problemlösung zu nutzen. Dabei erwerben die Schülerinnen und Schüler ein gutes Verständnis über notwendige Schritte des Differenzierens und Integrierens.

## Leitidee: Daten und Zufall

Umfangreiche erhobene Daten lassen sich durch statistische Darstellung grafisch und mittels statistischer Kenngrößen numerisch zusammenfassend beschreiben und interpretieren. Durch Verfahren und Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung können Zufallserscheinungen (z. B. bei Stichprobennahmen) verstanden und qualitativ erfasst werden. Auf diese Weise kann man zu fundierten und kontrollierten Urteilen in realen Entscheidungssituationen gelangen.

Der Einsatz von Computern bietet eine große Zahl von Möglichkeiten zur Darstellung und Analyse von Daten. Auch die Verarbeitung umfassender realistischer Daten wird dadurch ermöglicht. Dabei sind ein sicheres Verständnis der zugrunde liegenden mathematischen Konzepte (z. B. Kenngrößen) und ein kritischer Umgang mit Darstellungen erforderlich.

# 3 Eingangsvoraussetzungen und abschlussorientierte Standards

## 3.1 Eingangsvoraussetzungen

Um den Kompetenzerwerb in der Qualifikationsphase erfolgreich zu steuern, sollten die Schülerinnen und Schüler bereits zu Beginn der Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe bestimmte fachliche Anforderungen bewältigen können. Diese sind in den Eingangsvoraussetzungen dargestellt. Den Schülerinnen und Schülern ermöglichen sie, sich ihres Leistungsstandes zu vergewissern. Die Lehrkräfte nutzen sie für differenzierende Lernarrangements sowie zur individuellen Lernberatung.

In den „Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss“ sind die Kompetenzen beschrieben, die von den Schülerinnen und Schülern am Ende der Jahrgangsstufe 10 erwartet werden. Darüber hinaus sollen die Schülerinnen und Schüler, die in die Qualifikationsphase eintreten, weitere Kompetenzen besitzen, die in der folgenden Darstellung mit aufgenommen sind. In den folgenden Eingangsvoraussetzungen findet sich also beides wieder.

### 3.1.1 Eingangsvoraussetzungen bezüglich prozessbezogener Kompetenzen

#### Argumentieren (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- erkunden mathematische Situationen und stellen Vermutungen an,
- begründen die Plausibilität von Vermutungen oder widerlegen diese durch Angabe von Beispielen oder Gegenbeispielen,
- entwickeln ein- oder mehrschrittige, schlüssige Argumentationen zur Begründung mathematischer Aussagen,
- hinterfragen Argumentationen und Begründungen kritisch, finden und korrigieren Fehler.

#### Probleme lösen (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren und finden mögliche mathematische Problemstellungen,
- geben inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wieder, strukturieren sie und entnehmen ihnen die relevanten Größen,
- vereinfachen Probleme, bilden und untersuchen Beispiele,
- finden und nutzen geeignete Darstellungen und Hilfsgrößen (z. B. Hilfslinien, Zwischenergebnisse, Variable),
- verwenden heuristische Strategien (wie z. B. Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Zeichnen einer informativen Figur, Zurückführen auf Bekanntes),
- reflektieren Lösungswege und überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen.

## Modellieren (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- strukturieren und vereinfachen eine reale Situation, sodass diese mathematisch zugänglich wird, und reflektieren die Vereinfachungen,
- beschreiben reale Situationen mit mathematischen Modellen (Terme, Funktionen, Figuren, Diagramme, Graphen, Zufallsversuche u. a.),
- interpretieren und prüfen Ergebnisse einer Modellierung,
- überprüfen Modelle auf ihre Gültigkeit oder Grenzen und verwerfen oder verbessern sie gegebenenfalls,
- geben zu einem mathematischen Modell verschiedene Realsituationen, die es beschreibt, an.

## Darstellungen verwenden (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren verschiedene mathematische Darstellungen (verbale, numerische, grafische und symbolische),
- wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen aus oder übersetzen zwischen ihnen,
- erkennen Beziehungen und reflektieren Unterschiede zwischen ihnen.

x+y

## Symbole, Verfahren und Werkzeuge verwenden (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Variablen, Terme, Gleichungen zum Strukturieren von Informationen, zum Modellieren, zum Problemlösen und zum Übersetzen zwischen symbolischer und natürlicher Sprache,
- führen algorithmische Verfahren aus, reflektieren deren Anwendung und überprüfen die Ergebnisse,
- setzen mathematische Hilfsmittel und Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Dynamische Geometriesoftware, Tabellenkalkulation und CAS) zur Darstellung und beim Problemlösen ein.

## Kommunizieren (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und reflektieren mathematische Informationen in mathematikhaltigen Darstellungen und in nicht aufbereiteten, authentischen Texten (z. B. aus Zeitungen),
- stellen Zusammenhänge adressatengerecht mit eigenen Worten dar und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen,
- erläutern eigene Problembearbeitungen und Einsichten sowie mathematische Prozesse,
- dokumentieren Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse, stellen diese verständlich dar und präsentieren sie auch unter Nutzung geeigneter Medien,
- organisieren die gemeinsame Arbeit an mathematischen Problemen.

### 3.1.2 Eingangsvoraussetzungen bezüglich inhaltsbezogener Kompetenzen

#### $1/2$ Leitidee: Zahl (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zahlen der Situation angemessen als Brüche, Dezimalzahlen, Prozentzahlen und in Zehnerpotenzschreibweise dar und runden Dezimalzahlen sachgerecht,
- verwenden natürliche, ganze, gebrochene und reelle Zahlen zur Darstellung mathematischer Situationen und wenden diese zur Lösung von Problemen an,
- führen Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf durch und nutzen Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen,
- erläutern und reflektieren die Verwendung von negativen Zahlen und die Eigenschaften von irrationalen Zahlen an Beispielen.

#### Leitidee: Funktionaler Zusammenhang (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungen quadratischer Funktionen, u. a. als Produkt von Linearfaktoren,
- charakterisieren und interpretieren die Verläufe der Funktionen $f(x)= \sin(x)$, $f(x)= \cos(x)$, $f(x)= a^x$, $f(x)= \log_a x$ und beschreiben Anwendungssituationen für diese Funktionen,
- beschreiben qualitativ das Änderungsverhalten eines Funktionsgraphen durch eine Skizze der Änderungsfunktion und begründen den Verlauf,
- verwenden Winkelmaße in Grad- und Bogenmaß und interpretieren diese auch über den Vollwinkel hinaus,
- geben zeichnerisch und rechnerisch Umkehrfunktionen zu linearen Funktionen, Potenz- und Wurzelfunktionen und zu Exponentialfunktionen an und beschreiben damit reale Situationen,
- identifizieren proportionale, umgekehrt proportionale, lineare und quadratische Zusammenhänge in tabellarischer, grafischer und symbolischer Darstellung, wechseln zwischen den Darstellungsformen und verwenden sie zur Lösung von Anwendungsproblemen,
- verwenden Prozentdarstellungen, Potenzen, Wurzeln und Logarithmen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme.

#### Leitidee: Approximation (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- bestimmen und deuten mittlere Änderungsraten in Tabellen und Graphen sowie lokale Änderungsraten zeichnerisch,
- beschreiben und interpretieren qualitativ das Änderungsverhalten eines Funktionsgraphen durch eine Skizze des Graphen der zugehörigen Änderungsrate und begründen den Verlauf,
- beschreiben und reflektieren ein Verfahren zur Einschachtelung einer irrationalen Zahl ($\sqrt{2}$ oder $\pi$),
- nutzen das Prinzip von CAVALIERI (Scherung), um Flächen- und Volumenformeln zu begründen.

## Leitidee: Raum und Form (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- klassifizieren geometrische Objekte unter Verwendung von Ober- und Unterbegriffen und den definierenden Eigenschaften,
- berechnen Größen und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen, Kongruenz, Ähnlichkeit, trigonometrischen Beziehungen, dem Satz des THALES und dem Satz des PYTHAGORAS.

## Leitidee: Daten und Zufall (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- planen statistische Erhebungen, nutzen Methoden der Erfassung und Darstellung von Daten (Säulen- und Kreisdiagramme) und bewerten Darstellungen kritisch,
- bestimmen relative Häufigkeiten, Mittelwerte (arithmetisches Mittel, Median, Modalwert) sowie Streumaße (z. B. Spannweite) und interpretieren diese,
- wenden das empirische Gesetz der großen Zahlen an,
- bestimmen Wahrscheinlichkeiten mithilfe von LAPLACE-Regel, Baumdiagrammen sowie Pfadregeln und wenden diese an,
- nutzen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Wahrscheinlichkeiten zur Vorhersage von Häufigkeiten.

## Leitidee: Messen (Eingangsvoraussetzungen)

Die Schülerinnen und Schüler

- messen Strecken und Winkel,
- berechnen Flächeninhalt und Umfang von zusammengesetzten Figuren, Volumen und Oberflächen von Prismen, Pyramiden, Kegeln und Kugeln sowie von zusammengesetzten Körpern,
- bestimmen Flächeninhalt und Umfang von krummlinig begrenzten Figuren näherungsweise,
- bestimmen Steigungen von beliebigen Funktionsgraphen zeichnerisch.

## Leitidee: Algorithmus (Eingangsvoraussetzungen)

Algorithmen spielen auch in der Sekundarstufe I eine Rolle. Sie werden bei ihrer Einführung im Unterricht entwickelt, reflektiert und späterhin immer wieder ausgeführt (siehe Eingangsvoraussetzungen zur Kompetenz „Symbole, Verfahren und Werkzeuge verwenden“). Am Ende der Sekundarstufe I wird jedoch nicht erwartet, dass die Schülerinnen und Schüler das Prinzip bestimmter Algorithmen oder allgemein die Idee des Algorithmus selbstständig reflektieren können.

## 3.2 Abschlussorientierte Standards

### 3.2.1 Standards zu den prozessbezogenen Kompetenzen

In den „Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Mathematik“ (EPA) sind die Anforderungen an die fachlichen und methodischen Kompetenzen formuliert und verbindliche fachliche Inhalte festgelegt. Diese Anforderungen werden konkretisiert durch die im Folgenden beschriebenen prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen, die von den Schülerinnen und Schülern am Ende der gymnasialen Oberstufe erwartet werden.

Alle Schülerinnen und Schüler der Qualifikationsphase im Land Brandenburg erwerben im Fach Mathematik Kompetenzen auf einem erhöhten Niveau. Die nachfolgend formulierten Standards gelten unter der Voraussetzung, dass Computer-Algebra-Systeme (CAS) sowohl im Unterricht als auch in Prüfungen genutzt werden.

**Argumentieren**

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben in inner- und außermathematischen Situationen Muster, Strukturen und Zusammenhänge und stellen Vermutungen an,
- überprüfen Aussagen kritisch, geben Beispiele und Gegenbeispiele an,
- kombinieren mathematisches Wissen für Begründungen und nutzen dabei je nach Situation grafische, verbale oder symbolische Darstellungen und Verfahren,
- reflektieren und bewerten Argumentationen und Begründungen nach Schlüssigkeit und Angemessenheit,
- gehen mit Fehlern konstruktiv um,
- vertreten begründend eigene Problemlösungen und Modellierungen,
- variieren Situationen, stellen Vermutungen an und untersuchen diese.

**Problemlösen**

Die Schülerinnen und Schüler

- finden in inner- und außermathematischen Situationen Probleme, formulieren diese mit eigenen Worten und in mathematischer Fachsprache,
- beschreiben, vergleichen und bewerten Lösungswege,
- verwenden beim Problemlösen heuristische Strategien (Erstellen informativer Figuren, Spezialisieren und Verallgemeinern, Vor- und Rückwärtsarbeiten, Analogien verwenden, mit Invarianzen argumentieren), reflektieren und bewerten diese Strategien,
- variieren vorgegebene Probleme und untersuchen die Folgeprobleme,
- überprüfen die Plausibilität der Ergebnisse.

## Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- vereinfachen Realsituationen, um sie einer mathematischen Beschreibung zugänglich zu machen, und reflektieren die Vereinfachungsschritte,
- beschreiben Realsituationen und Realprobleme durch mathematische Modelle (Funktion, Zufallsversuch, Koordinaten und Vektoren),
- führen mit den Verfahren der Infinitesimalrechnung, der Koordinaten- und Vektorgeometrie sowie der Wahrscheinlichkeitsrechnung Berechnungen im Modell durch und interpretieren das Verfahren ggf. in der Realsituation,
- formulieren und diskutieren alternative mathematische Modellierungen hinsichtlich ihrer Vor- und Nachteile (z. B. Beschreibung von geradlinigen Bewegungen durch lineare Funktionen bzw. durch Vektoren, Modellieren von Wachstumsprozessen durch lineares, quadratisches und exponentielles Wachstum),
- reflektieren die Grenzen von Modellen und der mathematischen Beschreibung von Realsituationen,
- interpretieren Ergebnisse aus Modellrechnungen in der Realsituation und modifizieren ggf. das Modell,
- ordnen einem mathematischen Modell (Figur, Term, Gleichung, Vektor usw.) verschiedene passende Realsituationen zu und reflektieren so die Universalität von Modellen.

## Darstellungen verwenden

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene Darstellungen von Funktionen (Tabelle, Graph, Term) und erläutern die Wechselbeziehungen zwischen diesen,
- wechseln zwischen geometrischer Situation und vektor- (bzw. koordinaten-) geometrischer Darstellung und lösen so geometrische Probleme,
- stellen Zufallsexperimente auf verschiedene Weise dar (Ergebnismengen, Verteilungen, Tabellen, Bäume) und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten,
- begründen ihre Auswahl von Darstellungen und reflektieren allgemeine Vor- und Nachteile sowie die Grenzen unterschiedlicher Darstellungsweisen.

## x+y Symbole, Verfahren und Werkzeuge verwenden

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Symbole der Infinitesimal- und Vektorrechnung zur prägnanten Darstellung bzw. Erfassung von Informationen, zum Modellieren und zum Problemlösen, reflektieren deren Verwendung und übersetzen zwischen symbolischer und natürlicher Sprache,
- führen komplexe algorithmische Verfahren aus, reflektieren deren Anwendung und Grenzen und überprüfen die Ergebnisse,
- arbeiten mit Funktionstermen, Gleichungssystemen und Vektoren,
- wählen selbstständig geeignete mathematische Hilfsmittel und Werkzeuge aus und setzen sie ein.

### Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, interpretieren und reflektieren mathematikhaltige authentische Texte,
- erläutern eigene Problembearbeitungen und Einsichten sowie mathematische Zusammenhänge adressatengerecht mit eigenen Worten und unter Verwendung geeigneter Fachsprache,
- recherchieren Informationen in Printmedien und elektronischen Medien, setzen sich mit diesen kritisch auseinander und bereiten sie sachgerecht auf,
- präsentieren Ergebnisse adressatengerecht und unter Verwendung geeigneter Medien,
- planen und organisieren die gemeinsame Arbeit an inner- und außermathematischen Problemen,
- dokumentieren Überlegungen und Lösungswege, stellen diese verständlich dar und präsentieren sie unter Nutzung selbst gewählter, geeigneter Medien,
- verwenden Fachtexte bei der selbstständigen Arbeit an Problemen.

### 3.2.2 Standards zu den inhaltsbezogenen Kompetenzen

### 1/2 Leitidee: Algorithmus und Zahl

In der Qualifikationsphase erweitern die Schülerinnen und Schüler ihre Kenntnisse über mathematische Algorithmen und Strukturen. Diese Kenntnisse ermöglichen ihnen, die technische Ausführung von Rechenschritten in verschiedenen mathematischen Problemlagen gezielt an CAS zu übertragen. Sie sind in der Lage, Rechenprozeduren auf CAS-Rechnern zu erläutern und zu begründen.

Die Schülerinnen und Schüler

- lösen Exponentialgleichungen in einfachen Fällen algebraisch mithilfe von Logarithmen,
- erläutern algorithmische Lösungsverfahren für Gleichungen und lineare Gleichungssysteme,
- lösen Gleichungen und Gleichungssysteme unter Nutzung digitaler Hilfsmittel (CAS),
- beschreiben Grenzwerte inhaltlich anschaulich als neu zu bildende Zahl,
- beschreiben die Ableitung als Grenzwert von mittleren Änderungsraten und bestimmen diese näherungsweise und grafisch,
- erkennen die Bildung der Ableitung und der Ableitungsfunktion als Anwendung immer wiederkehrender Algorithmen,
- erklären die Integration als Aufsummierung von Funktionswerten und wenden diese an geeigneten Stellen an,
- erkennen die Bestimmung von Integralen und Stammfunktionen als Anwendung immer wiederkehrender Algorithmen.

## Leitidee: Messen

Das Bestimmen von Größen und geometrischen Maßen ist Bestandteil aller mathematischen Themenbereiche. Dementsprechend stehen die zu erwerbenden Kompetenzen in einem engen Zusammenhang mit den anderen Leitideen. In der Qualifikationsphase erweitern die Schülerinnen und Schüler ihre Kenntnisse über bis dahin bekannte Messverfahren. Für die rechnerische Ausführung dazu notwendiger Algorithmen nutzen sie CAS.

Die Schülerinnen und Schüler

- bestimmen lokale Änderungsraten (näherungsweise) durch Messen mit sich verkleinernden Schrittweiten (z. B. physikalisch, grafisch, numerisch),
- bestimmen Flächeninhalte und Rotationsvolumina (bei Rotation um die x-Achse) mit den Verfahren der Integralrechnung,
- rekonstruieren Bestände mithilfe der Integralrechnung,
- bestimmen Kenngrößen von Zufallsexperimenten und Stichproben,
- bestimmen Längen, Winkel, Flächeninhalte, Volumen und Abstände, indem sie geometrische Situationen analytisch (mit Koordinaten und Vektoren) darstellen.

## Leitidee: Raum und Form

Ausgehend von der Idee des Koordinatisierens von geometrischen Sachverhalten lernen die Schülerinnen und Schüler, Objekte mithilfe von Vektoren zu beschreiben. Sie nutzen Operationen und Verfahren der Vektorrechnung zur Problembearbeitung unter Nutzung der entsprechenden Symbolik. Das erworbene Grundwissen über die Ausführung mathematischer Algorithmen ermöglicht den Einsatz von CAS. Die Schülerinnen und Schüler sind in der Lage, vom CAS ausgeführte Rechenalgorithmen zu beschreiben und zu begründen.

Die Schülerinnen und Schüler

- modellieren in realen und innergeometrischen Situationen Orte und Richtungen durch Vektoren und geben diese in Koordinatendarstellung an,
- interpretieren lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit,
- stellen koordinatengeometrisch erfasste Situationen in Schrägbildern dar,
- repräsentieren und interpretieren räumliche geometrische Objekte in Koordinaten- und in vektorieller Darstellung und lösen damit geometrische Probleme (z. B. Schnittprobleme, Lagebeziehungen),
- nutzen Gleichungssysteme zum Bestimmen der relativen Lage von Ebenen und Geraden,
- modellieren ebene Flächen und Körper durch Randfunktionen,
- operieren mit Vektoren (Addition, Vervielfachung, Skalarprodukt, Vektorprodukt) und deuten diese Operationen geometrisch,
- nutzen Vektoroperationen zur Bestimmung von Längen, Winkeln, Flächeninhalten, Volumen und Abständen (zwischen zwei Punkten, Punkt-Ebene, Punkt-Gerade, Gerade-Ebene, zwischen zwei Geraden, zwischen zwei Ebenen).

## Leitidee: Funktionaler Zusammenhang

In der Qualifikationsphase erwerben die Schülerinnen und Schüler die Fähigkeit, Funktionsgraphen zu beschreiben, zu interpretieren und zur Modellierung von realitätsbezogenen Sachverhalten zu nutzen. Sie erwerben dabei ein vertieftes Verständnis für die Ideen des Differenzierens und Integrierens. Für die Ausführung der notwendigen Rechenalgorithmen nutzen sie überwiegend CAS, insbesondere bei komplexeren Rechnungen. Die Verknüpfung verschiedener Darstellungsarten (Term, Tabelle und Graph) wird sowohl im Rahmen der Begriffsbildung als auch beim Problemlösen genutzt.

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern anschaulich den Begriff Grenzwert einer Funktion,
- deuten in inner- und außermathematischen Situationen die Ableitung als lokale Änderungsrate und Tangentenanstieg,
- beschreiben und interpretieren mithilfe eines anschaulichen Grenzwertbegriffes die Entwicklung der Ableitung als lokale Änderungsrate aus der mittleren Änderungsrate,
- entwickeln den Ableitungsgraphen aus dem Funktionsgraphen und den Graphen einer Ausgangsfunktion aus dem Ableitungsgraphen,
- interpretieren die Ableitungsfunktion im Anwendungskontext,
- geben den maximalen Definitionsbereich von Funktionen – speziell in Sachsituationen – an,
- wählen entsprechend der Struktur einer Funktion passende Regeln zum Ermitteln einer Ableitungsfunktion,
- beschreiben formale Strukturen von Ableitungsregeln (Potenz-, Konstanten-, Summen-, Produkt-, Quotienten- und Kettenregel) und erläutern sie an selbst gewählten Beispielen,
- beschreiben den Inhalt der Konstanten- und Summenregel anhand von Skizzen,
- kennen Ableitungen und Stammfunktionen von $f(x) = x^n$; $n \in Z$ (auch für $n = -1$), $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = e^{ax}$, $f(x) = \sqrt{x}$ ,
- können die Ableitung der Sinusfunktion und der e-Funktion plausibel machen,
- bestimmen Ableitungs- und Stammfunktionen insbesondere in Sachsituationen,
- erkennen und erläutern Eigenschaften von Funktionen ($f(x) = x^n$; $n \in Z$ [auch für $n = -1$], $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = e^x$, $f(x) = \sqrt{x}$ und ggf. deren Verknüpfung) und Funktionsscharen sowohl am Graphen als auch am Term:
  - Monotonie
  - Symmetrie zur y-Achse und zum Koordinatenursprung
  - charakteristische Punkte (Achsenschnittpunkte, Extrem- und Wendepunkte)
  - Verhalten im Unendlichen
  - Polstellen
- nutzen die o. g. Eigenschaften zur Modellierung,
- lösen Extremalprobleme situationsangemessen auf verschiedenen Wegen (z. B. Plausibilitätsüberlegungen, mithilfe von Zielfunktionen),
- ermitteln aufgrund von Eigenschaften passende Funktionen (Potenz-, Exponential- und Sinusfunktion), insbesondere zum Modellieren in Sachsituationen,
- beschreiben und begründen die Auswirkungen einer Parametervariation der Form $y = a \cdot f(b \cdot (x-c)+d)$ und nutzen diese zur Anpassung von Funktionen an Daten,
- nutzen eine anschauliche Vorstellung der Stetigkeit bei der Modellierung von Sachzusammenhängen,

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen und deuten das bestimmte Integral als Instrument zur Rekonstruktion eines Bestandes aus Änderungen und zur Bestimmung von Flächeninhalten endlicher und unendlicher Flächen,
- erklären die Integration als Aufsummierung von Funktionswerten,
- ermitteln, insbesondere in Sachkontexten, bestimmte Integrale situationsangemessen auf verschiedenen Wegen,
- modellieren durch Funktionen Rotationskörper (Rotation um die Abszissenachse), um das Volumen zu bestimmen, und begründen die Volumenformel geometrisch anschaulich,
- interpretieren den Zusammenhang zwischen Ableiten und Integrieren:
  - das Ableiten als Bestimmen der Änderungsrate eines Bestandes
  - das Integrieren als Rekonstruieren des absoluten Bestandes aus Änderungsraten
  - Hauptsatz der Differential-und Integralrechnung geometrisch-anschaulich begründen
- beschreiben Zufallsgrößen (binomialverteilt, normalverteilt) als Funktion.

## Leitidee: Daten und Zufall

Erhobene Daten lassen sich in Diagrammen darstellen, um einen Überblick zu erhalten. Eine Zusammenfassung der Informationen aus den Daten in Kenngrößen liefert eine Basis für Beschreibung, Interpretation und Vergleich von Daten. Durch Verfahren und Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung können dem Zufall unterworfene Vorgänge qualitativ und quantitativ erfasst werden. Auf diese Weise kann man zu fundierten und kontrollierten Urteilen in realen Entscheidungssituationen gelangen. CAS bietet die Möglichkeit, das Datenmaterial grafisch darzustellen und komplexe Rechnungen durchzuführen.

Die Schülerinnen und Schüler

- wenden kombinatorische Hilfsmittel, Urnenmodelle („Ziehen mit und ohne Zurücklegen“), Baumdiagramme und Vierfeldertafeln zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in Anwendungskontexten an,
- nutzen zur Darstellung stochastischer Sachverhalte folgende Grundbegriffe der Mengenlehre: Menge, Teilmenge, Vereinigung, Durchschnitt, Differenz, leere Menge, und können diese in VENN-Diagrammen veranschaulichen,
- nutzen Zufallsgrößen zur sachgerechten Strukturierung der Ergebnismenge eines Zufallsexperimentes und unterscheiden zwischen diskreten und stetigen Zufallsgrößen,
- werten Zufallsexperimente und Stichproben mithilfe statistischer Kenngrößen (Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung) aus,
- nutzen ihre Kenntnisse über bedingte Wahrscheinlichkeit und den Begriff der stochastischen Unabhängigkeit in Sachzusammenhängen,
- können mit der Formel von BERNOULLI rechnen und BERNOULLI-Ketten beim Modellieren sachgerecht anwenden,
- nutzen den Erwartungswert und die Standardabweichung einer binomialverteilten Zufallsgröße für Interpretationen,
- nutzen die Normalverteilung als Grenzfall der Binomialverteilung und beschreiben die Normalverteilung als Beispiel der Verteilung einer stetigen Zufallsgröße,
- nutzen CAS zur Berechnung von Anzahlen, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten (z. B. bei Binomialverteilungen, kumulierten Binomialverteilungen, Normalverteilungen) und zur Simulation von stochastischen Situationen.

# 4 Kompetenzen und Inhalte

Neben den Leitideen, die den Mathematikunterricht durchdringen, bedarf es einer Auswahl von Themengebieten, die kohärente und vielfältige Lernerfahrungen ermöglichen. Der Erwerb von gleichermaßen inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen und das Erleben von Leitideen als rote Fäden durch den Mathematikunterricht der Sekundarstufen vollziehen sich immer in der Auseinandersetzung mit konkreten Problemen aus solchen Themengebieten.

Aus der großen Zahl geeigneter Themengebiete für die Qualifikationsphase (wie z. B. der diskreten Mathematik) haben sich die folgenden drei Themenbereiche herauskristallisiert, die auch in den „Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Mathematik“ (EPA) verbindlich festgelegt sind:

- Im Themenbereich **Analysis** entfalten sich zugleich das Denken in funktionalen Zusammenhängen und das Messen von Größen durch Approximation. Diese werden konkretisiert anhand einer Zahl zentraler Begriffe und Konzepte der Infinitesimalrechnung, die nach NEWTON und LEIBNIZ die heutige Welt durch ihre Anwendung in Naturwissenschaft und Technik prägt. Diese Begriffe und Konzepte erlauben das Modellieren und Problemlösen in vielen realistischen Anwendungskontexten.
- Der Themenbereich **Analytische Geometrie** steht für den auf DESCARTES zurückgehenden Ansatz des räumlichen Strukturierens durch eine analytische Darstellung geometrischer Konstellationen mit Koordinaten und Vektoren. Darüber hinaus erlauben die hieraus hervorgehenden Begriffe der analytischen Geometrie und der linearen Algebra vielfältige Modellierungen und Anwendungen über die Geometrie hinaus.
- Der Themenbereich **Stochastik** widmet sich nicht allein dem mathematischen Erfassen des Phänomens Zufall, sondern besonders der Entwicklung und dem Verständnis mathematischer Methoden zur Erkenntnisgewinnung auch in nichtdeterministischen Zusammenhängen.

Damit bieten diese drei verbindlichen Themenbereiche die Grundlage für eine Entwicklung und Vertiefung der genannten Leitideen. Mathematisches Modellieren, Problemlösen und Argumentieren können in allen drei Lernbereichen dazu beitragen, dass die Schülerinnen und Schüler die oben genannten Grunderfahrungen machen können. So wird gezielt auf den Vorerfahrungen der Sekundarstufe I aufgebaut und es werden die vielfältigen Verbindungen der Bereiche untereinander und zu anderen Fächern aufgezeigt.

**Im Folgenden werden die Inhalte spezifiziert,** an denen die Schülerinnen und Schüler die in Kap. 3.2 beschriebenen Kompetenzen erwerben können. Der Erwerb prozess- und inhaltsbezogener Kompetenzen ist grundsätzlich nicht auf einzelne Themengebiete beschränkt, sondern muss durchgehend bei der Unterrichtsplanung berücksichtigt werden.

## 4.1 Analysis

### (a) Differentialrechnung – Entwicklungen mit Funktionen erfassen

Die Grundbegriffe der Differentialrechnung entfalten sich bei der Arbeit mit konkreten Anwendungssituationen, in denen das Erfassen und Beschreiben von Veränderungen bei funktionalen Zusammenhängen im Mittelpunkt stehen. Als Untersuchungsgegenstände eignen sich numerisch gegebene, diskrete Prozesse (z. B. Messreihen eines Beschleunigungsvorganges), grafisch repräsentierte, qualitative Prozesse (z. B. Wasserstand in einem Staubecken) oder auch symbolisch erfasste Prozesse (z. B. exponentielles Wachstum). Zentral ist dabei das Ziel, die mittlere und die lokale Änderungsrate als Größe numerisch zu erfassen. Dabei dient der Einsatz von Computeralgebra, durch die Verfügbarkeit von symbolischer und grafischer Darstellung, dazu, Zusammenhänge zwischen Größen zu visualisieren, kriteriengeleitet zu untersuchen und hinsichtlich bestimmter Aspekte zu klassifizieren. In der zusätzlichen Verbindung und Interaktivität mit Tabellenkalkulation können die Vor- und Nachteile der verschiedenen mathematischen Darstellungsweisen verglichen und in ihrer Wechselwirkung vertiefend durchdrungen werden. So kann die Bedeutung verschiedener Parameter des Funktionsterms sowohl grafisch als auch tabellarisch und im Sachkontext analysiert werden. („Wie verändert sich der Graph bei Variation des Terms und umgekehrt?“) Die Untersuchung kann sowohl an statischen Bildern (z. B. von Scharen) als auch dynamisch erfolgen (Animationen, Schieberegler).

Die Orientierung an Realsituationen bleibt durchgehendes Prinzip und liefert die Basis für ein breites Feld mathematischer Prozesse. So haben die Schülerinnen und Schüler bei der Arbeit mit Funktionen als konkreten Modellen zur Beschreibung realer Vorgänge besondere Gelegenheiten zu argumentieren („Warum ist der Zuwachs hier am größten?"), zu modellieren („Wie bewegt sich ein Läufer?") und Probleme zu lösen („Wie müsste der Graph für die Geschwindigkeit aussehen?"). Der gezielte Wechsel zwischen den mathematischen Darstellungsarten (Graph, Tabelle, Term) wird als bewusste Problemlösestrategie genutzt.

Dabei wird eine Vielfalt an Situationen und sinnstiftenden Kontexten mit realistischen Daten (z. B. *Ertragsgesetz von Turgot, Abbau von Wirkstoffen im Blut, Wachstum und Zerfall*) genutzt, da durch die Verwendung von CAS die Reduktion auf händisch berechenbare Funktionen obsolet geworden ist.

Mithilfe von CAS können weitere Funktionsklassen integriert werden, sodass vergleichende Analysen hinsichtlich der Muster und Strukturen verschiedener Funktionsarten möglich sind. Im Zentrum steht nicht das syntaktische Ermitteln charakteristischer Punkte nach bestimmten Verfahren und Regeln (wie in einer Funktionsuntersuchung) oder von Ableitungen (wie bei Extremalproblemen), sondern im Fokus stehen Argumentationen und Interpretationen sowohl im inner- wie im außermathematischen Sinne. Das Erweitern der Funktionsklassen ist immer mit dem Ziel verbunden, weitere Modelle für Kontexte zu erhalten (z. B. um exponentielles Wachstum beschreiben zu können). Das Entwickeln von Ableitungsregeln dient in besonderer Weise dazu, innermathematische Strukturen und Verallgemeinerungen eigenständig aufzustellen. Dies geschieht im Sinne der zweiten Grunderfahrung, nach der Mathematik als geistige Schöpfung mit einer spezifischen Art der Erkenntnisgewinnung kennengelernt werden soll.

Funktionsgraphen können in schneller Folge in unterschiedlicher Auflösung dargestellt und untersucht werden (z. B. in der Nähe von charakteristischen Punkten). Durch die schnelle Verfügbarkeit von Graphen werden Zusammenhänge und Strukturen umgehend sowohl global als auch lokal (durch Zoomen) sichtbar und können in der wechselweisen Interpretation mit Termen und Tabelle plausibel gemacht werden. Die Betrachtung und Variation einer Vielzahl und Vielfalt von Situationen und Modellen ermöglicht, dass mathematische Zusammenhänge experimentell erkundet und systematisiert werden.

Komplexe symbolische Ausdrücke können mit einem CAS schnell manipuliert sowie untersucht und Gleichungen gelöst werden. Dadurch besteht die Chance, dass Interpretation und Verstehen symbolischer Darstellungen im Mittelpunkt des Lernprozesses bleiben. Das

Schreiben und Lesen der Ein- und Ausgabe von Ausdrücken verlangen besondere Sorgfalt und die Fähigkeit, Termstrukturen flexibel zu erkennen und aufzubauen. Die unter 3.2.2, „Leitidee: Funktionaler Zusammenhang“, genannten Funktionsklassen sind, in Form eines tiefgründig erarbeiteten Grundwissens, eine Ausgangsbasis für weitere Betrachtungen. Verknüpfungen verschiedener Funktionen (z. B. Verkettung mit linearen Funktionen oder ausgewählten Potenzfunktionen) erfolgen nur so weit, wie es für realitätsbezogene Aufgaben notwendig und für die Schülerinnen und Schüler nachvollziehbar ist. Entsprechende Verfahren der Differential- und Integralrechnung (z. B. Kettenregel, Produktintegration und lineare Substitution) werden von den Lernenden strukturell erfasst, aber in ihrer Ausführung an den CAS-Rechner übertragen.

### (b) Integralrechnung – Rekonstruktion von Beständen

Im Sinne einer vorstellungsorientierten Grundlegung wird der Integralbegriff in unterschiedlichen Anwendungssituationen als gemeinsames mathematisches Modell zum Erfassen verschiedener inner- und außermathematischer Problemstellungen entwickelt und schrittweise systematisiert. Zu diesen Problemen beim Einstieg gehören die Rekonstruktion von Beständen aus Änderungsraten oder das näherungsweise Bestimmen von Inhalten krummlinig begrenzter Flächen. Für die notwendigen Rechenschritte bei der numerischen Bestimmung von Flächeninhalten bzw. Rekonstruktion von Beständen werden Tabellenkalkulationen in CAS-Rechnern eingesetzt. Die Zielstellung der Präzisierung der numerischen Ergebnisse durch Verfeinerung der Schrittweite bietet die Grundlage für das Verstehen des Grenzprozesses, der zum Integralbegriff führt.

Nach Aneignung der notwendigen Grundbegriffe und Symbolik setzen sich die Schülerinnen und Schüler mit Eigenschaften bestimmter Integrale (Additivität der Grenzen, Faktorregel, Summenregel, Vorzeichenumkehr bei Vertauschen der Grenzen) auseinander, wobei CAS zur Visualisierung exemplarischer Zusammenhänge dienen kann. Das Erkennen der inhaltlichen Zusammengehörigkeit der grundlegenden Fragestellungen (Frage nach der Änderungsrate versus Frage nach dem Bestand) führt zum Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, der auch dazu dient, bestimmte Integrale explizit berechnen zu können. Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung wird geometrisch anschaulich begründet und dazu genutzt, bestimmte Integrale als Flächenbilanz oder Flächen zwischen Funktionsgraphen auch in Anwendungskontexten zu berechnen. Entsprechend den Vorgaben im Kapitel 3.2.2 sind elementare Regelkenntnisse zur Bildung einer Stammfunktion erforderlich. Für weiterführende Integrationsverfahren nutzen die Schülerinnen und Schüler CAS-Rechner. Dabei ist es notwendig, dass sie Strukturen von Funktionsgleichungen erfassen und beschreiben können. Sie erkunden den Zusammenhang zwischen Integration und Differentiation und können ihn an geeigneten Beispielen erläutern.

## 4.2 Analytische Geometrie – Räumliches Strukturieren

Die inhaltliche Gestaltung des Themengebietes ergibt sich vor allem aus den Leitideen „Raum und Form“ und „Messen“. Dem Grundgedanken der analytischen Geometrie nähert man sich durch konkrete Darstellungs-, Lage- oder Vermessungsprobleme, bei denen eine Koordinatisierung notwendig wird. Der Einsatz von CAS dient hier zu Berechnungen im Zusammenhang mit geometrischen Problemen der Lage und des Maßes.

Für die analytische Beschreibung komplexerer linearer Gebilde (Geraden, Ebenen, aber auch Strecken und Vielecke) wird der Vektorbegriff nützlich. Das symbolische Operieren mit Vektoren soll mit Bezug auf die geometrisch-anschaulichen Wirkungen erarbeitet werden. Ausgehend von elementargeometrischen oder realitätsbezogenen Fragestellungen werden die verschiedenen Formen einer Ebenengleichung (Parameterform, Koordinatenform, Normalenform) sinnvoll genutzt. Mit diesen Werkzeugen lassen sich nun realistische Probleme modellieren und bearbeiten (wie z. B. Projektionen oder Abstand von Flugbahnen).

Im Wechsel zwischen geometrischer Darstellung und analytischer Bearbeitung wird das Wissen an weiteren realistischen oder elementargeometrischen Problemen vertieft. Dabei werden Winkel-, Flächen- und Abstandsberechnungen in analytischer Schreibweise erarbeitet. Die im Unterricht zu entwickelnden Begriffe (z. B. lineare Abhängigkeit, lineare Unabhängigkeit, Linearkombination, Ortsvektor, Richtungsvektor, Basis, Skalarprodukt) werden theoretisch systematisiert. Ebenso systematisiert werden Grundkonzepte zur Untersuchung von Lagebeziehungen und Bestimmung von Abständen bzw. Winkelmaßen. Die systematischen Untersuchungsalgorithmen führen auch auf die Entwicklung von Verfahren der linearen Algebra hin. Nach theoretischer Durchdringung von Zusammenhängen und Verfahren wird für Lösungsalgorithmen zunehmend der CAS-Rechner genutzt. Hierbei gibt es vielfältige Anlässe für problemlösendes Arbeiten und mathematisches Argumentieren, wobei die Schülerinnen und Schüler lernen, elementargeometrische und realitätsbezogene Problemstellungen mithilfe von Koordinaten und Vektoren zu modellieren und die verfügbaren Algorithmen zur Problemlösung zu nutzen.

## 4.3 Stochastik – Beurteilen von Statistik

Eine Erweiterung der Begriffe der beschreibenden Statistik ergibt sich aus der Notwendigkeit, die Ergebnisse von Erhebungen zu bewerten, einzuschätzen und für zukünftige Prognosen zu nutzen. Dazu werden verschiedene Verfahren der beurteilenden Statistik entwickelt. Die Schülerinnen und Schüler nutzen sachgerecht Größen der Stochastik, um in zufallsbedingten Situationen zu argumentieren. Sie planen und beurteilen statistische Erhebungen. Anhand gegebener Daten werden Funktionen genutzt, um Zusammenhänge zweier Merkmale zu modellieren und Trends zu beschreiben.

Unter Zuhilfenahme von CAS (z. B. des Zufallsgenerators) ist das Simulieren von Zufallsprozessen, insbesondere das Erzeugen von Stichproben möglich. So lassen sich umfangreiche Fallzahlen untersuchen, die etwa beim Würfeln von Hand kaum zu erreichen sind. Die experimentelle Erkundung von Zufallsphänomenen (z. B. Gesetz der großen Zahl) wird dadurch in besonderer Weise begünstigt.

Bei der Beschreibung mathematischer Gesetzmäßigkeiten innerhalb der Stochastik werden zur Untersuchung von Ereignissen Grundbegriffe der Mengenlehre und deren Verknüpfungen genutzt. Dabei sollte die Vermittlung inhaltlicher Kompetenzen zu dieser Thematik nicht separat, sondern verknüpft mit den Themen der Stochastik erfolgen.

Die Schülerinnen und Schüler untersuchen in Anwendungssituationen (z. B. Stichprobenauswahl aus einer Grundgesamtheit) mithilfe der Urnenmodelle („Ziehen ohne bzw. mit Zurücklegen“), welche Modellierung mittels einer stochastischen Verteilung sinnvoll ist. Sie nutzen diese ggf. in verschiedenen Darstellungen und lernen differenzierte Methoden der stochastischen Modellierung (Binomial-, hypergeometrische und Normalverteilung) und der Argumentation kennen und wenden sie in verschiedenen Situationen an. Insbesondere findet eine Systematisierung der zugrunde liegenden symbolischen Darstellung der Modelle statt. Schließlich wird der Zufallsbegriff durch Erkundung von Phänomenen in Abhängigkeit der Fallzahl vertieft.

Einfache theoretische Verteilungen (z. B. Binomialverteilungen) lassen sich auch für große Wiederholungszahlen n mit einer Tabellenkalkulation im CAS berechnen und so Kenngrößen von theoretischen und empirischen Verteilungen miteinander vergleichen. Die Nutzung vordefinierter Funktionen im CAS, z. B. zur Berechnung von Binomialverteilungen, macht in vielen Fällen einen Verzicht der Tabellennutzung möglich.

# 5 Kurshalbjahre

Die in der nachfolgenden Übersicht dargestellten Stichpunkte **dienen nur der zeitlichen Orientierung** bei der Erstellung des schulinternen Fachplans als Teil des schulinternen Curriculums. Für die inhaltliche Planung sind die Ausführungen, die in den „Abschlussorientierten Standards“ (siehe Kapitel 3.2) dargestellt sind, maßgeblich. Dabei sind die jährlichen Hinweise für die zentralen schriftlichen Abiturprüfungen (u. a. Prüfungsschwerpunkte) des für Schule zuständigen Ministeriums gemäß GOSTV zu beachten.

**1. Kurshalbjahr: Analysis – Entwicklungen mit Funktionen erfassen**

- inhaltlich anschaulicher Grenzwertbegriff
- Begriff der Ableitung
- elementare Ableitungsregeln
- Eigenschaften von Funktionen
- Interpretation von Ableitungsfunktionen
- Extremalprobleme
- Parametervariation, Anpassung von Funktionen an Daten
- Nutzung von Funktionen und deren Ableitungen in Sachkontexten
- Rekonstruktion eines Bestandes aus Änderungsraten
- Flächenbestimmung als Grenzprozess
- Stammfunktion und bestimmtes Integral
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

**2. Kurshalbjahr: Analysis – Rechnen mit Integralen**
**Stochastik – Beurteilen von Statistik**

**Integralrechnung**

- Berechnung von Flächen zwischen x-Achse und Funktionsgraphen sowie zwischen Funktionsgraphen
- Integration verketteter Funktionen mit Hilfe von CAS
- Nutzung von Funktionen und deren Stammfunktionen in Sachkontexten
- Rotationsvolumen bei Rotation um die Abszissenachse

**Stochastik**

- Hilfsmittel und Verfahren zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten
- Grundbegriffe der Mengenlehre
- bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit
- statistische Kenngrößen
- BERNOULLI-Ketten
- Binomialverteilung und Normalverteilung
- Zufallsgrößen, Erwartungswert, Standardabweichung

| 3. Kurshalbjahr: Analytische Geometrie – Räumliches Strukturieren |
| --- |
| – Grundbegriffe der Vektorrechnung (Vektor, lineare Unabhängigkeit, Skalarprodukt)<br>– Darstellen ebener Flächen und Körper im räumlichen Koordinatensystem<br>– Darstellen von Geraden und Ebenen mit Gleichungen<br>– Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen<br>– Abstände von Punkten, Geraden und Ebenen<br>– Berechnung von Längen, Winkeln und Flächeninhalten von Figuren |

| 4. Kurshalbjahr: Analysis/Stochastik/komplexe Aufgabenstellungen |
| --- |
| **Analysis**<br>– Modellieren von Wachstums- und Zerfallsprozessen bzw. realitätsbezogenen Entwicklungen mit verschiedenen Funktionen<br>– Integration und Differentiation in Anwendungskontexten und komplexen Aufgabenstellungen<br><br>**Stochastik**<br>– Nutzung von Zufallsgrößen in komplexen Zusammenhängen<br>– Auswertung von realitätsbezogenen Datenmengen<br><br>**Komplexe Aufgabenstellungen**<br>– situationsangemessene Nutzung von CAS als universelles Werkzeug<br>– Bearbeitung von komplexen Problemen der analytischen Geometrie |