



Hinweise zum Unterricht in der Jahrgangsstufe 11 im Land Brandenburg

MATHEMATIK

Impressum

Herausgeber:

Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM)
14974 Ludwigfelde-Struveshof

Tel.: 03378 209-200

Fax: 03378 209-232

Internet: www.lisum.brandenburg.de

© Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM); Mai 2007

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte einschließlich Übersetzung, Nachdruck und Vervielfältigung des Werkes vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des LISUM in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden. Eine Vervielfältigung für schulische Zwecke ist erwünscht. Das LISUM ist eine Einrichtung im Geschäftsbereich des Ministeriums für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg (MBS).

Inhaltsverzeichnis

| | |
|-------------------------------------|---|
| Vorbemerkungen | 5 |
| Grundsätzliche Orientierungen | 6 |
| Kompetenzen und Inhalte | 7 |
| Anhang | |

Vorbemerkungen

Die Verständigung auf Kerncurricula, wie sie zwischen den drei Ländern Berlin, Brandenburg und Mecklenburg-Vorpommern gelungen ist, zeigt eine veränderte Auffassung über zeitgemäßes Lehren und Lernen.

Dabei kommt der Kompetenzentwicklung eine zentrale Bedeutung zu. Unabhängig davon, dass die Diskussion über entsprechende Modelle erst begonnen hat, gilt doch übereinstimmend, dass das Individuum Kompetenzen zur Hand haben sollte, Anforderungssituationen zu bewältigen, wie z. B.

- auf vorhandenes Wissen zurückgreifen zu können,
- Fertigkeiten zu besitzen, um sich erforderliches Wissen zu beschaffen,
- zentrale Zusammenhänge des jeweiligen Sach- bzw. Handlungsbereichs zu verstehen,
- bei der Durchführung von Handlungen verfügbare Fertigkeiten einzusetzen.

Die Kerncurricula leisten darüber hinaus eine Verständigung über Standards im jeweiligen Fach. Als Standard gilt dabei die zu einem bestimmten Zeitpunkt verbindlich erwartete qualitative Ausprägung einer Kompetenz.

In diesem Sinne soll dieses Material Hilfe sein, den Umstellungsprozess von den Rahmenplänen zum Kerncurriculum zu erleichtern.

Die Kerncurricula sind als Bestandteil des Rahmenlehrplans für das Schuljahr 2006/2007 in Kraft gesetzt worden. Sie gelten für alle Schülerinnen und Schüler, die ab dem Schuljahr 2008/2009 in die Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe eintreten, und sie sind die Grundlage für die Abiturprüfungen des Schuljahres 2009/2010.

Grundsätzliche Orientierungen

Mit dem neuen Rahmenlehrplan für den Unterricht in der gymnasialen Oberstufe (KC) gehen im Vergleich mit den bisherigen Verbindlichen curricularen Vorgaben (VcV) Veränderungen inhaltlicher und methodischer Art einher, die bereits beim Erstellen des schuleigenen Lehrplans für die Jahrgangsstufe 11 und der sich daraus ergebenden Planung und Gestaltung des Unterrichts Berücksichtigung finden müssen.

Während die VcV vorwiegend inhaltlich orientiert sind, beinhaltet der neue Rahmenlehrplan **Standards, Kompetenzen und Inhalte**. Grundlagen dafür sind die **KMK-Bildungsstandards** und die **EPA**. Ziel des Unterrichts ist die Entwicklung von Kompetenzen, die auf die abschlussorientierten Standards ausgerichtet sind. Diese sind nicht nur Messinstrumente für Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung, sondern bieten Lehrenden wie auch Lernenden Orientierung für erfolgreiches Handeln, indem sie die Grundlage für ergebnisorientierte Beratungsgespräche bzw. Selbsteinschätzung und Selbststeuerung eigener Lernwege und –strategien der Schülerinnen und Schüler bilden.

Über die VcV hinaus werden nicht nur die inhaltbezogenen Kompetenzen (Leitideen) beschrieben, sondern auch die prozessorientierten (allgemeinen) Kompetenzen. Diese beziehen sich auf **Prozesse** mathematischen Denkens und Arbeitens. Das sind im Einzelnen die Kompetenzen, die Wirklichkeit mit mathematischen Mitteln zu beschreiben (**Modellieren**), mathematisch fassbare Probleme zu strukturieren und erfolgreich zu bearbeiten (**Problemlösen**), schlüssige Begründungen zu suchen und sorgfältig zu prüfen (**Argumentieren**), mathematische Informationen und Argumente aufzunehmen und verständlich weiterzugeben (**Kommunizieren**) sowie gemeinsam an mathematischen Problemen zu arbeiten (**Kooperieren**). Bei all diesen Tätigkeiten ist es unabdingbar, sich mathematischer (symbolischer und grafischer) Darstellungsweisen zu bedienen und Begriffe, mathematische Verfahren und Werkzeuge zu beherrschen.

In den abschlussorientierten Standards wird eine unterschiedliche Akzentuierung hinsichtlich der zu erreichenden Standards im Grund- und Leistungskurs vorgenommen.

Grundkurs → grundlegendes Anforderungsniveau

Leistungskurs → erhöhtes Anforderungsniveau

Es sollen Kompetenzen ausgeprägt und entwickelt werden, die es unterstützen, die Schülerinnen und Schüler „zu konstruktiven, engagierten und reflektierenden Bürgern“ auszubilden. Speziell im Grundkurs stehen Vordergrund- und Hintergrundbildung sowie die personelle Bildung im Mittelpunkt. Im Grundkursfach Mathematik erfolgt eine Orientierung an Realsituationen. In vielfältigen **einfachen Anwendungskontexten** werden Problemlösende Aufgaben bearbeitet und das Argumentieren erfolgt im Sachzusammenhang. Auf dieser Grundlage ist der **Grundkursunterricht** hauptsächlich **inhaltlich- anschaulich** zu gestalten. Im Leistungskursfach Mathematik werden Zusammenhänge aus rein innermathematischer Perspektive verstärkt untersucht. Die Entstehung von Methoden, die zum Bearbeiten von Modellbildungsprozessen notwendig sind, werden tiefgründig wissenschaftlich hinterfragt.

Die Kompetenzbereiche im Fach Mathematik erfahren spezifische Veränderungen, sobald konsequent neue Technologien eingesetzt werden. Der Computer (zusammen mit verwandten elektronischen Werkzeugen) ist ein universelles Werkzeug zur Speicherung, Übermittlung, Verarbeitung und Darstellung von digitalen Daten und damit ein von Grund auf mathematisches Werkzeug. Er hat eine zentrale Rolle im Mathematikunterricht eingenommen vor allem in Form von

- Computeralgebrasystemen (CAS)
- Tabellenkalkulationsprogrammen (TK)
- Dynamischen Geometrieprogrammen (DGS)

Kompetenzen und Inhalte

Für den erfolgreichen Kompetenzerwerb in der Qualifikationsphase sollen Schülerinnen und Schüler zu Beginn dieser Phase bestimmte Eingangsvoraussetzungen erfüllen (siehe dazu KC, Kap. 3.1). Der Jahrgangsstufe 11 kommt dabei eine Brückenfunktion zu, so auch mit Blick auf den Ausgleich unterschiedlicher Voraussetzungen bei den Schülerinnen und Schülern vor Eintritt in die Qualifikationsphase. In diesem Zeitraum müssen im Fach Mathematik insbesondere diejenigen Eingangsvoraussetzungen des Kerncurriculums erfüllt werden, die durch die Vorgaben des gültigen Rahmenlehrplanes für die Sekundarstufe I bisher nicht erforderlich waren.

Diese sind an folgende Inhalte gebunden:

- Darstellung quadratischer Funktionen auch als Produkt von Linearfaktoren
- qualitative Beschreibung des Änderungsverhaltens eines Funktionsgraphen
- Approximation
- Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen.
- Umkehrfunktionen

Abweichend von bisherigen Unterrichtsinhalten in der Einführungsphase ist das Thema „Einführung in die **Differenzialrechnung**“ nun erst in der **Qualifikationsphase** zu bearbeiten“.

Neben der Sicherung der Eingangsvoraussetzungen dient die Jahrgangsstufe 11 der Erprobung neuer Aufgabenstellungen und Methoden, die auch künftig dem Anspruch des Kerncurriculums genügen werden. Anknüpfend an den Rahmenlehrplan der Sek.I sollten moderne Medien wie z.B. grafikfähige Rechner, Funktionsplotter und Computer-Algebra-Systeme weiterhin eingesetzt werden.

Für die Erstellung des schuleigenen Lehrplanes der Jahrgangsstufe 11 sind folgende Schwerpunkte zu beachten:

| Analysis – Geometrie (a) Funktionen - Koordinatengeometrie | |
|---|--------------------------|
| Grundkursfach | Leistungskursfach |
| (I) Orientierungswissen – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen <ul style="list-style-type: none">• Funktionsklassen (lineare Funktionen, quadratische Funktionen, ganzrationale Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen, Potenz- und Wurzelfunktionen) und ihre Eigenschaften• Koordinatengeometrie mit Geraden• Lineare Gleichungssysteme | |
| (II) Anwendung und Vertiefung <ul style="list-style-type: none">• Verlauf von Graphen linearer Funktionen und Modellierung von Anwendungssituationen mit Funktionsscharen linearer Funktionen• Darstellung von Geraden in der Ebene• Geradengleichungen• Anwendungssituationen zur relativen Lage zweier Geraden (Schnittwinkel, Schnittpunkt, Parallelität, Identität, Orthogonalität) | |

- Berechnung von Streckenlängen und Streckenmittelpunkten
- Geradenscharen
- Verlauf von Graphen (Monotonie, Symmetrie, Nullstellen, Verhalten im Unendlichen) quadratischer Funktionen ($f(x) = ax^2 + bx + c$), ganzrationaler Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen, Potenz- und Wurzelfunktionen
- Wechsel zwischen unterschiedlichen Darstellungsformen quadratischer Funktionen (allgemeine Form, Normalform, Scheitelpunktform, Linearfaktorzerlegung)
- Parabel als geometrische Figur: Nutzung von Auszählverfahren bei der Flächeninhaltsbestimmung für Figuren, die durch Parabeln begrenzt werden
- Nullstellenbestimmung ganzrationaler Funktionen (graphische Ermittlung, Linearfaktorzerlegung, biquadratische Gleichungen, Sätze über Nullstellen, Probierlösung, Polynomdivision)
- Bestimmung von Eigenschaften ganzrationaler Funktionen (Kurvenkrümmung/Wendepunkte, Extrema/Hoch- und Tiefpunkte) aus Graphen und Deutung in Sachzusammenhängen (ohne Differenzialrechnung)
- Nutzung von Potenz-, Logarithmus- und Wurzelgesetzen sowie Verwendung von Exponential-, Logarithmus- und Wurzelgleichungen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme
- Anwendung der Exponentialfunktion bei der Beschreibung und Bearbeitung von Wachstumsprozessen
- Beschreibung realer Situationen mit Umkehrfunktionen (zeichnerische und rechnerische Ermittlung) zu linearen Funktionen, Potenz-, Wurzel- und Exponentialfunktionen
- Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme, Anwendung des Gaußschen Algorithmus für Systeme mit mehr als zwei Gleichungen

(III) Erweiterung und Vernetzung

- Beschreibung von Kreisen (Mittelpunktslage, allgemeine Lage) in der Ebene, Kreisgleichungen
- Lagebeziehungen zwischen Kreis und Gerade
- Bestimmung von Tangentengleichungen
- Bildungsvorschriften und Eigenschaften (Monotonie, Beschränktheit) elementarer Zahlenfolgen, arithmetischer und geometrischer Zahlenfolgen
- Grenzwert von Zahlenfolgen und Grenzwertsätze

Kompetenzerwerb im Themenfeld

Der Bereich Koordinatengeometrie und Funktionen dient der Festigung, der Vertiefung und der Ergänzung von in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen. Die inhaltsbezogenen Kompetenzen Messen, Strukturieren in der Ebene und im Raum, funktionaler Zusammenhang und mathematisches Modellieren bestimmen dieses Kapitel. Die Lerninhalte werden in Anwendungszusammenhängen unterrichtet. In Hinblick auf das Zentralabitur müssen die Schülerinnen und Schüler bei der Wiederholung und Vertiefung des Funktionsbegriffs und der verschiedenen Darstellungen von Funktionen mit verschiedenen Schreibweisen für Funktionen und mit der Fachsprache vertraut werden.

Die Schülerinnen und Schüler sollen dazu angehalten werden, vorhandenes Vorwissen auszutauschen, zu systematisieren und nach gemeinsamer Bearbeitung zu präsentieren. Sie begründen Schritte zur Ermittlung von bestimmten Funktionseigenschaften.

Reale Problemstellungen können durch angemessene Vereinfachung mit Hilfe von Funktionsgleichungen modelliert und gelöst werden.

Durch die Vertiefung des Gaußschen Algorithmus werden wesentliche Voraussetzungen für das Bearbeiten von Problemstellungen in der Qualifikationsphase (z.B. Untersuchung von Lagebeziehungen) geschaffen.

Die Betrachtung von Zahlenfolgen und Grenzwerten dient der Vorbereitung eines tieferen Verständnisses infinitesimaler Prozesse im Leistungskursfach (z.B. Grenzwerte von Funktionen) sowie der Sicherung und Weiterentwicklung algebraischer Fähigkeiten.

Die Einbeziehung von Kreis und Gerade im Leistungskursfach ist als Vorbereitung für das Verständnis im Stoffgebiet Analytische Geometrie/lineare Algebra (Kreis und Kugel) zu sehen und dient der Weiterentwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens. Die Eigenschaften des Kreises werden anschaulich aus der Ebene auf den Raum übertragen.

Durch Erhöhung der Komplexität der Aufgabenstellungen sollen die Schülerinnen und Schüler befähigt werden, Lösungsalgorithmen begründet zu wählen und über deren Anwendbarkeit zu reflektieren.

| Analysis – Geometrie | |
|---|--------------------------|
| (b) Beschreibung von Veränderungen mit Funktionen | |
| Grundkursfach | Leistungskursfach |
| <p>(I) Orientierungswissen – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen</p> <ul style="list-style-type: none"> • qualitative Betrachtung von Änderungsraten im Anwendungskontext (Tabelle, Graph, Term) • Beschreibung des Änderungsverhaltens eines Funktionsgraphen durch Skizzieren der Änderungsfunktion • mittlere Änderungsrate/mittlere Steigung einer Kurve an Beispielen • mittlere Steigung einer Kurve und Sekantenanstieg – Differenzenquotient • lokale Änderungsrate an einer Stelle/Steigung einer Kurve in einem Punkt und Tangentenanstieg – Differenzialquotient • Bestimmen der lokalen Änderungsrate in graphischen Darstellungen • Ermittlung von Ableitungsfunktionen durch graphisches Differenzieren und Deuten von Ableitungsfunktionen in Sachzusammenhängen | |

Kompetenzerwerb im Themenfeld

Ziel dieses Unterrichtsabschnitts ist die Entwicklung einer anschaulichen Vorstellung des Differenzialquotienten. Die mathematischen Zusammenhänge sind an konkreten Beispielen und in vielfältigen Sachbezügen zu entwickeln und anzuwenden.

Schwerpunktmäßig dient der Lernabschnitt mit einer Einführung in die Differenzialrechnung der Gewinnung des Ableitungsbegriffs. Die Ableitung ist sowohl als lokale Änderungsrate als auch als Tangentensteigung zu deuten. Die Ableitung ist als Grenzwert des Differenzenquotienten zu definieren. Dabei wird der Grenzwertbegriff propädeutisch verwendet, da exakte Konvergenzkriterien für Folgen ebenso wenig wie die entsprechenden Konvergenzkriterien für Funktionen als inhaltliche Voraussetzung zur Verfügung stehen. Eine sowohl anschaulich geprägte als auch nicht formale Herangehensweise ist von großer Bedeutung für das Verständnis des Ableitungsbegriffs.

Die zu behandelnden Eigenschaften von Funktionen erhalten in Anwendungskontexten zu interpretierende Bedeutungen. Unreflektierte und schematische Funktionsuntersuchungen sind zu vermeiden. Ein nur rezeptives Verwenden von Kriterien steht nicht im Vordergrund.

Das Unterrichtsthema sollte als ein Teilgebiet im 2. Halbjahr der Jahrgangsstufe 11 geplant werden, da es die im 1. Kurshalbjahr der Qualifikationsphase zu behandelnde Differenzialrechnung unmittelbar vorbereitet.

| | |
|---|--------------------------|
| Stochastik | |
| Grundkursfach | Leistungskursfach |
| (I) Orientierungswissen – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen <ul style="list-style-type: none"> • Zufall und Wahrscheinlichkeit • Kenngrößen • relative Häufigkeit eines Ereignisses • empirisches Gesetz der großen Zahlen • Ergebnis, Ereignis, Ergebnismenge | |
| (II) Anwendung und Vertiefung <ul style="list-style-type: none"> • Aufbereitung von Datenmengen • Graphische Darstellung von Datenmengen • Planen statistischer Erhebungen und berechnen von Häufigkeiten • Wahrscheinlichkeit von Ereignissen bestimmen • Baumdiagramme für mehrstufige Zufallsexperimente mit und ohne Zurücklegen • Laplace-Wahrscheinlichkeit • Pfadregeln, Produkt und Summenregel • Einfache kombinatorische Abzählverfahren | |

Kompetenzerwerb im Themenfeld

Weiterentwickelt werden die bereits bis zur Jahrgangsstufe 10 erworbenen Kompetenzen zum Erfassen, Darstellen und Zusammenfassen von Daten, im Modellieren zufälliger Vorgänge, die Fähigkeit im begründeten Schließen in unsicheren Situationen sowie die Fähigkeit, statistische Untersuchungen zu planen und zu beurteilen.

Anhang

Schnittmenge der Inhalte für den Unterricht in der Qualifikationsphase

Inhalte, die **sowohl** im *neuen Rahmenlehrplan für den Unterricht in der Qualifikationsphase* im Land Brandenburg (Kerncurriculum) **als auch** in den bisher geltenden „verbindlichen curricularen Vorgaben für den Unterricht in der gymnasialen Oberstufe“ enthalten sind, wurden **fett** gedruckt.

Grundkurs: Analysis - Differenzialrechnung

| Rahmenlehrplan (Kerncurriculum) | Verbindliche curriculare Vorgaben |
|---|---|
| (I) Orientierungswissen –grundlegende mathematische Begriffe und Ideen | Weiterführung der Differenzialrechnung |
| <ul style="list-style-type: none"> - Änderungsverhalten in verschiedenen Kontexten und Darstellungen (Tabelle, Graph) - mittlere und lokale Änderungsraten in realen und geometrischen Situationen (Differenzenquotient, Sekante, Tangente) - inhaltlich-anschaulicher Grenzwertbegriff - elementare Ableitungsregeln (Ableitung von Konstanten, von Summen und konstanten Vielfachen von Funktionen, Potenzregel) - Verlauf von Graphen (Monotonie, Symmetrie, Nullstellen, Verhalten im Unendlichen) ganzrationaler Funktionen in Anwendungszusammenhängen - Kriterien (notwendige Bedingung und inhaltliche Begründungen) für die Existenz und Lage von lokalen und globalen Extremstellen und Wendestellen | <ul style="list-style-type: none"> - Produktregel, Kettenregel, Quotientenregel und Verknüpfungen - Wachstumsprozesse mit der Gleichung $f(t) = a e^{bt}$ - Ableitungen von Exponentialfunktionen (Basis e) - Untersuchung von Funktionenscharen ganzrationaler Funktionen, von Funktionen und Funktionenscharen gebrochen rationaler Funktionen und solcher Funktionen, die durch Verknüpfung (Produkt, Quotient) bzw. Verkettung aus Exponentialfunktionen mit ganzrationalen Funktionen gebildet werden auf folgende Eigenschaften: Definitionsbereich, Wertebereich, Verhalten im Unendlichen, Verhalten an den Polstellen, lokale und globale Extrempunkte, Wendepunkte, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Darstellung der Graphen aus den ermittelten Eigenschaften - Ortskurven - Extremwertaufgaben mit Nachweis der Globalität |
| (II) Anwendung und Vertiefung | |
| <ul style="list-style-type: none"> - Datenerhebung und Modellieren von Anwendungssituationen durch Auswahl geeigneter Funktionen - Änderungsraten in Wachstums- und Zerfallsprozessen (mit linearen Funktionen, Exponential- und Potenzfunktionen) - Produktregel, Kettenregel für lineare innere Funktionen - Extremalprobleme in Anwendungen, inhaltlich - anschauliche Diskussion der Zielfunktion - erste und zweite Ableitungsfunktion im Anwendungskontext (inhaltliche Interpretation) - Nullstellenbestimmung durch Intervallhalbierung | |

Grundkurs: Analysis – Integralrechnung

| Rahmenlehrplan (Kerncurriculum) | Verbindliche curriculare Vorgaben |
|---|---|
| (I) Orientierungswissen – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen | <i>Einführung in die Integralrechnung</i> |
| <ul style="list-style-type: none"> - Rekonstruktion eines Bestandes aus Änderungsraten in Anwendungssituationen (z. B. Wasserstand, zurückgelegter Weg) – als diskrete Modellierung und als anschaulicher Grenzprozess - Flächenbestimmung als Grenzprozess einer Ausschöpfung mit infinitesimalen Flächenstücken (z. B. durch Unter- und Obersummen) - bestimmtes Integral von linearen Funktionen und Potenzfunktionen - Additivität der Grenzen und Linearität des bestimmten Integrals (anschauliche Begründung und Anwendung) - Plausibilität des Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechnung an kontinuierlichen und diskreten Beispielen (z. B. Kontostand) | <ul style="list-style-type: none"> - Begriff Stammfunktion und unbestimmtes Integral - Grundintegral $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \in \mathbb{Q}, n \neq -1$ - Regeln für die Berechnung von Stammfunktionen (Summenregel, Faktorregel, Integration durch lineare Substitution) - Integration der Potenzfunktionen und der e-Funktion - Grundintegral $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c$ - Bestimmtes Integral - Berechnung der Flächeninhalte für Flächen, die von Funktionsgraphen, Koordinatenachsen bzw. Geraden vollständig begrenzt werden, für ganzrationale, ausgewählte gebrochen rationale Funktionen, Exponentialfunktionen und Wurzelfunktionen |
| (II) Anwendung und Vertiefung | <i>Volumina von Rotationskörpern</i> |
| <ul style="list-style-type: none"> - Stammfunktionen und Integrale von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen mit linearer innerer Funktion - Bestandsrekonstruktion in verschiedenen einfachen Anwendungskontexten - Berechnung von Flächen unter und zwischen Funktionsgraphen in einfachen Anwendungskontexten | <ul style="list-style-type: none"> - Gleichungen und Graphen von Umkehrfunktionen - Berechnung der Volumina von Rotationskörpern (auch zusammengesetzte Körper), die durch Rotation von Funktionsgraphen um x-Achse bzw. y-Achse entstehen - Berechnung von Integrationsgrenzen bzw. Scharparametern bei gegebenem Volumen |
| | <i>Integrierende Wiederholungen und Vertiefungen</i> |
| | <ul style="list-style-type: none"> - komplexe Aufgabenstellungen, in denen Funktionsuntersuchungen (Funktionsarten s. o.) mit der Berechnung von Flächeninhalten und Extremwertproblemen verbunden sind - komplexe Aufgabenstellungen, in denen Funktionsuntersuchungen (Funktionsklassen s.o.) mit der Berechnung von Flächen- und Volumenmaßzahlen verbunden sind - Untersuchung solcher Flächen- und Volumenmaßzahlen auf Extrema und Grenzwerte |

Leistungskurs: Analysis - Differenzialrechnung

| Rahmenlehrplan (Kerncurriculum) | Verbindliche curriculare Vorgaben |
|---|--|
| <p><i>(I) Orientierungswissen – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Änderungsverhalten in verschiedenen Kontexten und Darstellungen (Tabelle, Graph) - mittlere und lokale Änderungsraten in realen und geometrischen Situationen (Differenzenquotient, Sekante, Tangente) - inhaltlich-anschaulicher Grenzwertbegriff - elementare Ableitungsregeln (Ableitung von Konstanten, von Summen und konstanten Vielfachen von Funktionen, Potenzregel) - Verlauf von Graphen (Monotonie, Symmetrie, Nullstellen, Verhalten im Unendlichen) ganzrationaler Funktionen in Anwendungszusammenhängen - Kriterien (notwendige Bedingung und inhaltliche Begründungen) für die Existenz und Lage von lokalen und globalen Extremstellen und Wendestellen | <p><i>Weiterführung der Differenzialrechnung</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - weitere Ableitungsregeln (Quotientenregel, Kettenregel, Umkehrregel) - Umkehrfunktionen: Existenznachweis, Funktionsterm, Ableitung - Untersuchung von Funktionen, Funktionenscharen und ihren Graphen auf: Definitionsbereich, Wertebereich, Symmetrie zur y-Achse, Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Polstellen, Asymptoten, Grenzwerte, Monotonieuntersuchung mit 1. Ableitung, lokale und globale Extrempunkte, Wendepunkte - Darstellung der Graphen für gebrochen rationale Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen, Wurzelfunktionen - Gleichungen der Ortskurven von Extrem- und Wendepunkten - Berechnung von Grenzwerten über Grenzwertsätze (Summe, Produkt, Quotient) in Verbindung mit geeigneten Abschätzungen |
| <p><i>(II) Anwendung, Vertiefung und Systematisierung</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Modellieren von Anwendungssituationen durch Funktionen und Funktionsscharen (natürliche Logarithmus- und Exponentialfunktionen, Wurzelfunktionen, gebrochen rationale Funktionen) - Modellieren von Anwendungssituationen mit Funktionen durch Auffinden geeigneter Parameter - Erzeugung funktionaler Zusammenhänge durch Verkettung, Verknüpfung und abschnittsweise Definition - allgemeine Eigenschaften von Funktionen (Grenzwert von Zahlenfolgen, Stetigkeit und Differenzierbarkeit und deren Zusammenhang) - Produkt-, Quotienten- und Kettenregel - Extremalprobleme in inner- und außermathematischen Situationen - notwendige Bedingung und hinreichende Bedingungen für die Existenz von lokalen Extrem- bzw. Wendestellen - Nullstellenbestimmung mit dem NEWTON-Verfahren | |
| <p><i>(III) Erweiterung und Vernetzung</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Modellierungen mit trigonometrischen Funktionen (auch Extremwertprobleme) - Eigenschaften gebrochen rationaler Funktionen (Polstellen, senkrechte, waagerechte und schiefe Asymptoten) | |

Leistungskurs: Analysis – Integralrechnung

| Rahmenlehrplan (Kerncurriculum) | Verbindliche curriculare Vorgaben |
|---|---|
| (I) Orientierungswissen – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen | <i>Integralrechnung</i> |
| <ul style="list-style-type: none"> - Rekonstruktion eines Bestandes aus Änderungsraten in Anwendungssituationen (z. B. Wasserstand, zurückgelegter Weg) – als diskrete Modellierung und als anschaulicher Grenzprozess - Flächenbestimmung als Grenzprozess einer Ausschöpfung mit infinitesimalen Flächenstücken (z. B. durch Unter- und Obersummen) - bestimmtes Integral von linearen Funktionen und Potenzfunktionen - Additivität der Grenzen und Linearität des bestimmten Integrals (anschauliche Begründung und Anwendung) - Plausibilität des Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechnung an kontinuierlichen und diskreten Beispielen (z. B. Kontostand) | <ul style="list-style-type: none"> - Stammfunktionen - unbestimmtes Integral - Definition und Eigenschaften des bestimmten Integrals - Grundintegral $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \in \mathbb{Q}, n \neq -1$ - Integrationsregeln (Faktorregel, Summenregel, Integration durch lineare Substitution, Integration durch Substitution, partielle Integration und Verknüpfungen) - Berechnung bestimmter Integrale - Anwendung der Integralrechnung bei der Flächenberechnung von begrenzten Flächen (Fläche zwischen Graph und x-Achse, Fläche zwischen Graph und y-Achse, Fläche zwischen Graphen) für rationale Funktionen, Wurzelfunktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen (Basis e) - Anwendung der Integralrechnung zur Volumenberechnung von Rotationskörpern bei Rotation des Graphen um die x-Achse bzw. um die y-Achse - uneigentliche Integrale |
| (II) Anwendung, Vertiefung und Systematisierung | <i>Integrierende Wiederholungen und Vertiefungen</i> |
| <ul style="list-style-type: none"> - geometrisch-anschauliche Begründung des Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechnung - Stammfunktionen und Integrale von ganzrationalen Funktionen, Logarithmus- und Exponentialfunktionen und trigonometrischen Funktionen - Berechnung von Flächen unter und zwischen Funktionsgraphen und Bestandsrekonstruktionen in Anwendungskontexten - Berechnung von Rotationsvolumina bei Rotation um die Abszissenachse | <ul style="list-style-type: none"> - komplexe Aufgabenstellungen, in denen Funktionsuntersuchungen (Funktionsklassen s.o.) mit der Berechnung von Flächen- und Volumenmaßzahlen verbunden sind - Untersuchung solcher Flächen- und Volumenmaßzahlen auf Extrema und Grenzwerte |
| (III) Erweiterung und Vernetzung | |
| <ul style="list-style-type: none"> - Integration mittels Substitution als Umkehren der Kettenregel und partielle Integration als Umkehrung der Produktregel - Beschränktheit und Unbeschränktheit beim uneigentlichen Integral - näherungsweise numerische Bestimmung von Integralen (z. B. mit Trapezsummen) | |

Grundkurs: Analytische Geometrie und lineare Algebra

| Rahmenlehrplan (Kerncurriculum) | Verbindliche curriculare Vorgaben |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> - ebene Flächen und Körper im räumlichen Koordinatensystem und in Schrägbilddarstellung auch aus Anwendungskontexten - Abstände von Punkten im Raum - Addition und Vervielfachung von Vektoren (als vereinfachende Schreibweise und in anschaulicher Darstellung) - vektorielle Berechnung von Längen | <p><i>Räumliches kartesisches Koordinatensystem</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Darstellung von Punktmenge - Länge einer Strecke |
| | <p><i>Vektoren im Anschauungsraum</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Vektorbegriff, Vektor als Pfeilkategorie, Begriffe: Orts-, Null- und Gegenvektor - Addition und Subtraktion von Vektoren - Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl - Koordinatendarstellung von Vektoren, Rechnen mit Vektoren - Betrag eines Vektors - Mittelpunkt einer Strecke - Einheitsvektor - Lineare Abhängigkeit/Unabhängigkeit, Linearkombination |
| | <p><i>Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Gauß-Verfahren |
| | <p><i>Affine Geometrie - Geraden und Ebenen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Parametergleichung (Vektorgleichung) einer Geraden, Begriffe: Parameter, Stützvektor, Richtungsvektor - Lagebeziehung zwischen Punkt und Gerade (Punktprobe) - Lagebeziehungen zwischen Geraden (Schnittpunkt, parallel, identisch, windschief) - Geradenscharen - Parametergleichung und Koordinatengleichung einer Ebene, Begriffe: Stützvektor, Spannvektor - Lagebeziehungen zwischen Punkt und Ebene, Gerade und Ebene (Durchstoßpunkt, Spurpunkt), Ebene und Ebene (Schnitt- und Spurgerade) |
| | <ul style="list-style-type: none"> - Darstellung von Geraden, Ebenen, Strecken, ebenen Flächen und Körpern im Raum mithilfe von Koordinaten und Vektoren - relative Lage von Gerade und Gerade - Ebenengleichungen (Parameter-, Koordinatenform) - relative Lage von Gerade und Ebene und Ebene und Ebene |
| <ul style="list-style-type: none"> - vektorielle Berechnung von Längen, Winkeln und Flächeninhalten räumlicher Figuren unter Anwendung des Skalarproduktes | <p><i>Metrische Geometrie</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Skalarprodukt und seine Eigenschaften - Winkel zwischen zwei Vektoren - Schnittwinkel zwischen zwei Geraden, Orthogonalität |
| <ul style="list-style-type: none"> - Ebenengleichung (Normalenform) - Abstandsbestimmung von Punkt zur Ebene | <p><i>Weiterführung der metrischen Geometrie</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Normalenvektor - Normalen- und Koordinatenform von Ebenengleichungen - Abstandsberechnungen: <ul style="list-style-type: none"> o Abstand eines Punktes von einer Ebene o Abstand zueinander paralleler Ebenen o Abstand einer zu einer Ebene parallelen Geraden |

| | |
|---|--|
| <p>- vektorielle Berechnung von Längen, Winkeln und Flächeninhalten räumlicher Figuren unter Anwendung des Skalarproduktes</p> | <ul style="list-style-type: none"> ○ Abstand zueinander paralleler Geraden ○ Abstand eines Punktes von einer Geraden <p>- Schnittwinkel zwischen Gerade und Ebene und zwischen zwei Ebenen</p> |
| | <p><i>Kugel</i></p> |
| | <ul style="list-style-type: none"> - Kugelgleichung in vektorieller und in Koordinatenform - Lagebeziehung von Kugel und Ebene (Schnittkreis, Tangentialebene) |
| | <p><i>komplexe Aufgabenstellungen</i></p> |
| | <ul style="list-style-type: none"> - komplexe Aufgabenstellungen zu Lagebeziehungen, Winkel- und Abstandsberechnungen unter Verwendung von Punkt- und Geradenscharen und Ebenen - komplexe Aufgabenstellungen zu Lagebeziehungen, Winkel- und Abstandsberechnungen unter Verwendung von Punkt-, Geraden-, Ebenen- und Kugelscharen |

Leistungskurs: Analytische Geometrie und lineare Algebra

| Rahmenlehrplan (Kerncurriculum) | Verbindliche curriculare Vorgaben |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> - ebene Flächen und Körper im räumlichen Koordinatensystem und in Schrägbilddarstellung auch aus Anwendungskontexten - Abstände von Punkten im Raum - Addition und Vervielfachung von Vektoren (als vereinfachende Schreibweise und in anschaulicher Darstellung) - Abstände von Punkten im Raum - lineare Abhängigkeit/ Unabhängigkeit, Vektorraum, Basis und Dimension - Lösungen von Gleichungssystemen mit höchstens drei Gleichungen und geometrische Darstellung der Lösungsmenge - Gaußscher Algorithmus - Darstellung von Geraden, Ebenen, Strecken, ebenen Flächen und Körpern im Raum mithilfe von Koordinaten und Vektoren - relative Lage von Gerade und Gerade - Ebenengleichungen (Parameter- und Koordinatenform) - Relative Lage von Gerade und Ebene und Ebene und Ebene - ebene Flächen und Körper im räumlichen Koordinatensystem und in Schrägbilddarstellung auch aus Anwendungskontexten | <p><i>Räumliches kartesisches Koordinatensystem</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Darstellung von Punktmenge - Länge einer Strecke |
| | <p><i>Vektoren im Anschauungsraum</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Vektorbegriff, Vektor als Pfeilkategorie, Begriffe: Nullvektor, Gegenvektor, geschlossenen Vektorkette - Addition und Subtraktion von Vektoren - Kommutativgesetz, Assoziativgesetz - Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl - Distributivgesetz, Assoziativgesetz - Koordinatendarstellung von Vektoren, Rechnen mit Vektoren - Betrag eines Vektors - Mittelpunkt einer Strecke - Einheitsvektor - Lineare Abhängigkeit/Unabhängigkeit, Linearkombination - Kollinearität, Komplanarität |
| | <p><i>Lineare Gleichungssysteme</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Gauß-Verfahren - Homogene und inhomogene lineare Gleichungssysteme - Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme |
| | <p><i>Affine Geometrie - Geraden und Ebenen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Parametergleichung (Vektorgleichung) einer Geraden, - Lagebeziehung zwischen Punkt und Gerade - Lagebeziehungen zwischen Geraden (Schnittpunkt, parallel, identisch, windschief) - Parametergleichung und Koordinatengleichung einer Ebene, - Lagebeziehungen zwischen Punkt und Ebene, Gerade und Ebene (Durchstoßpunkt, Spurpunkt), Ebene und Ebene (Schnittgerade, Spurgerade) - Zeichnerische Darstellung von Ebenen im kartesischen Koordinatensystem - Geradenscharen - Ebenenscharen |

Grundkurs: Stochastik

| Rahmenlehrplan (Kerncurriculum) | Verbindliche curriculare Vorgaben |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> - Zufallsexperimente - Wahrscheinlichkeitsbegriff - Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten - (kombinatorische Hilfsmittel, Urnenmodell, Baumdiagramme und Vierfeldertafeln) - Binomialverteilung (Formel von Bernoulli, tabellarische Darstellung) | <p><i>Wiederholung, Vertiefung und Erweiterung des Stoffes „Wahrscheinlichkeitsrechnung“ aus der Einführungsphase</i></p> |
| | <ul style="list-style-type: none"> - Zufallsexperimente, Ergebnisse, Ereignisse, Ereignisalgebra - Statistischer und klassischer Wahrscheinlichkeitsbegriff - Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten, Additionssatz - (kombinatorische Hilfsmittel, Urnenmodell, Baumdiagramm, Pfadregel) |
| | <p><i>Zufallsgrößen und deren Wahrscheinlichkeitsverteilung</i></p> |
| | <ul style="list-style-type: none"> - Definition von Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilung - Ermittlung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen - Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung von Zufallsgrößen - Interpretation von Erwartungswert und Standardabweichung |
| | <p><i>Binomialverteilung als spezielle diskrete Verteilung</i></p> |
| | <ul style="list-style-type: none"> - Bernoulli-Experiment - Definition von Bernoulli-Kette und Binomialverteilung - Eigenschaften der Binomialverteilung - Tabellen zur Binomialverteilung - Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen |
| | <p><i>Integrierende Wiederholung und Vertiefung</i></p> |
| <ul style="list-style-type: none"> - komplexe Aufgabenstellungen mit Anwendungsbezug (Qualitätsprüfungen, Glücksspiele) zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und deren Kenngrößen nach o.g. Modellen und Verteilungsgesetzen | |

Leistungskurs: Stochastik

| Rahmenlehrplan (Kerncurriculum) | Verbindliche curriculare Vorgaben |
|--|---|
| | <i>Wiederholung, Vertiefung und Erweiterung des Stoffes „Wahrscheinlichkeitsrechnung“ aus der Einführungsphase</i> |
| <ul style="list-style-type: none"> - Zufallsexperimente - Wahrscheinlichkeitsbegriff - Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten - (kombinatorische Hilfsmittel, Urnenmodell, Baumdiagramme und Vierfeldertafeln) | <ul style="list-style-type: none"> - Zufallsexperimente, Ergebnisse, Ereignisse, Ereignisalgebra - Statistischer, klassischer und axiomatischer Wahrscheinlichkeitsbegriff (Axiomensystem von Kolmogorow) - Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten, Additionssatz - (kombinatorische Hilfsmittel, Urnenmodell, Baumdiagramm, Pfadregel) |
| | <i>Bedingte Wahrscheinlichkeit</i> |
| <ul style="list-style-type: none"> - bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit in Anwendungssituationen (Satz von Bayes) | <ul style="list-style-type: none"> - Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit - Multiplikationssatz (Produktsatz) - Satz der totalen Wahrscheinlichkeit - Formel von Bayes - (stochastische) Unabhängigkeit von Ereignissen |
| | <i>Zufallsgrößen und deren Wahrscheinlichkeitsverteilung</i> |
| <ul style="list-style-type: none"> - Zufallsgrößen und deren Wahrscheinlichkeitsverteilung (Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung) | <ul style="list-style-type: none"> - Definition von Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilung - Ermittlung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen - Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung von Zufallsgrößen - Interpretation von Erwartungswert und Standardabweichung |
| | <i>Binomialverteilung als spezielle diskrete Verteilung</i> |
| <ul style="list-style-type: none"> - Binomialverteilung (Formel von Bernoulli, Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung) | <ul style="list-style-type: none"> - Bernoulli-Experiment - Definition von Bernoulli-Kette und Binomialverteilung - Eigenschaften der Binomialverteilung - Tabellen zur Binomialverteilung - Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen |
| | <i>Normalverteilung als Approximation der Binomialverteilung durch die Standardnormalverteilung</i> |
| <ul style="list-style-type: none"> - Normalverteilung als Grenzfall der Binomialverteilung | <ul style="list-style-type: none"> - standardisierte Zufallsgrößen - Standardisierung der Binomialverteilung |
| | <i>Integrierende Wiederholung und Vertiefung</i> |
| <ul style="list-style-type: none"> - zweiseitige Hypothesentests bei Binomialverteilung - Signifikanzbegriff, Fehler 1. und 2. Art | <ul style="list-style-type: none"> - komplexe Aufgabenstellungen mit Anwendungsbezug zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und deren Kenngrößen nach o.g. Modellen und Verteilungsgesetzen |