

Implementationsbrief zum Rahmenlehrplan Sekundarstufe I Mathematik

Ludwigsfelde, September 2008

Liebe Kolleginnen und Kollegen,

zum Schuljahr 2008/2009 wurden für die Sekundarstufe I im Land Brandenburg neue Rahmenlehrpläne in Kraft gesetzt, auch für das Fach Mathematik. Sie gelten zunächst für die 7. bis 9. Jahrgangsstufe, ein Jahr später dann auch für die Jahrgangsstufe 10. Der Rahmenlehrplan für das Fach Mathematik bringt einige Neuerungen mit sich. Gleichzeitig knüpft er an den im Jahre 2002 eingeführten Plan an und setzt die damals begonnene Entwicklung konsequent fort.

Was ist neu und warum ?

In den vergangenen Jahren erfolgten diverse Veränderungen im brandenburgischen Bildungssystem, die auch Auswirkungen auf den Mathematikunterricht der Sekundarstufe I haben. Folgende Prozesse waren maßgeblich für die Erstellung der neuen Rahmenlehrpläne in der Sekundarstufe I:

- neue Rahmenlehrpläne für die Primarstufe, gemeinsam mit den Bundesländern Mecklenburg-Vorpommern, Berlin und Bremen (gültig ab 2004)
- neue Rahmenlehrpläne für die GOST, gemeinsam mit den Bundesländern Mecklenburg-Vorpommern und Berlin (gültig ab 2006)
- Schulzeitverkürzung im Bildungsgang *Allgemeine Hochschulreife*
- bundesweite Umsetzung der KMK-Bildungsstandards (gültig seit 2003)

Auf der Grundlage dieser Voraussetzungen und unter Berücksichtigung der Rahmenlehrpläne des Landes Brandenburg (2002) und des Landes Berlin (2006) wurde dieser Rahmenlehrplan entwickelt.

Aus den KMK-Standards wurde das Kompetenzmodell mit prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen übernommen. Die Eingangsvoraussetzungen des Rahmenlehrplans Mathematik für die GOST wurden vollständig berücksichtigt.

Um die Lesbarkeit zu verbessern wurden die fachlichen Inhalte mit den inhaltsbezogenen Kompetenzen im Kapitel 3 zu inhaltsbezogenen Standards zusammengefasst. Diese wurden bewusst konkretisiert um einheitliche Voraussetzungen für die zentrale Prüfung am Ende der Jahrgangsstufe 10 zu schaffen, z. B.:



Leitidee Messen

Standards für die Doppeljahrgangsstufe 7 / 8	
	Die Schülerinnen und Schüler
↔	- ermitteln Volumen von geraden Prismen, geraden Pyramiden mit quadratischer Grundfläche und geraden Kreiszylindern sowie den Oberflächeninhalt von Quadern und geraden Kreiszylindern, lösen entsprechende Problemstellungen in Sachkontexten.
↔ ↔	- ermitteln Kantenlängen, Oberflächeninhalt und Volumen gerader dreiseitiger Prismen und gerader Pyramiden mit rechteckiger Grundfläche,
↔ ↔ ↔	- ermitteln Volumen und Oberflächeninhalt von geraden Prismen, deren Grundflächen Vielecke sind.

Die schulformbezogenen inhaltlichen Differenzierungen sind anhand der Symbole „↔“, „↔ ↔“, „↔ ↔ ↔“ eindeutig zu erkennen.

Die im Kapitel 4 aufgeführten Themenfelder sind als Struktur für einen schulinternen Lehrplan geeignet. Jedoch ist ihre Reihenfolge nicht verbindlich. Es ist möglich, Themenfelder schulintern zusammenzufassen, sie zu teilen oder Teile verschiedener Themenfelder zu einem schulinternen Themengebiet zusammenzusetzen. Dem Prinzip des kumulativen Lernens folgend, sollten ausgewählte Themengebiete auf die zwei betreffenden Schuljahre innerhalb einer Doppeljahrgangsstufe verteilt werden.

Vom Rahmenlehrplan zum schulinternen Fachplan

Ausgehend von den Hinweisen zu „Themen und Inhalte“ in Kapitel 4 sind entsprechende inhaltsbezogene Standards aus den zu berücksichtigenden Leitideen (Kapitel 3.2) auszuwählen. Diese sind mit den prozessbezogenen Standards aus Kapitel 3.1 auf geeignete Weise zu verknüpfen.

Eine mögliche Vorgehensweise zeigt das folgende **Beispiel**:

Unterrichtsthema: Kreis
 Doppeljahrgangsstufe: 7/8
 Themenfelder: „Ebene Figuren konstruieren und berechnen“
 „Beziehungen in Ebene und Raum“
 zu berücksichtigende Leitideen: - Messen
 - Raum und Form

a) entsprechende inhaltsbezogene Standards(Leitideen):
(siehe Kapitel 3.2 des RLP Mathematik)

Leitidee Messen

	Standards für das Ende der Klasse 8	Standards für das Ende der Klasse 10
	Die Schülerinnen und Schüler	Die Schülerinnen und Schüler
↔	<ul style="list-style-type: none"> - nutzen die Einheiten für Größen, insbesondere für Zeit, Masse, Geld, Länge, Fläche, Volumen und Winkel der Aufgabenstellung entsprechend und wandeln sie gegebenenfalls um, - schätzen Größen mit Hilfe alltagsbezogener Repräsentanten, - ermitteln Flächeninhalt und Umfang von Vierecken, Dreiecken und Kreisen durch Berechnung, - bestimmen Flächeninhalte krummlinig begrenzter Figuren näherungsweise durch Auszählen, - ermitteln Volumen von geraden Prismen, geraden Pyramiden mit quadratischer Grundfläche und geraden Kreiszylindern, sowie den Oberflächeninhalt von Quader und geraden Kreiszylindern, lösen entsprechende Problemstellungen in Sachkontexten. 	<ul style="list-style-type: none"> - wählen Einheiten von Größen, insbesondere bei sehr großen oder sehr kleinen Größenangaben, situationsgerecht aus und wandeln sie gegebenenfalls um, - ermitteln Flächeninhalt und Umfang von zusammengesetzten Flächen, - berechnen das Volumen und den Oberflächeninhalt von geraden Prisma mit drei- und viereckiger Grundfläche, geraden Pyramiden mit rechteckiger Grundfläche, geraden Kreiskegeln und Kugeln auch in Sachzusammenhängen - berechnen Volumina von zusammengesetzten Körpern auch in Sachzusammenhängen, - berechnen Winkel und Längen in rechtwinkligen Dreiecken mit Hilfe von Sinus, Kosinus und Tangens, - nutzen die trigonometrischen Beziehungen in rechtwinkligen Dreieck und den Sinussatz in beliebigen Dreiecken zur Berechnung von Längen und Winkeln, auch in Sachzusammenhängen, - nutzen die Formel $A = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$ zur Berechnung von Dreiecksflächen.
↔↔	- begründen Flächeninhaltsformeln (Dreiecke, Vierecke)	- berechnen Winkel und Längen in beliebigen Dreiecken durch Zerlegung

Ermitteln Flächeninhalt und Umfang von Vierecken, Dreiecken und Kreisen durch Berechnung



Leitidee Raum und Form

	Standards für das Ende der Klasse 8	Standards für das Ende der Klasse 10
	Die Schülerinnen und Schüler	Die Schülerinnen und Schüler
↔	<ul style="list-style-type: none"> - identifizieren geometrische Strukturen in der Umwelt, - beschreiben Eigenschaften von Figuren mit Hilfe von Symmetrie, Innenwinkelsatz, Kongruenz und Ähnlichkeit, - analysieren und klassifizieren Winkel, Dreiecke und Vierecke systematisch, - konstruieren Dreiecke aus gegebenen Winkel- und Seitenmaßen unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck und dynamischer Geometriesoftware, konstruieren besondere Linien im spitzwinkligen Dreieck (Höhe, Seitenhalbierende, Winkelhalbierende, Mittelsenkrechte) und den Umkreis eines Dreiecks, - erkunden geometrische Zusammenhänge (u.a. Satz des Thales) durch den Einsatz dynamischer Geometriesoftware, - unterscheiden Lagebeziehungen zwischen Gerade und Kreis (Passante, Sekante, Sehne, Tangente), - wenden Sätze der ebenen Geometrie, insbesondere den Satz des Pythagoras, bei Konstruktionen und Berechnungen an, - fertigen zu Modellierungsaufgaben sachgerechte Skizzen an, - arbeiten mit geeigneten Maßstäben, vergrößern und verkleinern ebene Figuren mittels zentrischer Streckung, berechnen Seitenlängen vergrößerter und verkleinerter Flächen, - nutzen Ähnlichkeitsbeziehungen und den Satz des Pythagoras für Berechnungen in Sachzusammenhängen, - stellen gerade Pyramiden mit rechteckiger Grundfläche und gerade Prismen im Schrägbild dar, - entwerfen Netze von geraden Körpern (Prismen, Kreiszylinder und Pyramiden), 	<ul style="list-style-type: none"> - analysieren und klassifizieren gerade Körper (Prisma, Kreiszylinder, Pyramide, Kreiskegel, Kugel), - vertiefen ihre Fähigkeiten zur Anfertigung von Skizzen und Planfiguren bei - skizzieren Schrägbild Netze von geraden Körpern, diese zu Berechnungen, stellen zusammengesetzte Sachzusammenhänge im Schrägbild dar,
		<ul style="list-style-type: none"> - untersuchen Fragen der Lösbarkeit, Lösungsvielfalt von Konstruktionaufgaben und form Begründungen, - konstruieren den Schwerpunkt eines Dreiecks, Kreises, ermitteln Umfang und Flächeninhalt von Kreissektoren, ermitteln Flächeninhalt und Umfang von Figuren, die auch Kreissektoren beinhalten, - beschreiben Eigenschaften von Ecken und stellen sie dar,

Identifizieren geometrische Strukturen in ihrer Umwelt

erkunden geometrische Zusammenhänge (u.a. Satz des Thales) durch den Einsatz dynamischer Geometriesoftware

Unterscheiden Lagebeziehungen zwischen Gerade und Kreis (Passante, Sekante, Tangente)

Erkennen Zusammenhang zwischen Zentri- und Peripheriewinkel eines Kreises auch mit dynamischer

Beweisen und verwenden den Satz des Thales

Ermitteln Umfang und Flächeninhalt von Kreissektoren und Figuren, die Kreissektoren

Konstruieren Tangenten in einem Kreispunkt

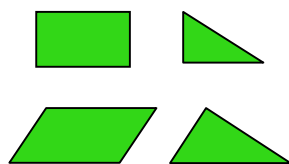
Nach der Zusammenstellung der vom Rahmenlehrplan geforderten inhaltlichen Standards erfolgt die schulinterne Strukturierung. Mögliche Varianten werden im Weiteren beschrieben: Um dem kumulativen Charakter des Mathematikunterrichtes gerecht zu werden, bietet es sich an, das Thema Kreis in ein Themengebiet zur Geometrie einzubetten. Ausgehend vom Rechteck lassen sich z. B. die Flächeninhaltsformeln von rechtwinkligen Dreiecken, Parallelogrammen und allgemeinen Dreiecken ableiten. Die Thematik kann auf Prismen ausgedehnt werden, indem Prismen mit ebendiesen Grundflächen betrachtet werden, muss aber nicht. Betrachtet man im Unterricht die Dreiecke etwas intensiver, so kann man über den Umkreis erstmalig zum Problem Kreis gelangen. Die Fragestellung „Wie berechnet man Kreise?“ ergibt sich zwangsläufig. Die Lösung des Problems führt zur Zahl π und den entsprechenden Formeln.

An dieser Stelle gibt es 2 Möglichkeiten:

- zuvor thematisierte Prismen um die Kreiszyylinder erweitern
- weitere Betrachtungen zum Kreis durch Sätze am Kreis.

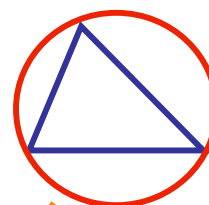
Die folgende Grafik zeigt die oben beschriebenen verschiedenen Einbettungsmöglichkeiten:

- Vorhandenes Grundwissen : wiederholen, vertiefen, systematisieren

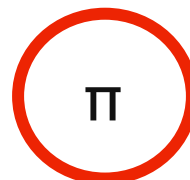


-Grundverständnis von Fläche und Umfang

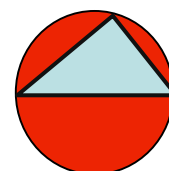
weiterführen



Neues entdecken



Sätze



Prismen

Kreiszyylinder

Kreise berechnen

b) Zuordnung prozessbezogener Kompetenzen:

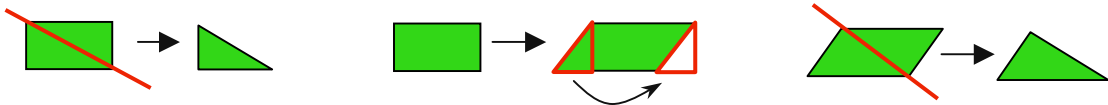
Der Planung der inhaltlichen Kompetenzen muss eine Planung der prozessbezogenen Kompetenzen folgen. Deren Auswahl ergibt sich aus verschiedenen Aspekten, wie z. B.

- bereits erreichte Niveaustufen der Lerngruppe
- Passfähigkeit zur beabsichtigten didaktischen Vorgehensweise
- Eignung der prozessbezogenen Kompetenz als Mittel zum Erreichen eines oder mehrerer inhaltsbezogener Standards

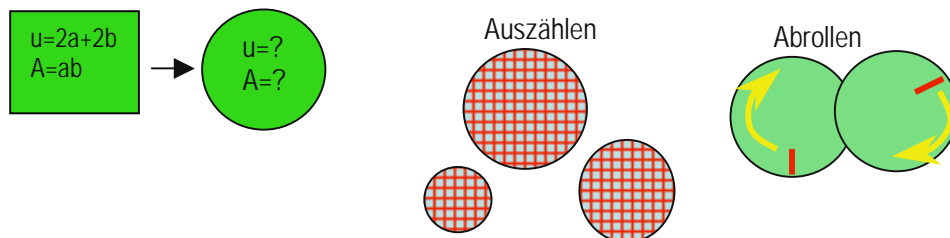
Die im Folgenden angeführten prozessbezogenen Kompetenzen sind im Rahmenlehrplan in den Kapiteln 2.2 und 3.1 beschrieben.

Beispiele:

- Argumentieren:
 - Begründung der Flächeninhaltsformeln für rechtwinklige Dreiecke und für Parallelogramme, ausgehend von der für Rechtecke
 - Begründung der Flächeninhaltsformel für allgemeine Dreiecke, ausgehend von der für Parallelogramme



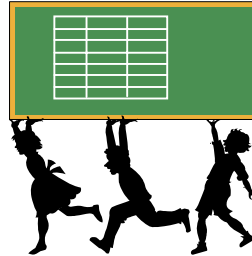
- Probleme lösen: Ausgehend von der Berechenbarkeit von Rechtecken, Parallelogrammen oder Dreiecken stellt sich das Problem der Ermittlung des Flächeninhaltes und Umfanges von Kreisen. Je nach Niveaustufe können Schüler hier eigene Strategien mit oder ohne Hilfestellung des Lehrers entwickeln.



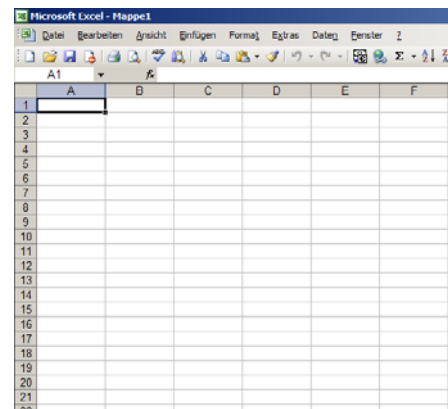
Weitere Problemlösestrategien wären:

- **Zerlegungsprinzip** → In welche Teilprobleme lässt sich das Problem zerlegen?
- **Analogieprinzip** → Habe ich ähnliche Probleme bereits gelöst?
- **Vorwärtsgehen** → Was lässt sich alles aus den gegebenen Daten folgern?
- **Rückwärtsarbeiten** → Was wird benötigt, um das Gesuchte zu erhalten?
- **Veranschaulichung durch Figuren, Tabelle, Skizze**

- Kommunizieren: Bei entsprechend gewählter Sozialform in den verschiedenen Lernphasen ergeben sich mehrere Möglichkeiten des Kommunizierens und die Notwendigkeit, Schülerergebnisse zu präsentieren.
 - Organisieren und Besprechen der gemeinsamen Arbeit bei der Problemlösung
 - Erläutern der Problembearbeitung und -lösung z. B. in Form eines Lerntagebuches, einer Wandzeitung oder einer OHP-Folie
 - Präsentieren der Arbeitsergebnisse



- Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen:
 - strukturiertes Darstellen der Ergebnisse in Tabellen
 - nutzen von Formelzeichen und Einheiten
 - Einsatz von geeigneten Hilfsmitteln, z. B. Tabellenkalkulation oder Geometriesoftware

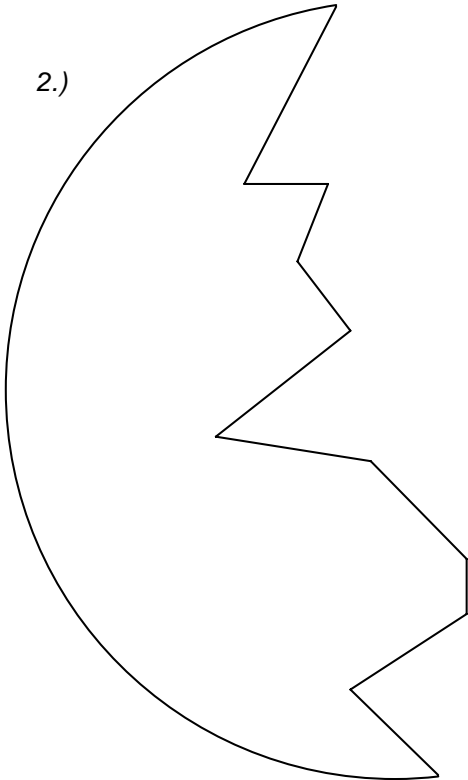


In den zwei anschließenden Aufgaben wird gezeigt, wie fast alle prozessbezogenen Kompetenzen angesprochen werden.

Beispielaufgaben:

- 1.) In einem Park soll ein rundes Blumenbeet angelegt werden. Dazu steht eine quadratische Fläche mit 8 m Seitenlänge zur Verfügung, in die das Beet eingepasst wird. Dieses Beet wird von einem kleinen Kunstschmiedezaun umgeben, 1 m Zaun kostet 65,- €. Das Beet wird von einer Gartenbaufirma angelegt und bepflanzt, die dafür 30,- € pro m² berechnet.
 - a) Ermittle die Kosten für den Zaun.
 - b) Wie viel € bekommt die Gartenbaufirma ?

2.)



Archäologen haben in Delphi in der Nähe des Apollontempels Scherben von Gefäßen, Tellern und Bechern gefunden. Diese sollen nun rekonstruiert werden. Bei der Wiederherstellung eines runden Tellers aus einer kleinen Scherbe, greifen die Archäologen auf die Hilfe der Mathematik zurück. Da die Wissenschaftler sich nicht auf ungefähre Schätzungen einlassen wollen, suchen sie nach einer mathematischen Konstruktion um die Scherbe zu vervollständigen.

Wie kann man einen Kreis aus diesem Kreissegment konstruieren?

Finde Konstruktionsansätze, dokumentiere dabei auch unvollständige Wege.

Benutze zum Probieren zuerst eigene „Scherben“, die du selbst mit Zirkel und Lineal entwirfst.

Fazit

Durch die Verknüpfung der ausgewählten Aspekte der ausgewählten Leitideen mit den entsprechenden prozessbezogenen Kompetenzen entsteht der individuelle schulinterne Fachplan. Dort sollte geprüft werden, ob alle Standards am Ende der Doppeljahrgangsstufe erfüllt sind.

Diesen Zusammenhang kann man auch an folgendem Beispiel sichtbar machen:

Inhaltsdimension (Leitideen)	Handlungsdimension (prozessbezogene Kompetenzen)
L1: Zahl Schülerinnen und Schüler wenden die Prozentrechnung in einfachen Sachsituationen an, auch im Zusammenhang mit Rabatt, Skonto und Zinsen.	K1: Argumentieren Schülerinnen und Schüler hinterfragen Argumentationen und Begründungen kritisch, finden und korrigieren Fehler.
Standard Schülerinnen und Schüler können beim Prozentrechnen begründen, warum etwas falsch ist.	

Ausblick

Im Verlaufe des Schuljahres 2008/09 werden den Fachkonferenzen weitere Implementationsmaterialien zur Verfügung gestellt und durch die Fachberater der Region begleitende Fortbildungen durchgeführt.

Ines Fröhlich, Viola Adam, Sabine Jagst, Mike Reblin, Gudrun Riemann