BERLINER BILDUNGS SERVER

[Unterrichtsmaterial Mathematik Berliner Bildungsserver]

Dimitri Livadiotis
Studienreferendar
7. Schulpraktisches Seminar Kreuzberg
Fachseminar: Mathematik
Fachseminarleiterin: Frau Holland

Unterrichtsentwurf

Fach: Mathematik **Schule:** OSZ Banken u. Versicherungen

Thema der Lerneinheit: Kurvendiskussion

Thema des Lernabschnitts: Untersuchung von Funktionen

Thema der Unterrichtsstunde:
Sattelpunkte als spezielle Wendepunkte im Rahmen der Kurvendiskussion

1. Unterrichtsvoraussetzungen

1.1. Allgemeine Voraussetzungen

1.1.1. Situation der Lerngruppe

Die Klasse OF 092 besteht aus 17 Schülern (7 weiblich, 10 männlich) der Jahrgänge 1968 bis 1980. Die Altersstruktur verteilt sich folgendermaßen:

1968	1972	1974	1975	1976	1977	1978	1980
1	1	5	2	1	2	2	3

Die Schüler besuchen seit dem 01.09.99 die einjährige Form der Fachoberschule. Sie haben als Eingangsvoraussetzungen den Realschulabschluß und eine abgeschlossene Berufsausbildung in insgesamt zwölf kaufmännischen oder gewerblichen Berufen.

Die Halbjahresnoten weisen folgende (≈ Normal-) Verteilung auf:

Note	1	2	3	4	5
Anzahl	1	4	7	4	1

Die Lernfähigkeit dieser Klasse ist, wie der Mittelwert der Semesternoten durchschnittlich.

Die Fachsprache ist nur wenig ausgebildet und läßt sich bei den Schülern nur langsam aktiv durchsetzen.

Die Lernbereitschaft der Klasse ist als gut einzuschätzen; die Mehrheit der Schüler ist motiviert und versucht mitzuarbeiten. Manche Schüler müssen direkt angesprochen werden. Zur Zeit sind die Schüler aufgrund der letzten (und längeren) Klassenarbeiten vor den Abschlussprüfungen einer höheren Belastung ausgesetzt.

Es gibt keine Wiederholer, einen sehr guten und eine schwache Schülerin.

Den Schülern steht das Lehrbuch „Mathematik Analysis" von Mürbeth/ Zitzmann zur Verfügung. In der Regel wird es jedoch nur als Aufgabensammlung für mögliche Hausaufgaben verwendet.

1.1.2. Angaben zum Referendar

Ich befinde mich im zweiten Semester meiner schulpraktischen Ausbildung. Dies ist mein vierter Unterrichtsbesuch im Fach Mathematik. Seit Beginn des Schuljahres unterrichte ich die Klasse mit meinem anleitenden Lehrer Hr. Brieler zusammen. Zwei von sechs Stunden in der Woche halte ich durchschnittlich selbst, weitere zwei hospitiere ich regelmäßig.

Mein Verhältnis zur Klasse ist sehr gut.

1.1.3. Ausstattung des Klassenraums

Der Klassenraum 4124 verfügt über eine Klapptafel und einen OH-Projektor. Die Tische sind U-förmig der Tafel zugewandt. Rechts neben der

Tafel befindet sich eine ausreichend große Fläche für OH-Projektionen; Dabei muß jedoch das rechte Tafelelement eingeklappt werden. Eine Verdunkelungsmöglichkeit ist vorhanden.

1.2. Spezielle Voraussetzungen und Einordnung der Stunde

1.2.1. Stellung des Unterrichtsthemas im Rahmenplan

Das Thema der Unterrichtsstunde läßt sich im gültigen Rahmenplan für das Fach Mathematik in der Fachoberschule, Klasse 12, dem Lernabschnitt 5 „Untersuchung von Funktionen" (oder „Kurvendiskussion"; nicht eindeutig) zuordnen. Vorangegangen war der Abschnitt „Differentialrechnung" mit ca. 20 Unterrichtsstunden (laut Rahmenplan 30 h), anschließen wird der Abschnitt „Integralrechnung" mit ca. 20 Stunden.

Der Lernabschnitt 5 „Untersuchung von Funktionen" ist in die Lerneinheiten „Kurvendiskussion" und „Parameterbestimmung und Extremwertaufgaben" aufgegliedert. Für die Einheit „Kurvendiskussion" sind 7 Unterrichtsstunden vorgesehen. Danach folgen „Parameteraufgaben" (Rekonstruktion von Funktionstermen anhand charakteristischer Punkte des Graphen).

Im Rahmenplan ist bei der Beschreibung der Lerneinheit „Kurvendiskussion" explizit angegeben, dass „die Schüler notwendige und hinreichende Kriterien für das Vorliegen relativer Extrem- und Wendestellen angeben und geometrisch deuten, sowie solche Stellen berechnen können sollen". Damit wird deutlich, dass der Rahmenplan den Schwerpunkt bei der Anwendung der Begriffe „Extrempunkt", „Wendepunkt" legt. Da zu dieser Anwendung auch die geometrische Deutung der Bedingungen für Extrem- und Wendepunkte gehört, wurden diese durch „graphisches Ableiten" vor zwei Wochen hergeleitet. Damit wurde auch auf das im Rahmenplan genannte Lernziel, Graphen einer ganzrationalen Funktion aufgrund seiner besonderen Eigenschaften (z.B. Symmetrie) und markanten Punkte skizzieren können, eingegangen. Sattelpunkte als spezielle Wendepunkte werden nicht genannt, daraus könnte man schließen, dass sie einfach mit den „normalen" Wendepunkten eingeführt werden sollen.

1.2.2. Voraussetzungen für die geplante Stunde

In der letzten Stunde vor dieser Lehrprobe wurden einige Übungsaufgaben zur Kurvendiskussion (mit „normalen" Wendepunkten, d.h. Wendepunkte, die keine waagrechte Tangente besitzen) berechnet. Danach wurde kurz angesprochen, wie eine Wendetangente in der Form $y = mx + n$ angegeben werden kann.

Die Schüler kennen die graphische Herleitung (AB) der Bedingungen für einen Sattelpunkt aus der Herleitung der Bedingungen für Extremwerte und „normale" Wendepunkte. Dabei wurden als Begriffe eingeführt: relativer Extremwert und -punkt, Wendestelle und -punkt sowie relativer und absoluter Hoch- und Tiefpunkt. Die Begriffe Maximum und Minimum wurden nur kurz erwähnt, jedoch nicht definiert.

Das den Schülern geläufige Kurvendiskussionsschema sieht folgendermaßen aus:

Bestimmung der 1., 2. und 3. Ableitung;

Symmetrieeigenschaften;

Schnittpunkte mit den Achsen;

Extremwerte;

Notwendige Bedingung: $f'(x_E) = 0$;

Hinreichende Bedingung: $f''(x_E) > 0 \Rightarrow$ Tiefpunkt $(x_E / f(x_E))$, $f''(x_E) < 0 \Rightarrow$ Hochpunkt $(x_E / f(x_E))$;

Wendepunkte;

Notwendige Bedingung: $f''(x_E) = 0$;

Hinreichende Bedingung: $f'''(x_E) \neq 0$;

Wertetabelle;

Graph der Funktion.

Die Schüler kennen nur dieses Schema; sie arbeiten also immer mit der nächsthöheren Ableitung als hinreichende Bedingung. Was unter dem Monotonieverhalten einer Funktion zu verstehen ist, haben die Schüler nicht gelernt, demnach kennen sie auch keine Alternative zu diesem Schema. Meiner Meinung nach ist diese Beschränkung nicht sehr sinnvoll, da die Schüler dadurch noch mehr zum „Auswendiglernen" eines Schemas verleitet werden. Darüber hinaus ist dieses Schema natürlich auch „störanfälliger", denn bei Funktionen höheren Grades kann trotz $f''(x_E) = 0$ ein Extremwert an der Stelle x_E vorliegen.

Ebenso wurde bisher auch noch kein Beispiel einer Funktion, die zwar eine der notwendigen Bedingungen erfüllt, jedoch die dazu hinreichende nicht, vorgestellt. Damit gehe ich davon aus, dass die Schüler die hinreichende Bedingung ausschließlich zur Entscheidung dafür heranziehen, ob nun ein Hoch- oder Tiefpunkt, bzw. ein (Links-Rechts- oder ein Rechts-Links-) Wendepunkt vorliegt.

Die Schüler gehen außerdem davon aus, nur differenzierbare Funktionen zur Kurvendiskussion zu erhalten. Sie kennen auch (noch) keine Funktionen, die in einem Punkt nicht differenzierbar sind.

Nach dieser Stunde folgt die Ermittlung der Wendetangentengleichung anhand der Steigung an der Wendestelle, sowie der Koordinaten des Wendepunkts. Dieser zusätzliche Aufgabenpunkt innerhalb der Kurvendiskussion wird an dem letzten Beispiel dieser Stunde erarbeitet.

1.2.3. Begründete Stoffauswahl

Sattelpunkte sind spezielle Wendepunkte, nämlich genau diejenigen Wendepunkte, die eine waagrechte Tangente an den Graphen der Ausgangsfunktion besitzen. Diese Eigenschaft macht sie aber nicht zu „speziellen Extrempunkten". Deshalb finde ich auch, dass die Einführung dieser charakteristischen Punkte eines Funktionsgraphs nicht im Zusammenhang mit Extrempunkten, sondern im Vergleich zu „normalen" Wendepunkten stattfinden sollte. Durch die zeitliche Verlagerung der Einführung der Sattelpunkte wird auch deren Besonderheit hervorgehoben („erst der Normalfall, dann die Sonderfälle"). Da die Einführung der Extrem- und Wendepunkte nun schon vor zwei Wochen stattfand, sind die Schüler geübt im Umgang mit dem „normalen" Fällen.

Ein Sattelpunkt ist auch das klassische Gegenbeispiel für das Fehlen der hinreichenden Bedingung bei einem Extrempunkt.

2. Unterrichtsziele

2.1. Groblernziele

Die Schüler sollen Sattelpunkte beschreiben und zeichnen können und aus dem Schema zur Kurvendiskussion berechnen können.

2.2. Feinlernziele

Die Schüler sollen…

LZ 1 (K2) ...abgrenzen können, dass es Punkte mit waagrechter Tangente gibt, die keine Extrempunkte sind;

LZ 2 (K2) ...festlegen können; dass es Wendepunkte gibt, die eine waagrechter Tangente besitzen;

LZ 3 (K1) ...erkennen können, dass der Funktionsgraph an einer Sattelstelle aufgrund der waagrechten Tangente sehr flach verläuft;

LZ 4 (K3) ...die Bedingungen für einen Sattelpunkt graphisch herleiten können.

LZ 5 (K3) ...das Kurvendiskussionsschema zur Untersuchung auf Sattelpunkte anwenden können;

LZ 6 (K1) ...mit Hilfe der ermittelten Ergebnisse den Funktionsgraphen einer vorgegebenen Funktion zeichnen können.

3. Weg- und Medienentscheidungen

3.1. Geplanter Unterrichtsverlauf

(siehe S. 11)

3.2. Begründung der didaktisch-methodischen Entscheidungen

3.2.1. Inhaltliche Aspekte und Schwerpunktsetzung

Der eine Schwerpunkt dieser Stunde liegt auf der Erarbeitung und anschließenden Anwendung von Bedingungen, die eine eindeutige rechnerische Bestimmung eines Sattelpunkts möglich machen. Die Eingliederung dieser Bedingungen in das den Schülern geläufige Kurvendiskussionsschema bildet einen zweiten Schwerpunkt dieser Stunde. Denn den Schülern soll klar werden, das ein Sattelpunkt ein spezieller Wendepunkt ist und deshalb ein neuer Kurvendiskussionspunkt (5. Sattelpunkte) keinen Sinn machen würde.

3.2.2. Phaseneinteilung

Phase 1:

Nachdem die Schüler in den letzten zwei Wochen ganzrationale Funktionen mit Hilfe des Kurvendiskussionsschemas untersucht haben, kommt nun mit dem Sattelpunkt eine letzte Besonderheit auf sie zu: Ein Sattelpunkt hat eine waagrechte Tangente, daher erfüllt dessen x-Koordinate die notwendige Bedingung für einen Extrempunkt. Zunächst erwarten die Schüler also einen Extrempunkt, den sie mit der zweiten Ableitung nur noch als Hoch- oder Tiefpunkt ausweisen müssen. Die Überraschung, mit der zweiten Ableitung keine Entscheidung über die Art des Extrempunkts angeben zu können (sondern nur, dass an dieser Stelle die hinreichende Bedingung nicht erfüllt ist und damit kein Extremwert vorliegen könnte) soll zur Motivation benutzt werden. Daher werde ich während der Einzelarbeit noch keine konkreten Informationen an fragende Schüler geben, sondern nur auf die Nichterfüllung der hinreichenden Bedingung hinweisen.

Die zweite Besonderheit dieses Themas werden die Schüler vielleicht übersehen: Ein Sattelpunkt ist wegen $f''(x_E) = 0$ ein möglicher Wendepunkt. Deshalb sollen die Schüler die Kurvendiskussion weiterführen, um unter den möglichen Wendepunkten, die Stelle $x_E = 0$ wiederzuerkennen. Daraus werden einige Schüler schon schließen können, dass ein Wendepunkt mit einer waagrechten Tangente vorliegt.

Die Funktion mit der Gleichung $f(x) = x^3 - 1$ wählte ich deshalb, weil sie sehr einfach zu diskutieren ist und auch nur einen Sattelpunkt besitzt. So werden die Schüler bei der Einstiegsaufgabe nicht von „unwichtigen" Eigenschaften abgelenkt.

Die Dokumentation als Tafelbild wählte ich aus zwei Gründen: Zunächst steht die Kurvendiskussion im Mittelpunkt der Stunde (die Herleitung soll „nur" der Veranschaulichung dienen) und die Tafel ist meiner Meinung nach das Zentrum des Unterrichts. Die wichtigeren Inhalte werden auf der Tafel für eine längere Zeit von den Schülern gesehen, der OH-Projektor kommt eher kurzzeitig zum Einsatz.

Dann bietet sich hier das Tafelbild auch wegen dem weiteren Verlauf der Stunde an: Den beiden ersten Phasenwechsel folgt jeweils ein Medienwechsel, wobei die Tafel nicht umgeklappt werden muss. Das Kurvendiskussionsschema kann in der Phase IV wieder verwendet werden.

Als Übergang zu Phase 2 und dem damit verbundenen Medienwechsel zum OH-Projektor wird der Graph der Funktion $f: x \to x^3 - 1$ auf die Wand projiziert. Dies soll eigentlich nur die waagrechte Tangente veranschaulichen.

Phase 2:

Das Arbeitsblatt soll durch die, den Schülern bekannte, graphische Differentiation, den Zusammenhang zwischen „normalen" Wende- und Sattelpunkt klären. Dazu ist das Arbeitsblatt so gestaltet worden, dass jeweils Wendepunkte mit gleichem Krümmungswechsel nebeneinander abgebildet sind. Daher sind die beiden Sattelpunkte nicht nebeneinander abgebildet. Diese Darstellung wurde von mir deshalb so gewählt, weil die Schüler so auf zwei Dinge hingewiesen werden können: Zunächst die Steigung der Wendetangente (die auch eingezeichnet werden), sowie nochmals die Krümmung des Graphen als entscheidendes Kriterium für einen Wendepunkt. Obwohl diese Art der Herleitung schon vor zwei Wochen einmal durchgeführt wurde, rechne ich damit, dass nicht alle Schüler diese Übersicht gleich selbständig bearbeiten können. Daher plane ich zunächst die ersten beiden Spalten im Unterrichtsgespräch mit den Schülern zu erarbeiten und anschließend die Schüler die letzten beiden Spalten selbständig zeichnen zu lassen.

Phase 3:

Wichtige Sätze schreibe ich aus den in Phase 1 genannten Gründen (fast) immer auf die Tafel. Da hierbei die Tafel zunächst eingeklappt und danach (zur Kurvendiskussion in Phase 5) wieder ausgeklappt wird, werden die Sätze zum Sattelpunkt etwas isoliert von der Kurvendiskussion von den Schülern notiert. Der Sinn und Zweck der Sätze für die Schüler besteht aber auch meiner Meinung nach darin, dass sie zu Hause etwas zum Nachlesen haben.

Phase 4 und 5:

In der Vertiefungsphase sollen die Schüler nun eine Funktion diskutieren, die sowohl einen Extrempunkt, als auch Wendepunkte hat. Zudem lassen sich alle wichtigen Werte leicht finden. Deshalb rechne ich damit schon nach ca. 20 Minuten Bearbeitungszeit die Ergebnisse der Schüler auf der Tafel sammeln zu können. Die Wertetabelle und der Graph der Funktion sollen erst hinterher (wahrscheinlich im nächsten Block) angegeben werden.

4. Eingesetzte Medien / Anhang

Tafel;

OH-Folie 1/ Arbeitsblatt;

OH-Folie 2.

5. Literaturverzeichnis

Hahn, O./ Dzewas, J.: Mathematik – 11. Schuljahr; 1.Auflage, 1984, Westermann Verlag, Braunschweig.

Mürbeth, J./ Zitzmann, E.: Mathematik Analysis – Lehr- und Arbeitsbuch für die Sekundarstufe II – Nichttechnische Ausbildungsrichtung; 8. Auflage, 1995, Verlag Gehlen, Bad Homburg v.d.H.

Pfeffer, K.-H.: Analysis für Fachoberschulen; 4. Auflage, 1998, Vieweg, Braunschweig.

Schöwe, R./ Knapp, J./ Borgmann, R.: Analysis – Kaufmännisch-wirtschaftliche Richtung; 1. Auflage, 1998, Cornelsen Verlag, Berlin.

Tafelbild 2 :

Außentafel links
Satz 5: Wenn x_W Sattelstelle der (ganzrat.) Funktion f ist, dann gilt: $f'(x_W) = 0$ und $f''(x_W) = 0$ → notwendige Bedimgung für einen Sattelpkt. $(x_W / f(x_W))$ Satz 6: Wenn $f'(x_W) = f''(x_W) = 0$ ist und zusätzlich $f'''(x_W) \neq 0$ dann ist x_W eine Sattelstelle. → hinreichende Bed. für einen Sattelpkt.

Ein Sattelpunkt ist also ein Wendepunkt mit einer waagrechten Tangente ($f'(x_W) = 0$).

3. Geplanter Unterrichtsverlauf

Verwendete Abkürzungen und Symbole:

AB: Arbeitsblatt **TB:** Tafelbild **OHF:** Overheadfolie , ƒ **:** Schüler — **:** Lehrer

LZS: Lernzielsicherung ***LZK:*** *Lernzielkontrolle Lernzielkontrolle Lernzielkontrolle* **LV:** Lehrervortrag **UG:** Unterrichtsgespräch **EA:** Einzelarbeit **GA:** Gruppenarbeit

Zeit / Phase	LZS *LZK*	Geplantes Lehrerverhalten	Erwartetes Schülerverhalten	Aktions-form	Medien
9.40 Uhr/ 1 Einstieg/ Problem-stellung	LZ 1, LZ 2, LZ 3, LZ 5.	— gibt den, ƒ die Funktion $f(x) = x^3-1$ zur Kurvendiskussion. — fasst die Berechnung auf der Tafel zusammen. — zeigt den Graphen und weist auf den flachen Verlauf bei der Sattelstelle hin.	, ƒ diskutieren die Funktion $f(x) = x^3$, ƒ fragen den — wie sie weiterrechnen sollen.	EA, UG.	TB 1, OH 1.
10.05 Uhr/ 2 Erarbeitung	LZ 4, *LZ 1,* *LZ 2.,* *LZ 3.*	— leitet die Bedingungen eines Sattelpunktes im Vergleich zum „normalen" Wendepunkt her an einem beispielhaften Kurvenverlauf her. — verbessert die Lösungen der	, ƒ erarbeiten die graphische Ableitung der Wendepunkte und der Sattelpunkte im Unterrichtsgespräch und in Einzelarbeit.	UG, EA.	AB, OH 2.

		Schüler.			
10.20/ 3 Zusammen-fassung	LZ 4, *LZ 4.*	— läßt die , *ƒ* die Bedingungen für einen Sattelpunkt zusammenfassen. — faßt diese Bedingungen in einem Satz an der Tafel zusammen.	, *ƒ* nennen die Bedingungen für einen Sattelpunkt	UG	AB, OH 2, TB 2.
10.30/ 4 Anwendung / Vertiefung	*LZ 5*	— bespricht die Lösungen der , *ƒ* .	, *ƒ* diskutieren die Funktion $f(x) = 1/8\ x^3 - ½\ x^2$ (bis einschließlich Punkt 4: Wendepunkte)	EA UG	TB 3
11.00/ 5 Eventualphase	*LZ 3,* *LZ 6.*	— schreibt die Wertetabelle an und zeigt den Graphen der Funktion als OH-Projektion.	, *ƒ* stellen eine Wertetabelle auf und zeichnen den Graphen der Funktion $f(x) = 1/8\ x^3 - ½\ x^2$	UG	TB 3, OH 1

Geplantes Tafelbild:

Tafelbild 1:

Innentafel links	**Innentafel Mitte links**	**Außentafel rechts (eingeklappt)**
Übung zur Kurvendiskussion: a) $f(x) = x^3 - 1$ 0. Ableitungen: $f´(x) = 3x^2$ $f´´(x) = 6x$ $f´´´(x) = 6$	3. Extrempunkte: Notwendige Bed.: $f´(x_E) = 0$ $f´(x_E) = 3x_E^2 = 0 \Rightarrow x_{E1} = x_{E2} = 0$ Hinreichende Bed.: $f´´(x_E) \neq 0$	4. Wendepunkte: Notwendige Bed.: $f´´(x_W) = 0$ $f´´(x) = 6x$ $6x_W = 0 \Leftrightarrow x_W = 0$ (siehe 3. !) Hinreichende Bed.: $f´´´(x_W) \neq 0$

1. Symmetrie: keine Symmetrie (da sowohl ungerade (x^3) als auch gerade (x^0) Exponenten vorkommen). 2. Schnittpunkte mit den Achsen: Nullstellen: Bed.: $f(x_N) = 0$ $x_N^3 - 1 = 0 \rightarrow x_{N1} = x_{N2} = x_{N3} = 1$ Schnittpkte mit der y-Achse: $f(0) = -1$ bzw. $a_0 = -1$ $S_Y(0 / -1)$	$f''(x) = 6x$ $x_{E1} = 0$: $f'(0) = 0$ ⇒ hinreichende Bedingung nicht erfüllt (wahrscheinlich kein Extrempunkt !)	$f'''(x_W) = 6 > 0 \Rightarrow$ (R-L) WP Fktswert: $f(0) = 0$ ⇒ WP (0/ 0) mit waagrechter Tangente „Sattelpunkt"

Tafelbild 3 :

Innentafel links	**Innentafel Mitte links**	**Außentafel rechts (eingeklappt)**

Übung zur Kurvendiskussion:

b) $f(x) = \frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{2}x^3$

0. Ableitungen:

$f'(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2$

$f''(x) = \frac{3}{2}x^2 - 3x$

$f'''(x) = 3x - 3$

1. Symmetrie:

keine Symmetrie

(gerade und ungerade Exponenten)

2. Schnittpunkte mit den Achsen:

Nullstellen: Bed.: $f(x_N) = 0$

$\frac{1}{8}x_N^4 - \frac{1}{2}x_N^3 = 0 \rightarrow x_{N1} = x_{N2} = x_{N3} = 0$

$\frac{1}{8}x_N - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow x_{N4} = 4$

Schnittpkte mit der y-Achse:

3. Extrempunkte:

Notwendige Bed.: $f'(x_E) = 0$

$f'(x_E) = \frac{1}{2}x_E^3 - \frac{3}{2}x_E^2 = 0$

$\Rightarrow x_{E1} = x_{E2} = 0$

$\frac{1}{2}x_E - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x_{E3} = 3$

Hinreichende Bed.: $f''(x_E) \neq 0$

$f''(x) = \frac{3}{2}x^2 - 3x$

$x_{E1} = 0$: $f''(0) = 0 \Rightarrow$ Sattelpunkt ?

$x_{E3} = 3$: $f''(3) = \frac{9}{2} > 0$ $\Rightarrow$ Tiefpkt.

Funktionswert:

$f(3) = -3{,}375 \approx -3{,}38$

Tiefpunkt (3 / -3,38)

4. Wendepunkte:

Notwendige Bed.: $f''(x_W) = 0$

$f''(x) = \frac{3}{2}x^2 - 3x$

$\frac{3}{2}x_W^2 - 3x_W = 0 \Leftrightarrow x_{W1} = 0$

$\frac{3}{2}x_W - 3 = 0 \Leftrightarrow x_{W2} = 2$

Hinreichende Bed.: $f'''(x_W) \neq 0$

$f'''(x) = 3x - 3$

$x_{W1} = 0$: $f'''(0) = -3 < 0$

$\Rightarrow$ (L-R) Sattelpunkt (0 / 0)

$x_{W1} = 2$: $f'''(2) = 3 > 0$

$\Rightarrow$ (R-L) Wendepunkt (2 / -2)

Fktswert:

$f(2) = -2$

$f(0) = 0$ bzw. $a_0 = 0$ S_Y (0 / 0)		