LAND BRANDENBURG

BERLIN

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht

Raum und Form

www.lisum.berlin-brandenburg.de

LISUM
Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

In einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht hat die pädagogische Diagnose während des Lernprozesses einen hohen Stellenwert. Durch sie können Stärken und Schwächen der Schülerinnen und Schüler erfasst und bestehende Fördernotwendigkeiten im regulären Unterricht ermittelt werden. Besonders wichtig ist es, Fehlvorstellungen bei den Schülerinnen und Schülern zu erkennen, deren Entstehen zu vermeiden bzw. bereits vorhandene nicht tragfähige Vorstellungen zu überwinden. Im Anschluss an die Diagnose ist es Aufgabe der Lehrkräfte, passgenaue Förderschritte zu konzipieren, die sich zumeist auf kleine Gruppen oder auf einzelne Schülerinnen und Schüler beziehen und dabei die individuellen Lernvoraussetzungen, -bedürfnisse, -wege, -ziele und -möglichkeiten berücksichtigen. Die Entwicklung von Materialien zur Diagnose und Förderung ist ein aufwändiger und komplexer Prozess, der nicht immer durch jede Lehrkraft selbst geleistet werden kann. Aus diesem Grund hat das LISUM zum Rahmenlehrplan 1–10 für das Fach Mathematik passfähige Diagnose- und Fördermaterialien entwickelt.

Die vorliegenden Materialien zu der Leitidee „Raum und Form“ bestehen jeweils aus drei Teilen:

Der **didaktische Text** (2) gibt einen Überblick über die inhaltlichen und didaktischen Schwerpunkte der jeweiligen Leitidee. In einem Konzeptbild werden die zu entwickelnden Ideen und deren Vernetzungen als Modell für den Kompetenzerwerb dargestellt. Die dabei verwendeten Farben werden in der **Förderkartei** (5) zur besseren Orientierung wieder aufgegriffen. Die **Diagnoseaufgaben** (3) sind als Arbeitsbögen für alle Schülerinnen und Schüler im Regelunterricht nutzbar. Sie wurden passend zu den im Rahmenlehrplan 1–10 ausgewiesenen Standards entwickelt und ermöglichen sowohl eine produkt- als auch eine prozessorientierte Diagnostik, um das Können (einzelne Kompetenzen und Vorstellungen), aber auch die Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler gezielt erfassen zu können. Die Förderschritte sollen passend zur Diagnose aus der **Förderkartei** (4 und 5) ausgewählt und individuell oder gruppenbezogen für die Schülerinnen und Schüler zusammengestellt werden. Die Bearbeitung der Förderaufgaben durch die Schülerinnen und Schüler sollte sinnvollerweise im Dialog mit der Lehrkraft erfolgen.

Alle Materialien in diesem Ordner werden auch auf dem Bildungsserver Berlin-Brandenburg in digitalisierter Form unter folgender Adresse bereitgestellt:
https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/rlp-online/c-faecher/mathematik/materialien.

Liebe Kolleginnen und Kollegen,
wir hoffen, dass Sie das vorliegende Material bei der zielgerichteten Diagnose und Förderung Ihrer Schülerinnen und Schüler unterstützt und Sie anregt, entsprechende eigene Materialien zu entwickeln. Diese können beispielsweise für Übungszwecke im Förderprozess oder für eine noch gezieltere Feststellung der mathematischen Kenntnisse und Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler im Unterricht genutzt werden.

In diesem Sinne wünschen wir Ihnen viel Erfolg bei der Arbeit mit unserem Diagnose- und Fördermaterial für den Mathematikunterricht in den Jahrgangsstufen 1–10.

Susanne Wolter
Leiterin der Abteilung
Unterrichtsentwicklung Grundschule,
Sonderpädagogische Förderung und Medien

Renato Albustin
Leiter der Abteilung
Unterrichtsentwicklung Sekundarstufen I und II

Hinweise zur Arbeit mit dem vorliegenden Material

Das Diagnose- und Fördermaterial wurde passend zu den Standards und Inhalten der Leitidee „Raum und Form“ aus dem Rahmenlehrplan 1–10 für das Fach Mathematik entwickelt.

In einem **Konzeptbild** (zu sehen hier als farbige Grafik, größere Darstellung am Ende des didaktischen Kommentars in Abschnitt 2) werden die zu entwickelnden Ideen und deren Vernetzungen in der Leitidee „Raum und Form“ dargestellt. Es dient den Lehrkräften zur didaktischen Orientierung.

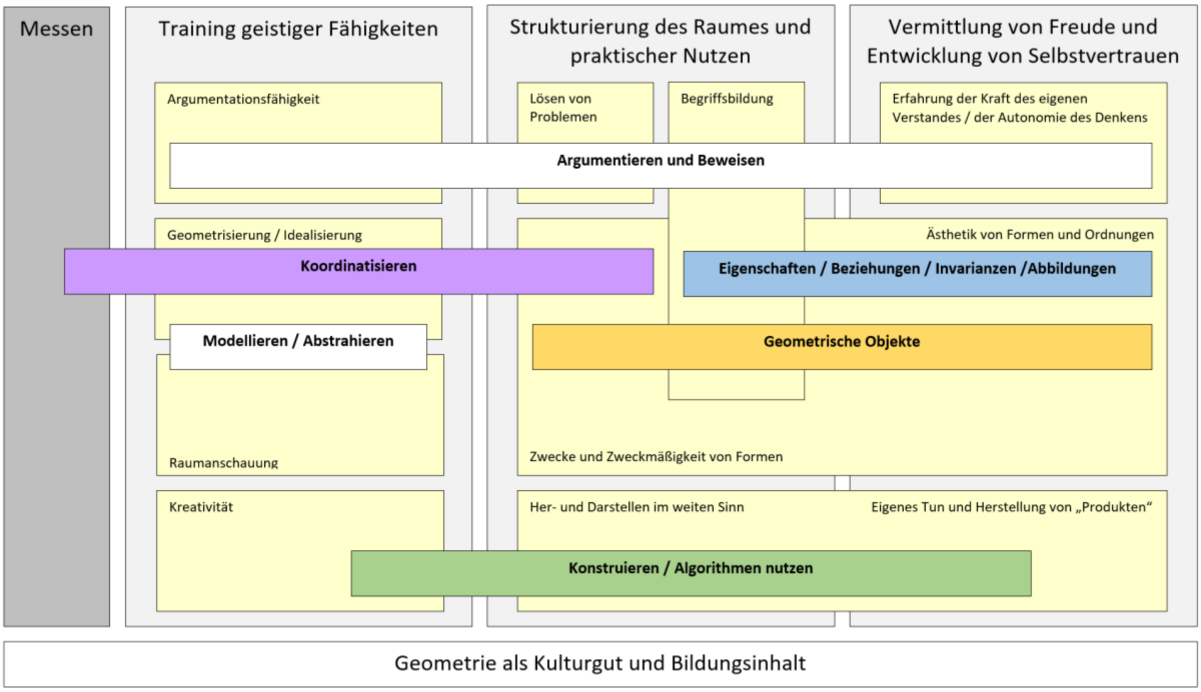


Abbildung 1: Konzeptbild „Raum und Form“, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Für die Niveaustufen A bis D der Grundschule wird in Berlin und Brandenburg **ILeA plus** als softwaregestütztes diagnostisches Instrument genutzt. Hierzu werden weitere Informationen im Abschnitt 3 gegeben.

Für die Niveaustufen D bis G des Rahmenlehrplans stehen **Diagnoseaufgaben** zu den Bereichen „Geometrische Objekte“, „Konstruieren“ und „Koordinatisieren und Beziehungen“ zur Verfügung. Die Diagnoseaufgaben können im Mathematikunterricht als Eingangsdiagnose zu Beginn einer Unterrichtseinheit, aber auch im Verlauf der Unterrichtsarbeit sowie als Abschlussdiagnose am Ende einer Unterrichtseinheit oder am Ende eines Schuljahres genutzt werden.

Ausgehend von den Diagnoseergebnissen erfolgt die gezielte, planvolle Förderung der Schülerinnen und Schüler. Zur Diagnose gibt es **aufeinander aufbauende Förderschritte** für die Grundschule bzw. für die Sekundarstufe I, die in einer **Förderkartei** zusammengefasst sind. So können alle relevanten Inhalte aufgearbeitet werden. Die Aufgaben der Sekundarstufe I schließen an die Aufgaben der Grundschule an. Zu jedem Aufgabenpaket wird zu Beginn kurz beschrieben, worum es inhaltlich und didaktisch geht.

Alle in der Förderkartei formulierten Aufgaben und Aktivitäten lassen sich sowohl innerhalb der ganzen Klasse als auch in Kleingruppen oder in einer Einzelförderung einsetzen. Ausgangspunkt für die methodischen Entscheidungen ist immer die vorausgegangene Diagnose. Eine **kommunikationsintensive Gestaltung der Fördersituationen** ist von entscheidender Bedeutung für deren Gelingen. Um bestimmte Bereiche intensiver zu üben, möchten wir dazu anregen, die Förderaufgaben als Empfehlungen zu verstehen und als Vorlage für weitere Aufgaben zu nutzen, sie umzuformulieren oder zu ergänzen.

Didaktischer Kommentar von Prof. Kortenkamp und Prof. Kuzle

„Man muß jederzeit an Stelle von ‚Punkte, Geraden, Ebenen' ‚Tische, Stühle, Bierseidel' sagen können."

Diese zugespitzte Beschreibung des axiomatischen Aufbaus der Geometrie stammt von David Hilbert, der sie laut seinem Schüler und Biografen Otto Blumenthal in einer Diskussion mit anderen Geometern in einem Berliner Wartesaal getätigt hat. Hilbert verursachte vor über 100 Jahren mit den „Grundlagen der Geometrie" einen Umbruch in der mathematischen Sichtweise auf Geometrie: Anstatt, wie Euklid, die Objekte der Geometrie – also Punkte, Geraden, Ebenen – inhaltlich zu beschreiben, beschränkte er sich auf die Schaffung eines Axiomensystems, also einer Beschreibung, wie Objekte sich zueinander verhalten müssen, um als „Geometrie" zu gelten. Mit dem oben angeführten Ausspruch drückte er aus, dass „das *anschauliche* Substrat der geometrischen Grundbegriffe mathematisch belanglos sei und nur ihre Verknüpfung durch die Axiome in Betracht komme" (Blumenthal, 1935, S. 402).

Die Geometrie, die in der Schule unterrichtet wird, ist weit entfernt von einer solchen Sichtweise. Gerade die Anschauung ist ein notwendiges didaktisches Element des Unterrichts. Zudem muss es möglich sein, die reale Welt mithilfe der Geometrie zu beschreiben und mathematische Modelle der Realität zu erstellen, die diese logisch und rechnerisch zugänglich machen. Insofern beschreibt Hilbert zwar die mathematische Seite der Geometrie korrekt, doch diese genügt nicht, um alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen zu fördern, die notwendig für einen allgemeinbildenden Mathematikunterricht sind. Als Lehrkraft muss es also sowohl gelingen, den Schülerinnen und Schülern die Kompetenzen zu vermitteln, sich in der (abstrakten) Welt der Geometrie zurecht zu finden, als auch ihnen den Weg von realen Problemen und Gegebenheiten in die mathematische Geometrie und zurück zu weisen.

Die Leitidee *Raum und Form* befasst sich mit all jenen Objekten, die in drei oder zwei Dimensionen beschrieben werden sollen. Dabei bietet sich die Chance, nicht nur zu beschreiben oder Probleme zu lösen, sondern auch und besonders zu kreativem Tun. Kunst und Mathematik liegen in dieser Leitidee nah beieinander und können sich gegenseitig unterstützen. Die Darstellung mathematischer Zusammenhänge in Figuren oder mit Körpern kann dabei helfen, mathematische Intuition zu erwerben. Und nicht zuletzt bietet der Umgang mit grafischen oder räumlichen Darstellungen eine Chance, ästhetische Elemente der Mathematik in den Unterricht einzubinden. Mathematik kann nicht nur Spaß machen, sondern sogar *schön* sein!

In diesem Themengebiet liegt auch ein Ursprung für einen modernen Zweig des Mathematikunterrichts. Neben Tabellenkalkulation, CAS und Funktionsplotter sind Dynamische Geometriesysteme (DGS) seit Anfang der 1990er Jahre eine tragende Säule für den Einsatz neuer Medien (oder *digitaler Werkzeuge*) im Mathematikunterricht. Dies ist eine Besonderheit: In kaum einem Fach gibt es so spezifische Software, die für einen didaktisch wertvollen Einsatz konzipiert ist. Dabei entfaltet sich die wahre Stärke von DGS, wenn sie nicht nur als Demonstrationsobjekt, sondern in der Hand der Schülerinnen und Schüler zum eigenständigen Explorieren, Darstellen und Problemlösen verwendet werden. Dabei spielen wichtige traditionelle Elemente des Geometrieunterrichts immer noch eine tragende Rolle: Ohne Koordinatisierung keine Modellierung.

Diese Vielfalt auf der weiten inhaltlichen Skala zwischen Logik und Argumentation sowie Darstellung und Intuition, aber auch auf der methodischen Skala zwischen Skizze und Knetgummi sowie DGS und Virtual Reality (VR) bietet viele Chancen, ist aber auch herausfordernd für die Gestaltung von Unterricht. Eine wichtige pädagogische Grundhaltung möchten wir daher betonen: Geometrie – oder *Raum und Form* – kann und soll Freude bereiten und damit einen weiteren Zugang zur Mathematik für diejenigen öffnen, die diesen bisher nicht hatten oder ihn verloren haben.

Das vorliegende Material soll dabei helfen, den Erwerb der notwendigen Kompetenzen im Bereich *Raum und Form* zu unterstützen und Grundvorstellungen in vielfältigen Gebieten aufzubauen und miteinander zu verknüpfen.

Diagnose und Förderung

Diagnose sollte ein zentraler Baustein des Mathematikunterrichts sein. Hierzu sind Elemente der Diagnose zielgerichtet und zum passenden Zeitpunkt einzubinden, um die individuellen Leistungen und Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler zu erfassen sowie Fehlvorstellungen und die Entstehung von solchen zu verhindern bzw. bereits vorhandene zu überwinden. Dazu kann man zwischen einer eher produktorientierten und einer eher prozessorientierten Diagnostik unterscheiden (Jordan & vom Hofe, 2008). Methoden, die auf die Erfassung individueller Lernergebnisse (z. B. Klassenarbeiten) zielen, gehören zur produktorientierten Diagnostik. Dabei wird das Ergebnis als „korrekt“ oder „nicht korrekt“ bewertet bzw. festgestellt, ob die Lernenden etwas „können“ oder „nicht können“. Da solche Produkte oft erst am Ende eines Lernprozesses entstehen, können sie nur bedingt für gezielte Fördermaßnahmen oder das Anpassen des Unterrichts an die individuellen Bedürfnisse der Schülerinnen und Schüler eingesetzt werden. Andererseits ist eine prozessorientierte Diagnostik auf die Erfassung individueller Lernprozesse ausgerichtet mit dem Ziel, die einem Ergebnis zugrunde liegenden Gedanken einer Schülerin oder eines Schülers besser zu verstehen (Jordan & vom Hofe, 2008). Die Lehrkräfte nutzen dafür unterschiedliche Methoden, wie z. B. Lerntagebücher oder diagnostische Interviews. Diagnostische Interviews stellen eine zeitaufwändige, aber sehr aufschlussreiche Methode dar, mit der im direkten Gespräch Schülervorstellungen bzw. -fehlvorstellungen in Erfahrung gebracht werden können. Nach Jordan und vom Hofe (2008) ist prozessorientierte Diagnostik der Schlüssel für eine systematische individuelle Förderung durch die Lehrkraft. Fördermaßnahmen zielen zumeist auf das einzelne Kind unter Berücksichtigung seiner spezifischen Lernvoraussetzungen, -bedürfnisse, -wege, -ziele und -möglichkeiten ab. Die Unterscheidung zwischen einer produktorientierten und einer eher prozessorientierten Diagnostik ist nicht trennscharf – kein Produkt ohne Prozess, und auch ein Prozess ohne Produkt kann über das „nicht-Produkt“ analysiert werden.

Die Entwicklung von Angeboten zur Diagnose und Förderung ist ein aufwändiger und komplexer Prozess, der nicht durch jede Lehrkraft selbst geleistet werden kann. Aus diesem Grund hat das LISUM Diagnose- und Fördermaterialien zur Thematik *Raum und Form* entwickelt. Die entwickelten Diagnosematerialien sind dabei eine gute Mischung aus produkt- und prozessorientierter Diagnostik, um sowohl das *Können* (einzelne Kompetenzen und Vorstellungen) als auch die *Lernprozesse* der Schülerinnen und Schüler gezielt zu erfassen. Dementsprechend soll die Förderung an der Diagnose orientiert werden – nicht alle Schülerinnen und Schüler sollen sämtliche Aufgaben bearbeiten. Nach erfolgter Diagnose sollen die zu behandelnden Förderaufgaben an die bearbeiteten Diagnoseaufgaben anknüpfen. Die Förderaufgaben sind im *Dialog* zwischen der Lehrkraft und den Schülerinnen und Schülern einzusetzen, in dem das Hinterfragen von Schülerantworten im Vordergrund stehen soll. Organisatorisch ist das gut in Kleingruppen möglich. Dabei bietet sich auch die Möglichkeit der Kommunikation zwischen Schülerinnen und Schülern, die den Aufbau von Verständnis unterstützt. In diesen Situationen wird der Lehrkraft ein erneuter Einblick in den Fortschritt der Lernprozesse ermöglicht sowie den Schülerinnen und Schülern die Fortschritte des eigenen Lernens bewusst gemacht. Die vom LISUM entwickelten Diagnose- und Fördermaterialien können als Basis für die Entwicklung eigener, differenzierter Materialen für die eigene Lerngruppe genutzt werden, um bestimmte Bereiche intensiver zu üben, Kenntnisse und Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler genauer zu erheben und sie dadurch gezielter zu fördern.

Raum und Form – Das didaktische Potenzial des Geometrieunterrichts

„Aus historischer Sicht ist die Geometrie die Mutter der Mathematik“ (Blanck & Eichler, 1996, S. 35), da sie das älteste mathematische Teilgebiet ist. Viele Jahrhunderte lang war Mathematik im Wesentlichen gleichbedeutend mit Geometrie. Dabei diente sie als reine Naturwissenschaft zunächst praktischen Bedürfnissen wie Landvermessung, Tempelbauten oder der Anlage von Verteidigungssystemen. Bedenkt man, dass es um den Ruf der Geometrie in der Schule nicht besonders gut bestellt ist (Krauthausen, 2018; Kuzle, 2022; Rasch & Sitter, 2016), da dem Geometrieunterricht eine Randposition sowohl im Curriculum als auch im Mathematikunterricht zukommt (Hofbauer, 2018; Wittmann, 1999), ist dies eine zugleich spannende und unbefriedigende Erkenntnis. Die Geometrie im Mathematikunterricht kann viele, von zahlreichen Autorinnen und Autoren benannte Funktionen erfüllen. Wir können an dieser Stelle nicht alle nennen, möchten im Folgenden aber dennoch einen groben Überblick geben.

Franke und Reinhold (2016) nennen die Förderung der elementaren geistigen und räumlich-visuellen Fähigkeiten durch die Auseinandersetzung mit Geometrie. Verschiedene Handlungen, Beobachtungen und Gespräche zu diesen Erfahrungen regen das Denken an und fördern es (Krauthausen, 2018; Radatz & Schipper, 1983). Dadurch entwickelt sich auch die Raumvorstellung weiter. Ohne diese wäre schulisches Lernen nicht möglich, da wir in einer räumlich wahrzunehmenden Welt leben und weil die Raumvorstellung in enger Verbindung zur Intelligenz steht (Feskorn & Bohlmann, 2020; Franke, 2007; Franke & Reinhold, 2016). Weitere Gründe sind nach Wittmann (1999) die Notwendigkeit von Geometrie für naturwissenschaftliche und künstlerische Berufe sowie der gewinnbringende Einsatz von heuristischen Strategien auch für andere Themengebiete. Der Geometrieunterricht bietet sich damit besonders gut für die Entwicklung prozessbezogener Kompetenzen an (Kuzle & Bruder, 2016). Dazu gehören unter anderem das Lösen von Problemen mit Struktur und Systematik (Holland, 2007; Kuzle & Bruder, 2016; Radatz et al., 1996), das Begründen, Beweisen und Argumentieren (Holland, 2007) und das Entwickeln der Kommunikationskompetenz. Das mathematische Problemlösen und Argumentieren sehen Weigand et al. (2014) als ein zentrales Ziel des Geometrieunterrichts an. Grundsätzlich sollen Aktivitäten mit geometrischem Charakter dafür sorgen, dass Freude am entdeckenden und problem-orientierten Arbeiten geweckt wird, außerdem bieten sie zahlreiche Gelegenheiten, um Argumentations- und Gesprächsanlässe zu fördern (Franke, 2007).

Ein weiterer gewichtiger Grund für den Geometrieunterricht ist seine Handlungsorientierung, die „Spaß an der Mathematik und Bereitschaft zum selbstständigen Lösen von Problemen“ (Radatz & Schipper, 1983) fördern kann. Hinzu kommt, dass auch Schülerinnen und Schüler, die sonst in Mathematik nicht so stark sind, in der Geometrie häufig wieder Anschluss finden (Radatz & Schipper, 1983). Trotz verschiedener Leistungsniveaus und zunehmender Heterogenität der Klassen kann jeder im Geometrieunterricht Erfolge durch die guten Differenzierungsmöglichkeiten von Geometrieaufgaben erzielen (Bauersfeld, 1993). Dies kann wiederum zu einer positiveren Haltung zum Mathematikunterricht führen (Klunter & Raudies, 2006). Des Weiteren leistet der Geometrieunterricht einen Beitrag zur Lebenswelterschließung (Eichler, 2005; Franke, 2007; Radatz & Schipper, 1983; Schipper et al., 2017), da unsere Umwelt durch geometrische Strukturen geprägt ist und deren Durchdringung ein gewisses Maß an Anleitung bedarf (Radatz & Rickmeyer, 1991). Neben den oben benannten Aspekten bietet der Geometrieunterricht auch für das inhaltliche Verständnis der Themen aus Arithmetik und Analysis eine wichtige Grundlage. Demnach sollen geometrische Aktivitäten dazu beitragen, dass Begriffsbildungsprozesse unterstützt werden (Franke, 2007). Wittmann (1999) ist davon überzeugt, dass ein Verständnis für Grundbegriffe aus diesen Bereichen ohne Geometrie nicht möglich ist. Zudem eignen sich geometrische Inhalte oftmals für fächerübergreifenden Unterricht, z. B. mit dem Sach- und Kunstunterricht, der zur Einführung oder zur Festigung der neuen bzw. bereits gelernten Aspekte dient.

Diese Liste der Ziele und Funktionen des Geometrieunterrichts ist noch lange nicht vollständig. Vielmehr soll diese klar beleuchten, wie der Geometrieunterricht entscheidend zu der Entwicklung der intellektuellen Kompetenzen bei den Schülerinnen und Schülern beiträgt (Wittmann, 1999), da das Denken von geometrischen Vorstellungen geprägt ist. Letztlich werden durch die Geometrie auch grundlegende geistige Fähigkeiten wie das Ordnen und Klassifizieren gefördert (Franke, 2007).

Für die unterrichtliche Behandlung von *Raum und Form* ist nicht nur in der Primarstufe der Aufbau von entsprechenden Grundvorstellungen mit passenden Darstellungen und Handlungen wesentlich. Grundvorstellungen (vom Hofe, 1995) vermitteln hier zwischen Realität und mathematischem Modell und sind dadurch charakterisiert, dass sie

a. sinnkonstituierend für mathematische Begriffe durch die Anknüpfung an bekannte Sach- und Handlungszusammenhänge sind,

b. den Aufbau von (visuellen) Repräsentationen unterstützen, die operatives Handeln auf der Vorstellungsebene ermöglichen, und

c. die Fähigkeit zur Anwendung eines Begriffs auf die Wirklichkeit durch das Erkennen von Strukturen oder das Modellieren von Sachproblemen vermitteln.

Diese drei charakterisierenden Eigenschaften von Grundvorstellungen werden im vorliegenden Fördermaterial immer wieder aufgegriffen.

Ein Modell für den Kompetenzerwerb

Einige der oben benannten Ziele und Funktionen des Geometrieunterrichts sind auch explizit im Rahmenlehrplan Berlin Brandenburg (MBJS, 2015) zu finden, wie etwa die Orientierung im Raum und in der Ebene, um „Erfahrungen zu Eigenschaften von geometrischen Objekten, Prozessen und Beziehungen“ (MBJS, S. 9) zu sammeln. Um „die Fähigkeit [zu] entwickeln, sich geometrische Objekte vorzustellen und mit ihnen in der Vorstellung zu operieren“ (MBJS, S. 9), sollen sich die Schülerinnen und Schüler mit der Analyse ebener Figuren und Körper, ihrer Klassifikation und ihrer Darstellung durch Skizzen, Konstruktionen, Netze, Schrägbilder oder Modelle auseinandersetzen. Dabei werden durch „die Darstellung geometrischer Situationen mithilfe von Koordinaten geometrische Probleme der analytischen Bearbeitung zugänglich“ (MBJS, S. 9). Auch die Förderung der prozessbezogenen Kompetenzen wird im Rahmenlehrplan Berlin Brandenburg (MBJS, 2015) angesprochen, indem Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte beschrieben und Gesetzmäßigkeiten begründet werden sollen, um sie in Sachzusammenhängen nutzen zu können.

Die Behandlung vieler geometrischer Themen im Rahmenlehrplan basiert auf dem Spiralprinzip (Bruner, 1973). Die Bearbeitung vieler Grundschulinhalte soll bereits auf die Sekundarstufengeometrie vorbereiten. Dies ist besonders wichtig, da sich geometrische Fähigkeiten in der Grundschulzeit entscheidend entwickeln (Krauthausen, 2018). Leider wird der Geometrieunterricht heutzutage oft vernachlässigt (Backe-Neuwald, 2000; Kuzle, 2022). Die am häufigsten dafür genannten Gründe sind mangelnde Zeit und ein nicht hierarchisch aufgebauter Lehrgang (Kuzle & Glasnović Gracin, 2020; Kuzle, 2022). So wird der Geometrie-Lehrgang häufig aufgrund mangelnder Kohärenz der geometrischen Ideen, der Terminologie, der pädagogischen Ansätze und der Aktivitäten in den verschiedenen Klassenstufen kritisiert (z. B. Franke & Reinhold, 2016; Mammana & Villani, 1998; Van de Walle & Lovin, 2006).

Da sich das „geometrische Denken“ als Grundlage der Mathematik durch die gesamte Schullaufbahn zieht, ist der Aufbau eines Verständnisses im oben genannten Sinne eine komplexe Aufgabe. Um diese zu strukturieren, eignen sich *zentrale Ideen*, *Grundideen* oder *fundamentale Ideen* (der Geometrie). Wenngleich diese Konstrukte weder im Allgemeinen noch in der Mathematikdidaktik neu sind, wurden diese im Geometriebereich erst in den 80er- und 90er-Jahren konkretisiert und sind kaum im schulischen Kontext verbreitet. Einige Mathematikdidaktikerinnen und Mathematikdidaktiker haben diese Konstrukte für den Geometrieunterricht konkretisiert (u. a. Bender, 1983; Kuzle & Glasnović Gracin, 2020; Wittmann, 1999). Gerade das Modell von Bender (1983) hebt die besonderen Charakteristika der Geometrie als mathematische Disziplin hervor. Er nennt in seinem Modell der zentralen Ideen der Geometrie für den Unterricht der Sekundarstufe I vier Eigenschaften der Geometrie, die begründen, warum alle Menschen in der obligatorischen Schulzeit Geometrieunterricht erhalten sollten:

1. „Geometrie zur Strukturierung der räumlichen Umwelt und zur Erforschung der praktischen Nutzbarkeit dieser Struktur (dabei: Zwecke und Zweckmäßigkeit von Formen, Her- und Darstellen in weitem Sinn, Lösen von Problemen aller Art, Aufbau eines Begriffssystems),
2. Geometrie als Kulturgut und Bildungsinhalt (Prototyp einer Wissenschaft, universelle Rolle im Denken),
3. Geometrie zum Training geistiger Fähigkeiten (Raumanschauung, Argumentationsfähigkeit, Kreativität, Geometrisierung (Idealisierung)),
4. Geometrie zur Vermittlung von Freude und Entwicklung von Selbstvertrauen (Ästhetik von Formen und Ordnungen; eigenes Tun, Herstellung von ‚Produkten‘; Erfahrung oder Kraft des eigenen Verstands und der Autonomie des Denkens)“ (S. 9).

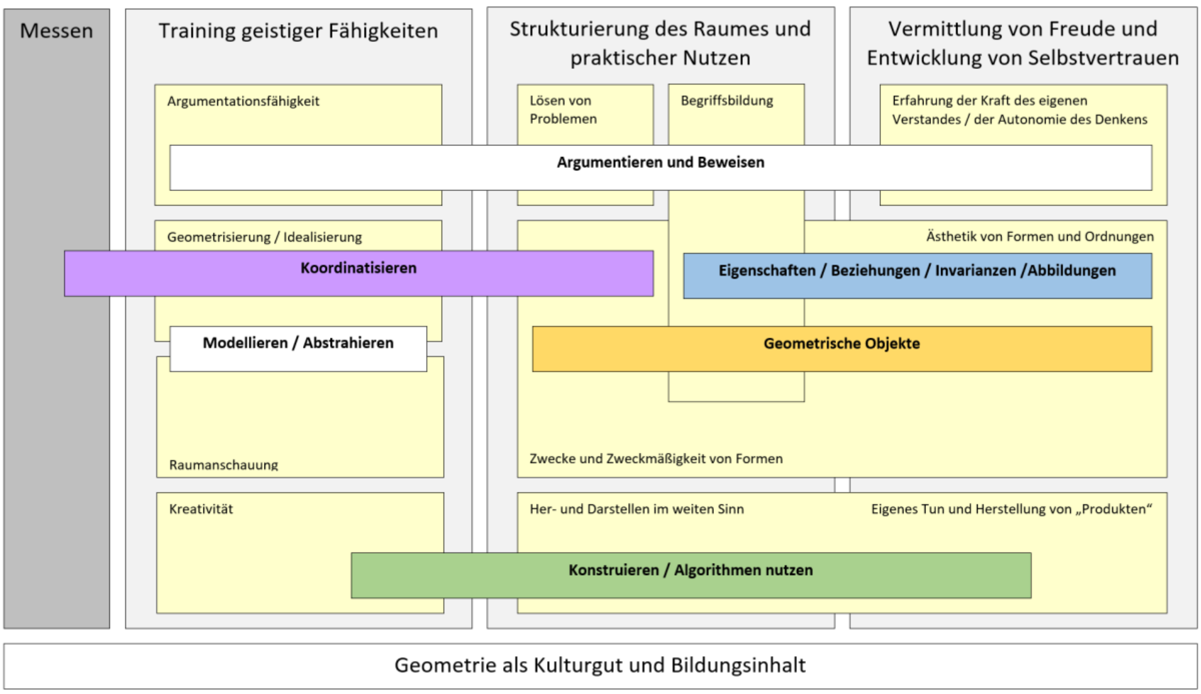


Abbildung 1: Konzeptbild zum Strukturieren der Aktivitäten im Bereich *Raum und Form*

Auf diesen Überlegungen aufbauend hat das LISUM ein Modell entwickelt, um die unterrichtlichen Aktivitäten im Bereich *Raum und Form* zu strukturieren und konkretisieren (siehe Abbildung 1). Es geht hier nicht um die Festlegung einer Reihenfolge oder die strikte Trennung von Unterrichtsinhalten, sondern um eine Orientierung für Lehrkräfte über individuelle Fördermaßnahmen. Dabei ist es notwendig, Zusammenhänge zwischen den tragenden Ideen herzustellen und sie miteinander zu verknüpfen, was auch aus der Abbildung 1 zu entnehmen ist. Das Modell möchte damit die Bedeutung von tragfähigen Verstehensgrundlagen für einen längerfristig erfolgreichen Lernprozess im Bereich *Raum und Form* von der Grundschule bis zur Sekundarschule unterstützen. Im Modell stehen die vier oben genannten Aspekte im Vordergrund: Training geistiger Fähigkeiten, Strukturierung des Raums und praktischer Nutzen, Vermittlung von Freude und Entwicklung von Selbstvertrauen sowie Geometrie als Kulturgut. Zusätzlich wird die Leitidee *Messen* in das Modell einbezogen, da diese die Grundlage für die Verknüpfung von Raum und Form mit rechnerischen Zugängen, aber auch für Koordinatisierungen darstellt. Gemeinsam bilden *Raum und Form* und *Messen* die Grundlage für das mathematische Fachgebiet der Geometrie. Zur gezielten Förderung der Kompetenzen der Leitidee *Größen und Messen* werden die entsprechenden Materialien des LISUM zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht empfohlen.

Die zentrale Idee *Training geistiger Fähigkeiten* mit ihren Komponenten Argumentationsfähigkeit, Geometrisierung / Idealisierung, Raumanschauung und Kreativität bildet die erste Säule des Modells. In der zweiten Säule wird die zentrale Idee *Strukturierung des Raums und praktischer Nutzen* dargestellt. Diese umfasst das Lösen von Problemen, die Begriffsbildung, sowie Zwecke und Zweckmäßigkeit von Formen und Her- und Darstellen im weiten Sinn. Die dritte Säule zur zentralen Idee *Vermittlung von Freude und Entwicklung von Selbstvertrauen* besteht aus den Komponenten Erfahrungen der Kraft des eigenen Verstandes und der Autonomie des Denkens, Ästhetik von Formen und Ordnungen sowie eigenes Tun und Herstellung von „Produkten“. Da die Ästhetik und die Zweckmäßigkeit von Formen sowie das Her- und Darstellen im weiten Sinn und von Produkten nicht immer gut zu trennen sind, wurden diese als zwei säulenübergreifende gemeinsame Blöcke dargestellt.

Die Idee der Geometrie als *Kulturgut und Bildungsinhalt* bildet die Basis des Modells, auf der die oben genannten Säulen aufbauen.

Die starke Vernetzung all dieser Inhalte wird durch Querschnittsthemen deutlich, die sich über mehrere Blöcke erstrecken und so diese miteinander verknüpfen. Das **Argumentieren und Beweisen** und das **Konstruieren / Algorithmen nutzen** verbinden alle drei Säulen miteinander, **Geometrische Objekte** und ihre **Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen** verbinden Begriffsbildung und Formenlehre in Säule 2 und 3; der wichtige Bereich des **Koordinatisierens** schlägt eine Brücke zwischen Messen und Strukturierung des Raumes samt praktischem Nutzen der Geometrie über das Training geistiger Fähigkeiten. Schließlich ist noch das **Modellieren und Abstrahieren** zu nennen, welches insbesondere die konkrete Raumanschauung mit der geometrischen Idealisierung verknüpft.

Im Folgenden gehen wir auf einige Teilbereiche detailliert ein.

Training geistiger Fähigkeiten

Franke und Reinhold (2016) und Winter (2016) sehen vielseitige Möglichkeiten und großes Potential darin, Schülerinnen und Schülern bereits in den ersten Grundschuljahren mittels geometrischer Lernumgebungen an das entdeckende Lernen heranzuführen, und somit die *Argumentationsfähigkeiten* zu fördern. Hierzu wird davon ausgegangen, dass Wissenserwerb, Erkenntnisfortschritt und das Üben von Problemlösefähigkeiten weniger durch Informationen von außen generiert werden, sondern durch eigenes aktives Handeln und die Verknüpfung neuer Informationen mit bereits vorhandenen kognitiven Strukturen. Dieses selbstständige Handeln kann durch äußere Impulse angeregt werden, indem die Lehrkraft als Lernbegleitung fungiert, welche sich der Begrenztheit der didaktischen Einflussnahme bewusst ist, jedoch zum Beobachten, Erkunden und Probieren anhält und intuitives Handeln fördert (Winter, 2016). Dabei ist es wichtig, der Eigendynamik von Lernprozessen Raum zu lassen und Fehler gemeinsam mit den Lernenden zu analysieren, um das Verstehen und Anwenden von heuristischen Strategien in den Fokus rücken zu lassen. Zudem betont Winter (2016), dass entdeckendes Lernen zu intellektuellen und emotionalen Identifikationen, zu Erfolgserlebnissen, Teilerfolgserlebnissen, Misserfolgserlebnissen sowie zu Erlebnissen mit seinem eigenen Verstand führt und so die Lernenden in besonderer Weise motiviert. Dabei geht er davon aus, dass jeder Mensch neugierig und wissbegierig ist und im entdeckenden Lernen eine Möglichkeit gegeben ist, selbst zum Erforschen von neuen Aufgaben und Problemfeldern angeregt zu werden. Der Geometrieunterricht bietet viele Möglichkeiten, genau dieses entdeckende Lernen zu praktizieren.

Mit *Raumanschauung* ist die Auffassung räumlicher Verhältnisse gemeint. Räumliche Fähigkeiten sind dabei ein recht globales Konstrukt. Deswegen ist es nicht erstaunlich, dass selbst unter Fachdidaktikerinnen und Fachdidaktikern bisher kein Konsens bezüglich einer einheitlichen Definition gefunden werden konnte. Nach Franke (2007) umfassen räumliche Fähigkeiten zum einen die Aspekte der visuellen Wahrnehmung, welche durch die Aufnahme von visuellen und taktilen Reizen gekennzeichnet sind, zum zweiten das räumliche Vorstellungsvermögen und zum dritten das räumliche Denken. Dabei ist jede Komponente des Oberbegriffs „räumliche Fähigkeit" sehr komplex und wird deshalb in der Regel über mehrere Teilkomponenten beschrieben. Die Teilkomponenten der visuellen Wahrnehmung sind folgende: Figur-Grund-Unterscheidung, visuomotorische Koordination, Wahrnehmungskonstanz, räumliche Orientierung („Wahrnehmung von Beziehungen & Raumlage") und visuelles Gedächtnis. Visuelle Wahrnehmung ist dabei eine Voraussetzung für das räumliche Vorstellungsvermögen. Während bei der visuellen Wahrnehmung Informationen aus der Umwelt aufgenommen und verarbeitet werden, geht die Raumvorstellung über den Informationsverarbeitungsprozess und über die bloße Raumwahrnehmung hinaus.

Räumliches Vorstellungsvermögen bezieht sich stärker darauf, neuartige Vorstellungen räumlicher Phänomene generieren zu können. Diese können unabhängig von den vorhandenen erfahrbaren Bildern oder Modellen sein (Franke & Reinhold, 2016). Räumliches Vorstellungsvermögen ist die Fähigkeit, in der Vorstellung räumlich zu sehen und räumlich zu denken, sich im dreidimensionalen Raum zu orientieren oder mit räumlichen Begebenheiten gedanklich zu operieren. Dies umfasst auch die aktive Umordnung von im Gedächtnis gespeicherten Vorstellungsbildern und die Fähigkeit, in der Vorstellung aus vorhandenen Bildern neue zu entwickeln (Weigand et al., 2014). Dies ist zum einen von großer lebenspraktischer Bedeutung, wird aber auch als ein maßgeblicher Indikator von Intelligenz angesehen (Franke & Reinhold, 2016). Schon sehr früh bewegen sich Kinder im Raum, erfassen diesen und machen so ganz selbstverständlich erste geometrische Erfahrungen (Freudenthal, 1973). Laut Franke und Reinhold (2016) sollte die Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens zu den Hauptzielen des Geometrieunterrichts gehören. Die Teilkomponenten sind folgende: Veranschaulichung, mentale Rotation, räumliche Beziehungen und räumliche Orientierung. Räumliches Denken, ab der Sekundarstufe I relevant, ist die Fähigkeit, mit räumlichen Vorstellungsinhalten beweglich umgehen zu können.

Bei der unterrichtlichen Behandlung des Themas sind folgende Aspekte zu beachten: „Welche *Teilkomponente der Raumvorstellung* soll in erster Linie gefördert werden?", „Welche *Aufgabenstellungen* sind dafür geeignet?" (dazu gehört das Erfinden weiterer Angebote für *alle* Kinder, also auch leistungsschwächere Kinder, besonders schnelle und interessierte Kinder) und „Welche *Lösungsstrategien* sollen im Gespräch in den Vordergrund gerückt werden?" („Kompetent ist das Kind, wenn es Raumvorstellungsfähigkeiten erworben hat und für die Bewältigung von Raumvorstellungsaufgaben geeignete Strategien kennt und diese flexibel einsetzen kann" (Häring, 2015, S. 43).) Gespräche müssen dabei angeregt und kultiviert werden! Hierzu sind Geduld und Zeit wichtig, da der Erwerb nicht rasch erreicht werden kann. Darüber hinaus muss die Zeit für praktisch-gegenständliche Tätigkeiten, Probieren, Irren usw. eingeräumt werden. Zuletzt ist die Behandlung vorbereitungsintensiv, nicht zuletzt, um passende Aufgaben zu finden (siehe oben).

Zur Förderung des räumlichen Denkens sind vielfältige geometrische Grunderfahrungen anzuregen: durch grundlegende Handlungserfahrungen wie Experimentieren mit Material, durch taktile Erfahrungen (Tastsinn „Begreifen"), und durch kopfgeometrische Aktivitäten, die insbesondere ein exaktes Wahrnehmen, Betrachten, Erkennen von Perspektiven sowie Fähigkeiten im widerspruchsfreien Beschreiben, Erklären und Verwenden von Fachsprache fördern können. Laut Piaget basiert das Denken auf verinnerlichten Handlungen. Empirische Untersuchungen belegen: Der handlungsorientierte und experimentelle Einsatz von Modellen ist für die Entwicklung der Raumvorstellung im Geometrieunterricht äußerst wichtig, um Erfahrungen durch verbale und taktile Aktivitäten zu sammeln und zu reflektieren. Durch sinnliche Wahrnehmungen entstehen Vorstellungsbilder, die auch ohne das Vorhandensein der realen Objekte verfügbar sind und gedanklich verändert werden können. Die Schülerinnen und Schüler sollen durch operative Aktivitäten auf niedrigerer Stufe (z. B. Arbeiten mit konkreten Materialien, Anfertigen von Zeichnungen) ausreichend Gelegenheiten zur Ausbildung und Stärkung ihrer räumlichen Vorstellungen bekommen. Bei Vorstellungsproblemen sollte auf die handelnde Ebene mit Materialen zurückgegriffen werden.

Wenn Aufgaben den Schülerinnen und Schülern schwerfallen, können folgende methodischen Hinweise hilfreich sein: Abstufung des Schwierigkeitsrades (z. B. bei Faltaufgaben zunächst nur einmal falten), Kontrollfragen der Lehrkraft (z. B. „Wie viel Schichten Papier liegen nach dem Falten übereinander?", „Wo befinden sich beim zusammengefalteten Papier die Faltachsen?", „Wo sind die Ränder des aufgefalteten Blattes?", „Wie würde das aufgefaltete Blatt aussehen, wenn man nach dem Falten nur die Ecken abgeschnitten hätte?") und Konkretisieren von Vorstellungen (beim vorgestellten Operieren die Augen schließen, kinästhetisch arbeiten, z. B. ein imaginäres Blatt mit den Händen falten).

Der Bereich der *Kreativität* ist gerade in der Geometrie besonders ergiebig. Im Bereich der geometrischen Kreativität (als Spezialgebiet mathematischer Kreativität und basierend auf den Ergebnissen der viel allgemeineren und umfangreichen Kreativitätsforschung) können vier Komponenten identifiziert werden (El Demerdash, 2010): Die Fähigkeit, schnell **viele** Ideen zu produzieren (*fluency),* die Fähigkeit, **wesentlich verschiedene** Ideen zu produzieren (*flexibility*), die Fähigkeit, **originelle** Ideen zu produzieren (**originality)** und die Fähigkeit, Ideen auszuführen, zu variieren, umzuformulieren, zu kombinieren, etc. (**elaboration)**. Diese Fähigkeiten können gut im Geometrieunterricht trainiert werden, da geometrische Aufgaben oft viele verschiedene Lösungswege und Herangehensweisen zulassen. Ein Beispiel ist die Bestimmung des Flächeninhalts einer komplexeren Form (oder analog des Rauminhalts eines Körpers): Diese kann durch Zerlegen in bekannte Formen, durch das Ergänzen mit bekannten Formen zu einfacheren Formen, oder durch andere Techniken wie Scherungen umgewandelt werden. Dabei gibt es für jede dieser Techniken wiederum viele verschiedene Wege und Ansätze. Ein weiteres Beispiel ist die Herstellung von Mustern wie Bandornamenten. Hier ist keine „Lösung" im eigentlichen Sinne gesucht, sondern regelbasiert zusammengesetzte Formen, die dann miteinander verglichen werden können. Diese kreative Tätigkeit hilft dabei, in späteren Problemlöseprozessen vielfältige Lösungsansätze zu generieren.

Strukturierung des Raums und praktischer Nutzen

Das kreative **Problemlösen**, der spielerische Umgang mit mathematischen Gegenständen sowie die Fähigkeit zu abstrahieren, das kausale und logische Denken und das kritische Urteilsvermögen sieht Graumann (2009) als essenzielle Bestandteile eines guten Mathematikunterrichts. Des Weiteren bietet das Problemlösen das Potential zur Förderung der Fähigkeiten zu argumentieren und über Lösungswege zu reflektieren (Graumann, 2009). Problemlösen ist die Fähigkeit, eine Aufgabe bearbeiten zu können, obwohl kein bekannter Lösungsweg vorliegt. Stattdessen müssen mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten eingesetzt werden, um Lösungsstrategien zu entwickeln. Dafür müssen die Kinder Zusammenhänge erkennen und die bekannten Lösungswege auf ähnliche Anforderungen übertragen (Franke & Reinhold, 2016). Krauthausen (2018) sieht eine große Chance in der spielerischen Lösung von mathematischen Problemen. Durch die offene Gestaltung des Aufgabenformats wird der Druck zur schnellen Lösung der Aufgabe reduziert und durch die Aufforderung des Ausprobierens können für die Schülerinnen und Schüler bedeutende Lernerfahrungen entstehen, die sich positiv auf die Motivation auswirken (Krauthausen, 2018). Die Geometrie bietet ein reichhaltiges Aufgabenfeld, um Problemlösestrategien zu erproben und anzuwenden. Sie bietet mehr als andere Felder der Mathematik einen Lebensweltbezug und viele praktische Anwendungsmöglichkeiten (Kuzle & Bruder, 2016). So können Lernende unbekannte Sachverhalte durch Heurismen, wie das Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, das Nutzen von Analogien und den Rückbezug auf bereits bekannte Rechenoperationen aus der Geometrie lösen und ihren Lösungsweg reflektieren (Kuzle & Bruder, 2016).

Bei der **Begriffsbildung** im Geometrieunterricht stehen meist nicht Definitionen am Anfang des Begriffslernens; sie bauen vielmehr auf Vorstellungen, Kenntnissen und Fähigkeiten im Umgang mit dem Begriff auf (Weigand et al., 2014). Das bewusste „Definieren" und die Verwendung des Wortes „Definition" erfordert Kenntnisse über den Aufbau eines mathematischen Gebietes und ist erst im fortgeschrittenen Lehrgang möglich. Die Literatur zur Begriffsbildung, gerade in der Geometrie, ist zahlreich und vielfältig. Auch für die Vorgehensweise zum Begriffslernen gibt es diverse Beispiele und Stufenmodelle. Wir möchten hier nur einige zentrale Hinweise geben, die der Orientierung dienen können, und verweisen ansonsten auf die im Anhang angegebene Literatur.

Das Begriffslernen ist eng mit dem Aufbau von Grundvorstellungen verknüpft. Insbesondere gehört dazu, dass die Lernenden *mentale Modelle zum Begriff aufbauen*. Dies geschieht nicht nur rezeptiv durch die Wahrnehmung von Beispielen und Darstellungen des Begriffs (also zum Beispiel durch die Präsentation verschiedener Körper oder ebener Figuren und ihren Bezeichnern), sondern auch durch eigenständiges Handeln. So können zum Beispiel Parallelogramme durch zwei gezeichnete Parallelenpaare hergestellt werden, oder durch das Falten / Schneiden eines Papierstreifens. Gerade durch den Einsatz von DGS, aber auch durch greifbare, reale Materialien können hergestellte Modelle verändert werden und dabei erlaubte Transformationen identifiziert werden, die weitere Beispiele für Objekte, die unter den Begriff fallen, erzeugen. Als Beispiel – für Parallelogramme – können hier Gelenkvierecke dienen, bei denen die gegenüberliegenden Seiten gleich lang sind. Diese können in andere Parallelogramme umgewandelt werden, aber auch in allgemeine Vierecke. Noch einfacher wird es bei der Untersuchung euklidischer Eigenschaften: Ein aus Papier ausgeschnittenes Polygon verändert weder Form noch Größe, wenn man es verschiebt, rotiert oder umdreht. Unterstützt wird der Aufbau der mentalen Modelle durch das Einfordern von Verbalisierungen durch die Schülerinnen und Schüler und die Diskussion von Handlungen an vorgestellten Objekten, wie auch sonst in allgemeinen Zugängen zu Grundvorstellungen. Genau diesen – für Geometrieunterricht – typischen Aspekt nimmt das Fördermaterial in den Blick.

Mit dem Aufbau der mentalen Modelle einher geht die Entwicklung des Begriffsumfangs, also der Gesamtheit aller Objekte, die durch einen Begriff bezeichnet werden samt der Abgrenzung zu Objekten, die nicht darunterfallen, und des Begriffsnetzes, also den Beziehungen zu anderen Begriffen. Als prominentes Beispiel dient hier das Haus der Vierecke (wobei „Haus" im Sinne von „Dynastie" oder „Stammbaum" gemeint ist, nicht im Sinne eines tatsächlichen Hauses), in dem dargestellt wird, welche Merkmale und Eigenschaften verschiedenen Viereckstypen gemein sind. Um diese Beziehungen nicht nur zu vermuten, sondern zu begründen, muss sich im Unterricht über den Begriffsinhalt, also die Merkmale und Eigenschaften, die den jeweiligen Begriff ausmachen, verständigt werden. Dies kann und sollte dann in Definitionen münden, sodass Diskussionen und Argumentationen über verschiedene geometrische Formen und Muster möglich werden. Dabei ist es typisch für die Geometrie, dass aus Grundbegriffen immer komplexere Begriffe aufgebaut werden – ein wichtiger Grund dafür, die Grundbegriffe grundlegend zu klären! Als Beispiel für diese Notwendigkeit ist hier die „Höhe in einem Dreieck" hilfreich: Die Höhe eines Dreiecks an sich existiert nicht, sondern es muss stets die dazugehörige Grundseite *oder* Ecke angegeben werden, da die Höhe den *Abstand* einer Ecke zu einer Grundseite bezeichnet.

Wie ebenfalls von Grundvorstellungen bekannt, ist schließlich noch die Fähigkeit, mit einem Begriff umzugehen, also ihn anzuwenden, ein Ziel des Begriffslernens. Auch dies kann bereits bei der Exploration der Begriffe, beim Aufbau der mentalen Modelle geschehen, also beim Konstruieren und Transformieren, aber auch beim Modellieren und Problemlösen innerhalb der Leitidee *Raum und Form*. Schülerinnen und Schüler sollten den Begriff und seine Merkmale dabei bewusst einsetzen, oder durch die Lehrkräfte dazu gebracht werden, ihre Tätigkeit so zu reflektieren, dass sie die Zwecke und Zweckmäßigkeit von Begriffen erfassen.

Das Lernen geometrischer Begriffe kann, orientiert an den oben genannten Anforderungen, zum Beispiel wie im Modell zum Lernen geometrischer Begriffe (Weigand et al., 2014) in einem Dreischritt gelingen:

1. Aufbau angemessener Vorstellung (Handeln, Wahrnehmen, Verbalisieren)
2. Erwerb von Kenntnissen (Eigenschaften, Beziehungen zwischen Eigenschaften, Beziehung zu anderen Begriffen)
3. Aneignen von Fähigkeiten (Konstruieren, Berechnen, Problemlösen)

Die Begriffsbildung an sich erschließt auch Formen, also Figuren und Körper, als Objekte des unterrichtlichen Handelns. Die **Zwecke und Zweckmäßigkeit von Formen** können damit im Unterricht sichtbar werden. Dreiecke erlauben es, Abstände und Winkel miteinander in Beziehung zu setzen und dienen als kleinste Bausteine aller ebenen Figuren. Die Kongruenzsätze sind damit nicht nur im Bereich des Argumentierens und Beweisens als Übungsmaterial verankert. Sie spielen eine entscheidende Rolle bei allen Diskussionen über die Stabilität von realen Konstruktionen, angefangen beim Fachwerk, welches ohne Dreiecke keine Stabilität hätte, bis hin zum 3D-Druck. Die Ähnlichkeit von Formen wird durch die Gleichheit von Winkeln getragen, was auch konkret bei der Manipulation von Bildern auf Bildschirmen (Zoomen) über zentrische Streckungen erfahrbar gemacht werden kann. Zusammen mit einer Länge, also einer messbaren Größe, können Figuren dann vollständig beschrieben werden. Kurz: Kennt man nur Winkel, so ist die Form vorgegeben, kennt man noch zusätzlich eine Größe, so ist die gesamte Figur bestimmt, kennt man alle Größen, so kann man aus diesen auch die Winkel, also die Form bestimmen.

Diese Zweckmäßigkeit kann beim **Her- und Darstellen** dann im Wechselspiel mit der Diskussion über Eigenschaften und Begriffe erfahren werden. Auch hier lohnt es sich, nicht nur komplexe Gebilde zu bauen, sondern auch Grundformen zu explorieren. Wie müssen drei Stangen beschaffen sein, um daraus ein Dreieck bauen zu können? Ist dieses durch die Länge der Stangen komplett festgelegt? Wie viele Stangen braucht man, um ein räumliches Gebilde zu bauen? Was passiert, wenn alle Stangen gleich lang sind? Funktioniert es auch mit verschieden langen Stangen? Kann man das Gebilde auch dadurch herstellen, dass man einen Block Knetmasse mit geraden Schnitten teilt? Welche Muster kann man aus Dreiecken, Vierecken, Fünfecken legen? Kann man, wenn man viele Kopien eines beliebigen Vierecks hat, damit den Tisch vollständig bedecken? Solche und andere Fragen sind gute Startpunkte für einen vielfältigen Geometrieunterricht.

Vermittlung von Freude und Entwicklung von Selbstvertrauen

Ein derart vielfältiger Geometrieunterricht erlaubt es dann Schülerinnen und Schülern, die **Kraft des eigenen Verstandes und der Autonomie des Denkens** zu erfahren. Krauthausen (2018) sieht im spielerischen Charakter des Geometrieunterrichts ein hohes Potential für die Motivation der Schülerinnen und Schüler bezüglich des ganzen Mathematikunterrichts. Als zentraler Bestandteil erfolgreichen Lernens gelten gelungene motivationale Prozesse, welche durch gelungene Lernumgebungen beeinflusst werden können. Krauthausen (2018) geht davon aus, dass insbesondere Kinder, die Schwierigkeiten im Bereich der Arithmetik haben, im Geometrieunterricht zu unerwarteten Erfolgserlebnissen gelangen können. Diese Erfolgserlebnisse können positive Selbstwirksamkeitserwartungen der Kinder erheblich steigern, was sich wiederum positiv auf den ganzen Mathematikunterricht auswirken kann. Laut Scherer und Moser Opitz (2010) erfordern viele Situationen des Alltags geometrische Kompetenzen sowie räumliche Vorstellungen und haben für die Schülerinnen und Schüler eine erhebliche Alltagsrelevanz. Diese Aspekte können sich motivierend auf die Lernenden auswirken und somit einen positiven Effekt auf den gesamten Mathematikunterricht haben. Das Wechselspiel zwischen spielerischen Explorationsphasen und der notwendigen Konsolidierung kann dabei durch das Modell von *Spielraum* und *Dokument* (Kortenkamp & Wollring, 2017) beschrieben werden.

*„Die Mathematikdidaktik sollte sich auf die wahre Natur des Faches Mathematik besinnen: Mathematik ist die Wissenschaft von Mustern, die im Prozess entwickelt, erforscht, fortgesetzt und verändert werden können“ (*Wittmann, 2004, S. 1).

Das Denken in Mustern und die Fähigkeit zur Abstraktion ist somit entscheidend für die Denkökonomie, weil von vielen Einzelfällen auf ein System geschlossen werden kann (Wittmann & Müller, 2007). Die **Ästhetik von Formen und Ordnungen** spielt dabei eine entscheidende Rolle. Die geometrische Anordnung von Mustern und das Erkennen von Strukturen muss zu diesem Zweck geschult werden. Das Themengebiet *Muster und Strukturen* wird häufig als ein eigenständiges Inhaltsgebiet der Geometrie verhandelt. Dabei geht es vor allem darum, die Entstehung von Mustern und Strukturen zu begründen und deren tiefere Struktur systematisch herauszuarbeiten. Ein tiefgehendes systematisches Verständnis für Muster durch den Geometrieunterricht zu entwickeln, kann für das Verständnis arithmetischer und algebraischer Kenntnisse in vielerlei Hinsicht genutzt werden. Im Arithmetikunterricht werden Muster genutzt, um Zahlen zu veranschaulichen, wie beispielsweise durch Würfel- und Punktebilder, in denen die Zahlstrukturen abgebildet werden. Gleiches gilt für Anschauungsmaterialien wie die Zwanziger- und Hunderterfelder, in denen die dekadische Struktur des Zahlensystems sichtbar wird (Kampmann, 2016). Wittmann und Müller (2007) postulieren Mathematik als Wissenschaft der Muster und sehen diese als Grundlage aller mathematischer Strukturen. Die Beschäftigung mit Beziehungen geometrischer Objekte zueinander kann als ein neuer möglicher Weg zur Förderung der Sicht auf die mathematischen Strukturen verstanden werden (Steinweg, 2013). Der Geometrieunterricht kann maßgeblich dazu beitragen, ein tiefgehendes Verständnis für Muster und Strukturen anzubahnen, welches dann in allen mathematischen Bereichen sinnvoll genutzt werden kann (Wittmann & Müller, 2007).

Geometrie als Kulturgut und Bildungsinhalt

Das Fundament des Strukturmodells soll daran erinnern, dass Geometrie über den Mathematikunterricht hinaus allgemeinbildend ist. Im Sinne eines genetischen Unterrichts lohnt es sich, die Entwicklung der Geometrie an Beispielen, die aus der Architektur (wie Pyramiden, Tempel, Hochhäuser), der Landvermessung oder auch der Kunst (nicht nur Ornamenten und Perspektive, sondern auch moderne / abstrakte Kunst, siehe hierzu unter anderem den Beitrag von Roth (2009) und andere im Themenheft Mathematik und Kunst) stammen können, zu betrachten. Hier bietet sich auch fächerübergreifender und fächerverbindender Unterricht an. Die Geometrie ist stets treibendes Element der Mathematik gewesen, zum Beispiel durch die Axiomatik von Euklid bis Hilbert. Schließlich und nicht zuletzt kann auch ganz aktuell der gesamte Themenkomplex der Computergeometrie, von Computerspielen in Pixelgrafik (Koordinatisierung!) über Ego-Shooter bis hin zu VR-Inhalten (Perspektive!) als Ansatz für einen modernen und interessanten Geometrieunterricht genutzt werden.

Wichtige Verbindungselemente der Teilbereiche

Die vielen Teilbereiche der Geometrie stehen, wie schon in der bisherigen Beschreibung ersichtlich, nicht für sich allein, sondern werden immer wieder durch gemeinsame Tätigkeiten oder Aspekte miteinander verknüpft. Wir möchten einige davon speziell hervorheben.

Argumentieren und Beweisen

„Mathematisches Argumentieren in der Grundschule und in den unteren Klassen der Sekundarstufe I sollte integraler Bestandteil jedes guten Mathematikunterrichts sein" (Jahnke, 2007, S. 10) – nicht umsonst ist das mathematische Argumentieren eine im Rahmenplan Berlin Brandenburg besonders hervorgehobene allgemeine mathematische Kompetenz. Das Argumentieren als Herstellen von rationalen Begründungszusammenhängen dient der Klärung von Meinungen über Sachverhalte und Probleme, aber auch der Überzeugung des Gegenübers. Argumentiert wird dann, wenn strittige oder bestreitbare Behauptungen vorliegen; „In einer Argumentation wird versucht, mit Hilfe des kollektiv Geltenden etwas kollektiv Fragliches in etwas kollektiv Geltendes zu überführen" (W. Klein, 1980, S. 19).

Geometrie birgt dabei ein besonderes Potenzial: Durch ihre Anschaulichkeit ist es einfach möglich, sich Meinungen zu bilden; durch die Axiomatisierung und den Aufbau von (Grund-)Begriffen ist es aber auch möglich, Schritt für Schritt bestreit- und begründbare Schlüsse zu ziehen. Damit können die Komponenten des mathematischen Argumentierens und dazu passende Unterrichtsphasen (siehe Bezold, 2012) besonders gut in den Geometrieunterricht eingebaut werden. Dazu gehören das Entdecken von mathematischen Phänomenen, die Beschreibungen der Entdeckungen, das Hinterfragen dieser Entdeckungen und das Begründen der Entdeckungen in einem forschend-entdeckenden Mathematikunterricht (Bezold, 2012). Ein typisches Beispiel ist hier die Frage nach der Innenwinkelsumme in Dreiecken – die Schülerinnen und Schüler können leicht viele Dreiecke herstellen, deren Innenwinkel messen, Vermutungen dazu äußern (und in Frage stellen – ist die Innenwinkelsumme in manchen Dreiecken vielleicht nur 178°?), und dann zu Begründungen kommen. Der Reichtum der (elementar-)geometrischen Fragestellungen und der dazu produzierbaren Beispiele und Gegenbeispiele ist dabei meist einfacher zugänglich als in der Arithmetik.

Im Unterricht können geeignete Kommunikationsanlässe mit den typischen Fragen und Aufträgen wie „Beschreibe, was du beobachtest!", „Welche Besonderheiten hast du entdeckt?", „Was fällt dir auf?", „Untersuche deine Lösungen. Beschreibe, was du entdeckst!", „Welche Lösungen hast du gefunden?", „Wie bist du vorgegangen, um Besonderheiten und Lösungen zu finden?", „Ist das immer so?", „Findest du noch mehr Beispiele?", „Kann das stimmen?", … leicht geschaffen werden (siehe auch Bezold (2009, 2012), Ruwisch (2017)).

Das eigentliche Beweisen als formales Schließen, welches oft als Königsdisziplin der Mathematik empfunden wird, ist letztendlich die am stärksten formalisierte Niveaustufe des Beweisens (Holland, 2007). Er unterscheidet die (1) Niveaustufe des Argumentierens zur Vermittlung eines „Aha"-Erlebnisses, in der mündlich argumentiert wird, Argumente von Mitschülerinnen und Mitschülern aufgegriffen, weitergeführt oder widerlegt werden, und Beweisgedanken verstanden und in eigenen Worten wiedergegeben werden. Dabei sind alle veranschaulichenden Hilfsmittel zugelassen, und die Argumentationskette soll so kurz wie möglich, aber so ausführlich wie nötig sein. Die (2) Niveaustufe des inhaltlichen Schließens mit dem Ziel der Sicherung der Allgemeingültigkeit verlangt eine Notation des Beweises als Sequenz von Beweisschritten, ohne übertriebene Ausführlichkeit in weitgehend umgangssprachlicher Darstellung. Sie ist dann eine Vorstufe der (3) Niveaustufe des formalen Schließens, die als Ziel die Sicherung der Allgemeingültigkeit der zu beweisenden Aussage hat. Dabei wird der Beweis als Sequenz von Beweisschritten angemessen ausführlich und lückenlos notiert, und die dabei verwendeten Sätze angegeben. Alle drei Niveaustufen nehmen dabei in verschiedener Strenge Bezug auf Beweisfiguren.

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Konstruktionsaufgaben haben nach Ludwig und Weigand (2014) einen wichtigen Platz im Geometrieunterricht. Dabei leisten sie sowohl einen Beitrag zu den inhaltsbezogenen Zielen beim Begriffslernen, dem genannten Entdecken und Beweisen geometrischer Sätze und dem Festigen von bereits Gelerntem durch das Konstruieren selbst, als auch zu den allgemeinen Lehrzielen – dem Fördern der Problemlösefähigkeit, dem Erwerb von praktischen Zeichenfähigkeiten, der logischen Schulung und der Sprachschulung.

Dabei finden geometrische Konstruktionen mit verschiedenen Werkzeugen und auf verschiedenen Exaktheitsstufen statt. Neben den klassischen Hilfsmitteln Zirkel und Lineal oder Geodreieck wird heute nicht nur in der beruflichen Praxis (mit professioneller CAD-Software zum technischen Zeichnen), sondern auch im Unterricht der Computer eingesetzt (DGS). Gerade durch den Computereinsatz wird es möglich, Konstruktionen nicht nur exakt, sondern auch wiederholbar in algorithmischer Form durchzuführen, sodass Zusammenhänge nicht nur durch die Untersuchung einiger weniger Beispiele, sondern durch die Untersuchung einer Vielzahl miteinander vernetzter Beispiele erschlossen werden können (Richter-Gebert & Kortenkamp, 2001).

Die zur Verfügung stehenden Werkzeuge und Grundkonstruktionen sind besonders bei Konstruktionsaufgaben als Problemlöseaufgaben relevant. Den Mittelpunkt einer Strecke zu finden ist besonders einfach, wenn diese Grundkonstruktion direkt zur Verfügung steht (als Makro oder Grundfunktionalität in einem DGS), schwieriger, wenn man nur Zirkel und Lineal (ohne Skala) zur Verfügung hat, und tatsächlich ein schwieriges, aber lösbares Problem, wenn man nur einen Zirkel benutzen darf. Auch andere Werkzeuge – Seile, Stangen, Gummibänder – erschließen neue Konstruktionsmöglichkeiten.

Neben den bereits genannten Werkzeugen ist selbstverständlich auch das einzelne Blatt Papier mit Stift für Skizzen und auch ohne Stift, zum Beispiel beim Origami und Falten von Mustern und Figuren, schon ein geometrisch und didaktisch nutzbares Objekt, insbesondere in der Grundschule.

In der unterrichtlichen Umsetzung wird dann zwischen dem Skizzieren (als Freihandzeichnen ohne Anspruch auf Maßstäblichkeit) und dem Konstruieren im mathematischen Sinn (mit idealen Objekten) unterschieden. Dieses Konstruieren kann sogar als rein ideelle Tätigkeit stattfinden, die nicht zwangsläufig, aber doch meistens zeichnerisch in eine reale Darstellung umgesetzt wird. Der höhere Anspruch an die Fertigkeit des Zeichnens als an das Skizzieren kann im Rahmen des Spiralcurriculums deutlich werden.

Beim konstruktiven Herstellen von Beispielen liegt der Fokus oft auf den Endprodukten. Dabei darf aber nicht vergessen werden, dass der Prozess des Konstruierens, der Weg von einer Ausgangs- zu einer Zielsituation, mindestens genauso wichtig ist. Auch hier gibt es wieder Gelegenheiten zum Argumentieren – warum liefert eine Konstruktion oder Konstruktionsvorschrift das gewünschte Ergebnis? Dabei wird auch der Darstellungswechsel zwischen Konstruktionen und ihren möglichen Beschreibungen mit einbezogen. Wie auch in anderen Themengebieten kann dabei bidirektional vorgegangen werden – zu durchgeführten Konstruktionen werden Konstruktionsbeschreibungen angefertigt, oder gegebene Konstruktionsbeschreibungen werden durchgeführt. Hieraus ergeben sich im Unterricht immer wieder Gesprächsanlässe. Mithilfe von DGS, die Konstruktionsbeschreibungen automatisiert erstellen können, kann dies gut unterstützt werden.

Koordinatisieren

Koordinatensysteme ermöglichen den rechnerischen Zugang zur Geometrie – doch sie sind nicht von vorneherein gegeben, sondern ein besonderes mathematisches Konstrukt, welches in der gesamten Schullaufbahn aufgebaut wird und verschiedene Inhaltsbereiche miteinander verknüpft. Daher spielt das Koordinatisieren eine besondere Rolle als fundamentale Idee.

Koordinatensysteme ermöglichen es, Orte in der Ebene oder im Raum über Abstände in zwei bzw. drei Richtungen von einem Ursprung aus anzugeben. Dabei sind sowohl der Ort des Ursprungs als auch die Richtungen und die Länge der Einheitsschritte frei wählbar. Beginnt man in der Geometrie bereits vor der Konstruktion mit einem vorgegebenen Koordinatensystem, so verliert man diese Wahlfreiheit. Durch eine geschickte Wahl des Koordinatensystems kann man Rechnungen vereinfachen oder sogar komplett vermeiden. Gleichzeitig ist es schwierig, spezielle Orte in der Ebene anzugeben, ohne ihre Koordinaten in Bezug auf ein – dann festgelegtes – Koordinatensystem anzugeben. Daher umfasst das Koordinatisieren vielfältige Tätigkeiten beim Darstellungswechsel in zwei Richtungen: Ausgehend von Konstruktionen oder Figuren ohne vorgegebenes Koordinatensystem können Wege gesucht werden, diese Figuren zu beschreiben („Gehe einen Schritt, drehe dich um 90° nach links, und wiederhole diese beiden Aktionen viermal“ beschreibt ein Quadrat, ohne dass man Koordinaten benötigt), und ausgehend von gegebenen Koordinatensystemen kann man Figuren einzeichnen, für deren Bestandteile Koordinaten gegeben sind (ähnlich dem Zuordnungsaspekt bei Funktionen).

Das Koordinatisieren wird über die gesamte Schullaufbahn eingeübt, zum Beispiel bei der Angabe von Feldern in einem Schachbrettmuster über das Zählen von einer Ecke aus, bei Wegbeschreibungen, die räumliches Vorstellungsvermögen erfordern, beim Modellieren von Realsituationen, oder, ganz eindimensional, beim Übergang von Rechenstrich zu Zahlenstrahl und Zahlengerade. Einen ganz besonderen Zusammenhang stellt dann der Satz des Pythagoras her – er vermittelt zwischen dem Konzept Abstand (in der Ebene haben die Punkte $(x_1|y_1)$ und $(x_2|y_2)$ den Abstand $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$), dem Flächeninhalt von (rotierten) Quadraten, rechtwinkligen Dreiecken und den trigonometrischen Funktionen.

Modellieren / Abstrahieren

Das Herstellen eines Lebensweltbezugs und das Erforschen der eigenen Umwelt im geometrischen Sinne kann eine große Motivation für die Lernenden sein (Freudenthal, 1973). Durch die Einbeziehung umweltlicher Aspekte wird eine breite Fundierung der geometrischen Begrifflichkeit, eine stärkere Konzentration auf die substantiellen Inhalte sowie eine Förderung der intuitiven Erschließung des Themas erreicht (Graumann, 1994). Ein praxisnaher Geometrieunterricht, der die Lernenden mit geometrischen Themen ihres Alltags konfrontiert, eignet sich deshalb besonders, um das Interesse der Lernenden zu wecken und an ihre Vorerfahrungen anzuknüpfen (Freudenthal, 1973). Das Modellieren liefert hier neben den bereits genannten Tätigkeiten also einen eigenen motivierenden Beitrag.

Das Modellieren wurde bereits mehrfach als allgemeine mathematische prozessbezogene Kompetenz genannt, die besonders mit der Geometrie verknüpft ist. „Geometrie ist eine der großen Gelegenheiten, die Wirklichkeit mathematisieren zu lernen. Es ist eine Gelegenheit, Entdeckungen zu machen ... Gewiss, man kann auch das Zahlenreich erforschen, man kann rechnend denken lernen, aber Entdeckungen, die man mit den Augen und Händen macht, sind überzeugender und überraschender. Die Figuren im Raum sind, bis man sie entbehren kann, ein unersetzliches Hilfsmittel, die Forschung und die Erfindung zu leiten“ (Freudenthal (1973, Bd. 2, S. 380). Der erste Satz dieses Zitats von Freudenthal deutet auf diese Verknüpfung hin: Im Modellierungskreislauf ist das Mathematisieren, der Übergang von der Realität in die Sprache der Mathematik, Grundlage für die darauffolgende Behandlung des so formulierten

Problems mit mathematischen Methoden. Dabei ist es notwendig, die Realität zu idealisieren, geometrische Objekte und Beziehungen zwischen diesen zu identifizieren und mit den Begriffen zu arbeiten, die die Geometrie zur Verfügung stellt.

Die Konzentration auf das Wesentliche, das Weglassen von Informationen, also das Abstrahieren, ist eine weitere wichtige Tätigkeit. Es kommt eben nicht auf die Farbe einer Figur oder Material, überlappenden Nahtstellen bei Dosen und Getränkeverpackungen, Augenzahlen bei Spielwürfeln usw. an, sondern auf ihre Form. Es geht es darum, an realen Gegenständen Eigenschaften zu ignorieren, um Vorstellungen über charakteristische Eigenschaften der geometrischen Figur aufzubauen.

Geometrische Objekte und Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Die gerade für das Modellieren herangezogenen Objekte und Relationen sind die beiden letzten hier beschriebenen Verbindungselemente zwischen den Teilbereichen und können tatsächlich nur gemeinsam genannt werden, obwohl der Fokus mal mehr auf den Objekten, mal mehr auf den Relationen, also Eigenschaften, Beziehungen, Invarianzen und Abbildungen, liegt. Hier schließt sich der Kreis zum Hilbert'schen Eingangszitat: Der mathematische Zugang zu Objekten nutzt die Beschreibung von Beziehungen. So wird die euklidische Geometrie dadurch charakterisiert, dass Verschiebungen, Rotationen und Spiegelungen die wesentlichen Eigenschaften von geometrischen Objekten nicht ändern, und somit Form (Winkel) und Größe (Abstand) die beiden relevanten Messgrößen von geometrischen Objekten sind.

Einsatz der Diagnose- und Fördermaterialien

Die vom LISUM entwickelten Diagnose- und Fördermaterialien decken ein breites Spektrum von Lernzielen ab, gegliedert nach den genannten Bereichen und Kompetenzen (siehe Abbildung 1) und sind verschiedenen Niveaustufen (B-G) zugeordnet. Damit wird die Schullaufbahn von der Grundschule bis zur Sekundarstufe angesprochen. Es ist aber nicht notwendig, das gesamte Material mit allen Schülerinnen und Schülern durchzuarbeiten! Um möglichst effektiv die notwendigen Förderschritte gehen zu können, wird über das Diagnosematerial zunächst grob festgestellt, in welchem Bereich evtl. Förderbedarf besteht.

Die Diagnosematerialien bestehen aus einer Kombination von quantitativen und qualitativen Aufgaben. Dadurch können die erkennbaren Stärken und Schwächen der Schülerinnen und Schüler den Lehrkräften Hinweise auf bestehende Fördernotwendigkeiten geben. Dabei geht es nicht nur um „richtig“ oder „falsch“ bzw. „kann“ oder „kann nicht“, sondern darum, das Denken der Schülerinnen und Schüler sichtbar zu machen, zu verstehen, wo sich die Schülerin oder der Schüler befindet und wo die Schwierigkeiten liegen. Für die Grundschule werden die bereits bestehenden Diagnosematerialien der individuellen Lernstandsanalysen ILeA plus verwendet und auf die bestehenden begleitenden Unterlagen zur Durchführung und Erläuterung von ILeA plus verwiesen. Die im Handbuch zu ILeA plus bereitgestellten Förderideen zu jedem Förderinhalt wurden für dieses Fördermaterial in konkrete Aufgaben übersetzt und liegen als Aufgabensammlung vor. Für die Sekundarstufe wurden neue Diagnose- und Fördermaterialien orientiert an dem oben beschriebene und vom LISUM entwickelte Modell (siehe Abbildung 1) entwickelt und eingeordnet. Durch die farbige Gestaltung ist leicht nachvollziehbar, welche Idee mit den entsprechenden Förderaufgaben verfolgt wird.

Um solche diagnostischen Informationen wirksam werden zu lassen, werden in den didaktischen Handreichungen (Fördermaterialien) zielgerichtete Fördermaßnahmen empfohlen, indem zu typischerweise erwarteten Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler konkrete Anregungen zur unterrichtlichen Bearbeitung gegeben werden. Für jede Idee aus dem LISUM-Modell ergeben sich allerdings verschiedene Schwerpunkte, sodass sowohl die Diagnose als auch die Förderung im Gespräch zwischen Lehrkräften und Schülerinnen und Schülern erarbeitet und bearbeitet werden sollen.

Literatur und weiterführende Literatur

Backe-Neuwald, D. (2000). *Bedeutsame Geometrie in der Grundschule: Aus Sicht der Lehrerinnen und Lehrer, des Faches, des Bildungsauftrages und des Kindes.* [Dissertation, Universität Paderborn].

Bauersfeld, H. (1993). Grundschul-Stiefkind Geometrie. *Grundschulzeitschrift, 62*, 8–11.

Bender, P. (1983). Zentrale Ideen der Geometrie für den Unterricht der Sekundarstufe I. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 1983* (S. 8–17). Franzbecker.

Bezold, A. (2009). *Förderung von Argumentationskompetenzen durch selbstdifferenzierende Lernangebote. Eine Studie im Mathematikunterricht der Grundschule*. Verlag Dr. Kovac.

Bezold, A. (2012). Förderung von Argumentationskompetenzen auf der Grundlage von Forscheraufgaben. Eine empirische Studie im Mathematikunterricht der Grundschule. *mathematica didactica, 35*, 73–103.

Blanck, S. & Eichler, K.-P. (1996). Die Verbindung von Arithmetik und Geometrie – Chance für einen kindorientierten Unterricht. *Grundschulunterricht 46(*6)*, 35–39.*

Blumenthal, O. (1935). Lebensgeschichte. In Dritter Band: *Analysis · Grundlagen der Mathematik · Physik Verschiedenes.* Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-38452-7_25

Bruner, J. S. (1973). *Der Prozeß der Erziehung* (3.Aufl.). Berlin Verlag.

El-Demerdash, M. (2010). *The effectiveness of an enrichment program using Dynamic Geometry Software in developing mathematically gifted students' geometric creativity in high schools*. [Dissertation, PH Schwäbisch Gmünd]. https://doi.org/10.13140/2.1.1733.0247

Eichler, K.-P. (2005). Zum Geometrieunterricht in der Grundschule. *Grundschulunterricht, 11,* 2–6.

Feskorn, C. & Bohlmann, N. (2020). Von der Hand in den Kopf. Zur Bedeutung und Förderung von räumlichem Vorstellungsvermögen. *Grundschulunterricht Mathematik, 1,* 4–8.

Franke, M. (2007). *Didaktik der Geometrie in der Grundschule* (2. Aufl.). Spektrum.

Franke, M. & Reinhold, S. (2016). *Didaktik der Geometrie in der Grundschule* (3. Aufl.). Spektrum.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematik als pädagogische Aufgabe* (Bd. 1 & 2). Ernst Klett Verlag.

Graumann G. (1994). Geometrie im Alltag: Konzeption, Themenübersicht, Praxisberichte. In *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe (S. 31–59).* Franzbecker.

Graumann, G. (2009). Allgemeine Ziele, die mit Tests schwerlich erfasst werden können, erläutert an vier Beispielen aus dem Geometrieunterricht. In M. Ludwig, R. Oldenburg & J. Roth (Hrsg.), *Argumentieren, Beweisen und Standards im Geometrieunterricht. AK Geometrie 2007/08* (S. 65–74). Franzbecker.

Häring, G. (2015). Raumvorstellungsvermögen – facettenreich und faszinierend. *Grundschule Mathematik, 45,* 40–43.

Hofbauer, H. (2018). *Kompetenzen und Einstellungen von Mathematiklehrkräften*. Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-658-22567-4

Holland, G. (2007). *Geometrie in der Sekundarstufe. Entdecken – Konstruieren – Deduzieren* (3. Aufl.). Franzbecker.

Jahnke, H. N. (2007). Beweisen und hypothetisch-deduktives Denken. Gefälligkeitsübersetzung: Proving and hypothetic-deductive thinking. *Der Mathematikunterricht, 53*(5), 10–21.

Jordan, A. & vom Hofe, R. (2008). Diagnose von Schülerleistungen. *mathematik lehren, 150*, 4–12.

Kampmann, R. (2016). *Muster & Strukturen in der Grundschule Klasse 1/2: Differenzierte Einheiten zum Forschen & Entdecken für alle Kompetenzbereiche des Mathematiklehrplans*. Auer Verlag.

Klein, W. (1980). Argumentation und Argument. *Zeitschrift für Literaturwissenschaft und Linguistik, 10*(38/39), 9–57.

Klunter, M. & Raudies, M. (2006). Lernstandsanalyse im Mathematikunterricht. LISUM (Hrsg.): *Sieben diagnostisch-pädagogische Verfahren für den Schulanfang. Ein Reader zum Leitfaden*. https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/readerzurlernstandsanalyse0

Kortenkamp, U. & Wollring, B. (2017). *Raum und Form.* In M. Abshagen, B. Barzel, J. Kramer, T. Riecke-Baulecke, B. Rösken-Winter & C. Selter (Hrsg.), *Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik Unterrichten* (S. 99–112). Kallmeyer Klett.

Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule.* (4. Aufl.), Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-54692-5

Kuzle, A. (2022). Geometry teaching in transition: An investigation on the importance of school geometry in primary education. *CEPS – Center for Educational Policy Studies Journal*. Advanced online submission. https://doi.org/10.26529/cepsj.1267

Kuzle, A. & Bruder, R. (2016). Probleme lösen lernen im Themenfeld Geometrie. *mathematik lehren, 19*6, 2–8.

Kuzle, A. & Glasnović Gracin, D. (2020). Making sense of geometry education through the lens of fundamental ideas: An analysis of children's drawing. *The Mathematics Educator, 29*(1), 7–52.

Ludwig, M. & Weigand, H.-G. (2014). Konstruieren. In H.-G. Weigand, A. Filler, R. Hölzl, S. Kuntze, M. Ludwig, J. Roth, B. Schmidt-Thieme & G. Wittmann (Hrsg.), *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (S. 55–80). Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8

Mammana, C. & Villani, V. (Hrsg.). (1998). *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: An ICMI study.* Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-011-5226-6

Radatz, H. & Rickmeyer, K. (1991). *Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen*. Schroedel.

Radatz, H. & Schipper, W. (1983). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Schroedel.

Radatz, H., Schipper, W., Dröge, R. & Ebeling, A. (1996). *Handbuch für den Mathematikunterricht. 1. Schuljahr.* Schroedel.

Rasch, R. & Sitter, K. (2016). *Module für den Geometrieunterricht in der Grundschule. Geometrie handlungsorientiert unterrichten und beziehungshaltig entdecken.* Kallmeyer und Klett.

Richter-Gebert, J. & Kortenkamp, U. (2001). Grundlagen Dynamischer Geometrie. In H.-W. Henn, H.-J. Elschenbroich & T. Gawlick (Hrsg.), *Zeichnung – Figur – Zugfigur* (S. 123–144). Franzbecker.

Roth, J. (2009). Strukturen, Figuren und Abbildungen – Ein Zusammenspiel von Konkreter Kunst und Mathematik. *Der Mathematikunterricht*, *2*, 5–11.

Ruwisch, S. (2017). Requests for mathematical reasoning in textbooks for primary-level students. In B. Kaur, W. K. Ho., T. L. Toh & B. H. Choy (Hrsg.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics* (Bd. 4, S. 113–120). PME.

Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe.* Spektrum Akademischer Verlag. https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2693-2

Schipper, W., Ebeling, A. & Dröge, R. (2017). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. 3. Schuljahr.* Schroedel.

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft Berlin, Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg (Hrsg.). (2015). *Rahmenlehrplan Jahrgangsstufen 1-10. Teil C, Mathematik*. LISUM.

Steinweg, A. S. (2013). *Algebra in der Grundschule – Muster und Strukturen – Gleichungen – funktionale Beziehungen.* Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2738-0

Van de Walle, J. A. & Lovin, L. H. (2006). *The Van de Walle professional mathematics series: Vol 3. Teaching student-centered mathematics: Grades 5–8*. Pearson.

vom Hofe, R. (1995). *Grundvorstellungen mathematischer Inhalte.* Spektrum Akademischer Verlag.

Weigand, H.-G. (2014). Begriffslernen und Begriffslehren. In H.-G. Weigand, A. Filler, R. Hölzl, S. Kuntze, M. Ludwig, J. Roth, B. Schmidt-Thieme & G. Wittmann (Hrsg.), *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (S. 99–122). Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8

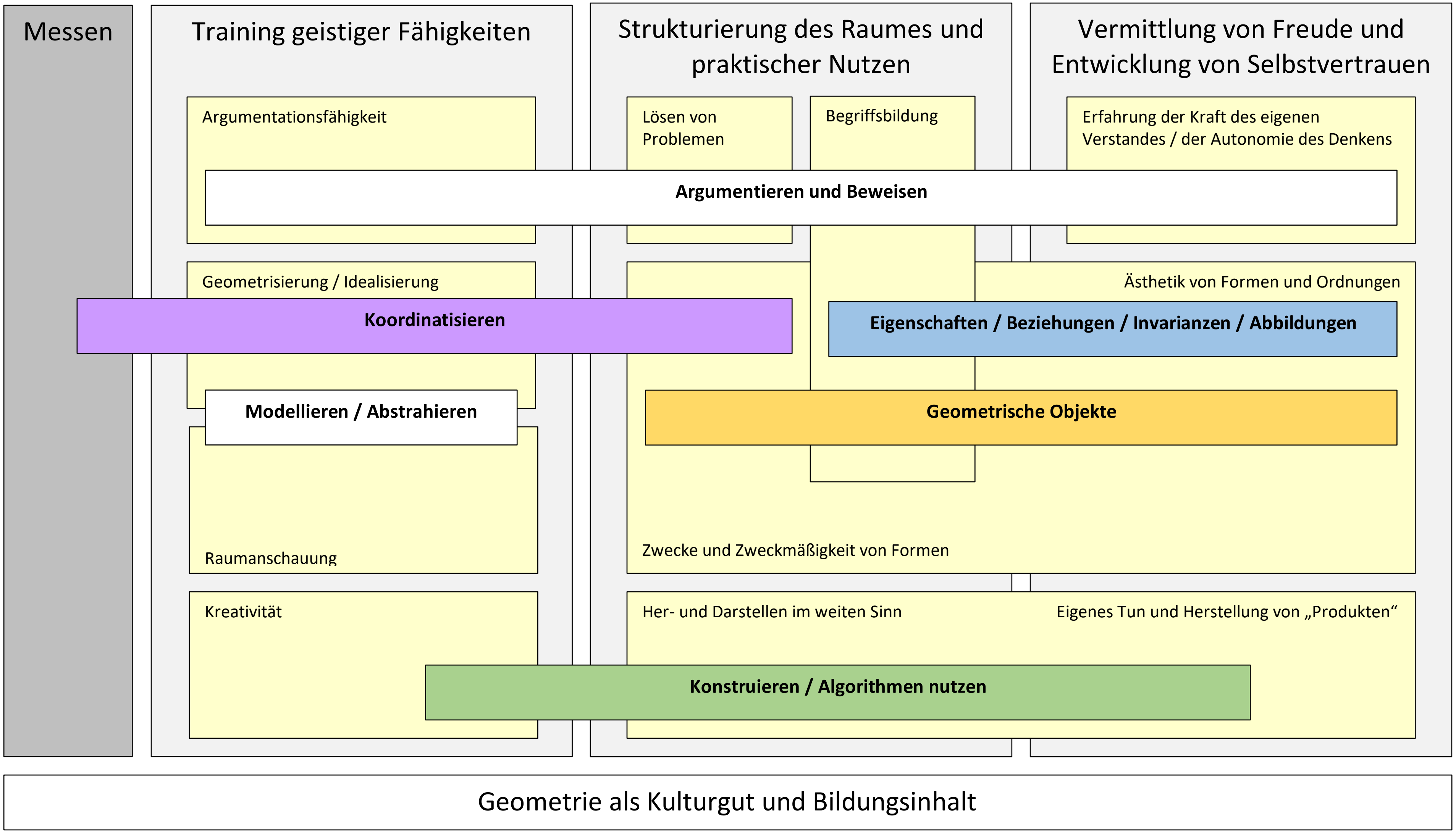
Winter, H. (1976). Was soll Geometrie in der Grundschule? *Zentralblatt Didaktik der Mathematik*, *8*, 14–18.

Winter, H. (2016). *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik* (3. Aufl.). Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-658-10605-8

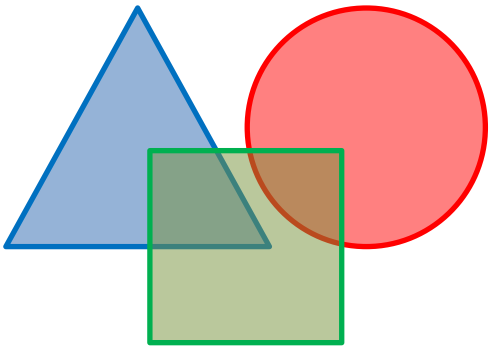
Wittmann, E. C. (1999). Konstruktion eines Geometriecurriculums ausgehend von Grundideen der Elementargeometrie. In H. Henning (Hrsg.), *Mathematik lernen durch Handeln und Erfahrung: Festschrift zum 75. Geburtstag von Heinrich Besuden* (S. 205–223). Bültmann und Gerriets.

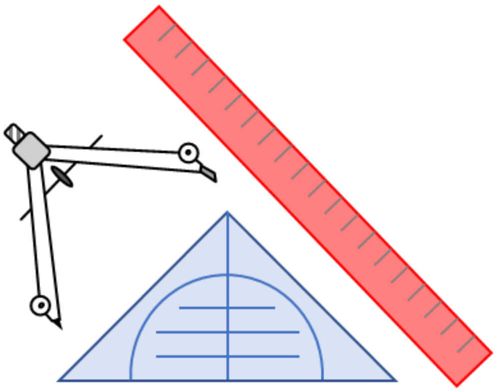
Wittmann, E. Ch. (2004). *Mathematik als Wissenschaft von Mustern – von Anfang an.* Kurzfassung des Impulsreferats im Rahmen der Auftakt- und ersten Fortbildungsveranstaltung des BLK-Programms SINUS Transfer Grundschule, 30.9. – 02.10.2004, Verwaltungsakademie Bordesholm. http://www.sinus-grundschule.de/fileadmin/Materialien/Kurzf_SINUS-Ref.pdf

Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2007). Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept. In G. Walther, M. von den Heuvel-Panhuizen, D. Granzer & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret* (S. 42–65). Cornelsen. http://doi.org/10.18452/3123


Messen
Training geistiger Fähigkeiten
Strukturierung des Raumes und praktischer Nutzen
Vermittlung von Freude und Entwicklung von Selbstvertrauen
Argumentationsfähigkeit
Lösen von Problemen
Begriffsbildung
Erfahrung der Kraft des eigenen Verstandes / der Autonomie des Denkens
Argumentieren und Beweisen
Geometrisierung / Idealisierung
Ästhetik von Formen und Ordnungen
Koordinatisieren
Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen
Modellieren / Abstrahieren
Geometrische Objekte
Raumanschauung
Zwecke und Zweckmäßigkeit von Formen
Kreativität
Her- und Darstellen im weiten Sinn
Eigenes Tun und Herstellung von „Produkten"
Konstruieren / Algorithmen nutzen
Geometrie als Kulturgut und Bildungsinhalt

Diagnoseaufgaben





Diagnoseaufgaben für die Grundschule

Diagnoseinstrument

Für die Niveaustufen A bis D der Grundschule wird in Berlin und Brandenburg **ILeA plus** als softwaregestütztes diagnostisches Instrument genutzt. (https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/unterricht/lernstandsanalysen-vergleichsarb/ilea-plus-individuelle-lernstandsanalysen-bb) [4.07.2022]

ILeA plus wurde auf der Grundlage des Rahmenlehrplans für die Jahrgangsstufen 1–10 der Länder Berlin und Brandenburg erstellt. Alle Aufgaben beziehen sich explizit auf Inhalte des Rahmenlehrplans. Die Einbettung der Aufgaben von **ILeA plus** in die Vorgaben des Rahmenlehrplans wird im Handbuch zu Beginn der Ausführungen zu jedem Aufgabenpaket ausführlich dargestellt.

Art der Aufgaben

Es gibt in **ILeA plus** Aufgabenpakete für *Raum und Form,* die den Niveaustufen A bis D des Rahmenlehrplans zugeordnet sind. Alle Aufgaben aus diesen Paketen werden den Lernenden digital angeboten. Die Lösung der digitalen Aufgaben erfolgt auf unterschiedliche Weise: durch die Auswahl von Antwortmöglichkeiten (Multiple Choice), durch das Anklicken einer Stelle in der Aufgabe oder durch das Eintippen einer Kurzantwort. Jede Aufgabe besteht aus einer Serie von Items (Teilaufgaben).

Durchführung

Die Durchführung von **ILeA plus** erfolgt am PC. Das Programm ist selbsterklärend, sodass die Lehrkräfte keine durch das Programm führenden Instruktionen geben müssen. Die Lernenden arbeiten ausschließlich selbstständig. Die Arbeitsanweisungen werden angesagt und sind als Text sichtbar. Lernende können sich Aufgabenstellungen jederzeit erneut anklicken und vorlesen lassen.

Auswertung und Förderung

Die Auswertung von **ILeA plus** erfolgt digitalisiert und kann für Brandenburg in der Schulverwaltungssoftware weBBschule bzw. in Berlin über das ISQ abgerufen werden. In weBBschule sind alle eingegebenen Antworten **(Rohdaten)** nach Schüler*innen sowie nach Aufgaben sortiert einsehbar. In **Individualrückmeldungen** werden für jeden Schüler und für jede Schülerin zu allen vollständig bearbeiteten Aufgabenpaketen die Ergebnisse mit Bezug auf die Vorgaben des Rahmenlehrplans zusammengefasst dargestellt. Am Ende der Individualrückmeldung wird der Lernstand des Lernenden zusammengefasst beschrieben. Bei schwachen Leistungen werden Förderinhalte zu zentralen Lernschwerpunkten ausgegeben. Alle Förderinhalte werden auf der Grundlage der Eingaben der Schüler*innen bei ILeA plus berechnet. Im Handbuch wird zu jedem Förderinhalt beschrieben, wann dieser ausgegeben wird. Für jeden Lernenden kann man die Lernstände zu allen bearbeiteten Aufgabenpaketen auch als Kurzform zusammengefasst ausdrucken. Die ausgegebenen Förderinhalte für ein Aufgabenpaket werden in je einer **Klassenübersicht** für die Lehrkraft übersichtlich dargestellt. Zu jedem Förderinhalt werden in der nachfolgenden Förderkartei Aufgaben präsentiert, die geeignet sind, den entsprechenden Förderinhalt zu bearbeiten.

Handbuch ILeA plus Mathematik: https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/unterricht/lernbegleitende_Diagnostik/ilea_plus/ILeAplus-III-Mathematik.pdf [4.07.2022]

Übersicht über die Aufgabenpakete ILeA plus zur Leitidee „Raum und Form“

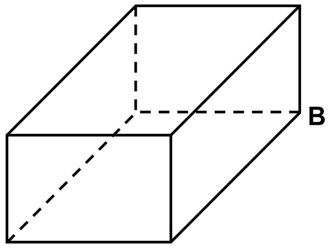
<table>
<tr><th>Jahrgangs-stufe</th><th>Material</th><th>Ziel</th><th>Hinweise</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Paket A
Raum und Form</td><td>Erfassung von Fähigkeiten und Kompetenzen, die bei Schuleintritt häufig vorhanden sind</td><td>Auswertung und Ausgabe von Förderinhalten auf der Grundlage der Normierung</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>Paket A
Raum und Form</td><td>Erfassung von Fähigkeiten und Kompetenzen, die für ein verständnisorientiertes Weiterlernen grundlegend sind und die Basis für Niveaustufe B bilden</td><td rowspan="2">Interpretation der Ergebnisse durch die LK notwendig (Berücksichtigung des SchiC)</td></tr>
<tr><td>Paket B
Raum und Form</td><td>Erfassung von Fähigkeiten und Kompetenzen, die innerhalb der Niveaustufe B bis zu diesem Zeitpunkt bereits entwickelt sind</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Paket B
Raum und Form</td><td>Erfassung von Fähigkeiten und Kompetenzen, die für ein verständnisorientiertes Weiterlernen notwendig sind</td><td>Auswertung und Ausgabe von Förderinhalten auf der Grundlage der Normierung</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>Paket B
Raum und Form</td><td>Erfassung von Fähigkeiten und Kompetenzen, die für ein verständnisorientiertes Weiterlernen grundlegend sind und die Basis für Niveaustufe C bilden</td><td rowspan="2">Interpretation der Ergebnisse durch die LK notwendig (Berücksichtigung des SchiC)</td></tr>
<tr><td>Paket C
Raum und Form</td><td>Erfassung von Fähigkeiten und Kompetenzen, die innerhalb der Niveaustufe C bis zu diesem Zeitpunkt bereits entwickelt sind</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Paket C
Raum und Form</td><td>Erfassung von Fähigkeiten und Kompetenzen, die für ein verständnisorientiertes Weiterlernen notwendig sind</td><td>Auswertung und Ausgabe von Förderinhalten auf der Grundlage der Normierung</td></tr>
<tr><td rowspan="2">6</td><td>Paket C
Raum und Form</td><td>Erfassung von Fähigkeiten und Kompetenzen, die für ein verständnisorientiertes Weiterlernen grundlegend sind und die Basis für Niveaustufe D bilden</td><td rowspan="2">Interpretation der Ergebnisse durch die LK notwendig (Berücksichtigung des SchiC)</td></tr>
<tr><td>Paket D
Raum und Form</td><td>Erfassung von Fähigkeiten und Kompetenzen, die innerhalb der Niveaustufe D bis zu diesem Zeitpunkt bereits entwickelt sind</td></tr>
</table>

Aufgabe 1.a

Was für ein Körper ist hier dargestellt? Benenne ihn. ________________________________

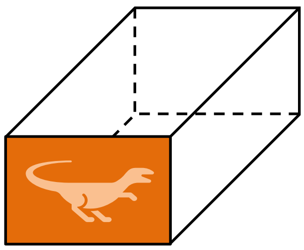
- Markiere zur Kante $\overline{\mathbf{AB}}$ drei parallele Kanten mit grün.
- Markiere zur Kante $\overline{\mathbf{AB}}$ drei senkrechte Kanten mit blau.

<

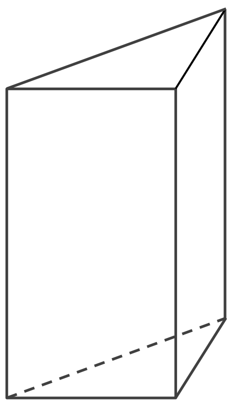


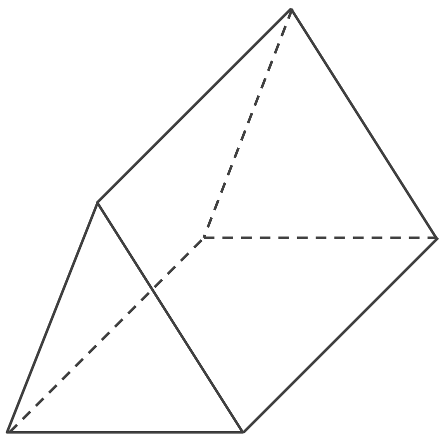
Aufgabe 1.b

- Lisa hat mit dem dargestellten Körper gestempelt. Deshalb ist die Grundfläche farbig.
  Färbe zur markierten Grundfläche des Körpers die Deckfläche.



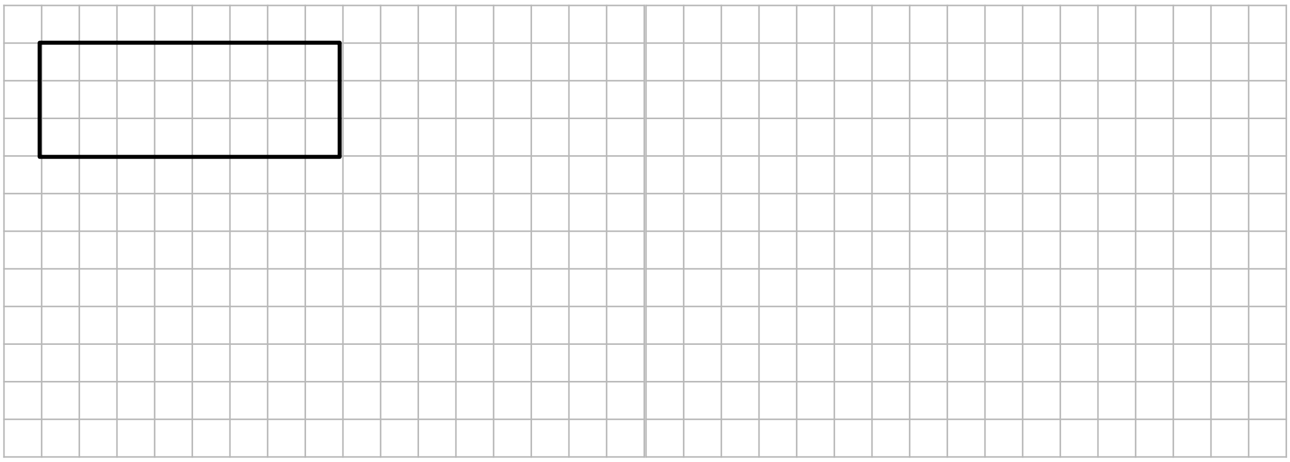
- Markiere bei diesen beiden Körpern jeweils Grund- und Deckfläche mit derselben Farbe.





Aufgabe 2

- Zeichne eine Figur, deren Flächeninhalt doppelt so groß ist wie der des Rechtecks.
- Beschreibe, wie du vorgegangen bist.

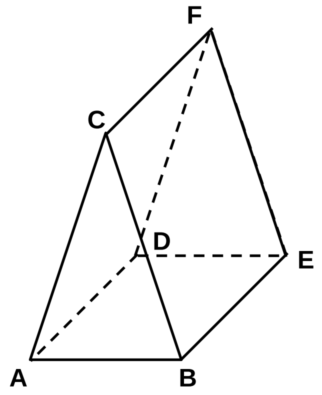


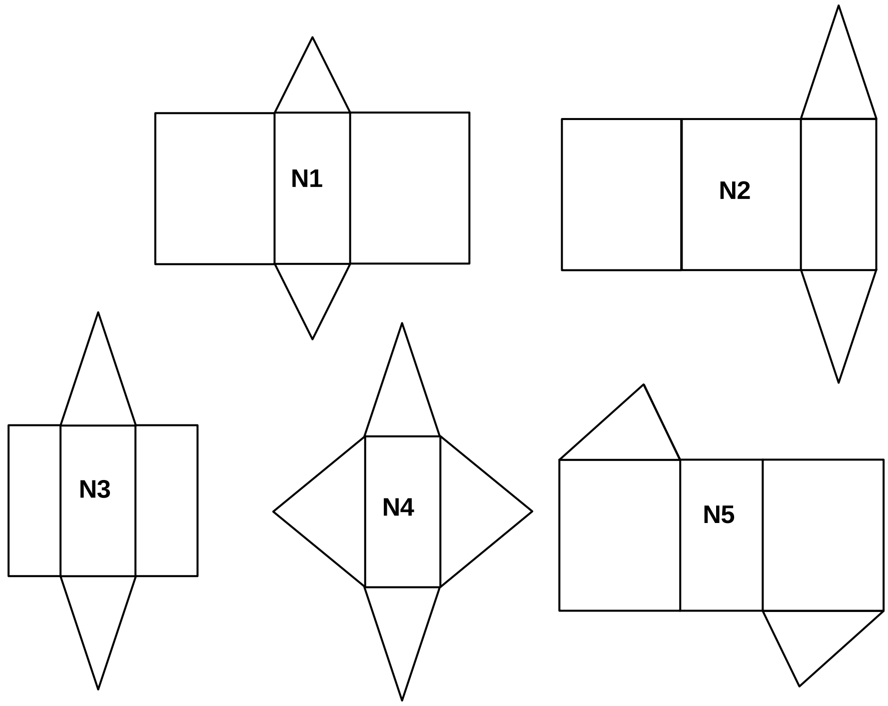
Aufgabe 1.a

Dargestellt ist das Schrägbild eines Prismas.

Daneben sind Netze (N1 bis N5) skizziert (maßstäblich verkleinert), die auch dieses Prisma darstellen sollen.

- Markiere die Netze, die nicht zum Prisma passen.
- Begründe.

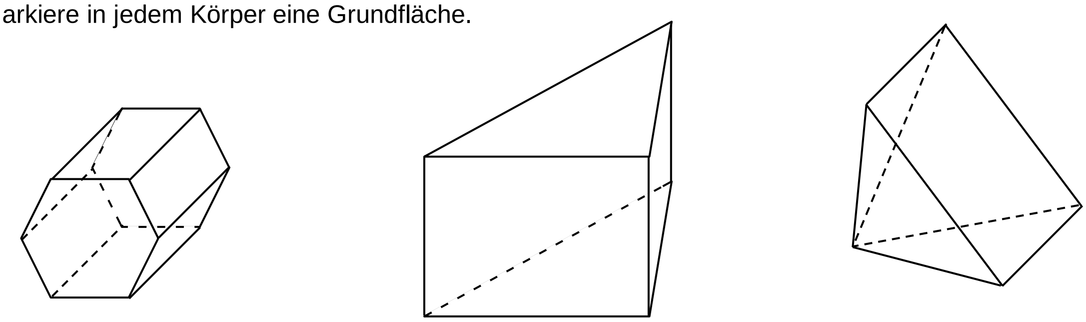




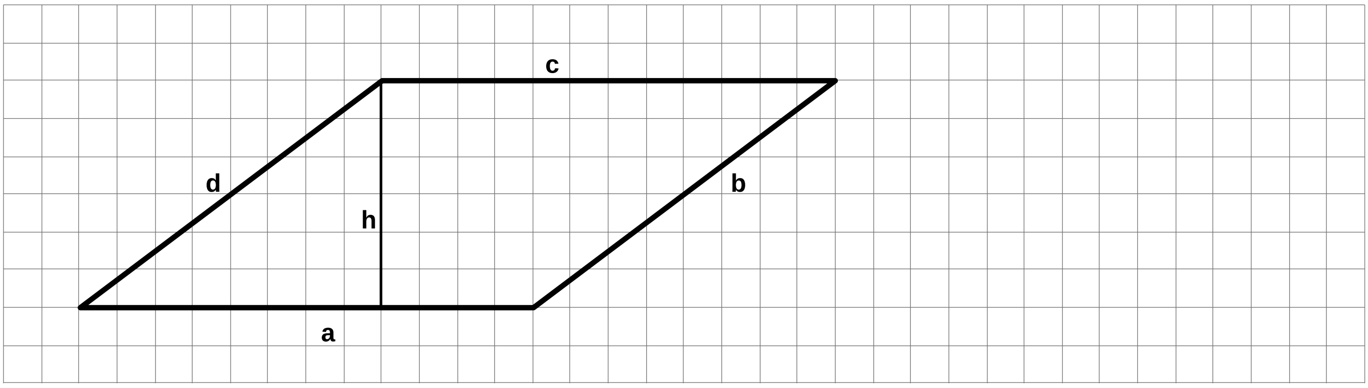
Aufgabe 1.b

Es sind zwei Prismen und eine Pyramide dargestellt.

- Markiere in jedem Körper eine Grundfläche.



Aufgabe 2.a



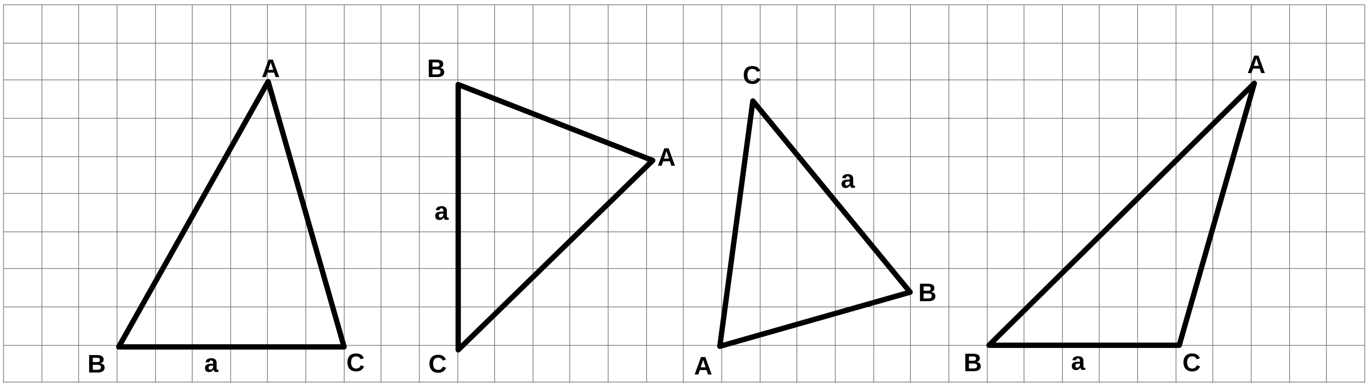
Für das Parallelogramm gilt: a ∥ c und b ∥ d.

- Zeichne ein Rechteck, das den gleichen Flächeninhalt wie dieses Parallelogramm hat.
- Erkläre dein Vorgehen.

Aufgabe 2.b

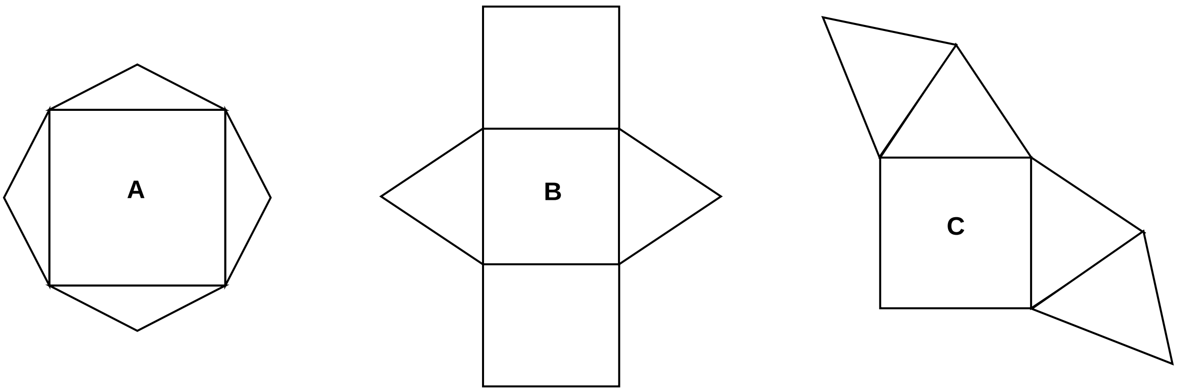
Nachfolgend sind vier Dreiecke abgebildet.

- Zeichne in jedem der Dreiecke die Höhe h_a ein.



Aufgabe 1.a

- Entscheide, welche Darstellungen keine Netze von quadratischen Pyramiden sind.
  Begründe.



Aufgabe 1.b

Dargestellt ist eine gerade Pyramide mit quadratischer Grundfläche.
Der Punkt P ist Mittelpunkt der Kante $\overline{BC}$.

Welche der folgenden Dreiecke müssen rechtwinklig sein?

- Kreuze an.
- Kennzeichne die rechten Winkel dieser Dreiecke in der Abbildung.

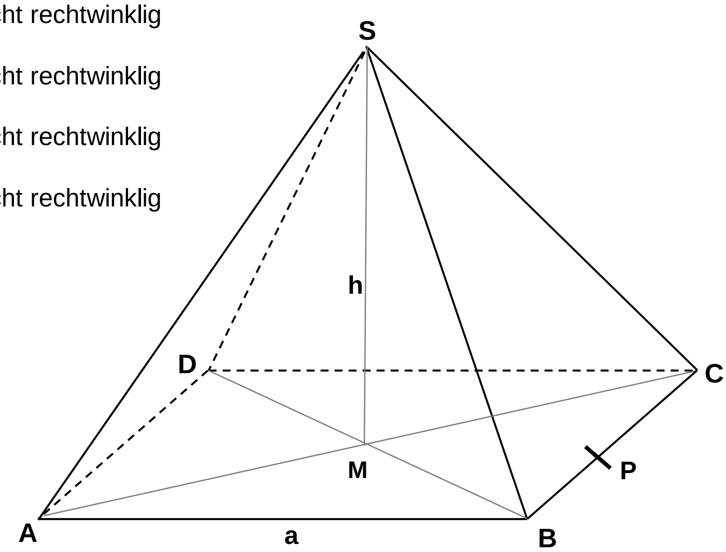
Dreieck ΔABC: ☐ rechtwinklig ☐ nicht rechtwinklig

Dreieck ΔABM: ☐ rechtwinklig ☐ nicht rechtwinklig

Dreieck ΔCDS: ☐ rechtwinklig ☐ nicht rechtwinklig

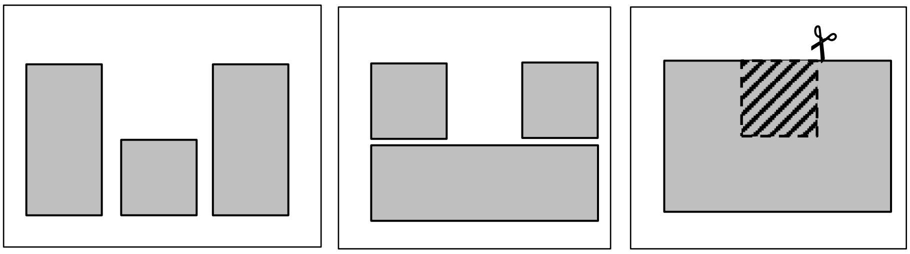
Dreieck ΔDMS: ☐ rechtwinklig ☐ nicht rechtwinklig

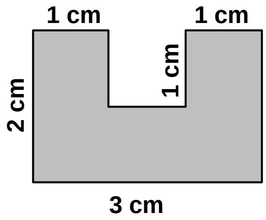
Dreieck ΔMPS: ☐ rechtwinklig ☐ nicht rechtwinklig



Aufgabe 2

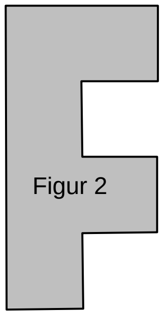
Um die nebenstehend dargestellte Figur 1 berechnen zu können,
wird sie in Rechtecke zerlegt.
Drei mögliche Zerlegungen sind nachfolgend dargestellt:





Figur 1

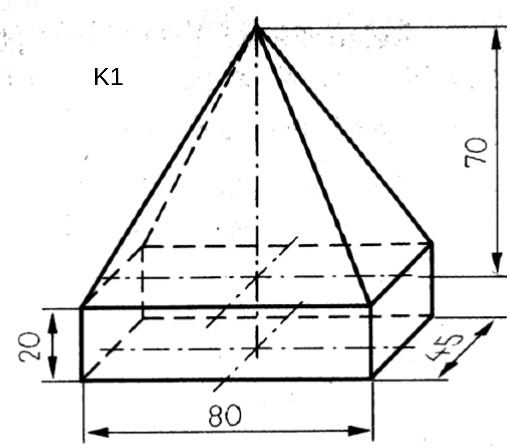
- Beschrifte Länge und Breite der Teil-Rechtecke mit den Maßen.
- Skizziere drei mögliche Zerlegungen in Teil-Rechtecke für Figur 2.

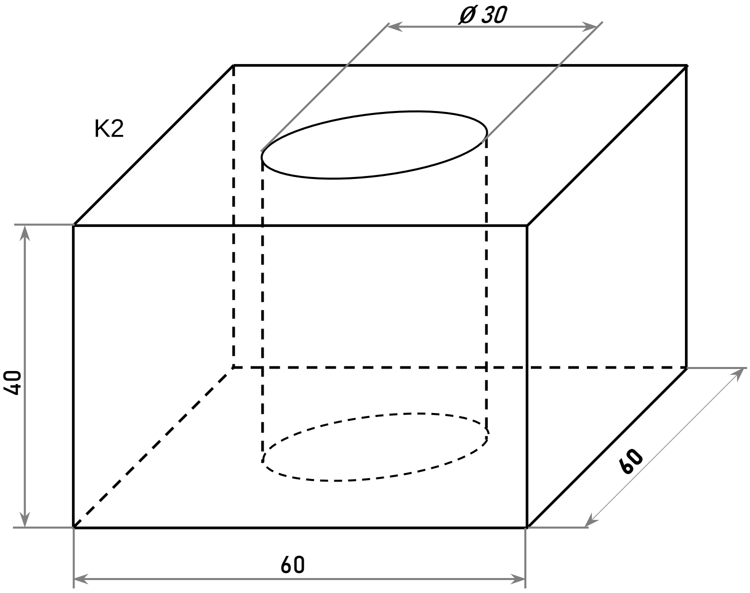


Figur 2

Aufgabe 1.a

Erkläre, **wie** man vorgehen muss, um die Volumen der dargestelllten Körper K1 und K2 zu berechnen.
(Eine Berechnung ist nicht notwendig.)





Zuerst berechne ich … ____

____

____

____

____

____

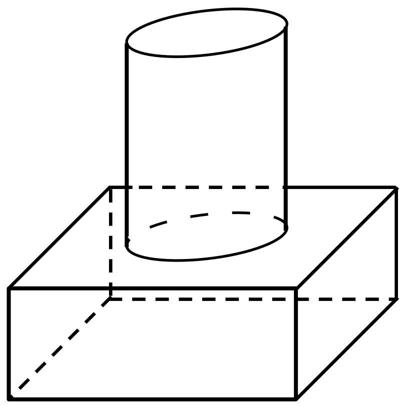
Aufgabe 1.b

Pia soll den Oberflächeninhalt dieses Körpers berechnen.

Sie berechnet mithilfe der Formel aus der Formelsammlung
den Oberflächeninhalt des Zylinders,
dann den Oberflächeninhalt des Quaders.

Zum Schluss addiert sie beide.

Erkläre, warum das Ergebnis nicht richtig sein kann.



____

____

____

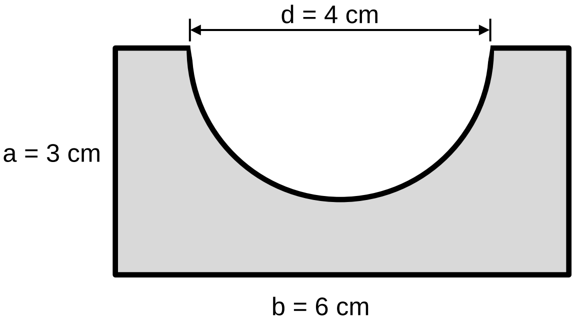
____

____

____

Aufgabe 2

Bei der abgebildeten Figur wurde aus einem Rechteck ein Halbkreis ausgeschnitten.



- Beschreibe, **wie** du den Flächeninhalt der dargestellten Figur berechnen kannst.
  (Eine Berechnung ist nicht notwendig.)

Zuerst berechne ich … ______________________________

____

____

____

____

____

- Beschreibe, **wie** du den Umfang der dargestellten Figur berechnen kannst.
  (Eine Berechnung ist nicht notwendig.)

Zuerst berechne ich … ______________________________

____

____

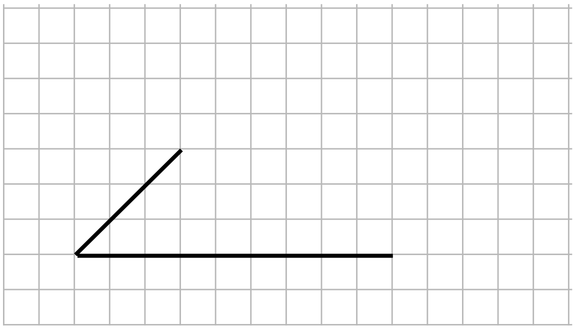
____

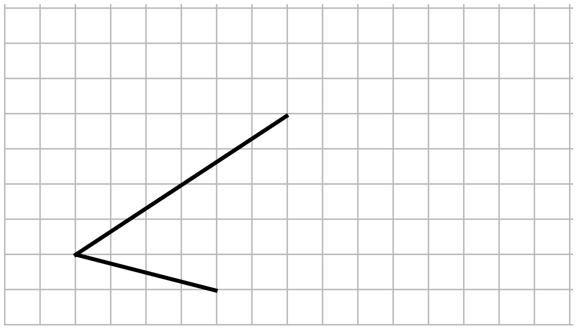
____

____

Aufgabe 1.a

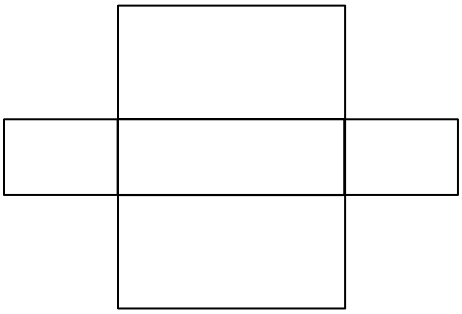
- Ergänze jede der Zeichnungen so, dass jeweils ein Parallelogramm entsteht.





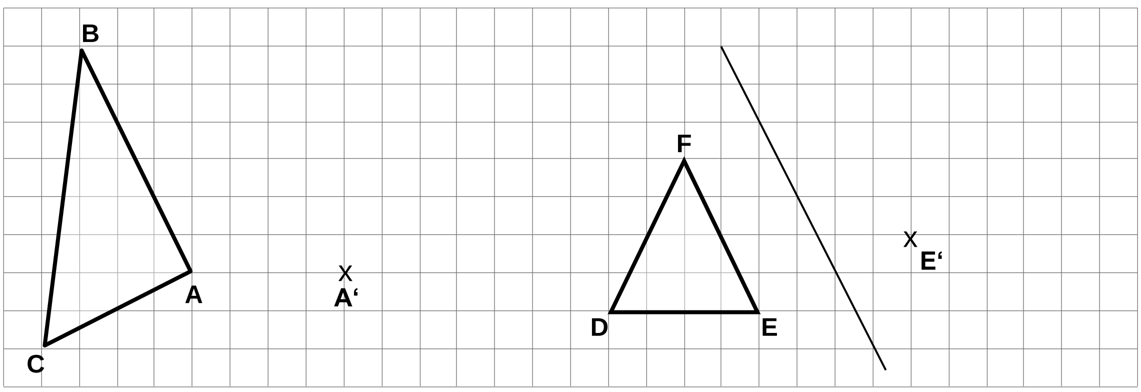
Aufgabe 1.b

- Ergänze das Bild so, dass es ein Quadernetz wird.



Aufgabe 2

- Vervollständige die Spiegelungen.



Aufgabe 1.a

Ein Dreieck ABC soll konstruiert werden.

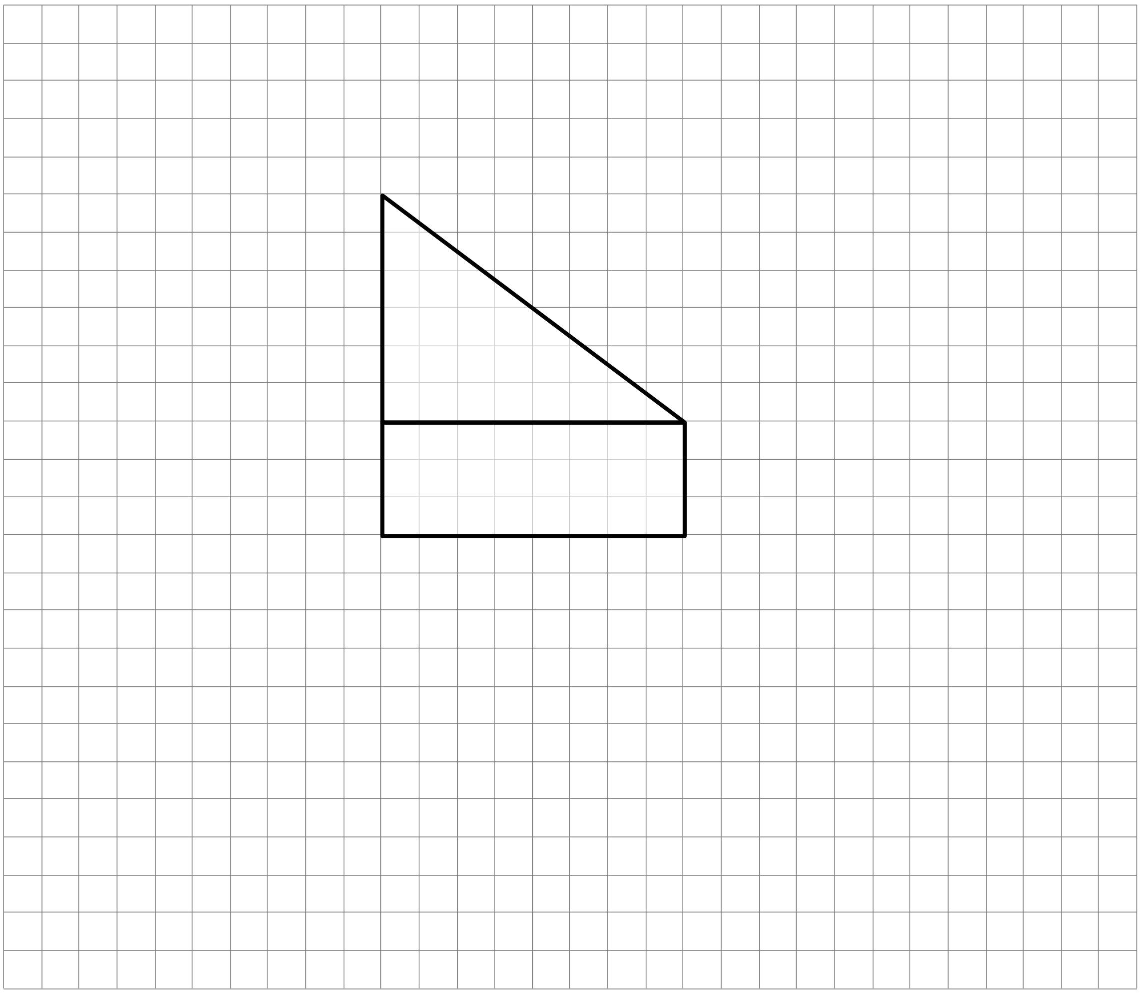
Dreieck: $a = 4$ cm, $c = 5$ cm, $\beta = 60°$

- Zeichne eine Planfigur, indem du das Dreieck skizzierst, die gegebenen Größen kennzeichnest (markierst) und alle Größen beschriftest.

- Konstruiere dieses Dreieck.

Aufgabe 1.b

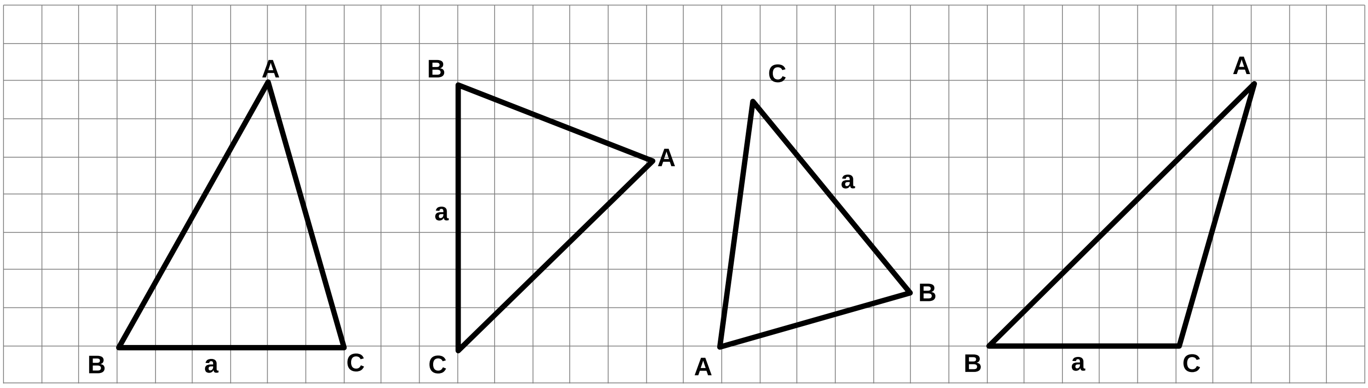
Ergänze die Abbildung so, dass das Netz eines Prismas entsteht.
Zeichne maßgenau.



Aufgabe 1.c

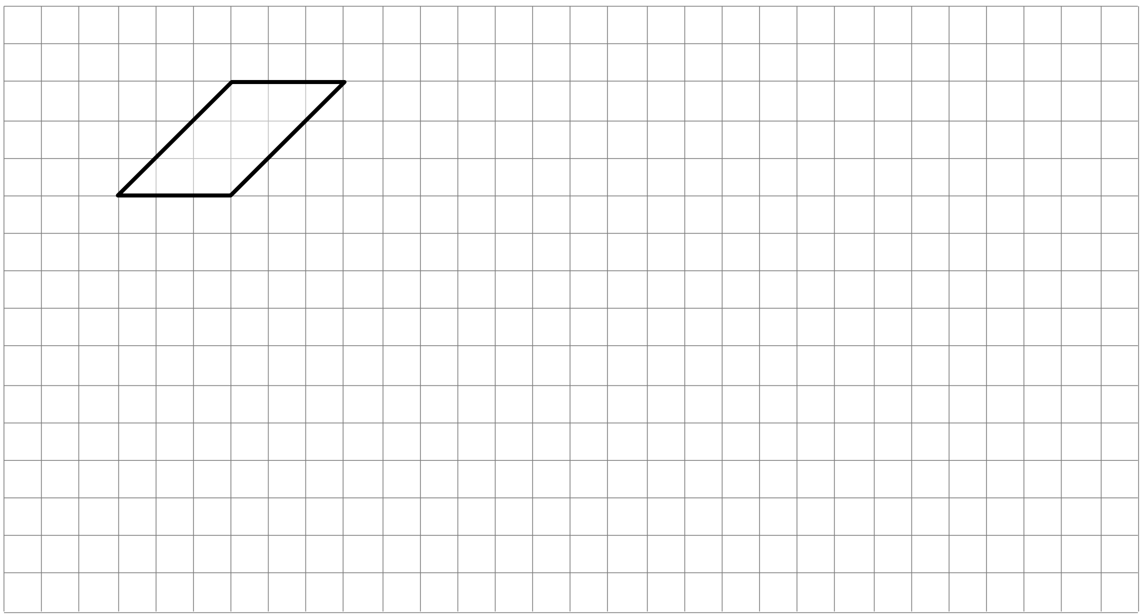
Nachfolgend sind vier Dreiecke abgebildet.

- Zeichne in jedem der Dreiecke die Höhe h_a ein.



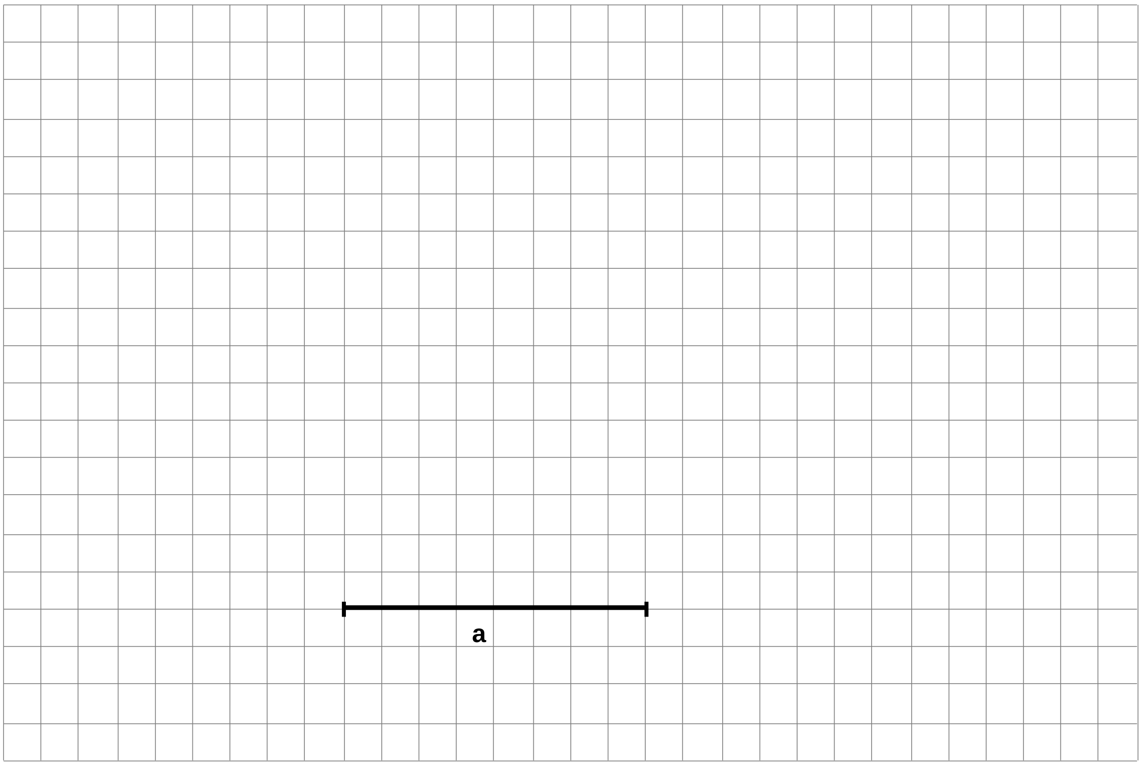
Aufgabe 2

- Zeichne zur Figur ein vergrößertes Bild im Maßstab 2 : 1.



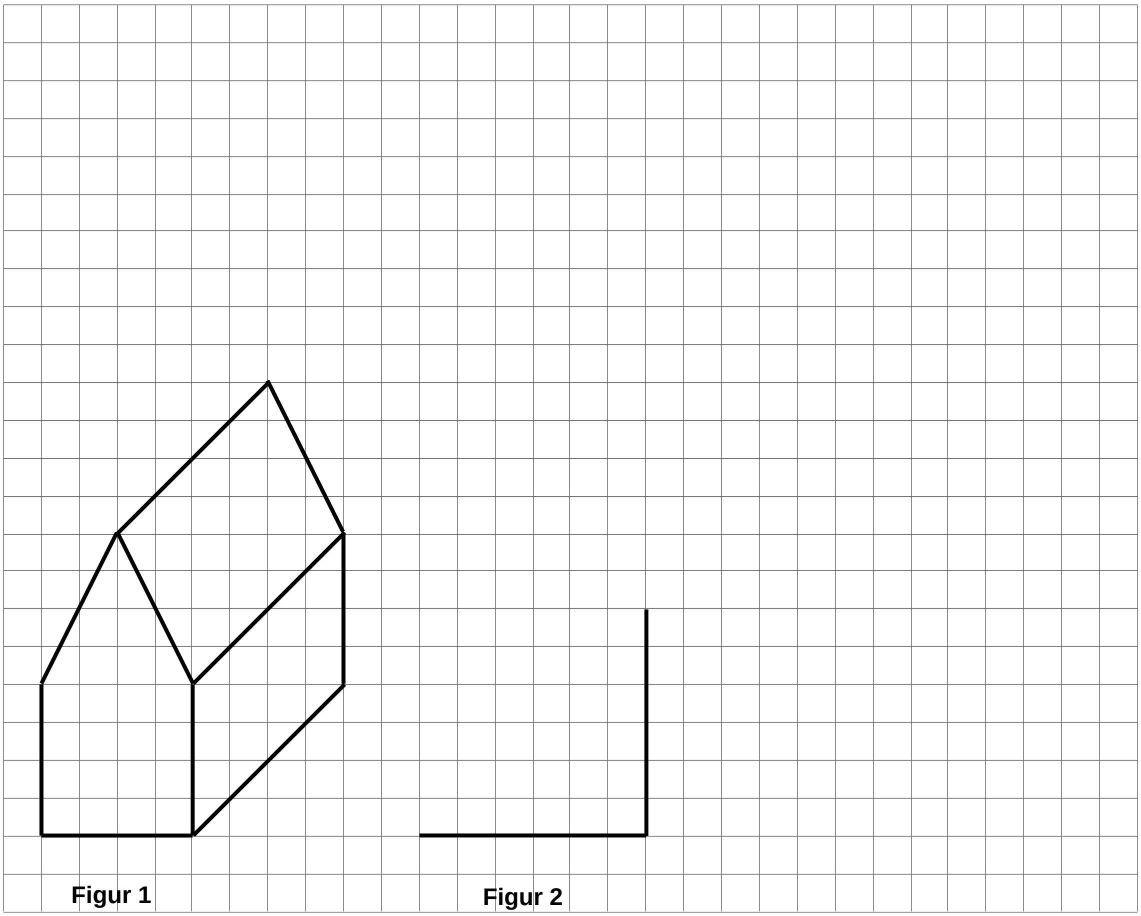
Aufgabe 1

Zeichne das Schrägbild einer geraden quadratischen Pyramide.
Die Grundkante a ist (im Bild unten) bereits vorgegeben.
Die Körperhöhe beträgt 5 cm.



Aufgabe 2

Figur 1 soll vergrößert dargestellt werden.



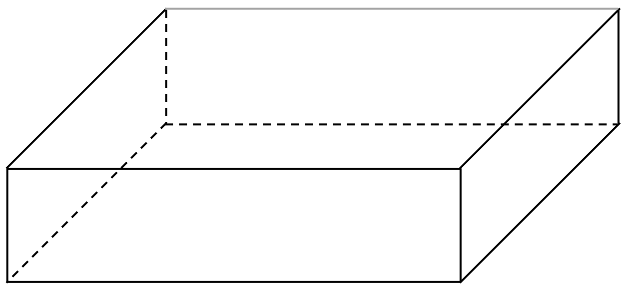
- Ergänze die Zeichnung von Figur 2 so, dass eine maßstabsgerecht vergrößerte Darstellung von Figur 1 entsteht.

Aufgabe 1

Ein Würfel mit der Kantenlänge k = 2 cm steht auf einem Quader.
Der Quader hat die Kantenlängen a = b = 6 cm, c = 1,5 cm.

Der Würfel soll mittig auf dem Quader stehen. Das bedeutet, dass alle Grundkanten des Würfels von den Kanten der Deckfläche des Quaders gleich weit entfernt sind.

- Konstruiere den beschriebenen Würfel auf dem abgebildeten Quader.
- Stelle auch die nichtsichtbaren Kanten mit gestrichelten Linien dar.



Aufgabe 2

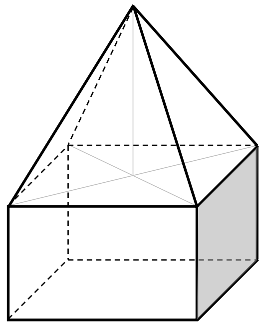
Eine gerade Pyramide steht auf einem Quader (siehe Skizze).

Die Grundfläche des Quaders ist ein Quadrat mit a = 10 m.

Die Pyramide hat die gleiche Grundfläche.

Der Quader ist 6 m hoch, die Pyramide ist 9 m hoch.

- Zeichne ein Schrägbild dieses Objektes in einem geeigneten Maßstab.
- Gib den Maßstab an, den du gewählt hast.

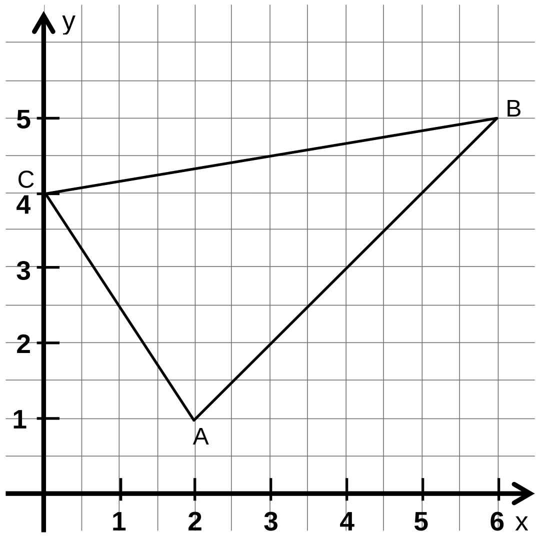


Skizze nicht maßstabsgerecht

Aufgabe 1.a

- Lies die Koordinaten der Eckpunkte des Dreiecks ABC ab.

A(… | …) ; B(… | …) ; C(… | …)



Aufgabe 1.b

Ein zweites Dreieck hat die Eckpunkte:

D(1 | 4) ; E(5 | 0) ; F(4 | 6)

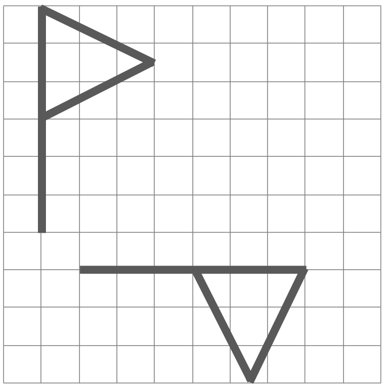
- Zeichne dieses Dreieck in das vorhandene Koordinatensystem ein.
  Beschrifte die Eckpunkte.

Aufgabe 2.a

Welche Abbildungen sind dargestellt?

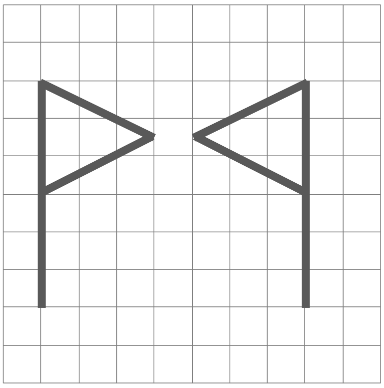
- Kreuze an.

Bild 1



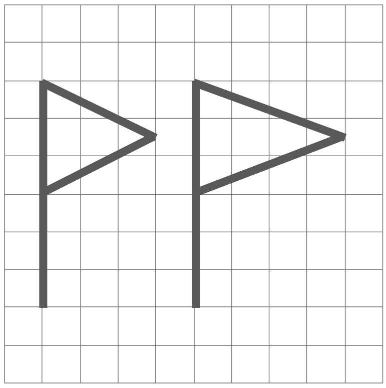
☐ Spiegelung
☐ Verschiebung
☐ Drehung
☐ keine von den Dreien

Bild 2



☐ Spiegelung
☐ Verschiebung
☐ Drehung
☐ keine von den Dreien

Bild 3



☐ Spiegelung
☐ Verschiebung
☐ Drehung
☐ keine von den Dreien

Aufgabe 2.b

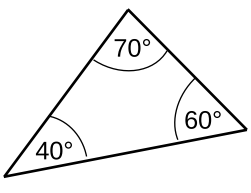
- Begründe deine Entscheidung für Bild 3.

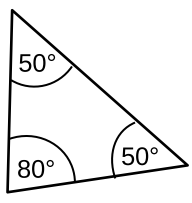
____

____

Aufgabe 3

- Bei welchem der Dreiecke können die Winkelangaben nicht stimmen? Markiere es.
- Begründe, ohne zu messen.





____

____

Aufgabe 1.a

Im nebenstehenden Koordinatensystem sind acht Punkte eingetragen und mit Buchstaben benannt.

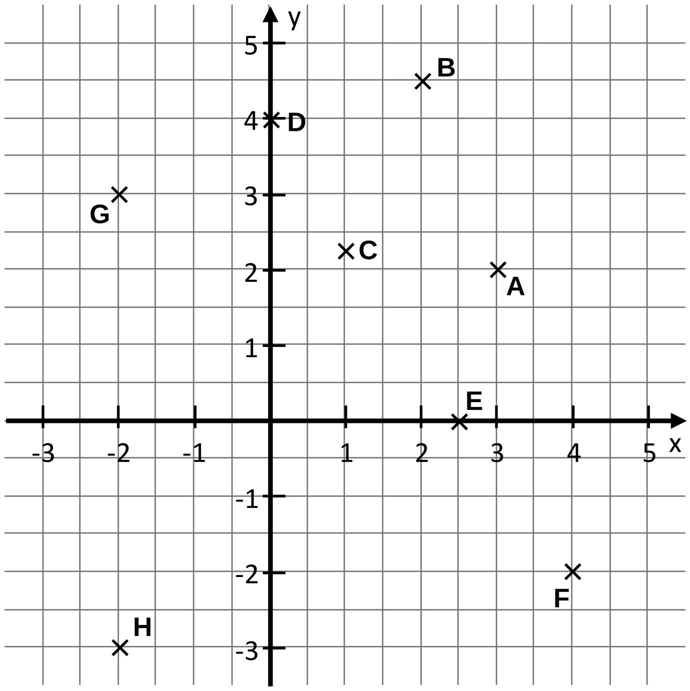
- Lies die Koordinaten der Punkte ab und trage sie ein.

A(… | …) B(… | …)

C(… | …) D(… | …)

E(… | …) F(… | …)

G(… | …) H(… | …)



Aufgabe 1.b

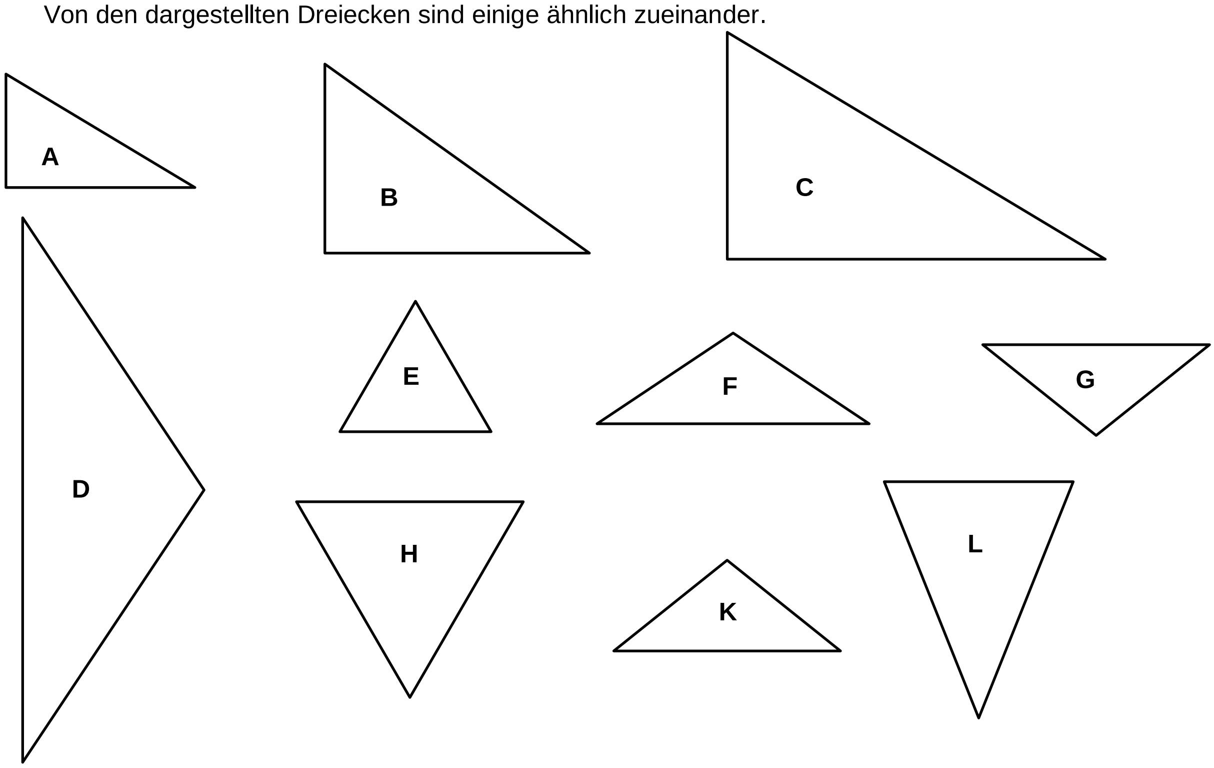
Die folgenden drei Punkte sind Eckpunkte eines Dreieckes.

P(5 | 1), Q(0 | –2), R(–3 | 3)

- Zeichne dieses Dreieck in das Koordinatensystem.

Aufgabe 2.a

Von den dargestellten Dreiecken sind einige ähnlich zueinander.



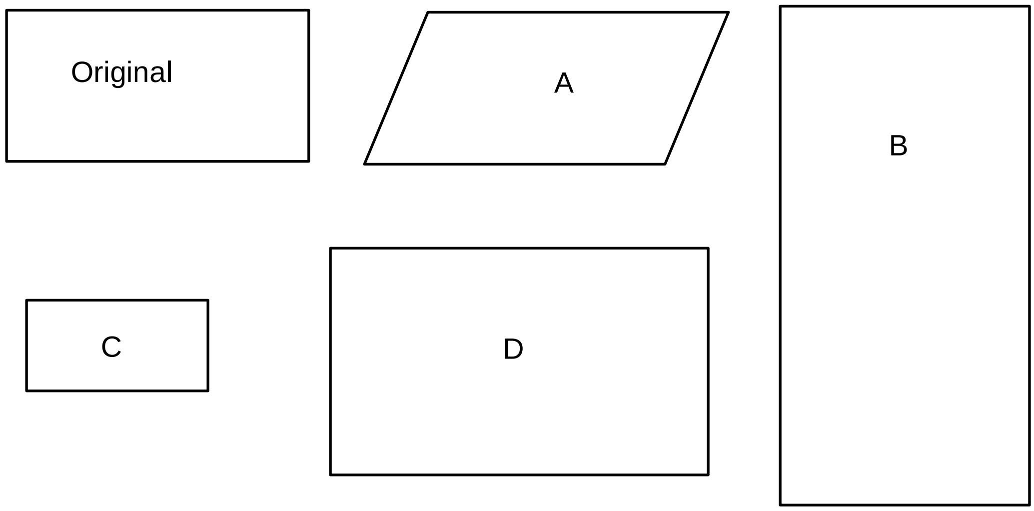
- Schreibe die Buchstabenpaare auf, die zu Dreiecken gehören, die ähnlich zueinander sind.

____

____

Aufgabe 2.b

Untersuche die Vierecke A, B, C und D auf Ähnlichkeit zum Original-Viereck.



- Nenne die Vierecke, die zum Original nicht ähnlich sind, und begründe.

Aufgabe 1.a

Die Koordinaten der Eckpunkte des Dreiecks ABC sind alle positiv.

Das Dreieck A'B'C' soll kongruent zum Dreieck ABC sein.
Die Eckpunkte dieses Dreiecks sollen nur negative Koordinaten haben.

- Zeichne ein solches Dreieck A'B'C' in das Koordinatensystem.
  Gib die Koordinaten der Eckpunkte an.

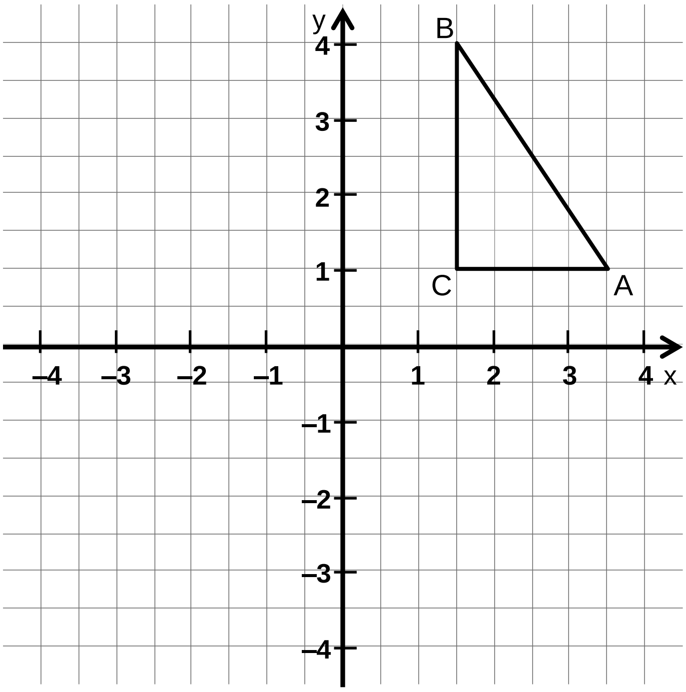
____

- Begründe, warum dein Dreieck A'B'C' kongruent zu ABC ist.

____

____

____



____

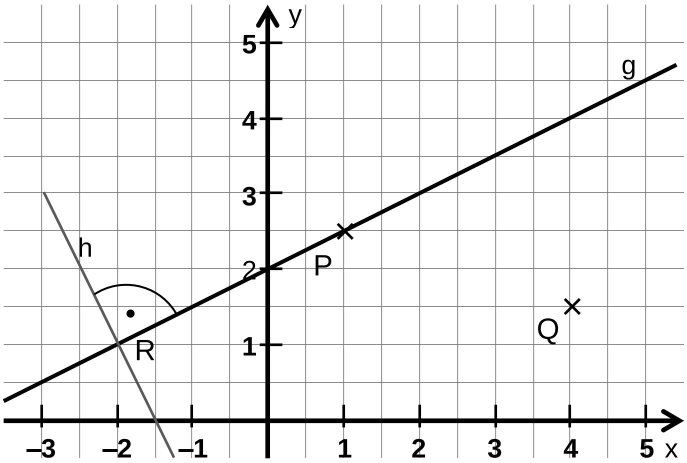
Aufgabe 1.b

Die Gerade h schneidet die Gerade g senkrecht im Punkt R.

- Gib die Koordinaten von Punkt R an.
  R (. . . | . . .)
- Zeichne eine Gerade e durch den Punkt P, die senkrecht zu g ist.

Eine Gerade f verläuft durch den Punkt Q und schneidet Gerade g senkrecht im Punkt S.

- Zeichne die Gerade f.
- Gib die Koordinaten des Schnittpunktes S an. S (. . . | . . .)



Aufgabe 2.a

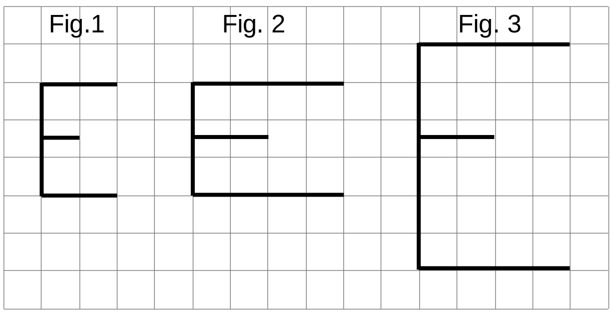
Die Figur 1 wurde vergrößert.

- Erkläre, woran man erkennt, dass Figur 2 und Figur 3 nicht ähnlich zur Figur 1 sind.

____

____

____



____

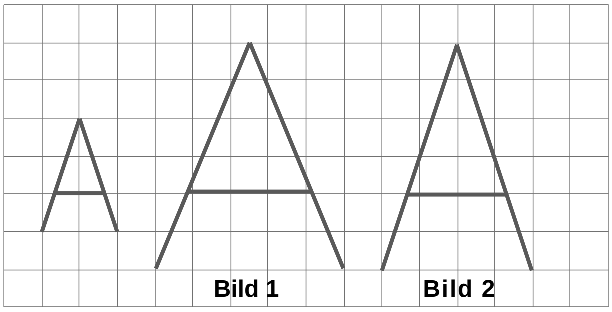
____

____

Aufgabe 2.b

Der Buchstabe A (links) sollte maßstäblich vergrößert werden.
Bild 1 und Bild 2 sind diese Vergrößerungen, aber nur eine der Vergrößerungen ist richtig.

Begründe.



____

____

____

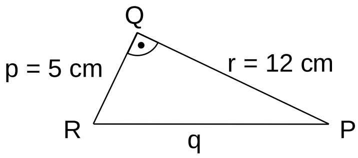
____

____

Aufgabe 3

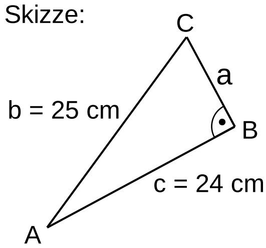
- Berechne für das dargestellte Dreieck die fehlende Seite.
  Entnimm die Maße der Skizze.

Skizze:



- Berechne für das dargestellte Dreieck die fehlende Seite.
  Entnimm die Maße der Skizze.

Skizze:



Chris hat ein Dreieck gezeichnet. Es hat die Maße a = 9 cm, b = 7 cm, c = 5 cm.
Chris behauptet: „Es ist rechtwinklig."

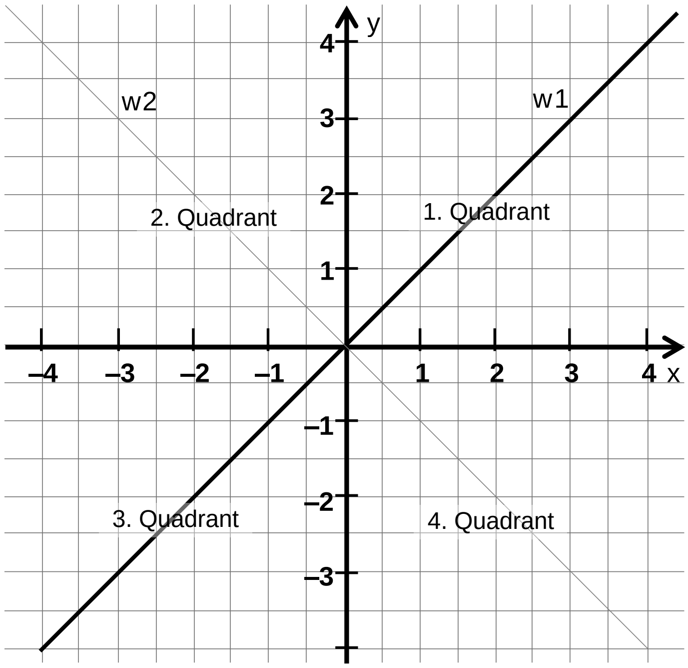
- Erkläre, wie man rechnerisch prüfen kann, ob das Dreieck rechtwinklig ist.
  Führe diese Rechnung ggf. aus.

Aufgabe 1.a

Dargestellt sind zwei Geraden im Koordinatensystem.
Gerade w1 halbiert den 1. und den 3. Quadranten.

Entscheide zu den nachfolgend aufgeführten Punkten, ob sie auf w1 oder w2 liegen und in welchem Quadranten sie sich befinden.

- Kreuze an, auf welcher Geraden sich die Punkte jeweils befinden.
- Gib die Nummer des Quadranten an, in dem sich die Punkte jeweils befinden.

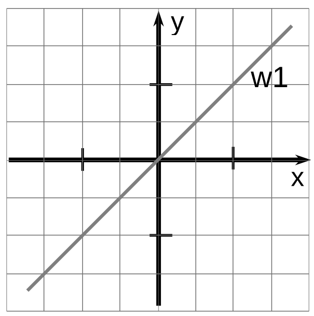


Punkt	A(3|3)	B(4|–5)	C(–7|7)	D(–9|–9)	E(0|0)
liegt auf w1					
liegt auf w2					
liegt weder auf w1 noch auf w2					
liegt im Quadranten					

Aufgabe 1.b

Die Gerade w1 halbiert den 1. und den 3. Quadranten des Koordinatensystems.

Ein Punkt P hat die Koordinaten P(6|3).



- Gib für die folgenden Abbildungen die Koordinaten des Bildpunktes P‘ an.
- Schreibe auch dazu, in welchem Quadranten sich der Bildpunkt P‘ befindet.

- P wird an der x-Achse gespiegelt. ⇨ P‘(. . . | . . .), im . . . Quadranten

- P wird an der y-Achse gespiegelt. ⇨ P‘(. . . | . . .), im . . . Quadranten

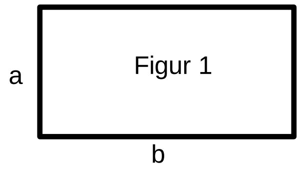
- P wird an der Geraden w1 gespiegelt. ⇨ P‘(. . . | . . .), im . . . Quadranten

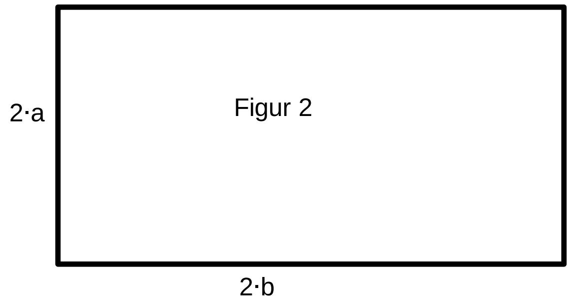
- P wird um 8 Einheiten nach links verschoben. ⇨ P‘(. . . | . . .), im . . . Quadranten

- P wird um 90° im Uhrzeigersinn um den Koordinatenursprung gedreht.
⇨ P‘(. . . | . . .) , im . . . Quadranten

Aufgabe 2.a

Figur 2 ist eine maßstäbliche Vergrößerung der Figur 1.



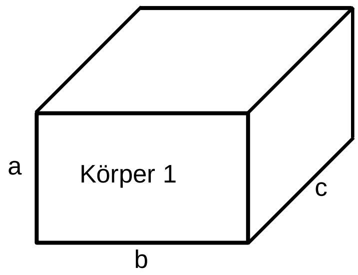


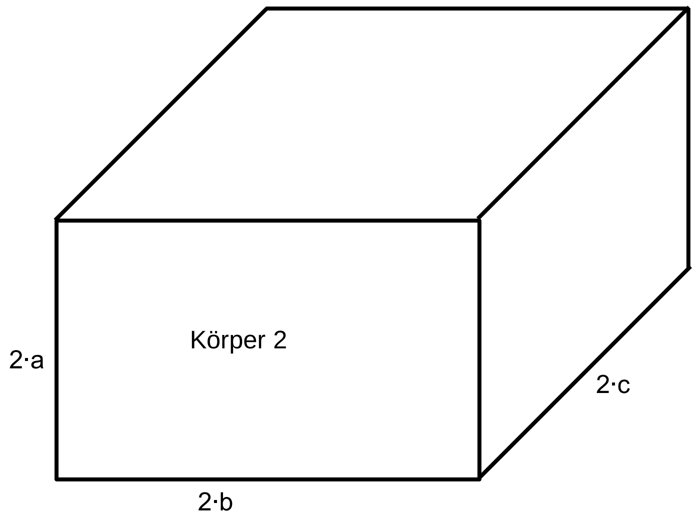
- Beschreibe, wie sich der Umfang der Figur bei dieser Vergrößerung verändert hat.

- Beschreibe, wie sich der Flächeninhalt der Figur bei dieser Vergrößerung verändert hat. Begründe deine Aussage.

Aufgabe 2.b

Körper 1 ist ein Quader.
Körper 2 ist eine maßstäbliche Vergrößerung von Körper 1.



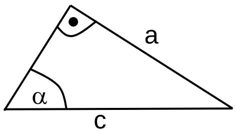


- Beschreibe, wie sich das Volumen des Körpers bei dieser Vergrößerung verändert hat. Begründe deine Aussage.

Aufgabe 3

In den nachfolgenden, nicht maßstabsgerechten Skizzen sind Dreiecke vorgegeben.
Berechne mit Hilfe eines Taschenrechners die jeweils gesuchte Größe.

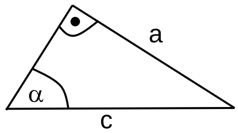
a)



a = 3 cm; c = 5 cm

α = . . .

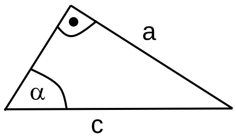
b)



α = 40°; c = 24 m

a = . . .

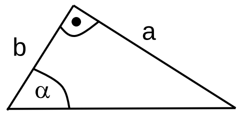
c)



α = 60°; a = 4 cm

c = . . .

d)

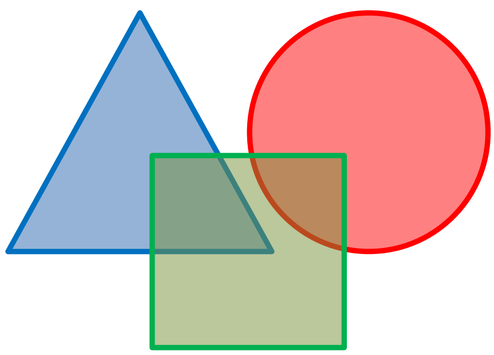


b = 4 cm; c = 5 cm

α = . . .

Förderaufgaben für die Grundschule

Niveaustufe A



Darum geht es

„Geometrische Objekte und Abbildungen werden mit Begriffen beschrieben. Daher sind Kenntnisse und Anwendungen der geometrischen Begriffe grundlegend für weitere Lernprozesse.
Nicht jedes Wort ist ein Begriff. Franke und Reinhold (2016, S. 116) führen aus, dass erst dann von einem Begriff gesprochen werden kann, wenn damit nicht nur ein einzelner Gegenstand bezeichnet wird, sondern wenn damit eine Kategorie bzw. Klasse assoziiert wird, in die sich ein konkreter Gegenstand einordnen lässt (Benz et al., 2015, S. 185).
Begriffe werden zunächst ohne Definitionen gebildet. Sie werden durch konkrete Modelle oder Abbildungen repräsentiert. Durch Kennenlernen verschiedener Beispiele und Gegenbeispiele entwickelt sich die Begriffsbildung. Eine Figur kann mit verschiedenen Begriffen bezeichnet werden. So kann ein Quadrat als Quadrat, aber auch als Viereck oder als Rechteck bezeichnet werden. Oft lernen Schülerinnen und Schüler zuerst eine prototypische Darstellung, beispielsweise das gleichseitige Dreieck, als Repräsentant für einen Begriff kennen. Im weiteren Lernprozess ist es notwendig, dass die Schülerinnen und Schüler verschiedene Repräsentanten kennenlernen, damit sie ein umfassendes Begriffsverständnis erwerben können (Maier & Benz, 2014, S. 185).
Zu einem umfassenden Begriffsverständnis gehört: Figuren benennen, Zuordnungen zu Begriffsklassen treffen, den Begriff erklären bzw. die notwendigen Eigenschaften benennen, Oberbegriffe (z.B. Viereck) und Unterbegriffe (z. B. Rechteck) und deren Beziehung kennen sowie Figuren zeichnen.
Ohne ein grundlegendes Begriffsverständnis können im weiteren Lernprozess die Begriffe zu Objekten und Abbildungen nicht angemessen weiterentwickelt, genutzt und in Beziehung gebracht werden: Um über Rechtecke als spezielle Vierecke kommunizieren zu können, ist ein Verständnis für Vierecke notwendig.“ (LISUM, 2019. Handbuch ILeA plus, cc by nd 4.0, S. 31 bis 32)

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Erkennen der Grundformen Kreis, Viereck, Dreieck
2. Sortieren geometrischer Grundformen
3. Erkennen von Vierecken
4. Zeigen von Ecken und Seiten am Viereck
5. Zeichnen von Vierecken mit einer Schablone
6. Bauen von Vierecken mit Stäbchen und Knete
7. Erkennen von Dreiecken
8. Zeigen von Ecken und Seiten am Dreieck
9. Zeichnen von Dreiecken mit einer Schablone
10. Bauen von Dreiecken mit Stäbchen und Knete
11. Falten und Erkennen von Dreiecken
12. Erkennen von Kreisen
13. Zeichnen von Kreisen mit einer Schablone
14. Erkennen von Fehlern in einer Reihe mit Grundformen
15. Erkennen von Kreisen, Vierecken und Dreiecken
16. Benennen und Finden von Objekten
17. Finden von Würfel und Kugel in Alltagsgegenständen
18. Formen einer Kugel mit Knete

Übersicht über die Kopiervorlagen

Kopiervorlage A
Kopiervorlage B

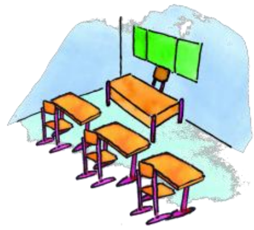
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe A

BE

Geometrische Objekte erkennen

Erkennen der Grundformen Kreis, Viereck, Dreieck | **1**



Wie heißen die Formen?

- Beschreibe sie.

Befinden sich im Raum Gegenstände, die so ähnlich aussehen wie diese Formen?

- Zeige sie im Raum.

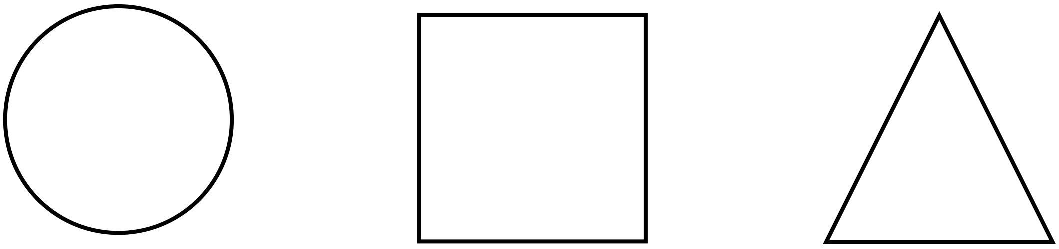


Bild 1 „Klassenzimmer“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe A

BE

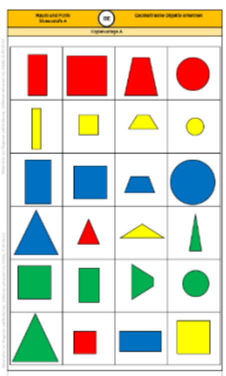
Geometrische Objekte erkennen

Sortieren geometrischer Grundformen | **2**

Material: *Kopiervorlage A (bereits zerschnitten)*

Auf dem Tisch liegen verschiedene geometrische Formen.

- Sortiere die Formen.
- Wonach hast du sortiert? Erzähle.
- Finde verschiedene Möglichkeiten, wonach du sortieren kannst.



Kopiervorlage A

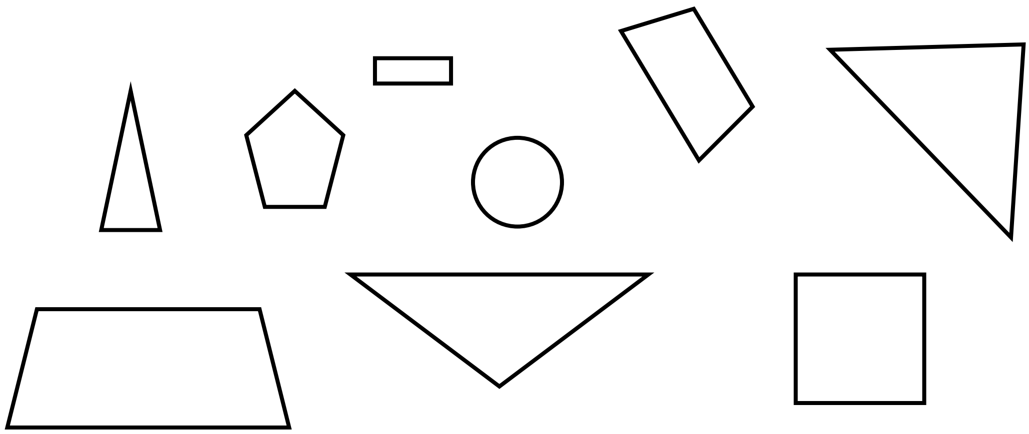
Raum und Form
Niveaustufe A

BE

Geometrische Objekte erkennen

Erkennen von Vierecken | **3**

- Zeige die Vierecke.
- Warum sind das Vierecke? Erkläre.



- Warum sind die anderen Figuren keine Vierecke? Begründe.

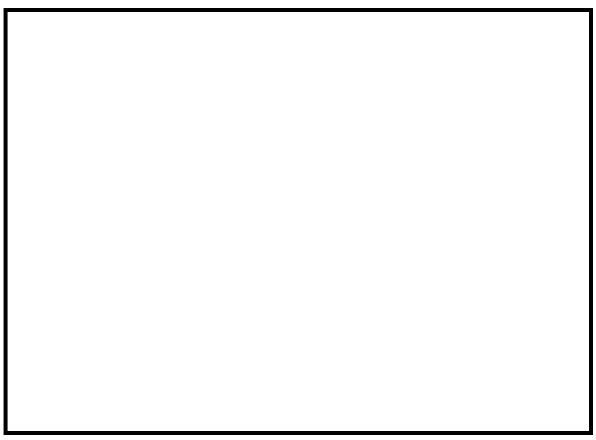
Raum und Form
Niveaustufe A

BE

Geometrische Objekte erkennen

Zeigen von Ecken und Seiten am Viereck | **4**

- Zeige die **Ecken** am Viereck. Zähle die Ecken.
- Fahre mit deinem Finger die **Seiten** des Vierecks nach. Wie viele Seiten sind es?



Zeichnen von Vierecken mit einer Schablone | **5**

Material: *Schablone (geometrische Formen)*

- Zeichne mithilfe der Schablone ein Viereck.
- Worauf musst du achten? Beschreibe.

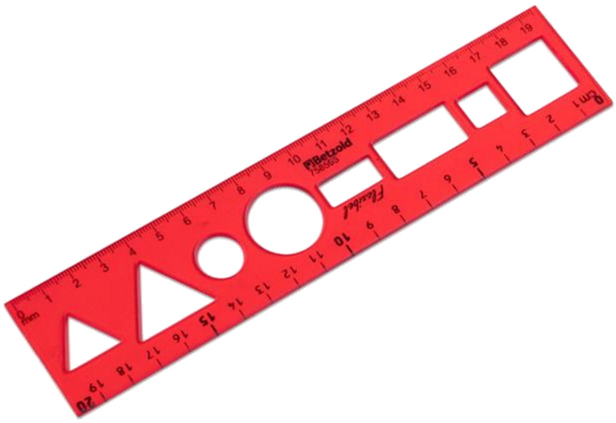


Bild 2 „Schablone", https://static.betzold.de/images/prod/E_758569/Betzold-Schablonenlineal-klein-E_758569_a-XL.jpg, Zugriff: 07.09.2022

Raum und Form
Niveaustufe A

BE

Geometrische Objekte erkennen

Bauen von Vierecken mit Stäbchen und Knete | **6**

Material: *Stäbchen oder Strohhalme, Knetkugeln*

- Baue mit dem Material ein Viereck. Verwende für die Seiten die Stäbchen und für die Ecken die Knetkugeln.
- Wie viele Stäbchen brauchst du? Zähle die Stäbchen.
- Wie viele Knetkugeln brauchst du? Zähle die Knetkugeln.

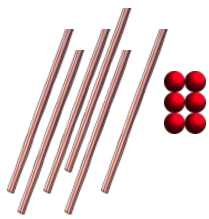


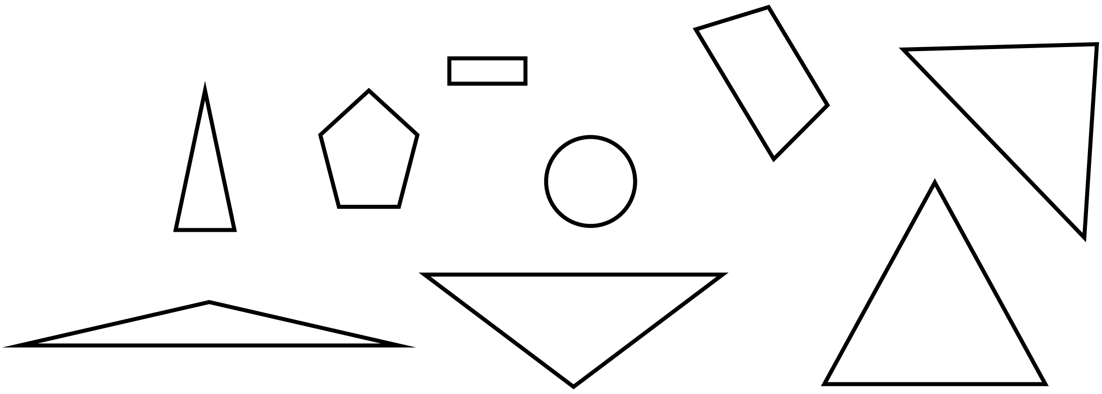
Bild 3 „Stäbchen und Kugeln", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form Niveaustufe A	BE	Geometrische Objekte erkennen

Erkennen von Dreiecken	7

- Zeige Dreiecke.
- Warum sind das Dreiecke? Erkläre.

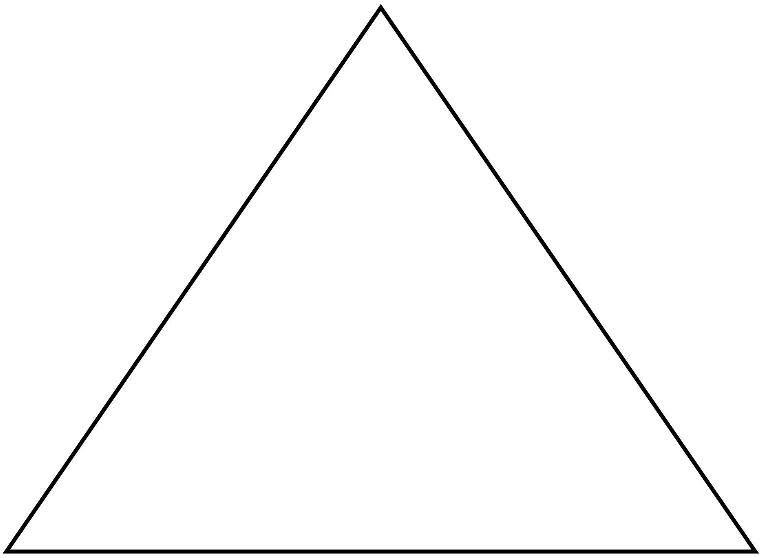


- Warum sind die anderen Figuren keine Dreiecke? Begründe.

Raum und Form Niveaustufe A	BE	Geometrische Objekte erkennen

Zeigen von Ecken und Seiten am Dreieck	8

- Zeige die **Ecken** am Dreieck. Zähle die Ecken.
- Fahre mit deinem Finger die **Seiten** des Dreiecks nach. Wie viele Seiten sind es?



Raum und Form
Niveaustufe A

BE

Geometrische Objekte erkennen

Zeichnen von Dreiecken mit einer Schablone | **9**

Material: *Schablone (geometrische Formen)*

- Zeichne mithilfe der Schablone ein Dreieck.
- Worauf musst du achten? Beschreibe.

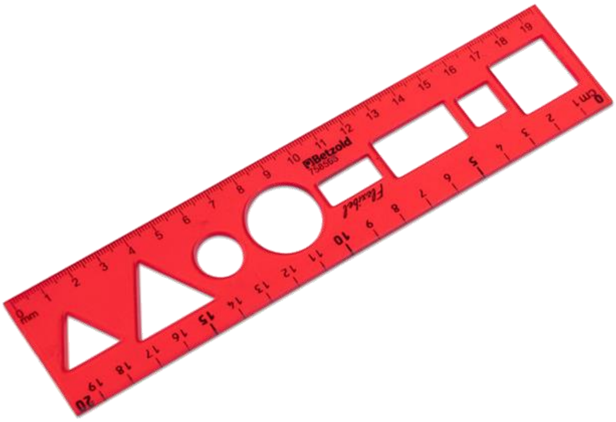


Bild 4 „Schablone“, https://static.betzold.de/images/prod/E_758569/Betzold-Schablonenlineal-klein-E_758569_a-XL.jpg, Zugriff: 07.09.2022

Raum und Form
Niveaustufe A

BE

Geometrische Objekte erkennen

Bauen von Dreiecken mit Stäbchen und Knete | **10**

Material: *Stäbchen oder Strohhalme, Knetkugeln*

- Baue mit dem Material ein Dreieck. Verwende für die Seiten die Stäbchen und für die Ecken die Knetkugeln.
- Wie viele Stäbchen brauchst du? Zähle die Stäbchen.
- Wie viele Knetkugeln brauchst du? Zähle die Knetkugeln.

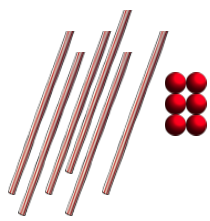


Bild 5 „Stäbchen mit Kugeln“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

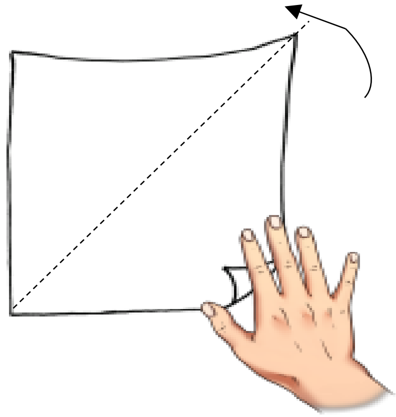
Raum und Form Niveaustufe A	BE	Geometrische Objekte erkennen

Falten und Erkennen von Dreiecken	11

Material: *Faltpapier oder Notizzettel (quadratisch), ggf. Schere*

Die Lehrkraft faltet mit dem Kind gemeinsam ein Blatt Papier (rechte untere Ecke auf linke obere Ecke) einmal in der Mitte und klappt es wieder auf.

- Fahre mit dem Finger die entstandenen Formen nach.
- Welche Formen sind entstanden? Beschreibe.



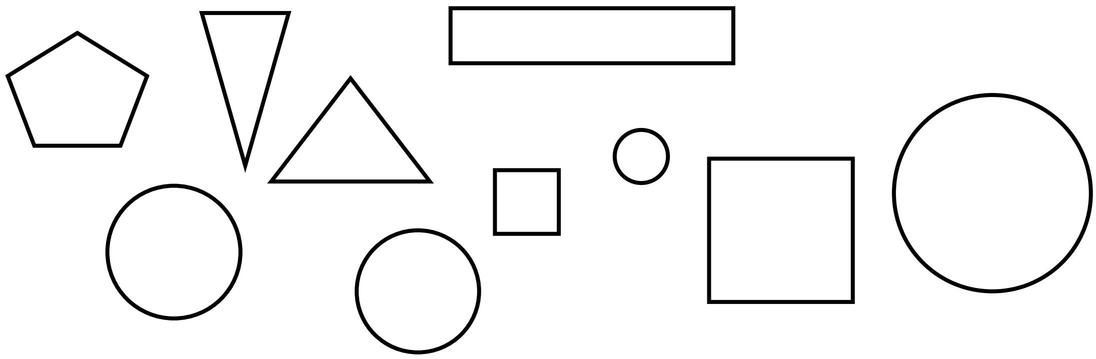
Tipp: Du kannst das Papier auch an der Faltlinie zerschneiden.

Bild 6 „Hand mit Notizzettel“, LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe A	BE	Geometrische Objekte erkennen

Erkennen von Kreisen	12

- Zeige alle Kreise.
- Beschreibe, woran du die Kreise erkannt hast.



Raum und Form
Niveaustufe A

BE

Geometrische Objekte erkennen

Zeichnen von Kreisen mit einer Schablone | **13**

Material: *Schablone (geometrische Formen)*

- Zeichne mithilfe der Schablone einen Kreis.
- Worauf musst du achten? Beschreibe.

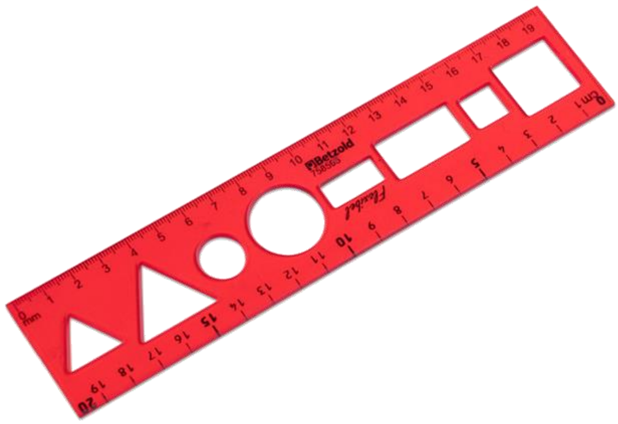


Bild 7 „Schablone", https://static.betzold.de/images/prod/E_758569/Betzold-Schablonenlineal-klein-E_758569_a-XL.jpg, Zugriff: 07.09.2022

Raum und Form
Niveaustufe A

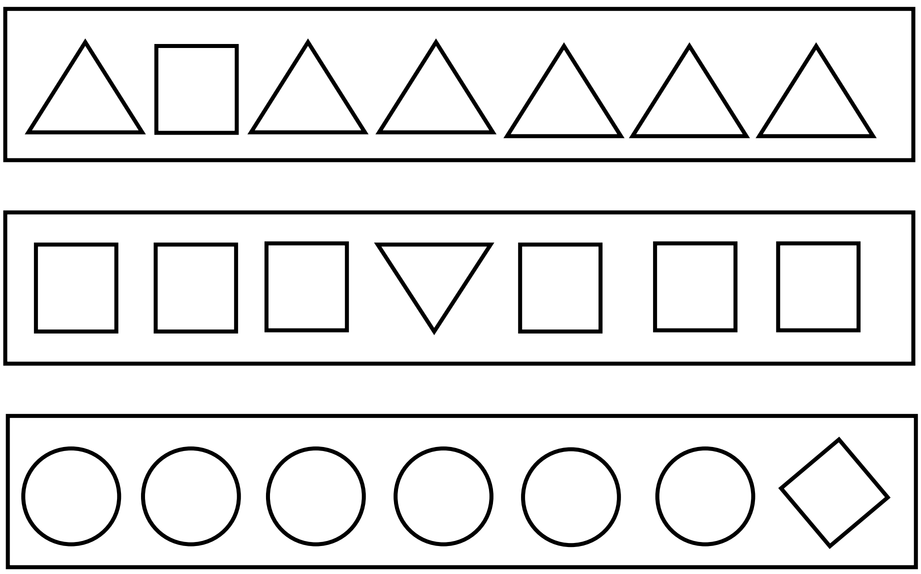
BE

Geometrische Objekte erkennen

Erkennen von Fehlern in einer Reihe mit Grundformen | **14**

Hier stimmt etwas nicht. Eine Form passt nicht in die Reihe.

- Zeige sie.
- Warum passt sie nicht zu den anderen Formen? Erkläre.

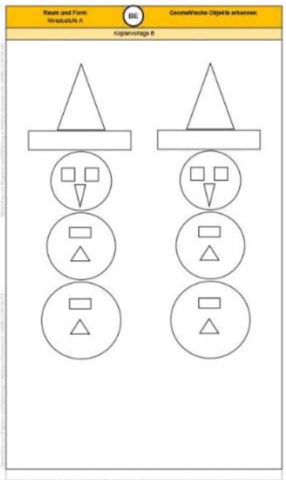


Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form Niveaustufe A	BE	Geometrische Objekte erkennen
Erkennen von Kreisen, Vierecken und Dreiecken		15

Material: *Buntstifte, Kopiervorlage B*

- Male alle Vierecke blau an.
- Male alle Dreiecke rot an.
- Male alle Kreise gelb an.



Kopiervorlage B

Raum und Form Niveaustufe A	BE	Geometrische Objekte erkennen
Benennen und Finden von Objekten		16

Material: *Kugel, Würfel*

- Wie heißen diese Gegenstände?

- Finde im Raum Gegenstände, die so ähnlich aussehen wie diese Gegenstände.

Bild 8 „Kugel und Würfel“, LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Finden von Würfel und Kugel in Alltagsgegenständen **17**

- Zeige im Bild Gegenstände, die so ähnlich aussehen wie ein Würfel.
- Zeige im Bild Gegenstände, die so ähnlich aussehen wie eine Kugel.

Bild 9 „Weihnachtsbaumkugel, Würfelgeschenk, Fußball, Quadergeschenk, Eis, Würfel, Zylindergeschenk, Schneemann“, LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe A

BE

Geometrische Objekte erkennen

Formen einer Kugel mit Knete **18**

Material: *Knete*

- Forme mit Knete eine Kugel.

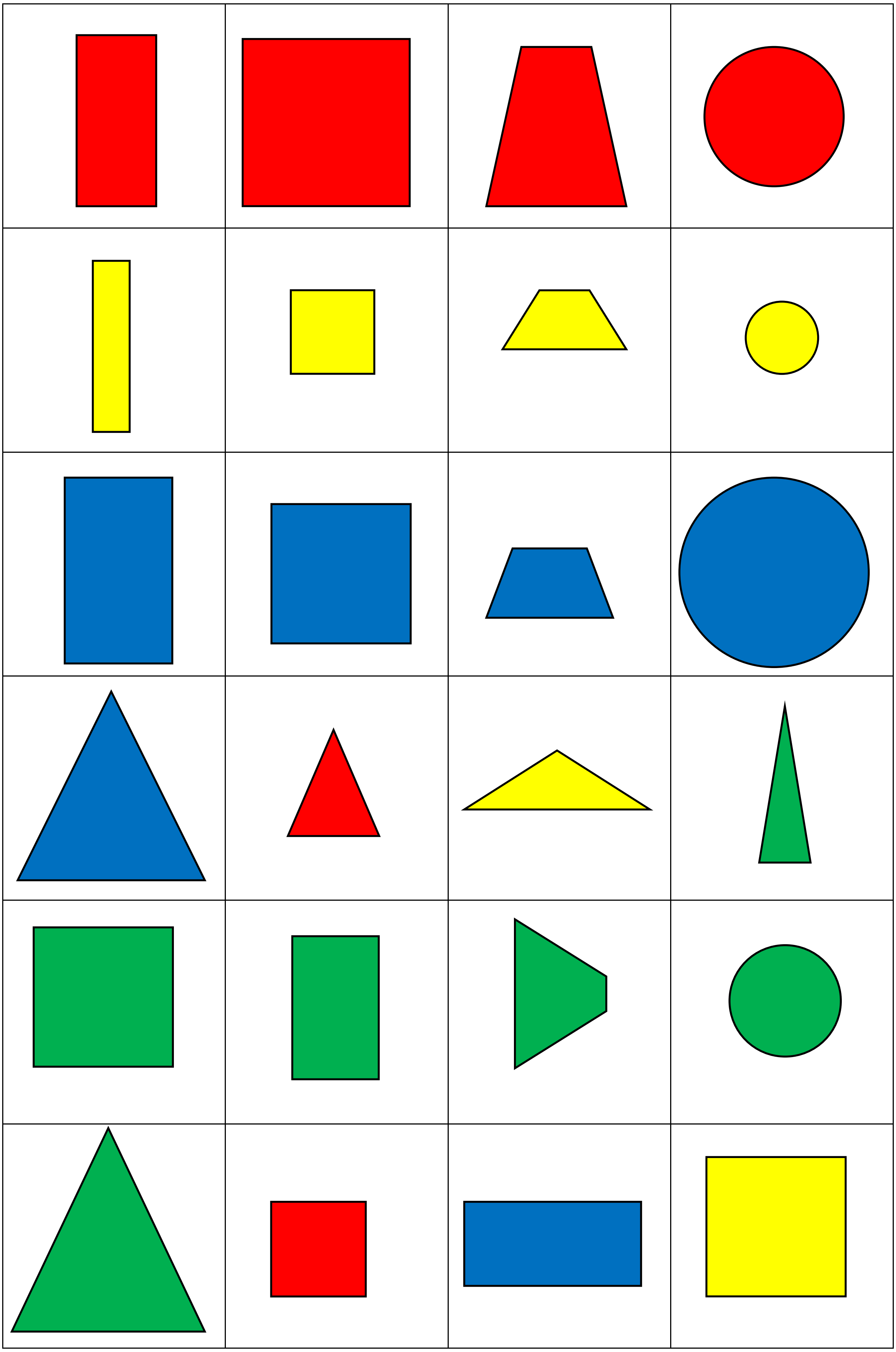
Bild 10 „Kugel“, LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com,cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe A

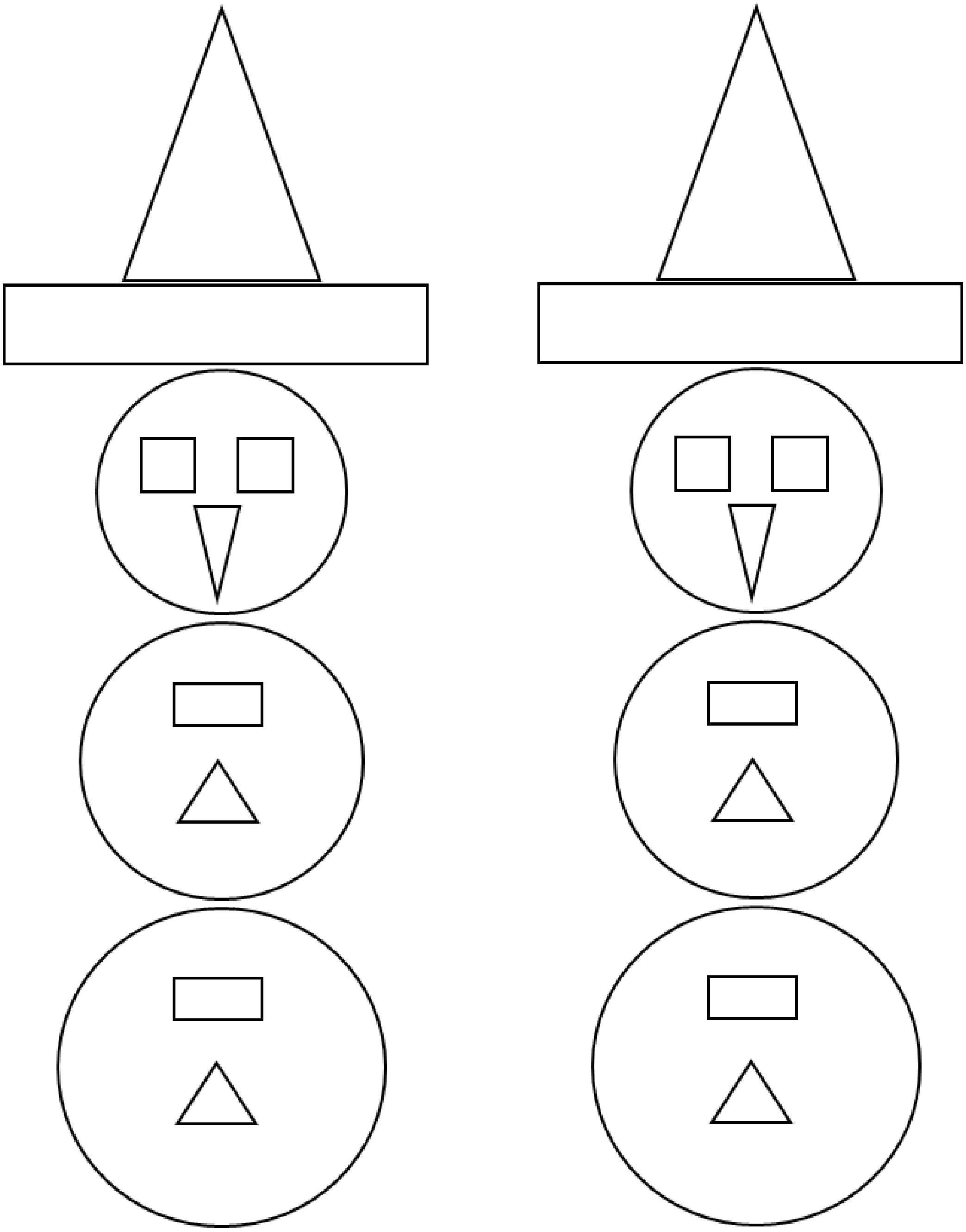
BE

Geometrische Objekte erkennen

Kopiervorlage A



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Darum geht es

„Erfahrungen mit dem Raum umfassen sowohl Erfahrungen mit der Räumlichkeit der Umwelt und der Räumlichkeit von Objekten als auch Erfahrungen mit den räumlichen Beziehungen von Objekten untereinander. Um eine räumliche Wahrnehmung und Vorstellung entwickeln zu können, muss zunächst eine intakte visuelle Wahrnehmung vorhanden sein. Nach Frostig (Büttner, Dacheneder, Schneider, & Weyer, 2008; Franke & Reinhold, 2016, S. 63) können verschiedene Teilkomponenten der visuellen Wahrnehmung unterschieden werden.
Dazu gehören:

- *Die visuomotorischen Fähigkeiten: Fähigkeiten, das Sehen mit dem eignen Körper oder Teilen des Körpers zu koordinieren,*
- *die Figur-Grund-Unterscheidung: Fähigkeit aus einem komplexen Hintergrund Teilfiguren zu erkennen und zu isolieren,*
- *die Wahrnehmungskonstanz: Die Fähigkeit, Objekte in der Umgebung stabil wahrzunehmen, obwohl sie sich unseren Sinnesorganen unterschiedlich präsentieren,*
- *die Wahrnehmung räumlicher Beziehungen und der Lage im Raum: Die Fähigkeit Beziehungen zwischen Objekten und zwischen der eigenen Person und Objekten wahrzunehmen und zu beschreiben.*

Diese Fähigkeiten zur visuellen und räumlichen Wahrnehmung sind die Voraussetzung für die räumliche Vorstellung. Räumliche Vorstellungen können nach Wollring (2011) beschrieben werden als die Fähigkeit, „räumliche Objekte verinnerlicht zu sehen, verinnerlicht zu bewegen, verinnerlicht zu zerlegen und zusammensetzen und verinnerlicht ausdehnen und komprimieren zu können“.
Sowohl für den weiteren geometrischen Lernprozess als auch für den arithmetischen Lernprozess sind diese Fähigkeiten grundlegend, da sonst Anschauungen bezüglich geometrischer und auch arithmetischer Lerninhalte nicht zielführend gedeutet und genutzt werden können und somit der Erwerb der veranschaulichten Lerninhalte erschwert wird.“ (LISUM, 2019. Handbuch ILeA plus, cc by nd 4.0, S. 32 bis 33)

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Spielen des Spiels „Zwillinge“
2. Spielen des Spiels „Roboter“
3. Nachmachen von Bewegungen und Nachsprechen ihrer Beschreibung
4. Nachstellen und Beschreiben der Lage von Spielfiguren
5. Erfassen und Beschreiben der Lage von Spielfiguren
6. Anordnen von Spielfiguren nach Vorgaben
7. Anordnen und Beschreiben der Lage von Spielfiguren
8. Nachmachen und Nachsprechen der Lage und der Lageveränderung einer Spielfigur
9. Verändern der Lage einer Spielfigur nach Vorgabe
10. Erfassen und Beschreiben der Lage einer Spielfigur
11. Vergleichen zweier Objektanordnungen und Beschreiben des Unterschieds
12. Zuordnen einer Beschreibung zu einem Bild
13. Finden und Beschreiben von Figuren im Bild – ohne Überlappung
14. Finden und Beschreiben von Figuren im Bild – mit Überlappung
15. Nachlegen eines Bildes aus verschiedenen ebenen Figuren
16. Legen und Beschreiben einer Anordnung von ebenen Figuren
17. Legen von Anordnungen zweier Würfel nach Vorgabe
18. Zuordnen von Beschreibungen zu Bildern – Würfelpaare
19. Zuordnen von Beschreibungen zu Bildern – Würfeltripel
20. Bauen individueller Bauwerke
21. Nachbauen eines Bauwerks
22. Bauen von Würfelbauten nach Vorgabe
23. Bauen eines Würfelgebäudes und Beschreiben des Vorgehens

Übersicht über die Kopiervorlagen

Kopiervorlage A
Kopiervorlage B
Kopiervorlage C

Raum und Form
Niveaustufe A

WV

Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen

Spielen des Spiels „Zwillinge“ **1**

Spiel „Zwillinge“

- Spielt das Spiel „Zwillinge“.

Die Lehrkraft steht **vor bzw. neben** dem Kind mit gleicher Blickrichtung.
Sie führt verschiedene Bewegungen aus, die sie sprachlich begleitet.
Das Kind murmelt den Auftrag nach und führt die Bewegung aus.

Beispiele:

- Ich zappele mit dem rechten (linken) Fuß.
- Ich fasse mir mit der rechten (linken) Hand an die Nase (den Kopf, den Bauch, …).
- Ich fasse mir mit der rechten Hand an das linke Knie (Ohr, Bein, Arm).
- …

Tipp: Die Durchführung ist auch in Partnerarbeit möglich.

Bild 1 „Kinder“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe A

WV

Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen

Spielen des Spiels „Roboter“ **2**

Spiel „Roboter“

- Spielt das Spiel „Roboter“.

Die Lehrkraft gibt Anweisungen und das Kind führt diese aus.

Beispiele:

- Hebe deine rechte Hand (linke Hand).
- Fasse mit deiner rechten Hand an deine Nase (an deinen Bauch, auf deinen Kopf, …).
- Fasse mit deiner linken Hand an dein linkes (rechtes) Ohr.
- Hebe dein rechtes Bein (linkes Bein).

Bild 2 „Lehrerin mit Kind“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

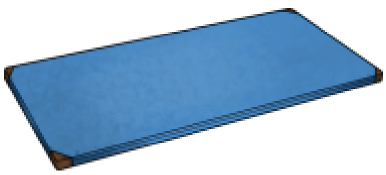
Nachmachen von Bewegungen und Nachsprechen ihrer Beschreibung **3**

Material: *eventuell Matte oder Unterlagen**

Das Kind und die Lehrkraft stehen nebeneinander (oder liegen nebeneinander auf dem Boden).
Die Lehrkraft führt Bewegungen aus, die sie sprachlich begleitet.
Das Kind murmelt den Auftrag leise nach und führt die Bewegung aus.

Beispiele:

- Ich hebe die rechte (linke) Hand leicht vom Boden ab.
- Ich hebe das rechte (linke) Bein leicht vom Boden ab.
- Ich hebe die rechte (linke) Hand **und** das linke (rechte) Bein gleichzeitig vom Boden ab.
- Ich greife mit der linken (rechten) Hand den rechten (linken) Fuß.



*Tipp: Die Übungen können auch liegend durchgeführt werden.

Bild 3 „Turnmatte“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe A

WV

Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen

Nachstellen und Beschreiben der Lage von Spielfiguren **4**

Material: *Spielfiguren in rot, blau, grün und gelb*

Die Lehrkraft stellt die erste Spielfigur auf und begleitet das Aufstellen sprachlich:
Ich stelle die rote Figur **auf** den Stuhl.

- Mache nach: Stelle die rote Figur genauso auf und sage, wo du sie hinstellst.

Wo stelle ich die anderen Figuren hin? Die Lehrkraft stellt die anderen Figuren nacheinander auf.

- Stelle die Figuren genauso auf und ergänze meine Sätze.

Die Lehrkraft stellt weitere Figuren auf und spricht die Satzanfänge.

- Ich stelle die blaue Figur _________ **(unter)** den Stuhl.
- Ich stelle die gelbe Figur _________ **(neben)** den Stuhl.
- Ich stelle die grüne Figur _________ **(hinter)** den Stuhl.

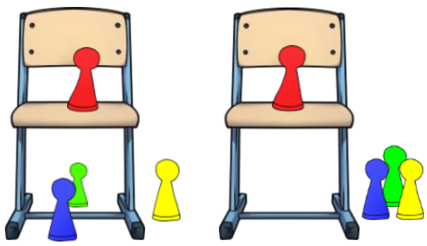


Bild 4 „Stühle und Spielfiguren“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form Niveaustufe A	WV	Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen
Erfassen und Beschreiben der Lage von Spielfiguren		5

Material: *Schachtel, Spielfiguren in rot, blau, grün und gelb*

Die Lehrkraft platziert die Spielfiguren (in, vor, hinter, links bzw. rechts daneben) und stellt folgende Fragen:

- Steht die rote Figur in der Schachtel?
- Welche Farbe hat die Figur rechts neben der Schachtel?
- Wo steht die blaue Figur?
- Welche Figur steht vor der Schachtel?

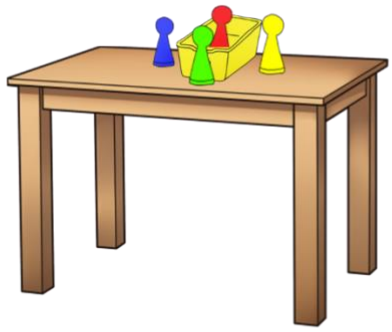


Bild 5 „Tisch mit Schachtel und Spielfiguren“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe A	WV	Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen
Anordnen von Spielfiguren nach Vorgaben		6

Material: *Schachtel, Spielfiguren in rot, blau, grün und gelb*

Auf dem Tisch liegen die Schachtel und die Spielfiguren.

Die Lehrkraft gibt folgende Anweisungen:

- Stelle die rote Figur in die Schachtel.
- Stelle die gelbe Figur rechts neben die Schachtel.
- Stelle die grüne Figur vor die Schachtel.
- Stelle die blaue Figur hinter die Schachtel.

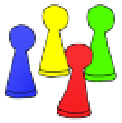
Bild 6 „Kind am Tisch mit Schachtel und Spielfiguren“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form Niveaustufe A	WV	Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen
Anordnen und Beschreiben der Lage von Spielfiguren		7

Material: *Schachtel, Spielfiguren*

- Stelle jede Figur an einen Platz.
- Beschreibe, wo du sie hingestellt hast.



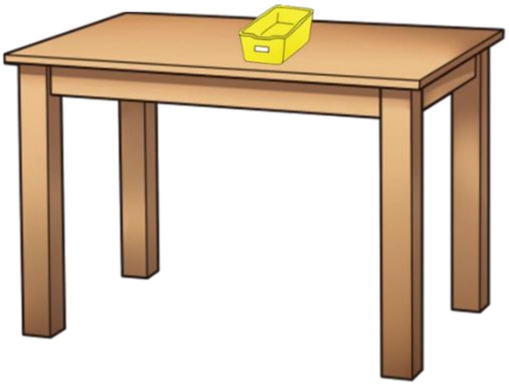


Bild 7 und 8 „Spielfiguren", „Tisch mit Schachtel", LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

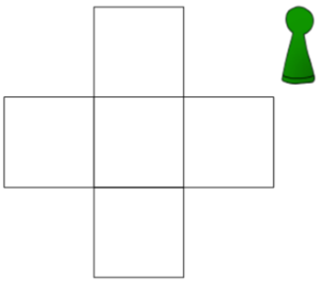
Raum und Form Niveaustufe A	WV	Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen
Nachmachen und Nachsprechen der Lage und der Lageveränderung einer Spielfigur		8

Material: *zwei Spielfiguren*

Die Lehrkraft stellt die grüne Spielfigur auf das Feld in der Mitte und begleitet die Handlung sprachlich (z.B. Ich stelle die Spielfigur in die Mitte.).

Die Lehrkraft verschiebt sie nach oben (unten) und begleitet jede Handlung sprachlich.

Das Kind murmelt die Anweisung leise mit und führt die Handlung mit der roten Spielfigur aus.



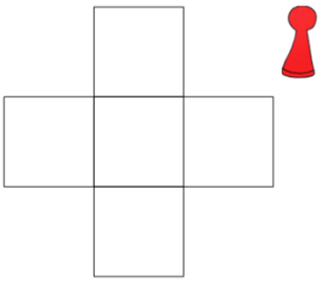


Bild 9 und 10 „Spielplan mit grüner Spielfigur", „Spielplan mit roter Spielfigur", LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe A	**WV**	**Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen**

Verändern der Lage einer Spielfigur nach Vorgabe	**9**

Material: *Spielfigur*

Die Lehrkraft gibt Anweisungen.

Das Kind führt die Handlungen nach mündlicher Anweisung aus.

Zum Beispiel:

- Stelle die Spielfigur in die Mitte.
- Verschiebe die Spielfigur nach oben (nach unten).

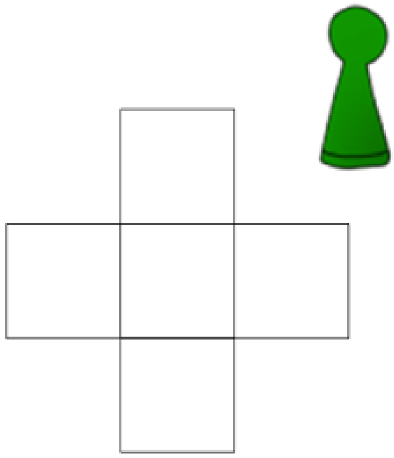


Bild 11 „Spielplan mit grüner Spielfigur", LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe A	**WV**	**Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen**

Erfassen und Beschreiben der Lage einer Spielfigur	**10**

Material: *Spielfigur*

Die Lehrkraft stellt die Spielfigur zunächst auf das Kreuz in der Mitte des Spielplans.
Dann bewegt sie die Figur einen Schritt nach oben (unten, links oder rechts) und stellt Impulsfragen:

Ist die Figur neben (über, unter) dem Kreuz?

- Beschreibe.

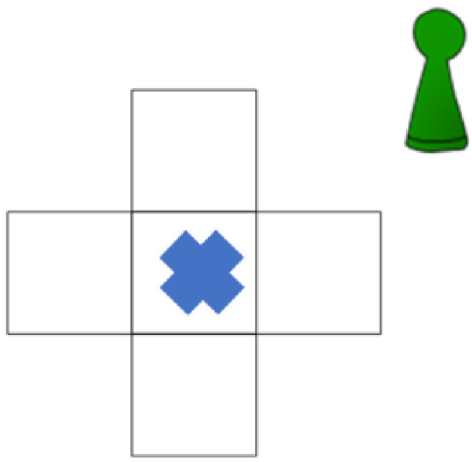


Bild 12 „Spielplan mit Kreuz und grüner Spielfigur", LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Vergleichen zweier Objektanordnungen und Beschreiben des Unterschieds | **11**

Vergleiche die beiden Bilder.

Was ist gleich?

- Zeige.

Wo ist der Unterschied?

- Zeige und beschreibe ihn.

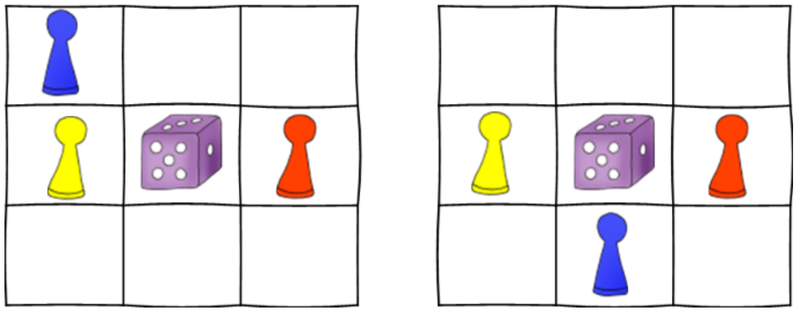


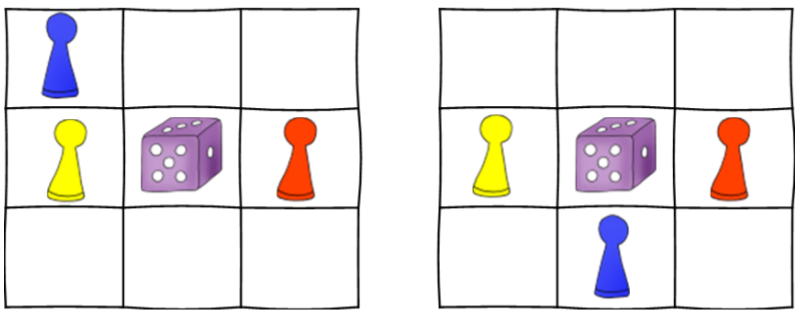
Bild 13 „Zwei Legefelder mit Spielfiguren und Würfel“, LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe A
WV
Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen

Zuordnen einer Beschreibung zu einem Bild | **12**

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Die Lehrkraft beschreibt eines der Bilder.



Welches Bild habe ich beschrieben?

- Zeige.

Warum passt die Beschreibung nicht zu dem anderen Bild?

- Beschreibe das andere Bild.

Bild 14 „Zwei Legefelder mit Spielfiguren und Würfel“, LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe A

WV

Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen

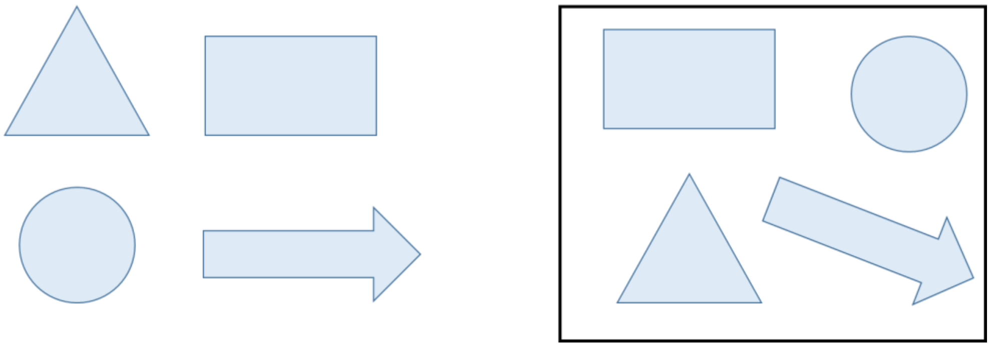
Finden und Beschreiben von Figuren im Bild – ohne Überlappung	**13**

Die Lehrkraft zeigt auf eine Figur (linke Seite) und fordert das Kind auf, diese Figur im Bild (im Kasten) zu finden.

- Zeige diese Figur im Bild. Wie heißt sie?
- Fahre die Figur mit dem Finger nach.

Woran hast du erkannt, dass das die Figur ist?

- Beschreibe.



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe A

WV

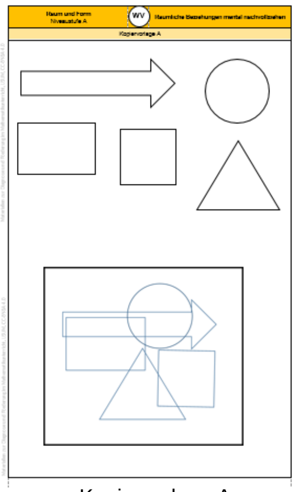
Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen

Finden und Beschreiben von Figuren im Bild – mit Überlappung	**14**

Material: *Kopiervorlage A (Tipp: Einzelbilder als Suchhilfe auf Folie kopieren)*

Die Lehrkraft zeigt das Einzelbild einer Figur und stellt einen Suchauftrag.

- Zeige diese Figur im Bild (im Kasten). Wie heißt sie?
- Fahre die Figur mit dem Finger nach.
- Erkläre, wie du die Figur gefunden hast.



Kopiervorlage A

Tipp: Wenn du die Figur nicht findest, nutze die Folie als Suchhilfe.

Raum und Form
Niveaustufe A

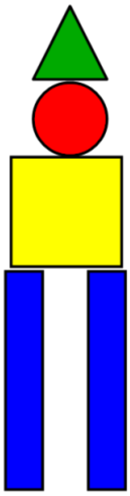
WV **Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen**

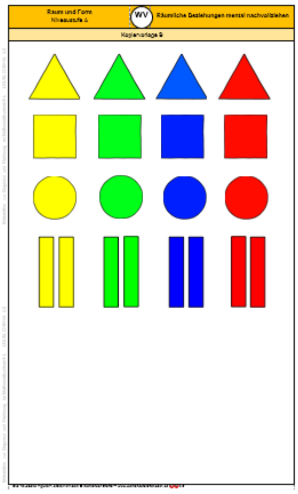
Nachlegen eines Bildes aus verschiedenen ebenen Figuren | **15**

Material: *Kopiervorlage B (bereits ausgeschnitten)*

Die Lehrkraft legt aus ebenen Figuren eine Figur.

- Lege die Figur nach.
- Beschreibe, wie du vorgehst.





Kopiervorlage B

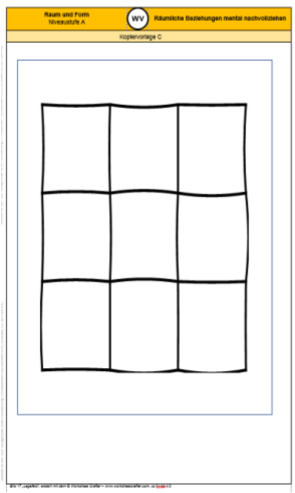
Raum und Form
Niveaustufe A

WV **Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen**

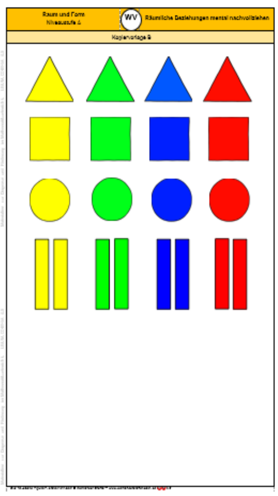
Legen und Beschreiben einer Anordnung von ebenen Figuren | **16**

Material: *Kopiervorlage B (bereits ausgeschnitten), Kopiervorlage C*

- Lege verschiedene Formen in die Felder.
- Beschreibe, wie du sie anordnest.



Kopiervorlage C



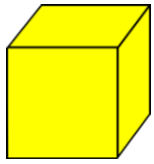
Kopiervorlage B

Legen von Anordnungen zweier Würfel nach Vorgabe

Material: *gelber und roter Würfel*

Der rote Würfel liegt auf dem Tisch. Das Kind hat den gelben Würfel in der Hand.
Die Lehrkraft zeigt auf den Pfeil in der Vorlage und nennt den Arbeitsauftrag.

- Lege den gelben Würfel links (rechts) neben den roten Würfel.
- Lege den gelben Würfel über (unter) den roten Würfel.



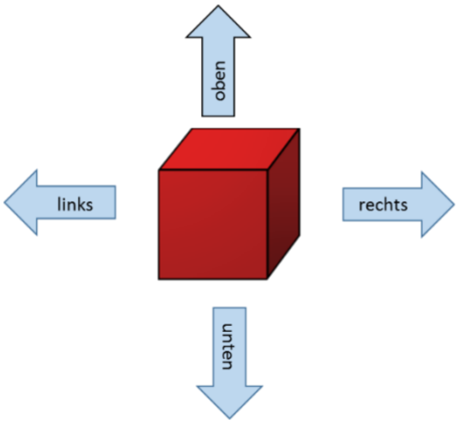
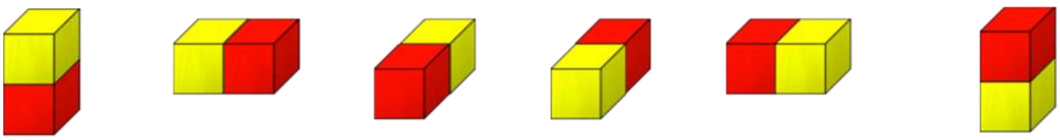


Bild 19 und 20 „gelber Würfel", „roter Würfel", LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Zuordnen von Beschreibungen zu Bildern – Würfelpaare

Die Lehrkraft liest einen Satz vor.

- Zeige auf das passende Bild.



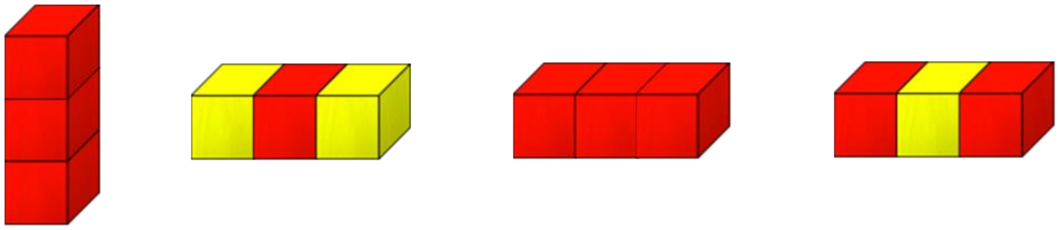
Der rote Würfel liegt links vom gelben Würfel.	Der rote Würfel liegt unter dem gelben Würfel.	Der rote Würfel liegt rechts vom gelben Würfel.
Der rote Würfel liegt über dem gelben Würfel.	Der rote Würfel liegt vor dem gelben Würfel.	Der rote Würfel liegt hinter dem gelben Würfel.

Bild 21 „Würfelpaare", LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Zuordnen von Beschreibungen zu Bildern – Würfeltripel | **19**

Die Lehrkraft liest einen Satz vor.

- Zeige auf das passende Bild.



Der rote Würfel liegt zwischen den gelben Würfeln.	Die roten Würfel liegen nebeneinander.	Die roten Würfel liegen übereinander.	Die roten Würfel liegen links und rechts neben dem gelben Würfel.

Bild 22 „Würfeltripel", LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Bauen individueller Bauwerke | **20**

Material: *fünf Würfel*

Vor dir liegen fünf Würfel.

- Baue verschiedene Bauwerke.
- Du kannst dir aussuchen, wie viele Würfel du dabei nutzt.

Beachte: Die Würfel berühren sich immer mit der ganzen Fläche. Alle Würfel sind miteinander verbunden.

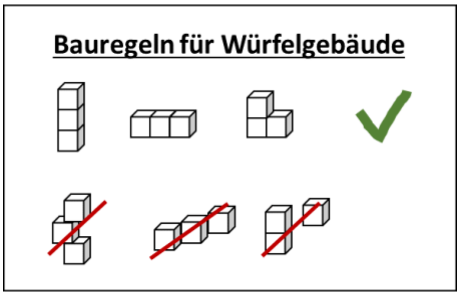
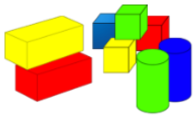


Bild 23 „Würfelgebäude", LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe A	**WV**	**Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen**

Nachbauen eines Bauwerks	**21**

Material: *verschiedenfarbige Holzbausteine*



Die Lehrkraft baut ein Bauwerk auf dem Tisch.

- Baue das Bauwerk nach.
- Beschreibe, wie du vorgehst.

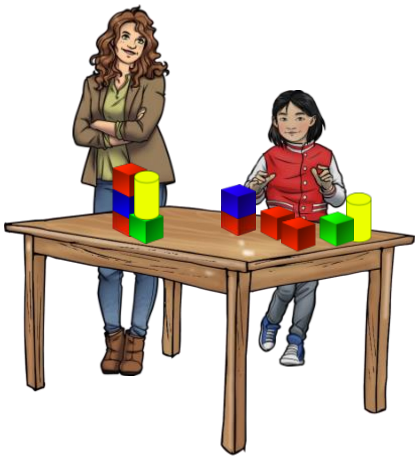
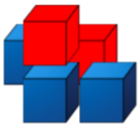


Bild 24 „Körper“ und Bild 25 „Lehrerin und Kind am Tisch mit Körpern“, LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe A	**WV**	**Räumliche Beziehungen mental nachvollziehen**

Bauen von Würfelbauten nach Vorgabe	**22**

Material: *blaue und rote Würfel*



Die Lehrkraft beschreibt genau, wie das Würfelgebäude aussehen soll.
Dabei geht sie schrittweise vor und wartet die Bauschritte des Kindes ab.

- Baue das Würfelgebäude, das ich dir jetzt beschreibe.

Beispiel:

- Lege drei rote Würfel nebeneinander auf den Tisch.
- Lege einen blauen Würfel auf den Würfel in der Mitte.
- …

Bild 26 „Würfel“, LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Bauen eines Würfelgebäudes und Beschreiben des Vorgehens | **23**

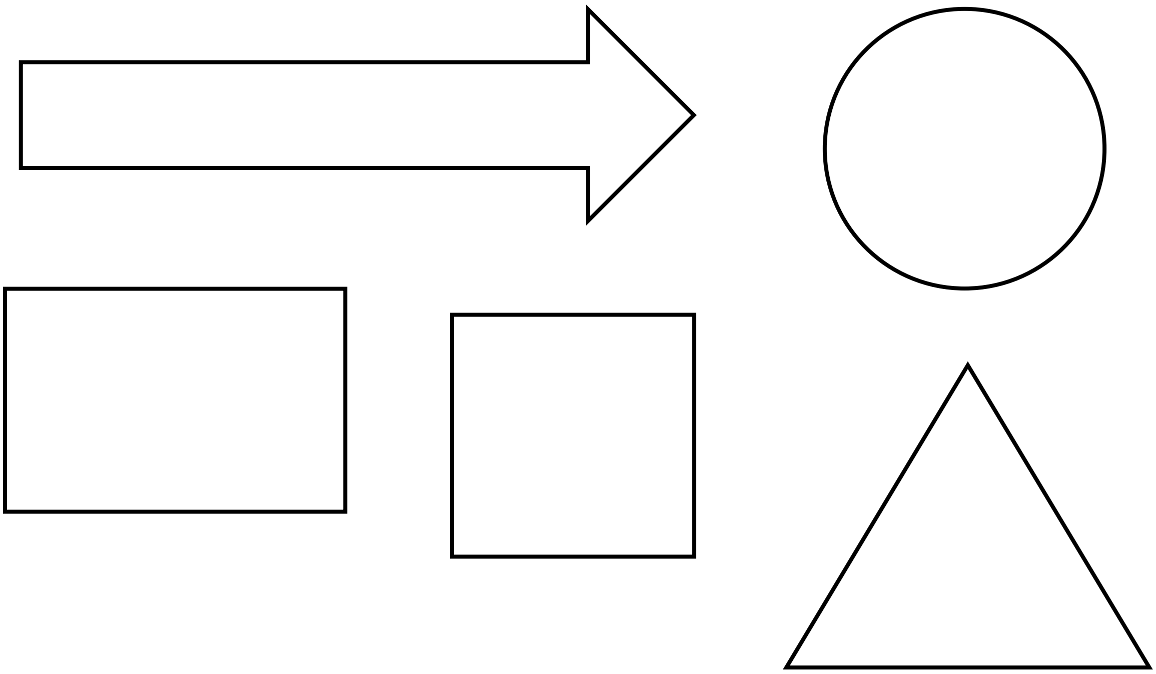
Material: *blaue und rote Würfel*

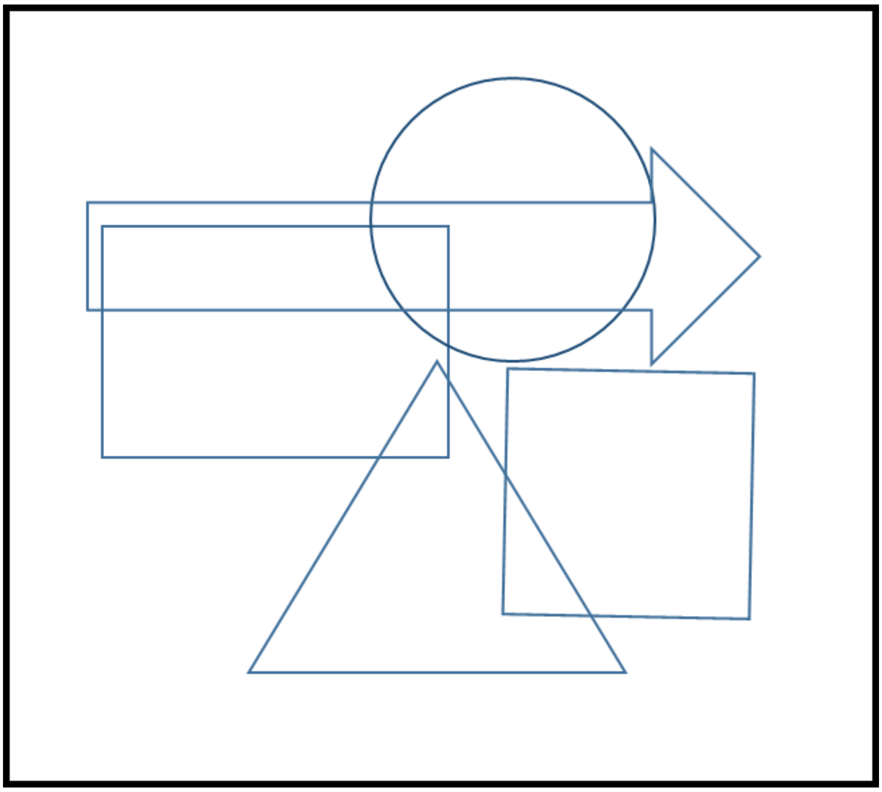
- Baue ein Würfelgebäude.
- Beschreibe, wie du vorgehst. Worauf musst du achten?

Bild 27 „Kinder am Tisch mit Würfeln", LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

24

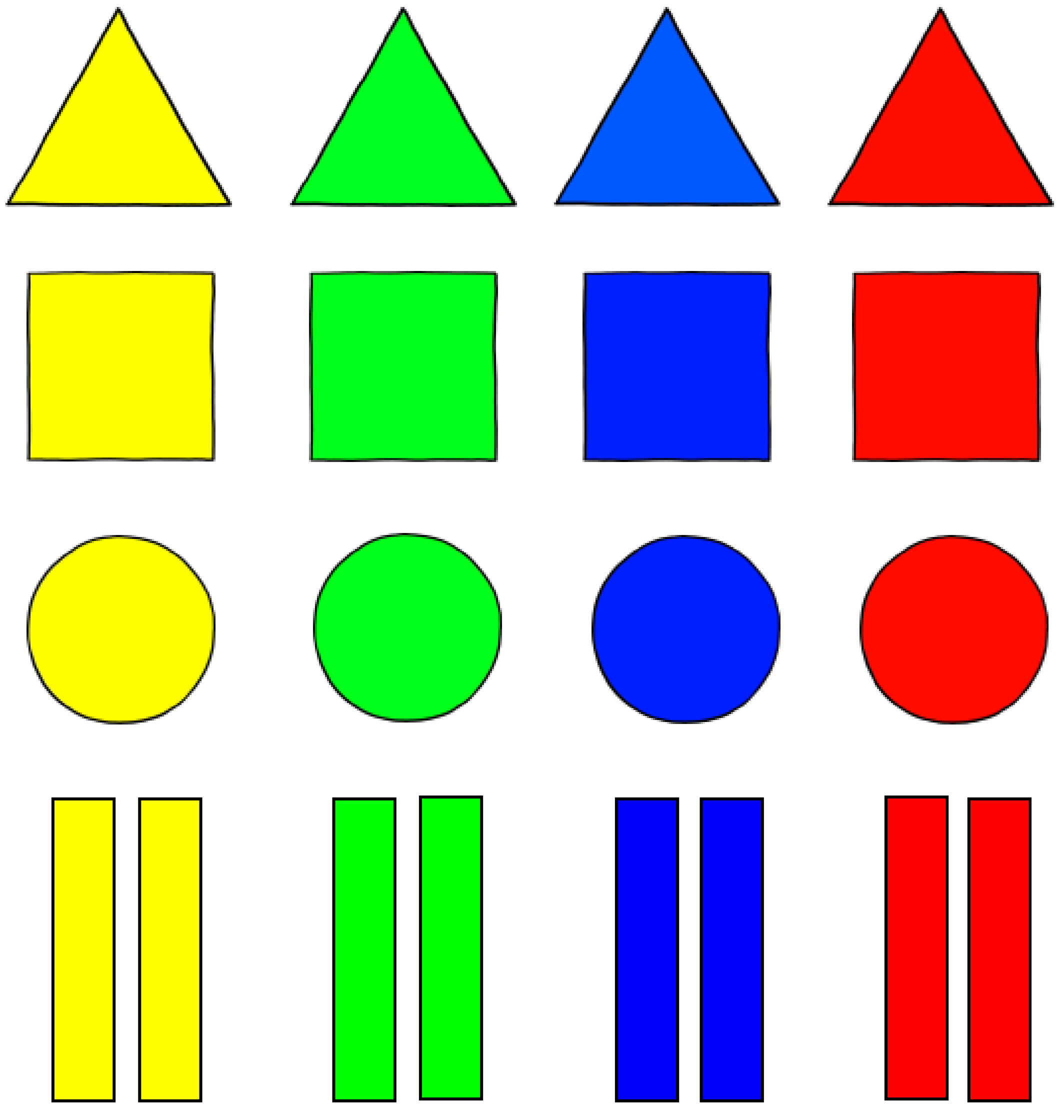
Kopiervorlage A





Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage B



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Bild 18 „ebene Figuren", LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Kopiervorlage C

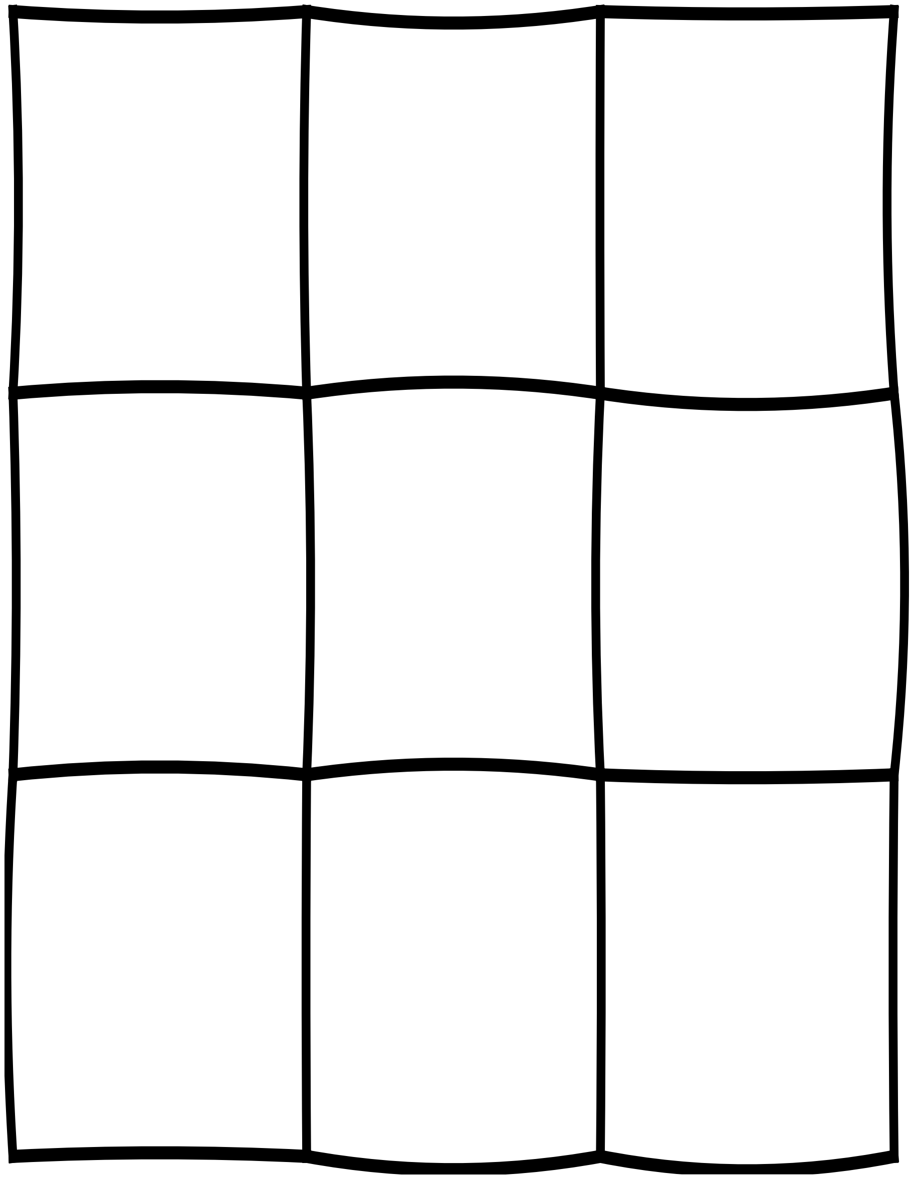


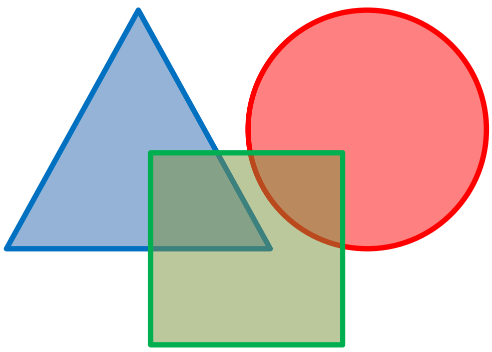
Bild 17 „Legefeld“, LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

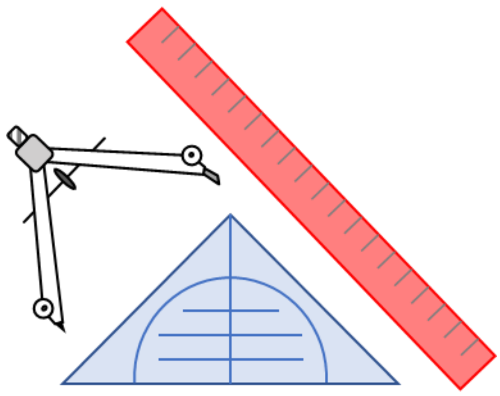
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

LISUM
Landesinstitut für
Schule und Medien
Berlin-Brandenburg

Förderaufgaben für die Grundschule

Niveaustufe B





Darum geht es

„Geometrische Begriffe beschreiben die Einteilung ebener und räumlicher Objekte. „Wir sprechen von einem Begriff, wenn damit nicht nur ein einzelner Gegenstand – oder auch ein singuläres Ereignis usw. bezeichnet wird, sondern eine Kategorie, eine Klasse assoziiert wird, in die der konkrete Gegenstand einzuordnen ist.“ (Franke & Reinhold, 2016, S. 116) Im geometrischen Kontext können Objekte, Eigenschaften und Relationen in Begriffsklassen beschrieben werden. Hierbei sind

- *Objektbegriffe z. B. Viereck, Dreieck, Quadrat, Würfel,*
- *Eigenschaftsbegriffe z. B. quadratisch, rund, rechtwinklig, parallel,*
- *Relationsbegriffe z. B. gleich lang, senkrecht auf, parallel zu.*

Ohne ein Begriffsverständnis ist eine Kommunikation über geometrische Objekte nicht zielführend (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 176). Auch sind zahlreiche Begriffe grundlegend für die Begriffsbildung weiterer geometrischer Objekte. Insbesondere werden Körper häufig durch die Eigenschaften ihrer Begrenzungsflächen beschrieben. Charakteristisch für die Begriffsbildung ist die Organisation der Begriffe in hierarchische Beziehungen (Breidenbach, 1964). Aus Objektbegriffen kann durch Hinzufügen weiterer Eigenschaften eine neue (Unter-)Klasse gebildet werden. Dieses Spezifizieren zeigt sich zum Beispiel im „Haus der Vierecke“: „Ein Quadrat ist ein Rechteck mit lauter gleich langen Seiten.“ Der hier verwendete Oberbegriff Rechteck kann seinerseits hervorgegangen sein als Eigenschaftsbegriff: „Ein Rechteck ist ein Viereck mit drei rechten Winkeln.“ Es werden hier weitere Begriffe wie Winkel, Seiten herangezogen. Typische Aufgabenstellungen zur Untersuchung des Begriffsverständnisses sind:

- *Hierarchische Struktur: Ist ein Würfel auch ein Quader? Ist ein Quadrat auch ein Rechteck?*
- *Nicht prototypische Darstellungen zu den geometrischen Objekten: Ein Quadrat, dessen Seiten nicht parallel zu den Blatträndern sind.*

Die Bearbeitung dieser Aufgaben kann zeigen, ob das Begriffsverständnis auf abstrahierend-relationalem Denken (van Hiele & van Hiele, 1986) basiert.“ (LISUM, 2019. Handbuch ILeA plus, cc by nd 4.0, S. 81)

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Zeichnen einer Geraden an einer Faltkante
2. Zeichnen von Geraden mit dem Lineal
3. Untersuchen von Linien
4. Falten von Papier und Zeigen des Schnittpunktes
5. Erkennen des Schnittpunktes zweier Geraden
6. Darstellen von Punkten
7. Falten eines rechten Winkels
8. Überprüfen, ob sich die Geraden im rechten Winkel schneiden
9. Überprüfen, ob Geraden senkrecht zueinander sind
10. Erkennen von ebenen Figuren
11. Ergänzen zu ebenen Figuren
12. Bestimmen der Anzahl der Ecken und Seiten von ebenen Figuren
13. Begründen der Bezeichnung Fünfeck
14. Benennen von ebenen Figuren
15. Ordnen von ebenen Figuren nach der Anzahl der Ecken
16. Beschreiben von Kreisen
17. Zeigen von Kreisen
18. Sortieren von ebenen Figuren nach der Anzahl der Ecken und nach der Anzahl der Seiten
19. Finden von Fehlern bei der Sortierung der ebenen Figuren nach der Anzahl der Ecken
20. Zeigen von Vierecken
21. Messen der Seitenlängen im Rechteck
22. Färben gleich langer Seiten in Vierecken
23. Finden von rechten Winkeln in Vierecken
24. Beschreiben von Vierecken mit einem Paar zueinander paralleler Seiten
25. Erzeugen eines Vierecks durch Übereinanderlegen von nicht gleich breiten Streifen
26. Erzeugen eines Rechtecks durch Übereinanderlegen von gleich breiten Streifen
27. Erzeugen eines Vierecks durch Übereinanderlegen von gleich breiten Streifen
28. Erzeugen eines Quadrats durch Übereinanderlegen von gleich breiten Streifen
29. Erkennen von gegenüberliegenden Seiten im Viereck
30. Überprüfen von Aussagen zum Rechteck
31. Identifizieren von Rechtecken
32. Finden von Fehlern beim Sortieren von Vierecken
33. Messen der Seitenlängen in einem Quadrat
34. Identifizieren von Rechtecken mit gleich langen Seiten
35. Überprüfen der Aussagen zum Quadrat

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

36. Identifizieren von Quadraten
37. Zuordnen von Begriffen und Beschreibungen zu ebenen Figuren
38. Vergleichen von Quadrat und Rechteck
39. Vergleichen von Rechteck und Parallelogramm
40. Überprüfen von Aussagen zum Rechteck
41. Überprüfen von Aussagen zum Quadrat
42. Systematisieren von Vierecken nach Eigenschaften
43. Zuordnen der Begriffe zu den Eigenschaften der Vierecke
44. Legen von Quadrat und Rechteck mit Trinkhalmen und Knete
45. Ergänzen von Abbildungen zu Quadrat und Rechteck auf Rasterpapier
46. Spannen von Vierecken auf dem Geobrett
47. Finden von Fehlern beim Spannen von Quadraten auf dem Geobrett
48. Falten einer Kante
49. Bestimmen der Anzahl der Kanten am Quader
50. Bestimmen der Anzahl der Seitenflächen am Quader
51. Zeigen von gegenüberliegenden Kanten am Quader
52. Falten einer Ecke
53. Bestimmen der Anzahl der Ecken am Quader
54. Unterscheiden von ebenen Figuren und Körpern
55. Beschreiben der Klassifizierung geometrischer Objekte
56. Zuordnen von geometrischen Objekten zu den Begriffen „ebene Figur“ und „Körper“
57. Finden von Fehlern beim Sortieren von geometrischen Objekten
58. Sortieren von Körpern nach der Anzahl der Ecken
59. Sortieren von Körpern nach der Anzahl der Ecken und nach der Anzahl der Kanten
60. Finden von Fehlern beim Sortieren von Körpern nach der Anzahl der Ecken
61. Vergleichen von Würfel und Pyramide
62. Erkennen der Seitenflächen eines Würfels
63. Erkennen der Seitenflächen eines Quaders
64. Finden von gegenüberliegenden Seitenflächen beim Quader
65. Überprüfen der Aussagen zum Quader
66. Finden von Gegenständen im Raum, die wie ein Quader aussehen
67. Finden von Gegenständen auf Bildern, die wie ein Quader aussehen
68. Identifizieren von Quadern
69. Zeigen von Quadern, bei denen alle Kanten gleich lang sind
70. Überprüfen der Aussagen zum Würfel
71. Erklären, warum der Würfel ein besonderer Quader ist
72. Finden von Gegenständen im Raum, die wie ein Würfel aussehen
73. Finden von Gegenständen auf Bildern, die wie ein Würfel aussehen
74. Identifizieren von Würfeln
75. Vergleichen von Quader und Würfel
76. Überprüfen der Aussagen zum Quader
77. Überprüfen der Aussagen zum Würfel
78. Zuordnen von Begriffen und Beschreibungen zum Quadrat und Quader
79. Zuordnen von Begriffen zu Körpern und ebenen Figuren
80. Zuordnen von Begriffen und Beschreibungen zu Körpern und ebenen Figuren
81. Bauen von Quadern mit Trinkhalmen und Knetkugeln
82. Bauen von Würfeln mit Trinkhalmen und Knetkugeln
83. Bauen eines Quaders mit Papierstreifen

Übersicht über die Kopiervorlagen

Kopiervorlage A
Kopiervorlage B
Kopiervorlage C

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

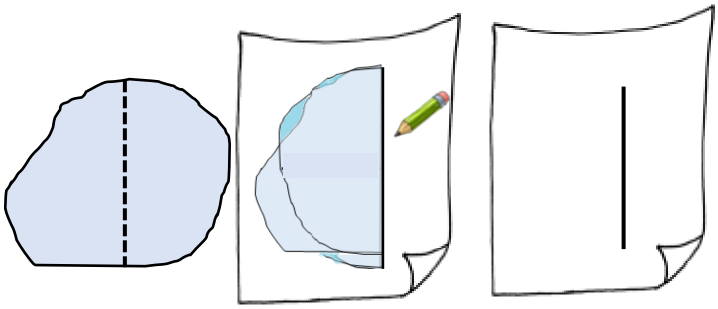
Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Zeichnen einer Geraden an einer Faltkante

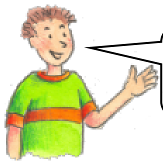
1

Material: *ein Blatt Papier, Zeichenpapier*

- Falte das Blatt Papier einmal. Du erhältst eine Faltkante.
- Fahre mit dem Finger über diese Kante.
- Zeichne entlang der Kante eine Linie auf dem Zeichenpapier.



Die Linie, die du an der Kante gezeichnet hast, heißt **Gerade.**



Eine Gerade hat keinen Anfang und kein Ende.
Sie geht immer weiter.

Was meint Erik?

- Zeige im Bild, wie die Gerade weitergeht.

Bild 1 und 2 „Zettel mit Faltkante“, „Faltfigur“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 2016, cc by sa 4.0
Bild 3 bis 5 „Stift“, „Notizzettel“, „Junge“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Zeichnen von Geraden mit dem Lineal

2

Material: *ein Blatt Papier, Lineal*

Mit dem Lineal kannst du auch Geraden zeichnen.

- Zeichne mit dem Lineal mehrere Geraden.

Warum eignet sich das Lineal zum Zeichnen von Geraden?

- Erkläre.

Worauf musst du beim Zeichnen achten?

- Beschreibe.

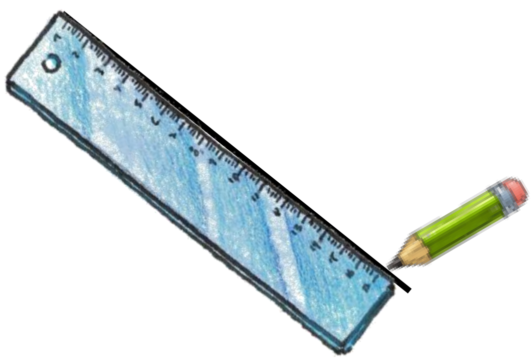


Bild 6 und 7„Lineal“, „Stift“, LISUM, 2022, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

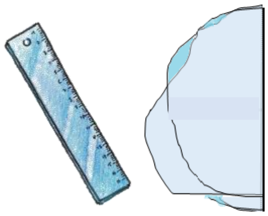
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Untersuchen von Linien | **3**

Material: *Lineal, Faltkante*

- Überprüfe mit dem Lineal oder mit deiner Faltkante, ob diese Linien Geraden sind.



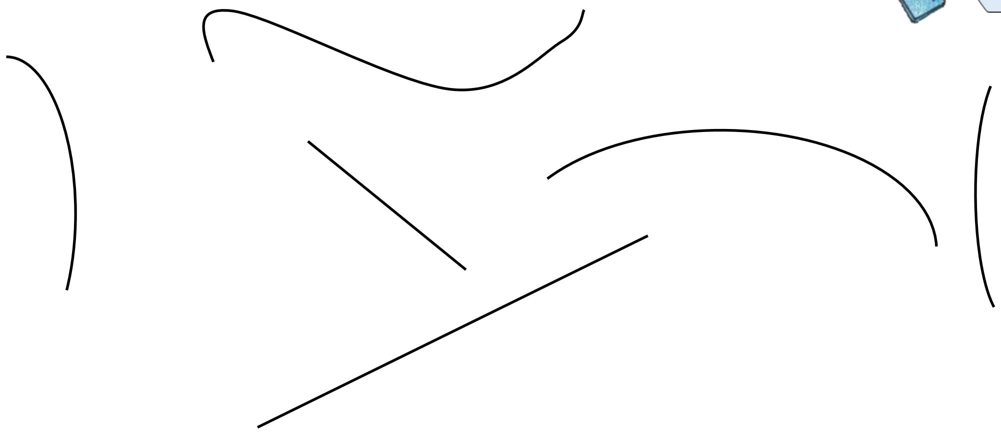


Bild 8 „Lineal“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0, Bild 9 „Faltfigur“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 2016, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

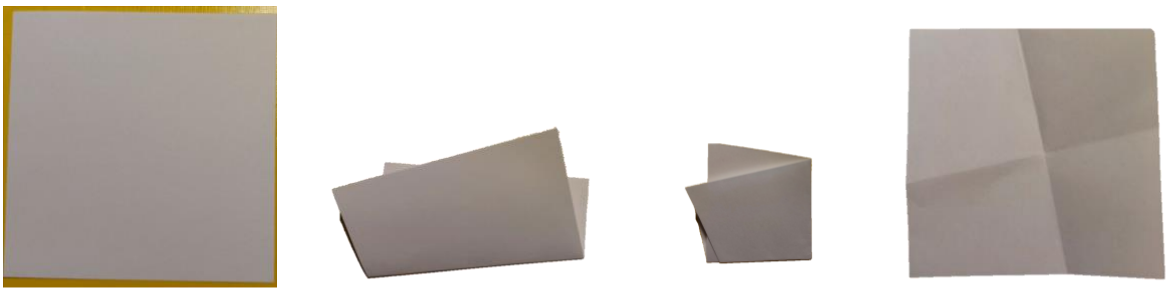
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Falten von Papier und Zeigen des Schnittpunktes | **4**

Alif hat ein Blatt Papier zweimal gefaltet und wieder auseinandergefaltet.

- Zeige die Faltkanten, die beim Falten entstanden sind.



Die Faltkanten treffen sich.

- Zeige die Stelle im Bild.

Diese Stelle wird als **Schnittpunkt** der Geraden bezeichnet.

- Erkläre, warum diese Stelle als Schnittpunkt bezeichnet wird.

Bild 10 „gefaltete Notizzettel“, Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

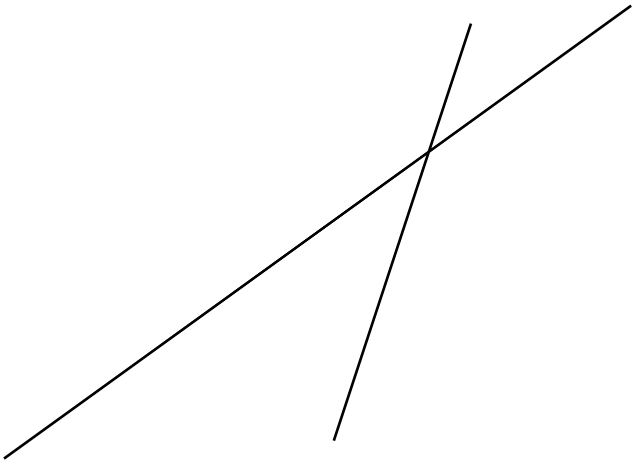
Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Erkennen des Schnittpunktes zweier Geraden	**5**

- Wie viele Schnittpunkte haben diese Geraden?



Warum heißen diese Geraden **sich schneidende Geraden**?

- Erkläre.

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Darstellen von Punkten	**6**

Tarim hat einen Punkt auf das Blatt gezeichnet und ihn mit A bezeichnet.

A

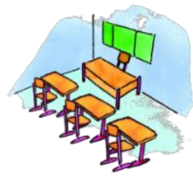
Punkte werden so X gekennzeichnet und mit großen Buchstaben bezeichnet.

- Erkläre, warum das X eine geeignete Darstellung für einen Punkt ist.

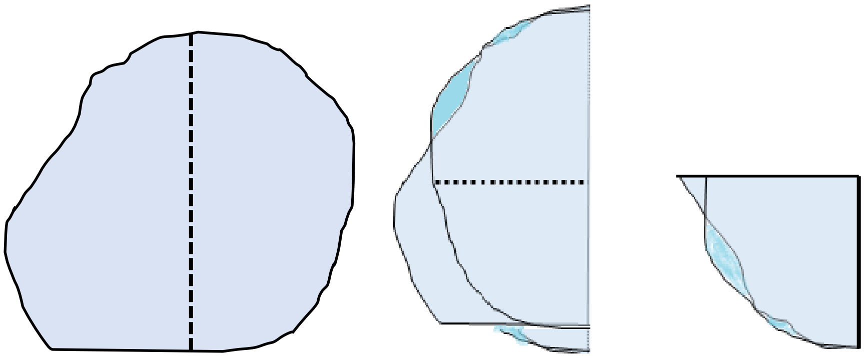
Raum und Form Niveaustufe B	BE	Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Falten eines rechten Winkels — 7

Material: *ein Blatt Papier*



- Nimm ein Blatt Papier und falte es. Danach falte es genau an der Faltkante noch einmal aufeinander.



Es entsteht ein Faltwinkel.
Dieser Faltwinkel ist ein **rechter Winkel**.

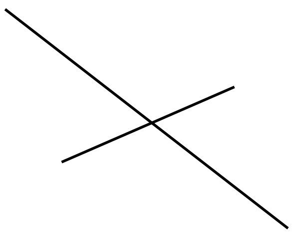
- Suche im Raum rechte Winkel. Überprüfe mit dem Faltwinkel.

Bild 11 „Klassenzimmer“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0
Bild 12 „Zettel mit Faltkante und Faltfiguren“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 2016, cc by sa 4.0

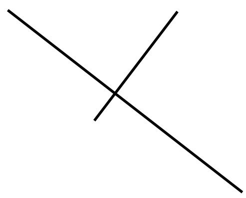
Raum und Form Niveaustufe B	BE	Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Überprüfen, ob sich die Geraden im rechten Winkel schneiden — 8

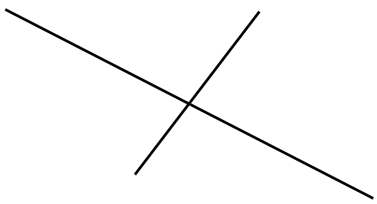
- Überprüfe mit dem Faltwinkel, ob die Geraden sich im rechten Winkel schneiden.
- Kreuze an.



☐ schneiden sich im rechten Winkel
☐ schneiden sich nicht im rechten Winkel



☐ schneiden sich im rechten Winkel
☐ schneiden sich nicht im rechten Winkel



☐ schneiden sich im rechten Winkel
☐ schneiden sich nicht im rechten Winkel

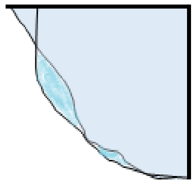
Überprüfen, ob Geraden senkrecht zueinander sind | 9

Material: *Faltwinkel*

Geraden, die sich im rechten Winkel schneiden, nennt man **zueinander senkrechte** Geraden.

Welche Geraden sind zueinander senkrecht?

- Überprüfe mit dem Faltwinkel.
- Begründe.



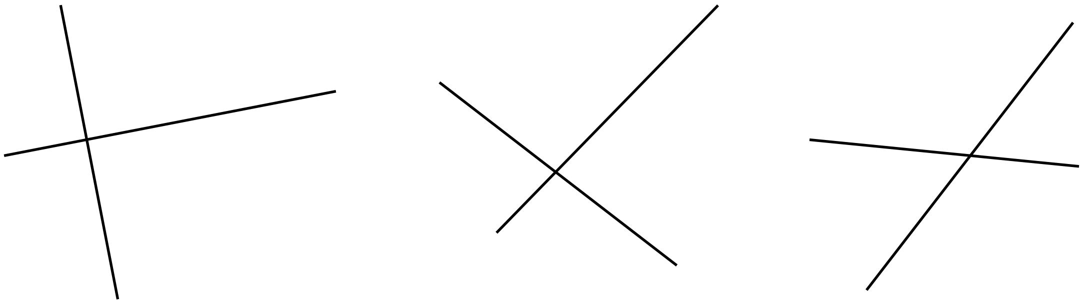
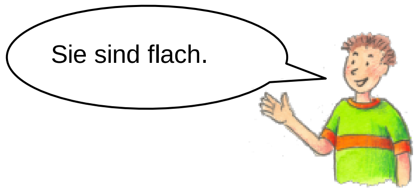
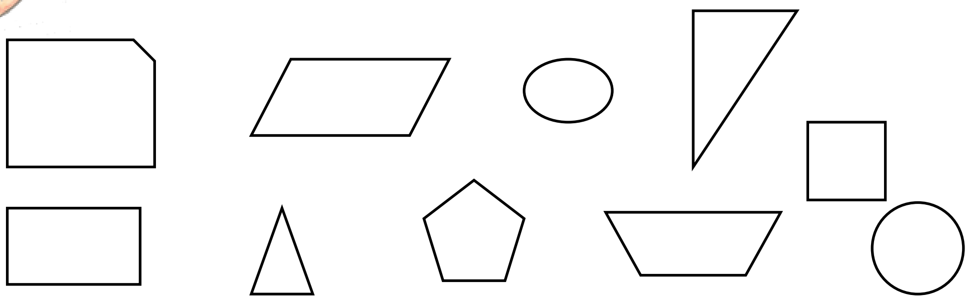


Bild 13 „Faltfigur“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 2016, cc by sa 4.0

Erkennen von ebenen Figuren | 10





Was könnten die Kinder meinen?

- Erkläre.

Welche ebenen Figuren kennst du schon?

- Zeige und benenne sie.

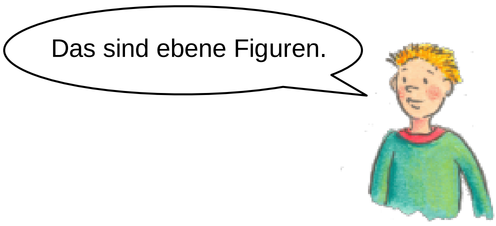
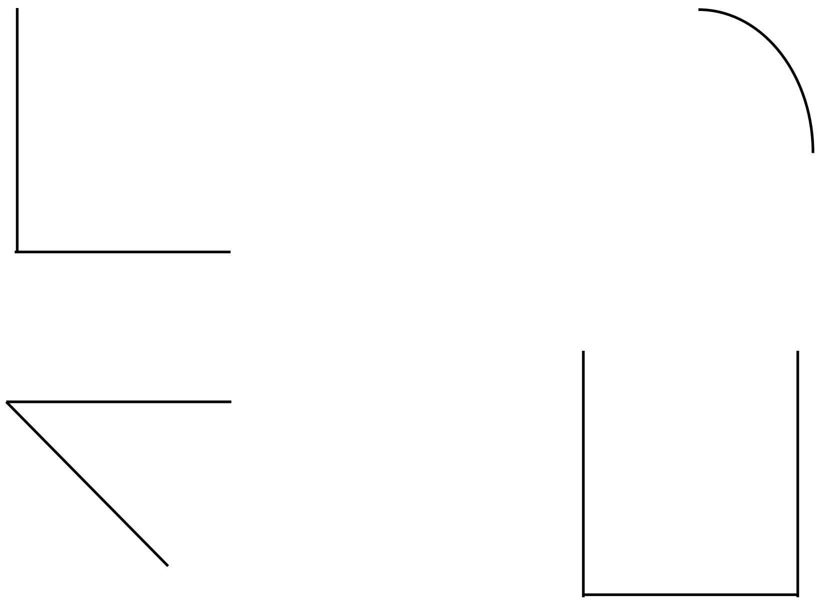


Bild 14 bis 16 „Mädchen“, „Junge 1“, „Junge 2“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe B	BE	Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Ergänzen zu ebenen Figuren	11

- Ergänze jeweils zu einer ebenen Figur.



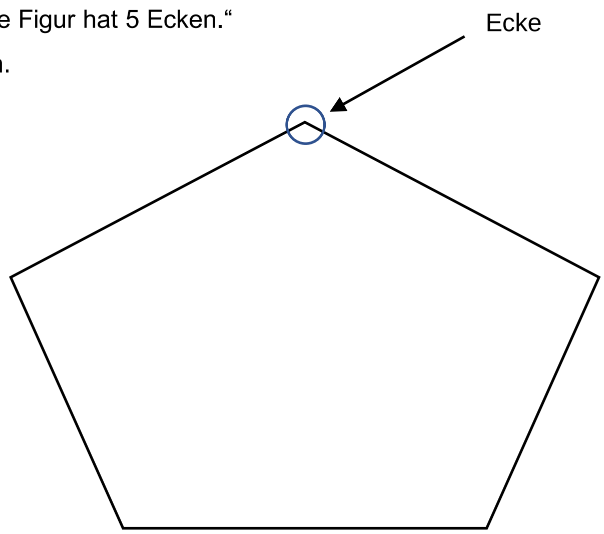
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form Niveaustufe B	BE	Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Bestimmen der Anzahl der Ecken und Seiten von ebenen Figuren	12

Ciro sagt: „Diese ebene Figur hat 5 Ecken.“

- Zeige die 5 Ecken.



Bo erklärt: „Diese ebene Figur hat auch 5 Seiten.“

- Fahre mit deinem Finger die 5 Seiten nach.

Raum und Form
Niveaustufe B

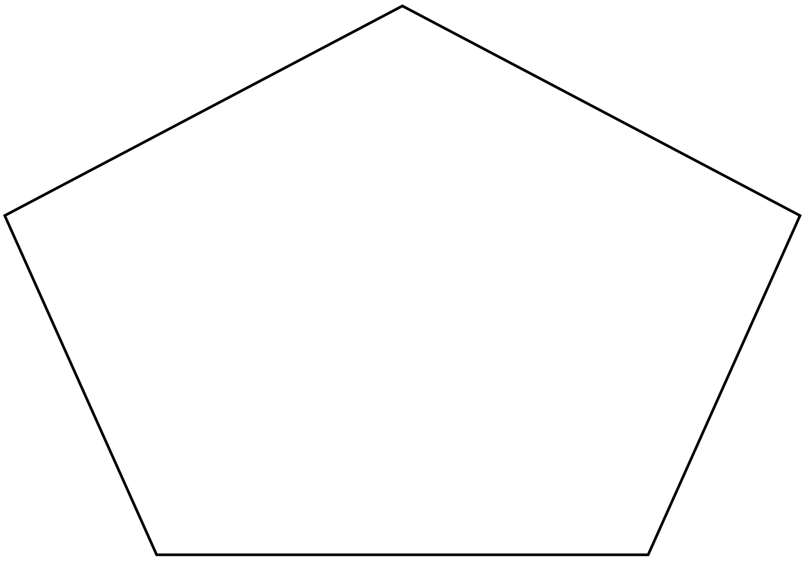
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Begründen der Bezeichnung Fünfeck	**13**

Layla erklärt: „Das ist ein Fünfeck.“
Wie kommt Layla darauf?

- Erkläre.



Raum und Form
Niveaustufe B

BE

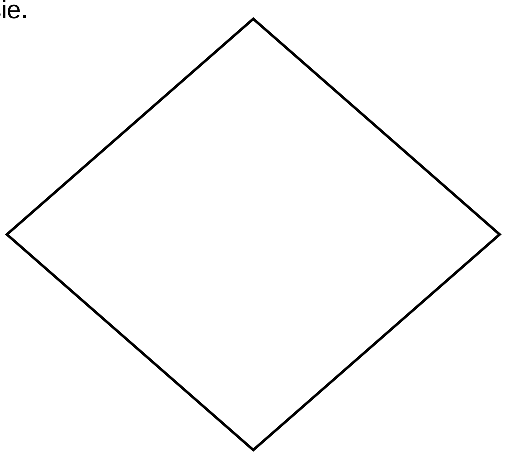
Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Benennen von ebenen Figuren	**14**

- Benenne die ebene Figur.

Wie viele Ecken und wie viele Seiten hat diese ebene Figur?

- Nenne und zeige sie.

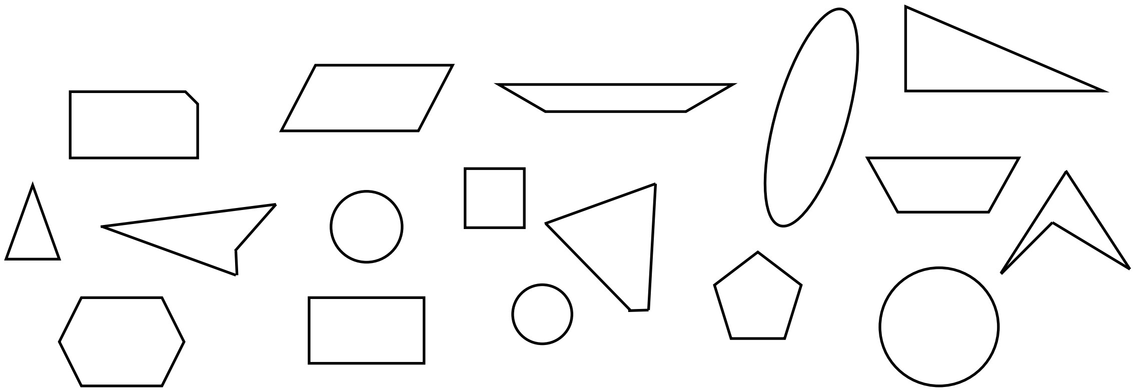


- Zeichne eine ebene Figur, die 3 Ecken und 3 Seiten hat.
- Wie heißt diese ebene Figur?

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Ordnen von ebenen Figuren nach der Anzahl der Ecken **15**

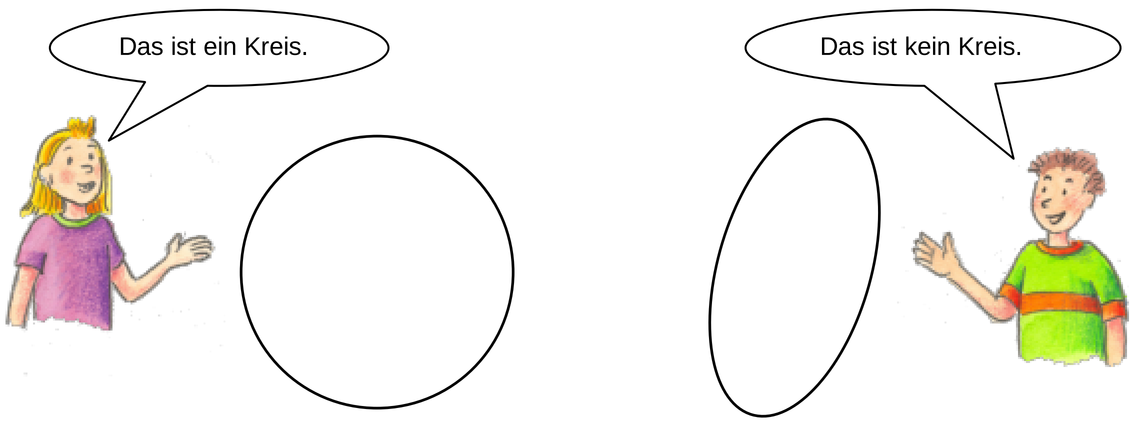
- Färbe alle ebenen Figuren ohne Ecken rot.
- Färbe alle ebenen Figuren mit 3 Ecken blau. Benenne sie.
- Färbe alle ebenen Figuren mit 4 Ecken grün. Benenne sie.



Beschreiben von Kreisen **16**

Warum haben beide Kinder Recht?

- Begründe.



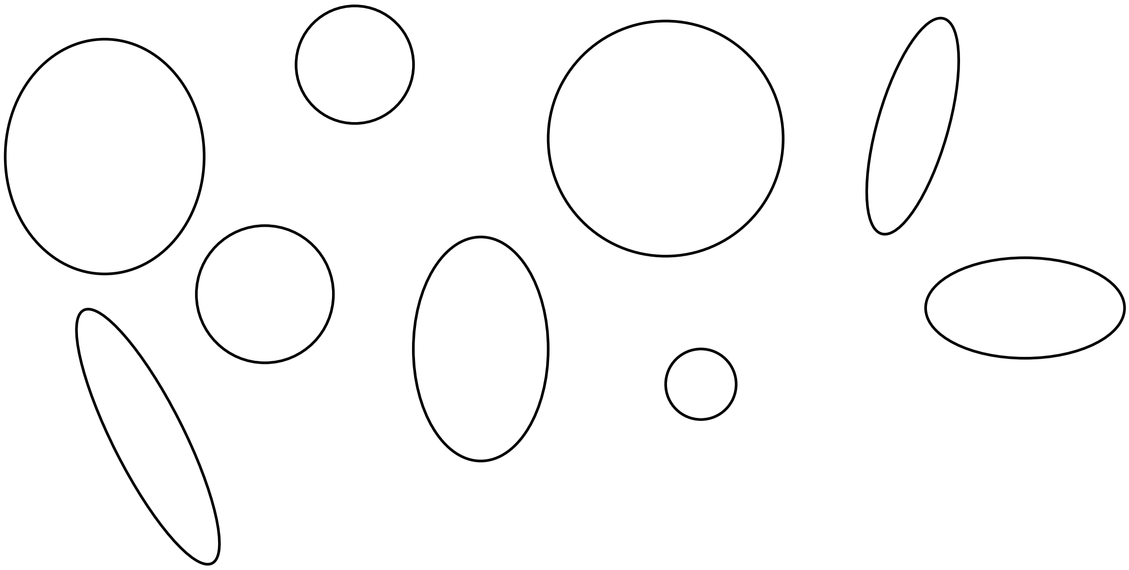
Was haben diese ebenen Figuren gemeinsam?

- Beschreibe.

Raum und Form Niveaustufe B	BE	Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Zeigen von Kreisen	17

- Zeige alle Kreise.
- Begründe, warum die anderen ebenen Figuren keine Kreise sind.



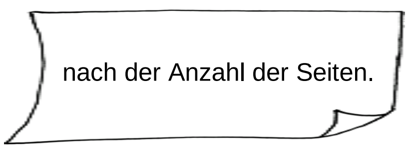
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

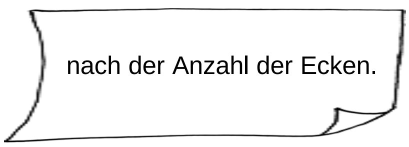
Raum und Form Niveaustufe B	BE	Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

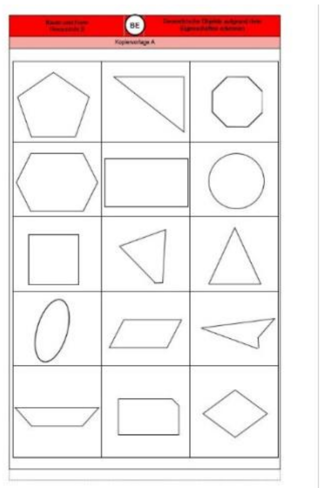
Sortieren von ebenen Figuren nach der Anzahl der Ecken und nach der Anzahl der Seiten	18

Material: *Kopiervorlage A (zweimal), ausgeschnitten*

- Sortiere die ebenen Figuren …







Kopiervorlage A

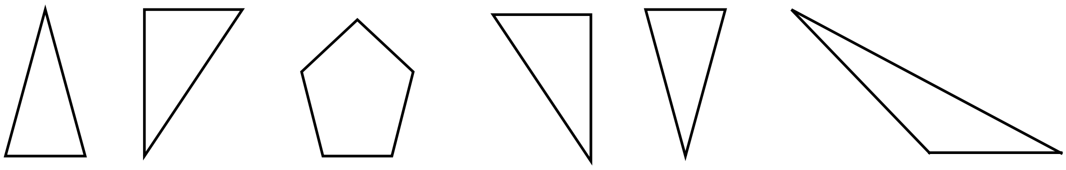
- Vergleiche. Was stellst du fest?

Raum und Form Niveaustufe B	BE	Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Finden von Fehlern bei der Sortierung der ebenen Figuren nach der Anzahl der Ecken	19

Zeina hat die ebenen Figuren nach der Anzahl der Ecken sortiert.
Welche ebene Figur passt nicht?

- Zeige und begründe, warum sie nicht passt.



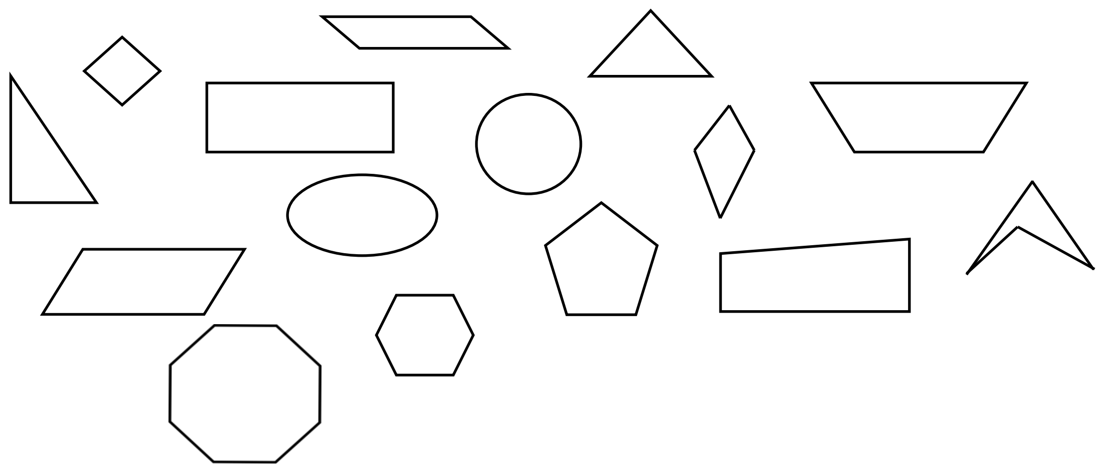
Raum und Form Niveaustufe B	BE	Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Zeigen von Vierecken	20

- Zeige alle Vierecke.

Warum sind das Vierecke?

- Erkläre.



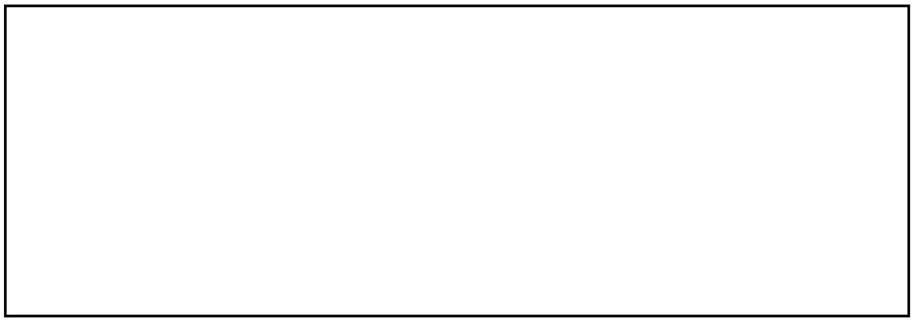
Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Messen der Seitenlängen im Rechteck | **21**

- Miss die Seitenlängen des Vierecks.
- Markiere gleich lange Seiten mit derselben Farbe.



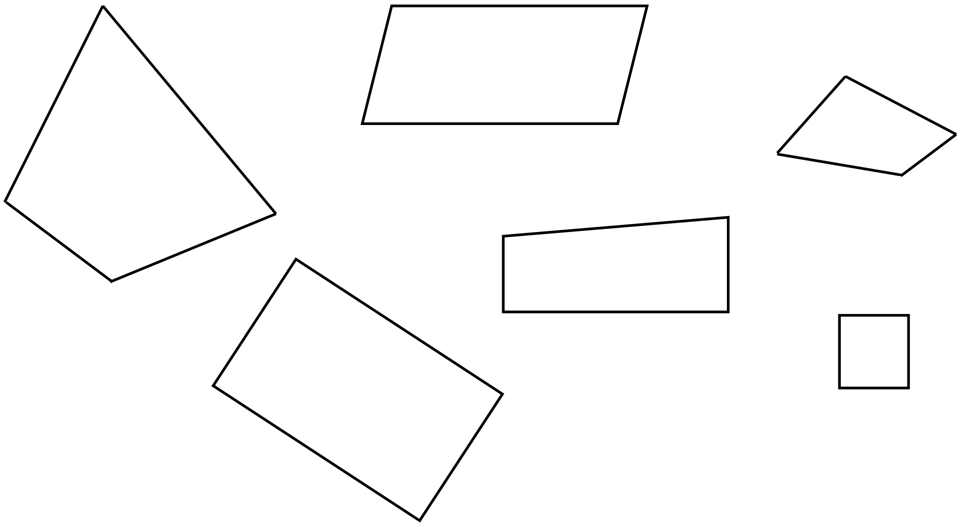
Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Färben gleich langer Seiten in Vierecken | **22**

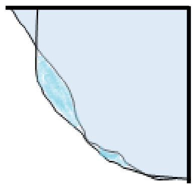
- Färbe in jedem Viereck gleich lange Seiten mit derselben Farbe.



Finden von rechten Winkeln in Vierecken

23

Material: *Faltwinkel*



In welchen Vierecken findest du rechte Winkel?

- Zeige sie und überprüfe mit dem Faltwinkel.

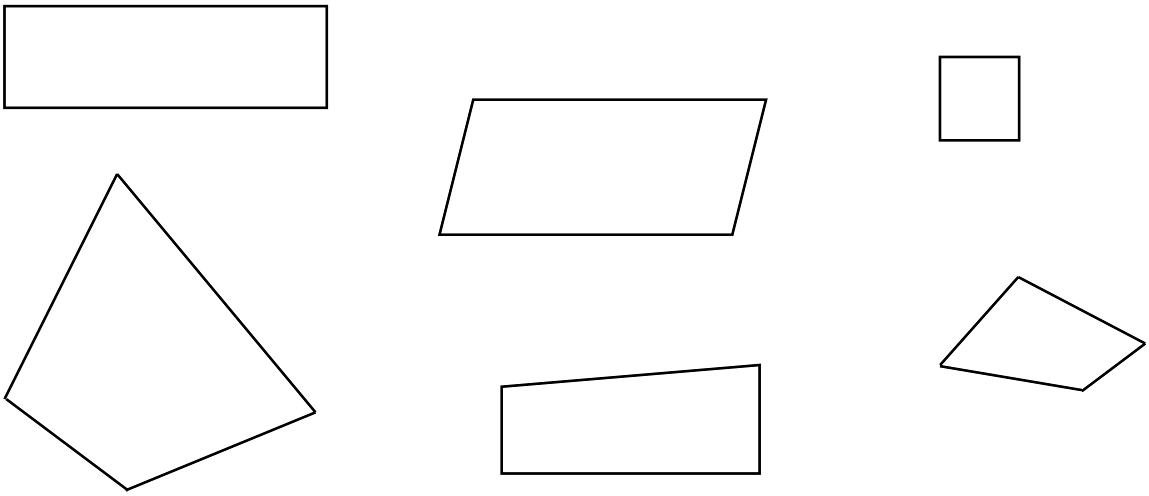


Bild 21 „Faltfigur", LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 2016, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

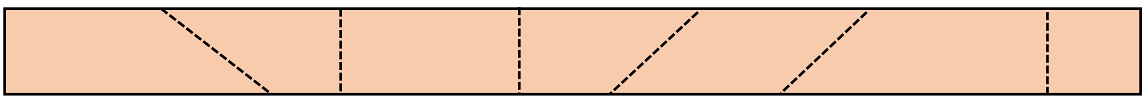
Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Beschreiben von Vierecken mit einem Paar zueinander paralleler Seiten

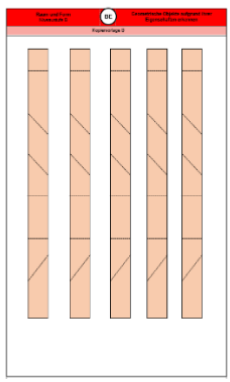
24

Material: *Kopiervorlage B*

- Schneide entlang der gestrichelten Linien.



- Beschreibe die entstandenen Teile. Nenne Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
- Benenne die entstandenen Teile.



Kopiervorlage B

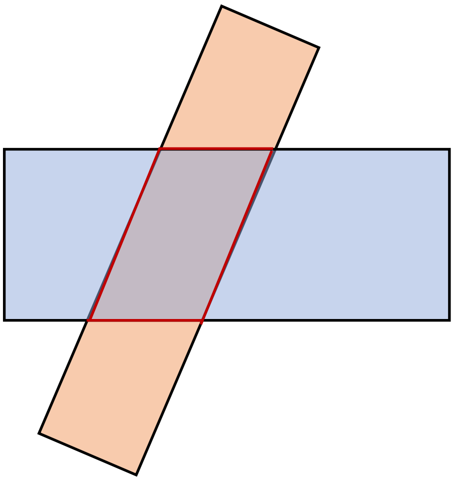
Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Erzeugen eines Vierecks durch Übereinanderlegen von nicht gleich breiten Streifen | **25**

Zwei Streifen liegen übereinander. Dabei ist die rot markierte ebene Figur entstanden.



Ecken

vier

Viereck

- Ergänze die Sätze passend zur markierten ebenen Figur. Nutze die vorgegebenen Begriffe.

Die ebene Figur hat _____ Seiten und vier _______.

Die ebene Figur ist ein ___________.

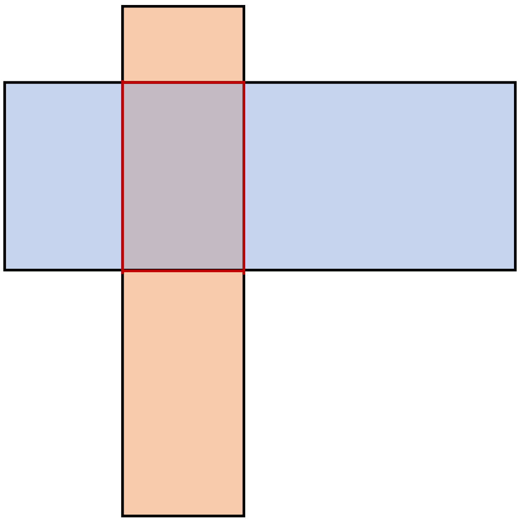
Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Erzeugen eines Rechtecks durch Übereinanderlegen von nicht gleich breiten Streifen | **26**

Zwei Streifen liegen übereinander. Dabei ist die rot markierte ebene Figur entstanden.



Ecken

vier

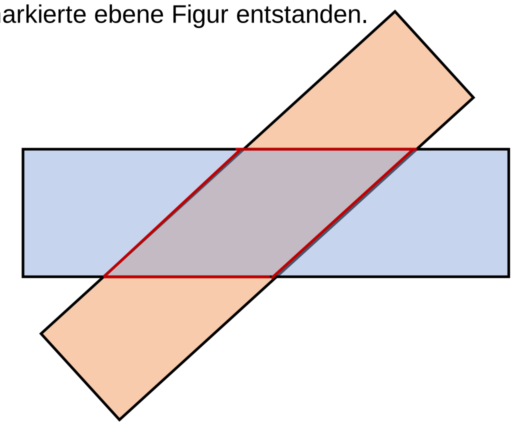
Viereck

rechte Winkel

- Beschreibe die entstandene ebene Figur. Die vorgegebenen Begriffe können dir helfen.

Erzeugen eines Vierecks durch Übereinanderlegen von gleich breiten Streifen | **27**

Zwei Streifen mit der gleichen Breite liegen übereinander.
Dabei ist die markierte ebene Figur entstanden.



Ecken

vier

Viereck

- Ergänze die Sätze passend zur markierten ebenen Figur. Nutze die vorgegebenen Begriffe.

Die ebene Figur hat _____ Seiten und vier _______.
Die ebene Figur ist ein ___________.

Raum und Form
Niveaustufe B

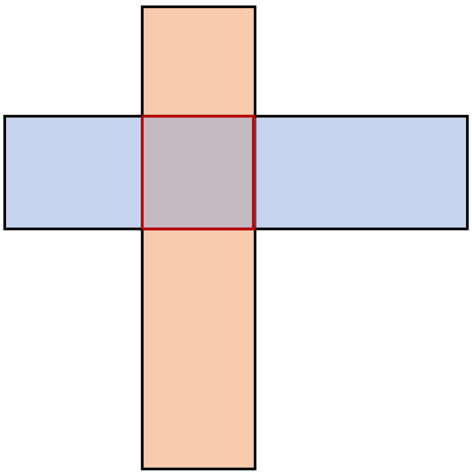
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Erzeugen eines Quadrats durch Übereinanderlegen von gleich breiten Streifen | **28**

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Zwei Streifen mit der gleichen Breite liegen übereinander.
Dabei ist die markierte ebene Figur entstanden.



vier

Viereck

Ecken

rechte Winkel

- Beschreibe die entstandene ebene Figur. Die vorgegebenen Begriffe können dir helfen.

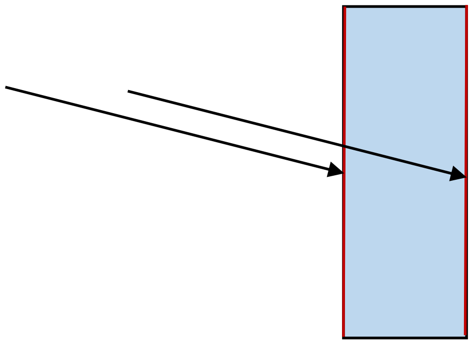
Erkennen von gegenüberliegenden Seiten im Viereck **29**

- Ergänze den Satz passend: Wähle die passende Karte.

Diese Seiten liegen ___________________.

sich gegenüber

nebeneinander



Findest du im Bild weitere Seiten, die zu deinem Satz passen?

- Zeige sie.

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Überprüfen von Aussagen zum Rechteck **30**

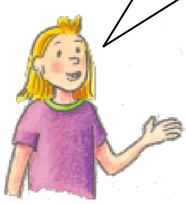
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

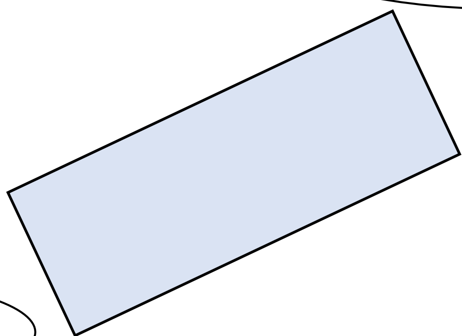
Stimmen alle Aussagen?

- Überprüfe und zeige im Bild.

Die ebene Figur hat 4 Ecken und 4 Seiten.

Die gegenüberliegenden Seiten sind gleich lang.





Die ebene Figur hat 4 rechte Winkel.

Dieses Viereck heißt **Rechteck**.

Raum und Form
Niveaustufe B

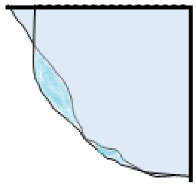
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

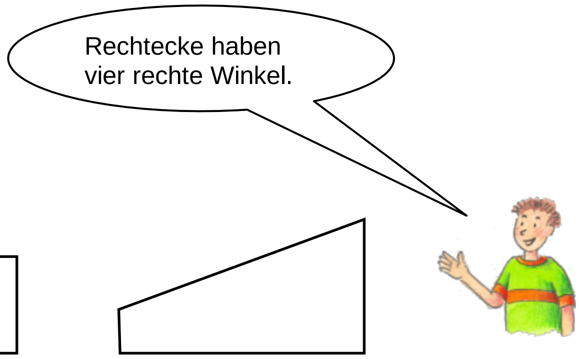
Identifizieren von Rechtecken

31

Material: *Faltwinkel*



- Zeige alle Rechtecke.
- Begründe deine Entscheidung.



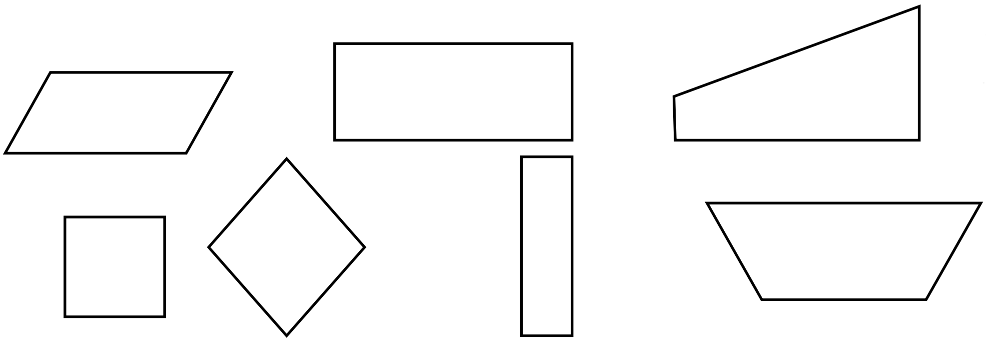


Bild 25 „Junge“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0,
Bild 26 „Faltfigur“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

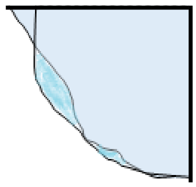
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Finden von Fehlern beim Sortieren von Vierecken

32

Material: *Faltwinkel*



Tim hat Flächen sortiert und alle Rechtecke auf den Tisch gelegt.
Hat er es richtig gemacht?

- Begründe.

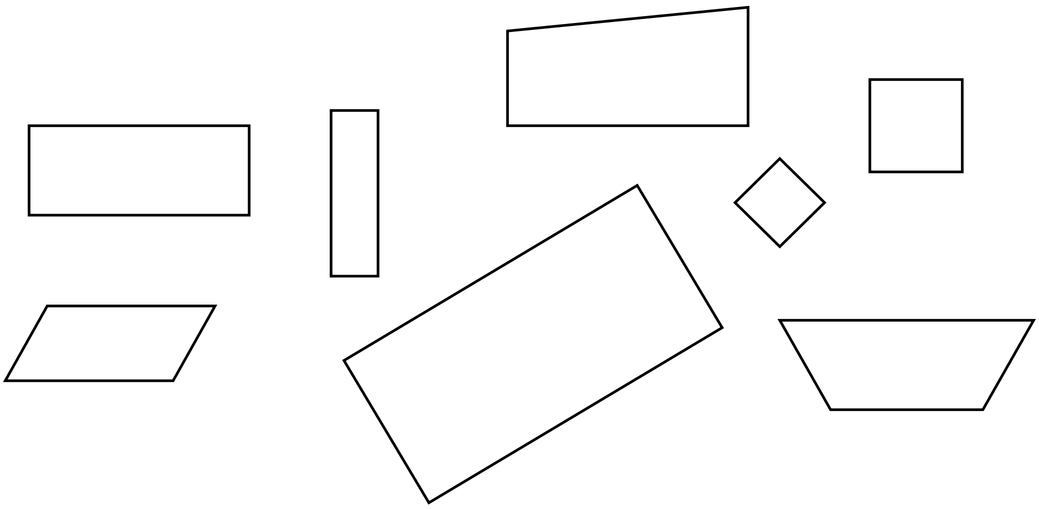


Bild 27 „Faltfigur“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 2016, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

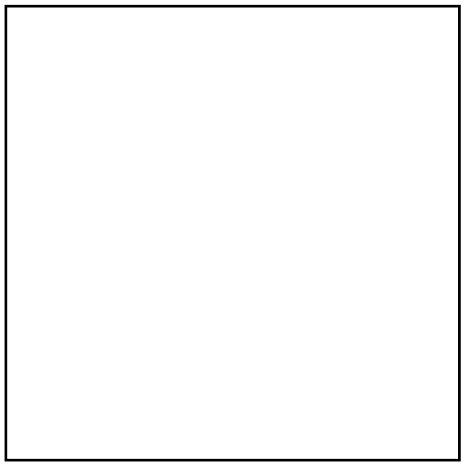
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Messen der Seitenlängen in einem Quadrat | **33**

Material: *Lineal*

- Miss die Seitenlängen dieses Rechtecks.
- Was stellst du fest? Beschreibe.



Raum und Form
Niveaustufe B

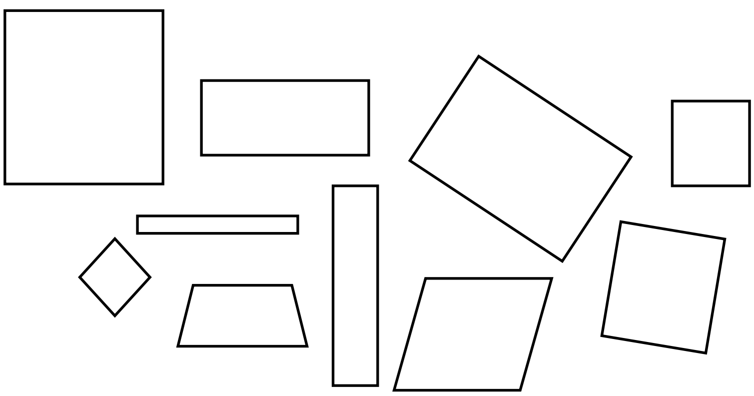
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Identifizieren von Rechtecken mit gleich langen Seiten | **34**

Welche Vierecke sind Rechtecke?

- Zeige und begründe.
- Markiere alle Rechtecke mit vier gleich langen Seiten.



Was meint Susi damit?

- Erkläre.

Überprüfen der Aussagen zum Quadrat

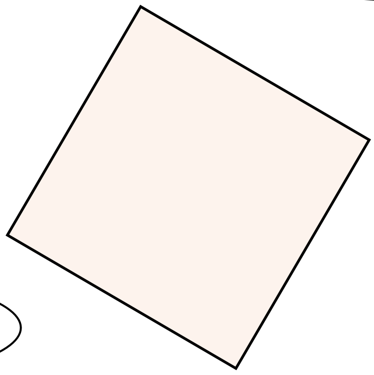
35

Stimmen alle Aussagen?

- Überprüfe und zeige im Bild.

Die ebene Figur hat 4 Ecken und 4 Seiten.

Die ebene Figur hat 4 gleich lange Seiten.



Die ebene Figur hat 4 rechte Winkel.

Das Rechteck heißt **Quadrat**.

Bild 29 bis 31 „Mädchen", „Junge 1", „Junge 2", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

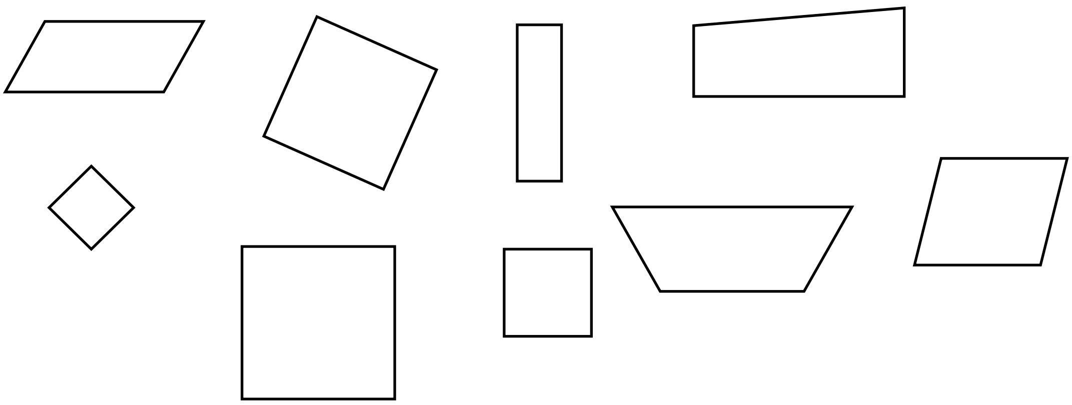
Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Identifizieren von Quadraten

36

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

- Zeige alle Quadrate.



Warum sind das Quadrate?

- Erkläre.

Zuordnen von Begriffen und Beschreibungen zu ebenen Figuren

Welche Aussage passt zu welcher ebenen Figur?

- Verbinde.

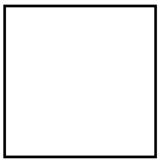
Tipp: Einige Aussagen passen auch zu beiden ebenen Figuren. Einige Aussagen passen gar nicht.

Das ist ein Dreieck.

Die ebene Figur hat vier rechte Winkel.

Die ebene Figur hat vier gleich lange Seiten.

Das ist ein Viereck.



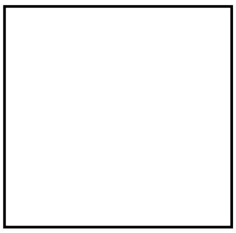
Die ebene Figur hat gegenüberliegende, gleich lange Seiten.

Die ebene Figur hat keine rechten Winkel.

Vergleichen von Quadrat und Rechteck

Beide ebenen Figuren haben vier Ecken.

- Zeige in den Bildern.



Gibt es noch mehr Gemeinsamkeiten?

- Beschreibe und zeige sie in den Bildern.

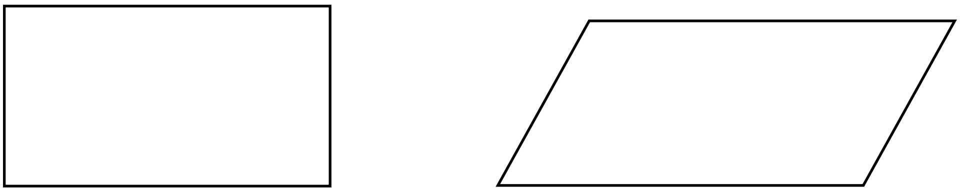
Gibt es Unterschiede?

- Beschreibe und zeige sie in den Bildern.

Vergleichen von Rechteck und Parallelogramm

Vergleiche die beiden ebenen Figuren.

- Nenne Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
- Zeige sie in den Bildern.



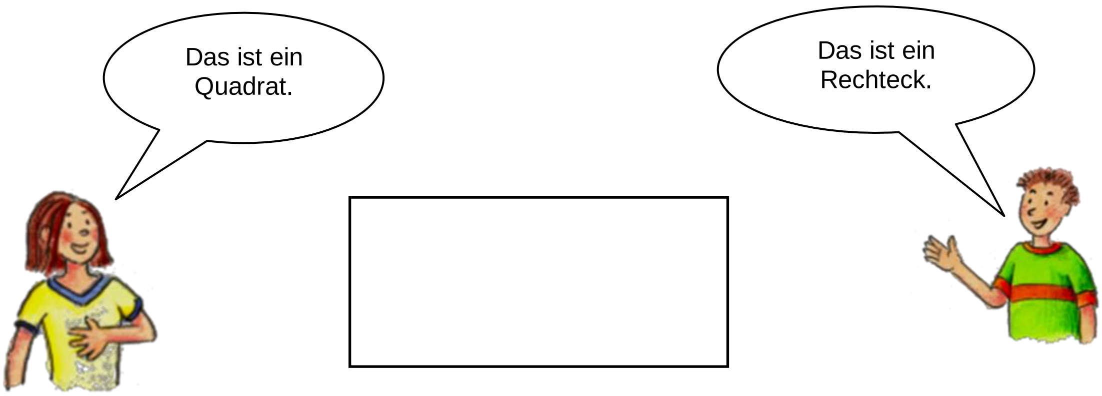
Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Überprüfen von Aussagen zum Rechteck

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

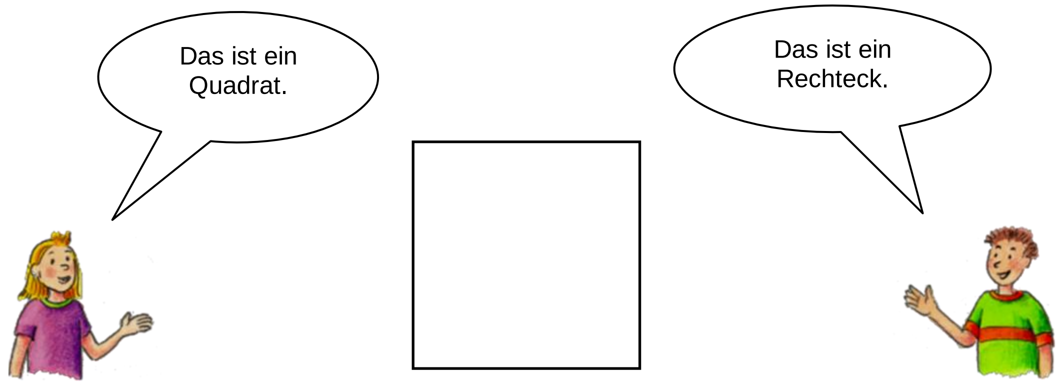


Wer hat Recht?

- Begründe.

Überprüfen von Aussagen zum Quadrat

41



Wer hat Recht?

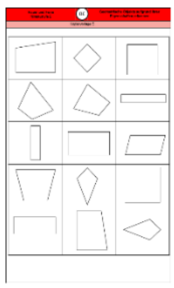
- Begründe.

Systematisieren von Vierecken nach Eigenschaften

42

Material: *Kopiervorlage C, 3 Schachteln ineinander gestapelt und beschriftet*

- Lege alle Vierecke in die Schachtel 1.
- Suche alle Vierecke aus der Schachtel 1, die vier rechte Winkel haben. Lege sie in die Schachtel 2.
- Suche alle Vierecke aus der Schachtel 2, die 4 gleich lange Seiten haben. Lege sie in die Schachtel 3.



Kopiervorlage C

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Zuordnen der Begriffe zu den Eigenschaften der Vierecke | **43**

- Ordne den Schachteln den passenden Begriff zu.

Quadrat

Viereck

Rechteck

- Überprüfe die Aussagen. Begründe.

Jedes Quadrat ist ein Rechteck.	☐ richtig	☐ falsch
Jedes Rechteck ist ein Quadrat.	☐ richtig	☐ falsch

Bild 37 „Schachteln“, Foto LISUM, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

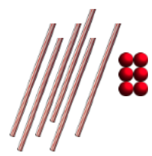
Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Legen von Quadrat und Rechteck mit Trinkhalmen und Knete | **44**

Material: *Trinkhalme unterschiedlicher Längen, Knetkugeln*



- Baue mit den Trinkhalmen und den Knetkugeln ein Quadrat (Rechteck) auf das Raster.

Worauf musst du achten?

- Beschreibe.

Tipp: Verwende für die Seiten die Stäbchen und die Knetkugeln für die Ecken.

Bild 38 „Stäbchen mit Knetkugeln“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Ergänzen von Abbildungen zu Quadrat und Rechteck auf Rasterpapier **45**

- Ergänze zu einem Quadrat.

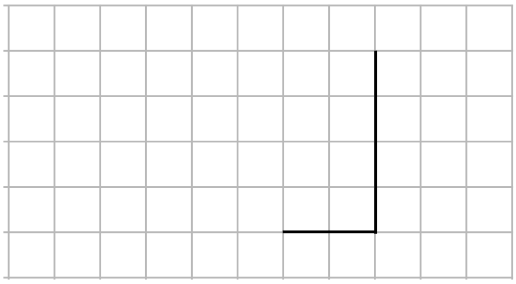
Worauf musst du achten?

- Beschreibe.

- Ergänze zu einem Rechteck.

Worauf musst du achten?

- Beschreibe.



Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Spannen von Vierecken auf dem Geobrett **46**

Material: *Geobrett, Spanngummis*

- Spanne auf dem Geobrett ein Viereck mit vier rechten Winkeln.
- Finde mehrere Möglichkeiten.
- Benenne die Vierecke.

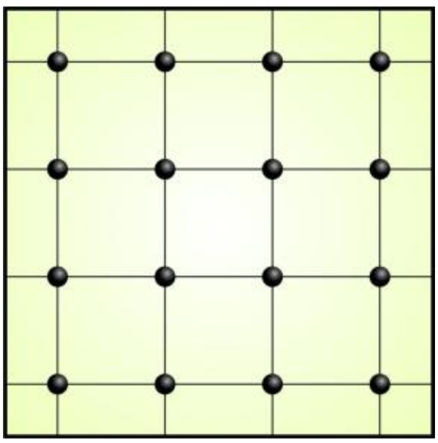


Bild 39 „Geobrett“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

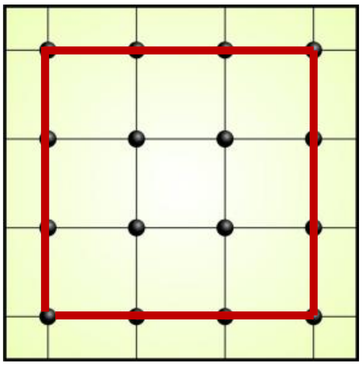
Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Finden von Fehlern beim Spannen von Quadraten auf dem Geobrett | **47**

Yussuf und Aiza sollten auf dem Geobrett Quadrate spannen.
Wer hat es richtig gemacht?

- Begründe.

Yussuf



Aiza

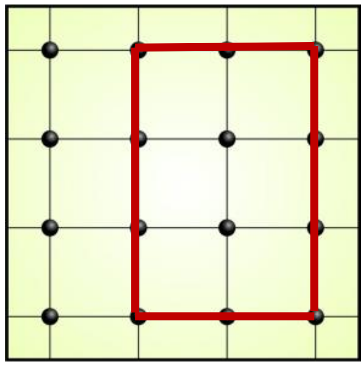


Bild 40 „Geobretter", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

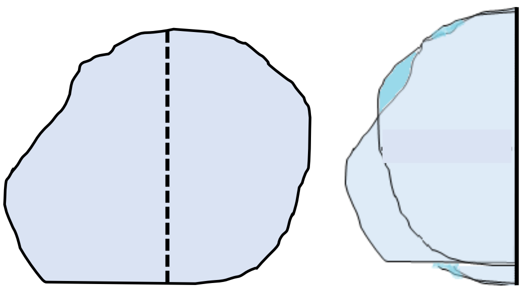
BE

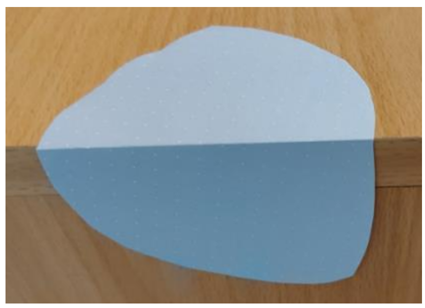
Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Falten einer Kante | **48**

Material: *ein Blatt Papier*

- Falte das Blatt Papier einmal.
- Fahre mit dem Finger an der entstandenen Kante entlang.
- Zeige die beiden Flächen, die an der Kante zusammenstoßen.





- Suche Kanten in deinem Raum.
- Lege deine Faltkante an.

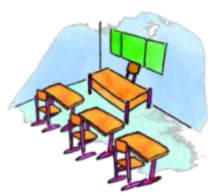


Bild 41 „Zettel mit Faltkante und Faltfigur", LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 2016, cc by sa 4.0, Bild 42 „Kante", Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0;
Bild 43 „Klassenraum", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

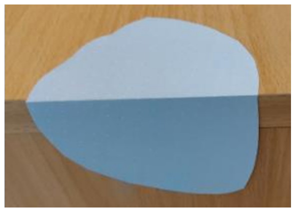
Raum und Form
Niveaustufe B

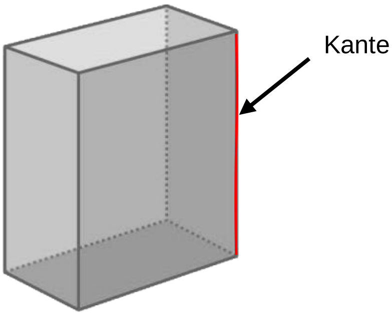
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Bestimmen der Anzahl der Kanten am Quader | **49**

Material: *Quader, Faltkante*





Was meint Susi?

- Zeige alle Kanten am Körper.
- Überprüfe mit der Faltkante.

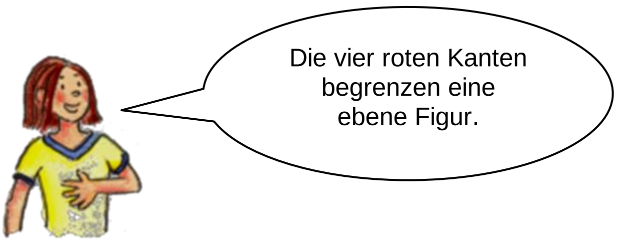
Raum und Form
Niveaustufe B

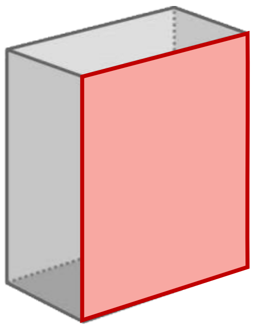
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Bestimmen der Anzahl der Seitenflächen am Quader | **50**

Material: *Quadermodell*





- Zeige die ebene Figur am Quader.
- Benenne diese ebene Figur.

Diese ebene Figur ist eine **Seitenfläche** des Quaders.

- Finde eine Erklärung für den Begriff „Seitenfläche“.

Wie viele Seitenflächen hat der Quader?

- Zähle und zeige am Quader und im Bild.

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Zeigen von gegenüberliegenden Kanten am Quader | **51**

Material: *verschiedene Körper*

- Zeige genüberliegende Kanten am Modell und im Bild.

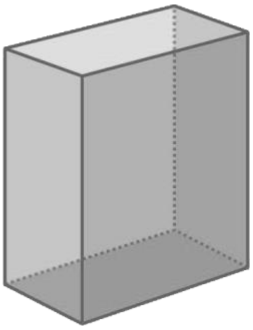
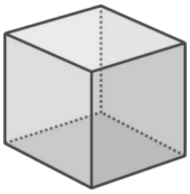



Bild 48 und 49 „Quader“ „Würfel“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

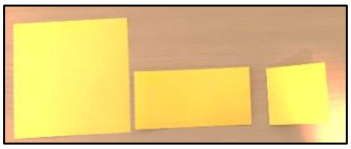
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Falten einer Ecke | **52**

Material: *Notizzettel, Schere*

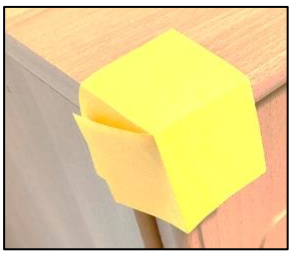
- Falte einen Notizzettel einmal und danach noch einmal.



- Falte ihn wieder auseinander und schneide an einer Faltlinie bis zur Mitte ein.







Nun kannst du daraus eine Ecke falten.

- Suche Ecken in deinem Raum. Lege deine gebastelte Ecke an.

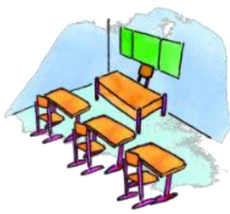


Bild 50 bis 52 „gefaltete Notizzettel“, „Zettel zur Ecke falten“, „Ecke“, Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0;
Bild 53 und 54 „Schere“, „Klassenzimmer“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

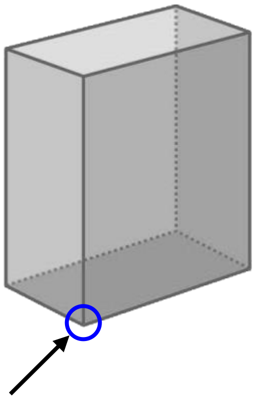
Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Bestimmen der Anzahl der Ecken am Quader | **53**

Material: *Quader, Faltecke*

Was meint Tim?

- Zeige am Körper.
- Überprüfe am Körper auch mit der gebastelten Ecke.



Ecke

Bild 55 „Ecke", Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0;
Bild 56 und 57 „Quader", „Junge", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

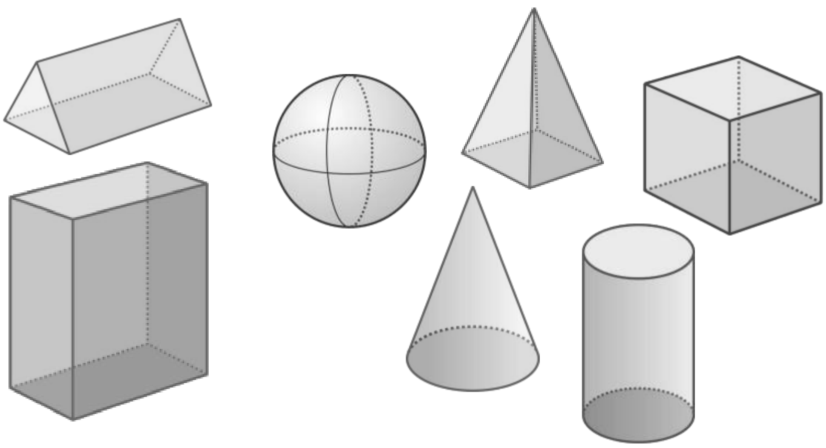
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Unterscheiden von ebenen Figuren und Körpern | **54**

Material: *Modelle verschiedener Körper*

Igor sagt: „Das sind **Körper.** Sie sind nicht flach wie ebene Figuren."



Was meint Igor?

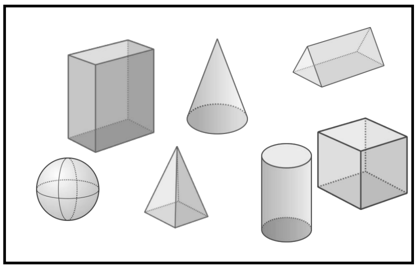
- Beschreibe.

Bild 58 „Körper", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

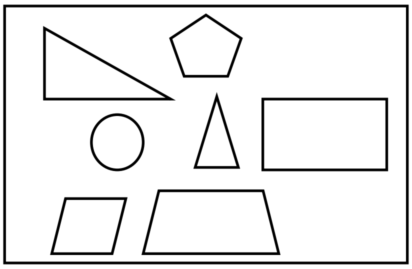
Beschreiben der Klassifizierung geometrischer Objekte | **55**

Maxim hat geometrische Objekte in Kisten sortiert.

Kiste 1



Kiste 2



Wonach hat Maxim sortiert?

- Beschreibe.

Bild 59 „Körper", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

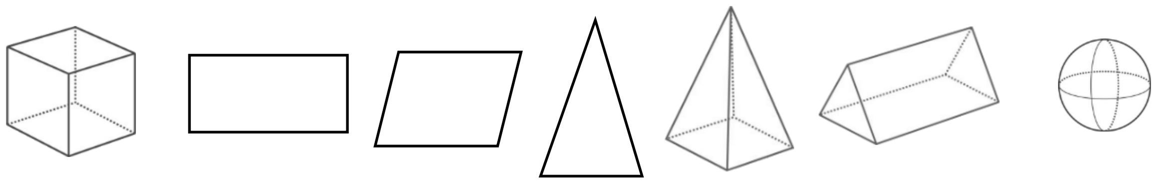
Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

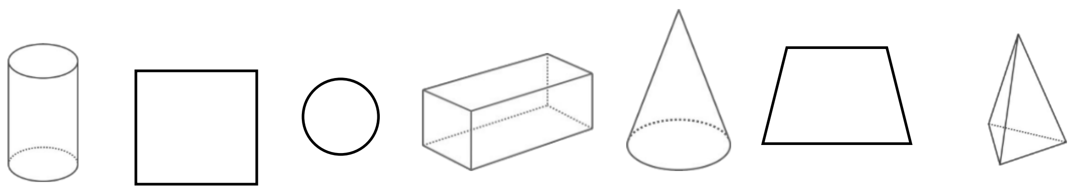
Zuordnen von geometrischen Objekten zu den Begriffen „ebene Figur" und „Körper" | **56**

- Verbinde die Objekte mit den passenden Begriffen.



ebene Figur

Körper



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Bild 60 „Körper und ebene Figuren", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Finden von Fehlern beim Sortieren von geometrischen Objekten	**57**

Cayou hat sortiert. Ein geometrisches Objekt passt nicht.

- Zeige und begründe, warum das geometrische Objekt nicht passt.

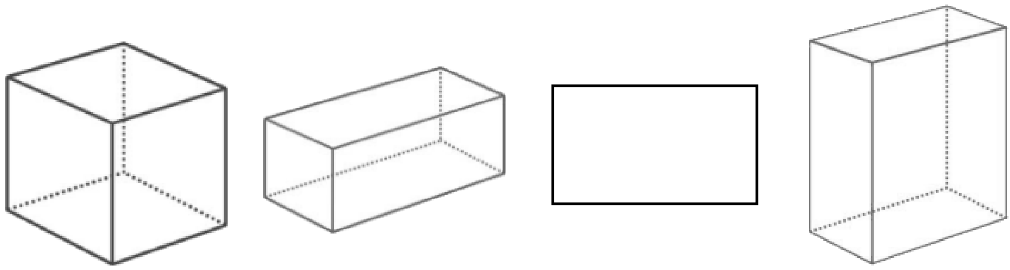


Bild 61 „Quader und Rechteck", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Sortieren von Körpern nach der Anzahl der Ecken	**58**

Material: *Modelle verschiedene Körper*

- Sortiere die Körper nach der Anzahl der Ecken.

Welche Körper haben keine Ecken?

- Sortiere sie aus.

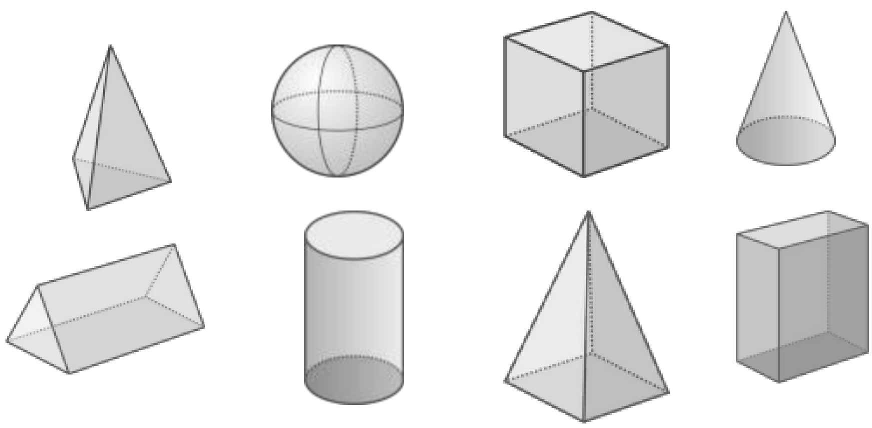
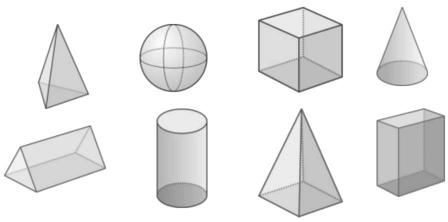


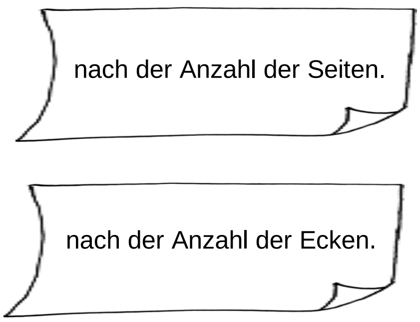
Bild 62 „Körper", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Sortieren von Körpern nach der Anzahl der Ecken und nach der Anzahl der Kanten | **59**

Material: *verschiedene Körper, jeweils doppelt*



- Sortiere die Körper …



- Was stellst du fest? Beschreibe.

Bild 63 und 64 „Körper“, „Notizzettel“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Finden von Fehlern beim Sortieren von Körpern nach der Anzahl der Ecken | **60**

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Ciro hat die Körper nach der Anzahl der Ecken sortiert.

Oksana meint: „Ein Körper passt nicht.“

Welchen Körper meint Oksana?

- Zeige und begründe.

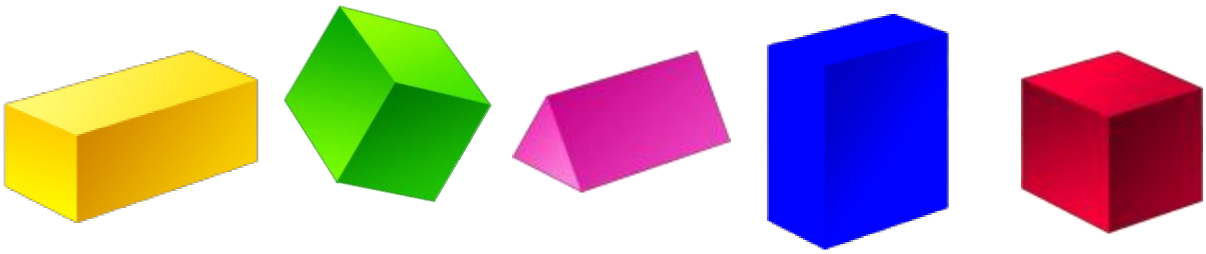


Bild 65 „Körper“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

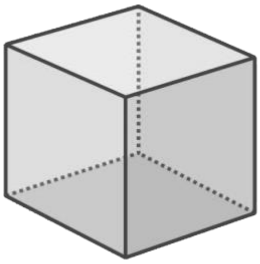
Raum und Form Niveaustufe B	BE	Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Vergleichen von Würfel und Pyramide	61

Vergleiche die beiden Körper.

- Nenne Gemeinsamkeiten und Unterschiede.

Tipp: Denke auch an die Anzahl der Ecken, Kanten, Seitenflächen.



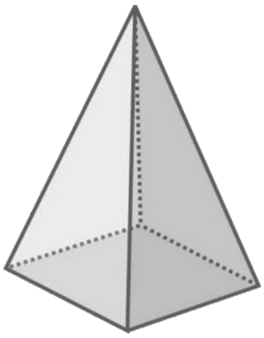


Bild 66 „Würfel“ und Bild 67 „Pyramide“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe B	BE	Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Erkennen der Seitenflächen eines Würfels	62

Material: *Würfel, Farbe, Papier*

- Streiche nacheinander die Flächen des Würfels mit Farbe ein und stempele auf ein Blatt Papier.
- Benenne die **ebenen Figuren**, die den Würfel begrenzen, so genau wie möglich.

Was stellst du fest?

- Ergänze.

Der Würfel wird von sechs ________________ begrenzt.

Alle ________________ sind gleich groß.

Diese ___________________ nennt man Seitenflächen des Würfels.

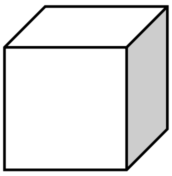


Bild 68 „Würfel“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Erkennen der Seitenflächen eines Quaders

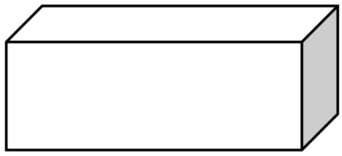
63

Material: *Quader, Farbe, Papier*

- Streiche nacheinander die Flächen des Quaders ein und stempele auf ein Blatt Papier.
- Benenne die **Flächen**, die den Quader begrenzen, so genau wie möglich.

Was stellst du fest?

- Ergänze.



Der Quader wird von sechs ________________ begrenzt.
Immer zwei ________________ sind gleich groß.
Alle ___________________ nennt man Seitenflächen des Quaders.

Raum und Form
Niveaustufe B

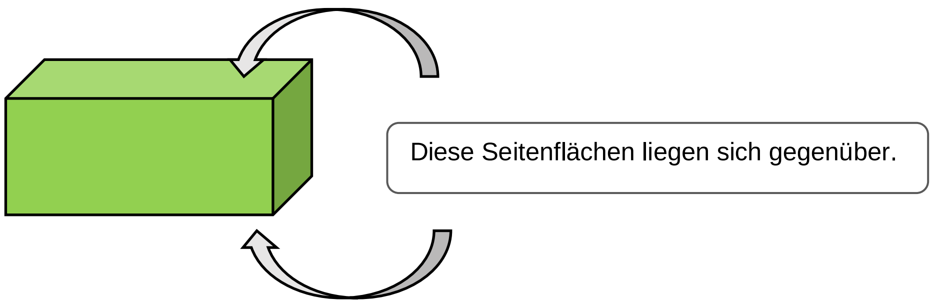
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Finden von gegenüberliegenden Seitenflächen beim Quader

64

Material: *Quader, Würfel*



- Zeige an den Körpern Seitenflächen, die sich gegenüberliegen.

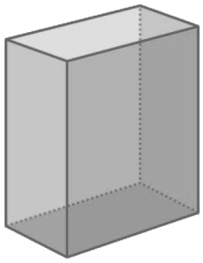
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Überprüfen der Aussagen zum Quader | 65

Material: *Quader*

- Überprüfe alle Aussagen.
- Zeige am Körper und im Bild.

Der Körper hat 8 Ecken und 12 Kanten.



Die gegenüberliegenden Kanten sind gleich lang.

Der Körper besteht aus 6 Seitenflächen.
Die Flächen sind Rechtecke.

Die gegenüberliegenden Seitenflächen sind gleich groß.

Dieser Körper heißt **Quader.**

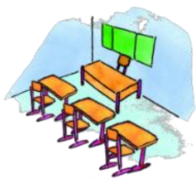
Raum und Form
Niveaustufe B

BE

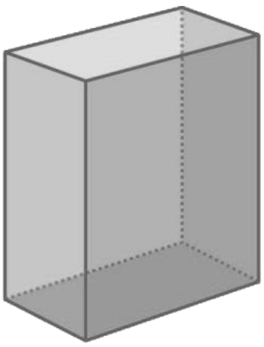
Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Finden von Gegenständen im Raum, die wie ein Quader aussehen | 66

Material: *Quader*



- Suche im Raum Gegenstände, die so aussehen wie ein Quader.
- Zeige sie und begründe, warum das Quader sind.



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Finden von Gegenständen auf Bildern, die wie ein Quader aussehen	**67**

- Markiere alle Gegenstände, die so aussehen wie ein Quader.

Woran hast du die Quader erkannt?

- Beschreibe.

Bild 79 und 80 „Verpackungen", „Würfel", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

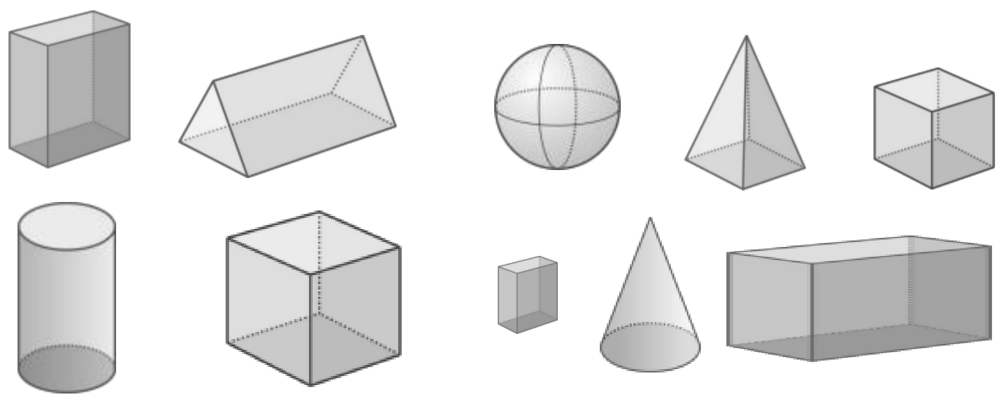
Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Identifizieren von Quadern	**68**

- Zeige alle Quader.



Woran hast du die Quader erkannt?

- Beschreibe.

Bild 81 „Körper", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Zeigen von Quadern, bei denen alle Kanten gleich lang sind | **69**

Material: *Modelle verschiedener Quader und Würfel*

- Zeige die Quader, bei denen **alle** Kanten gleich lang sind.

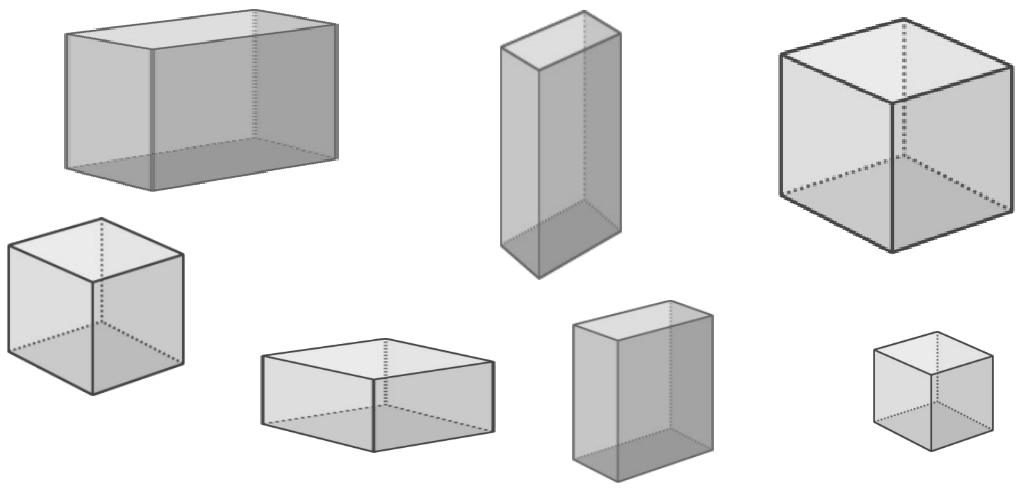


Bild 82 „Quader“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

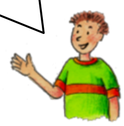
Überprüfen der Aussagen zum Würfel | **70**

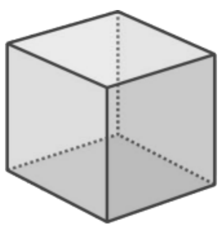
Material: *Würfel*

- Überprüfe alle Aussagen.
- Zeige am Körper und im Bild.

Der Körper hat 8 Ecken und 12 Kanten.

Alle Kanten sind gleich lang.





Der Körper besteht aus 6 Seitenflächen.
Die Seitenflächen sind Quadrate.

Alle Seitenflächen sind gleich groß.

Dieser Körper heißt **Würfel.**

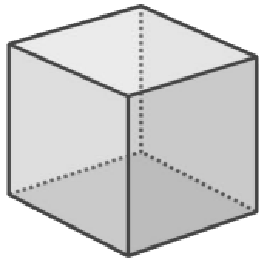
Bild 83 bis 87 „Mädchen“, „Junge 1“, „Junge 2“, „Junge 3“, „Würfel“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Erklären, warum der Würfel ein besonderer Quader ist

71

Material: *Würfel*

Der Würfel ist ein besonderer Quader.



Was meint Susi?

- Erkläre.

Raum und Form
Niveaustufe B

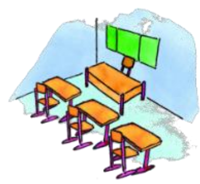
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

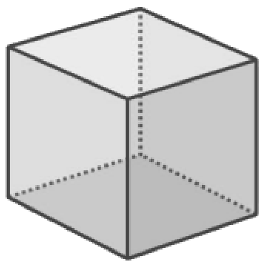
Finden von Gegenständen im Raum, die wie ein Würfel aussehen

72

Material: *Würfel*



- Suche im Raum Gegenstände, die so aussehen wie ein Würfel.
- Zeige sie und begründe, warum das Würfel sind.



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Finden von Gegenständen auf Bildern, die wie ein Würfel aussehen

73

- Markiere alle Gegenstände, die wie ein Würfel aussehen.

Woran hast du die Würfel erkannt?

- Beschreibe.

Bild 92 und 93 „Verpackungen“, „Würfel“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

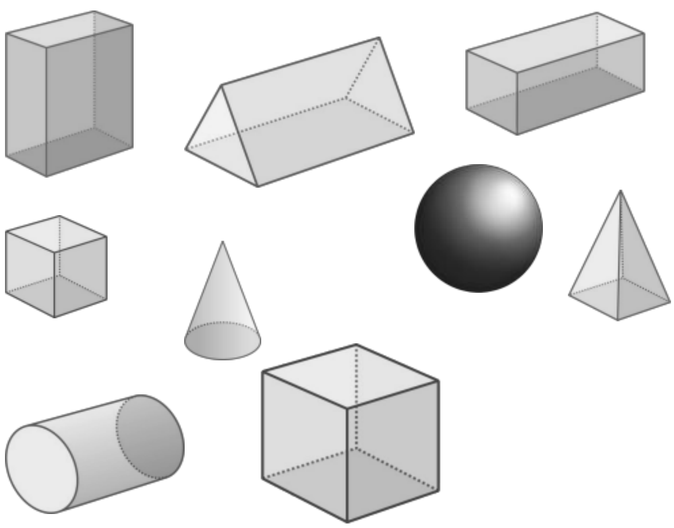
BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Identifizieren von Würfeln

74

- Zeige alle Würfel.



Woran hast du die Würfel erkannt?

- Beschreibe.

Bild 94 „Körper“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

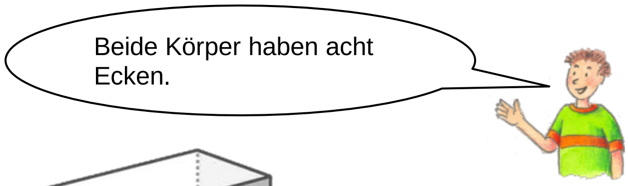
Raum und Form
Niveaustufe B

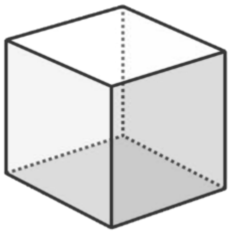
BE

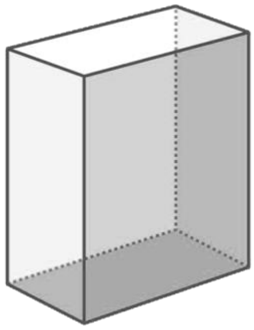
Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Vergleichen von Quader und Würfel	**75**

- Zeige in den Bildern, was Tim meint.







Gibt es noch mehr Gemeinsamkeiten?

- Beschreibe und zeige sie in den Bildern.

Gibt es Unterschiede?

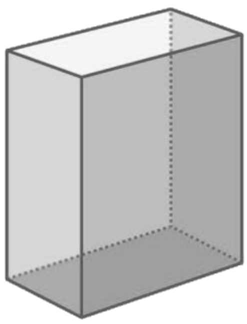
- Beschreibe und zeige sie in den Bildern.

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

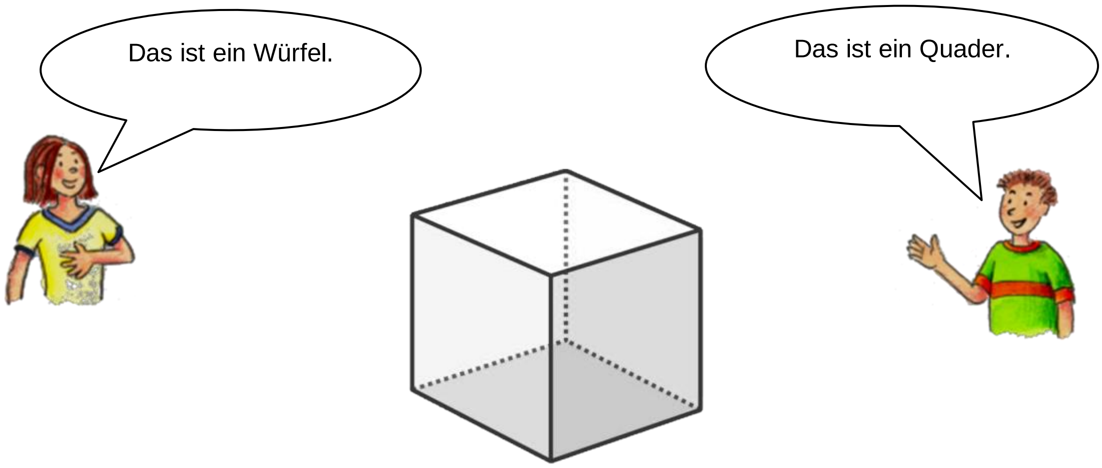
Überprüfen der Aussagen zum Quader	**76**



Wer hat Recht?

- Begründe.

Überprüfen der Aussagen zum Würfel | **77**



Wer hat Recht?

- Begründe.

Bild 101 bis 103 „Mädchen“, „Junge“, „ Würfel“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

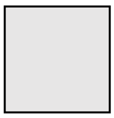
Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

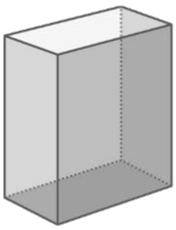
Zuordnen von Begriffen und Beschreibungen zum Quadrat und Quader | **78**

- Verbinde die Begriffe Quader und Quadrat mit den passenden Beschreibungen und Bildern.

Quader

Quadrat





ebene Figur

gegenüberliegende Kanten gleich lang

8 Ecken, 12 Kanten

Körper

alle Seiten gleich lang

4 Ecken, 4 Seiten

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Bild 104 „Quader“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

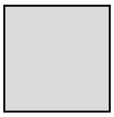
Zuordnen von Begriffen zu Körpern und ebenen Figuren | **79**

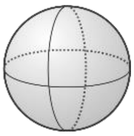
- Verbinde passend.

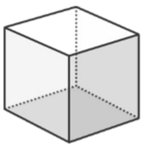
Woran hast du das erkannt?

- Begründe.

Tipp: Einige Begriffe passen auch zu mehreren Objekten.







Würfel

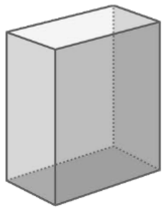
Rechteck

Kugel

Quader

Quadrat

Kreis



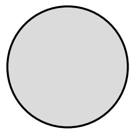


Bild 105 bis 107 „Kugel“, „Würfel“, “Quader“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Zuordnen von Begriffen und Beschreibungen zu Körpern und ebenen Figuren | **80**

Welcher Begriff passt zu welchem Bild und zu welcher Aussage?

- Verbinde passend.

Tipp: Einige Aussagen und Begriffe passen auch zu mehreren Objekten.

Dreieck

Kreis

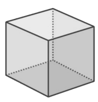
Kugel

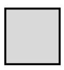
Rechteck

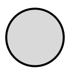
Würfel

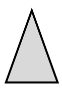
Quader

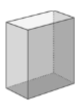
Quadrat











eine ebene Figur ohne Ecken

eine ebene Figur mit 3 Seiten und 3 Ecken

ein Körper, bei dem die gegenüberliegenden Kanten gleich lang sind

eine ebene Figur, bei der alle 4 Seiten gleich lang sind und die 4 rechte Winkel hat

ein Körper, der 6 Quadrate als Seitenflächen hat

eine ebene Figur, die 4 rechte Winkel hat und deren gegenüberliegenden Seiten gleich lang sind

ein Körper ohne Ecken

Bild 108 bis 110 „Kugel“, „Würfel“, “Quader“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

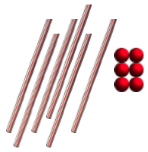
Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Bauen von Quadern mit Trinkhalmen und Knetkugeln	**81**

Material: *Trinkhalme, Stäbchen unterschiedlicher Länge, Knetkugeln*



- Nimm dir Trinkhalme und Knete und baue daraus einen Quader.

Tipp: Verwende für die Seiten die Stäbchen und die Knetkugeln für die Ecken.

- Ergänze:

Ich brauche ________ Knetkugeln.
Ich brauche ________ Trinkhalme.
Davon müssen immer ______ Trinkhalme gleich lang sein.

Bild 111 „Stäbchen mit Knetkugeln“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

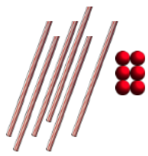
Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Bauen von Würfeln mit Trinkhalmen und Knetkugeln	**82**

Material: *Trinkhalme, Stäbchen unterschiedlicher Länge, Knetkugeln*



- Nimm dir Trinkhalme und Knete und baue daraus einen Würfel.

Tipp: Verwende für die Seiten die Stäbchen und die Knetkugeln für die Ecken.

- Ergänze:

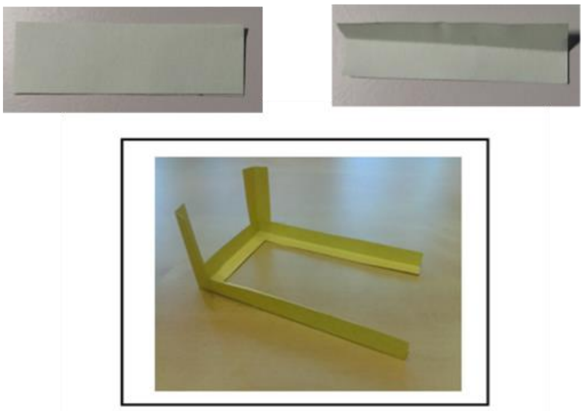
Ich brauche ________ Knetkugeln.
Ich brauche ________ Trinkhalme.
Davon müssen immer ______ Trinkhalme gleich lang sein.

Bild 112 „Stäbchen mit Knetkugeln“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Bauen eines Quaders mit Papierstreifen | **83**

Material: *Papierstreifen unterschiedlicher Länge und Farbe*

- Falte die Streifen in der Mitte so, dass sie die Kanten für einen Quader bilden können.
- Baue aus den Streifen einen Quader. Wie viele Streifen brauchst du dazu?



- Finde Verschiedene Möglichkeiten einen Quader zu bauen, wenn die Streifen **nicht** alle gleich lang sind.

Bild 113 „gefaltete Notizzettel und Papiermodell", Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

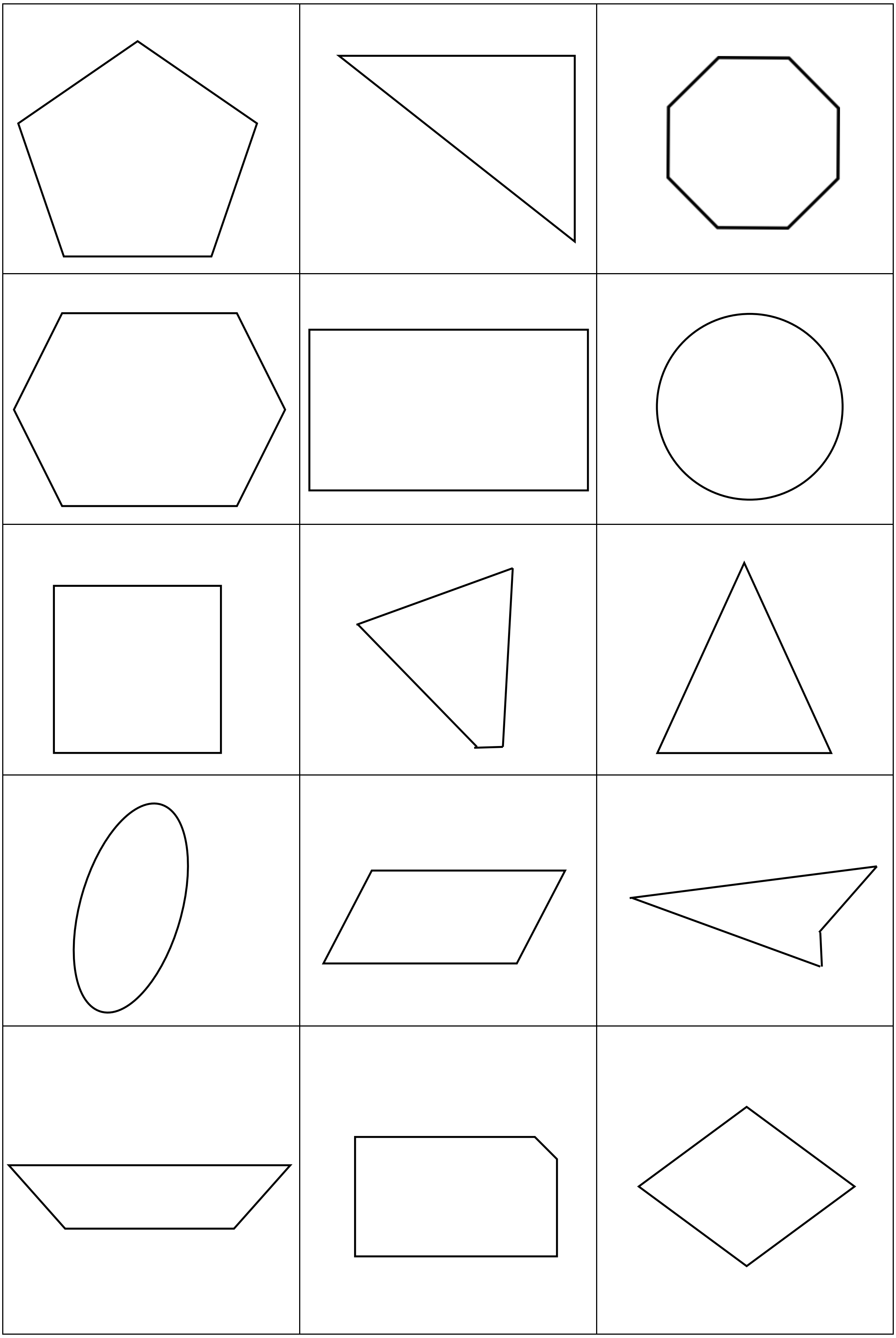
Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

84

Kopiervorlage A



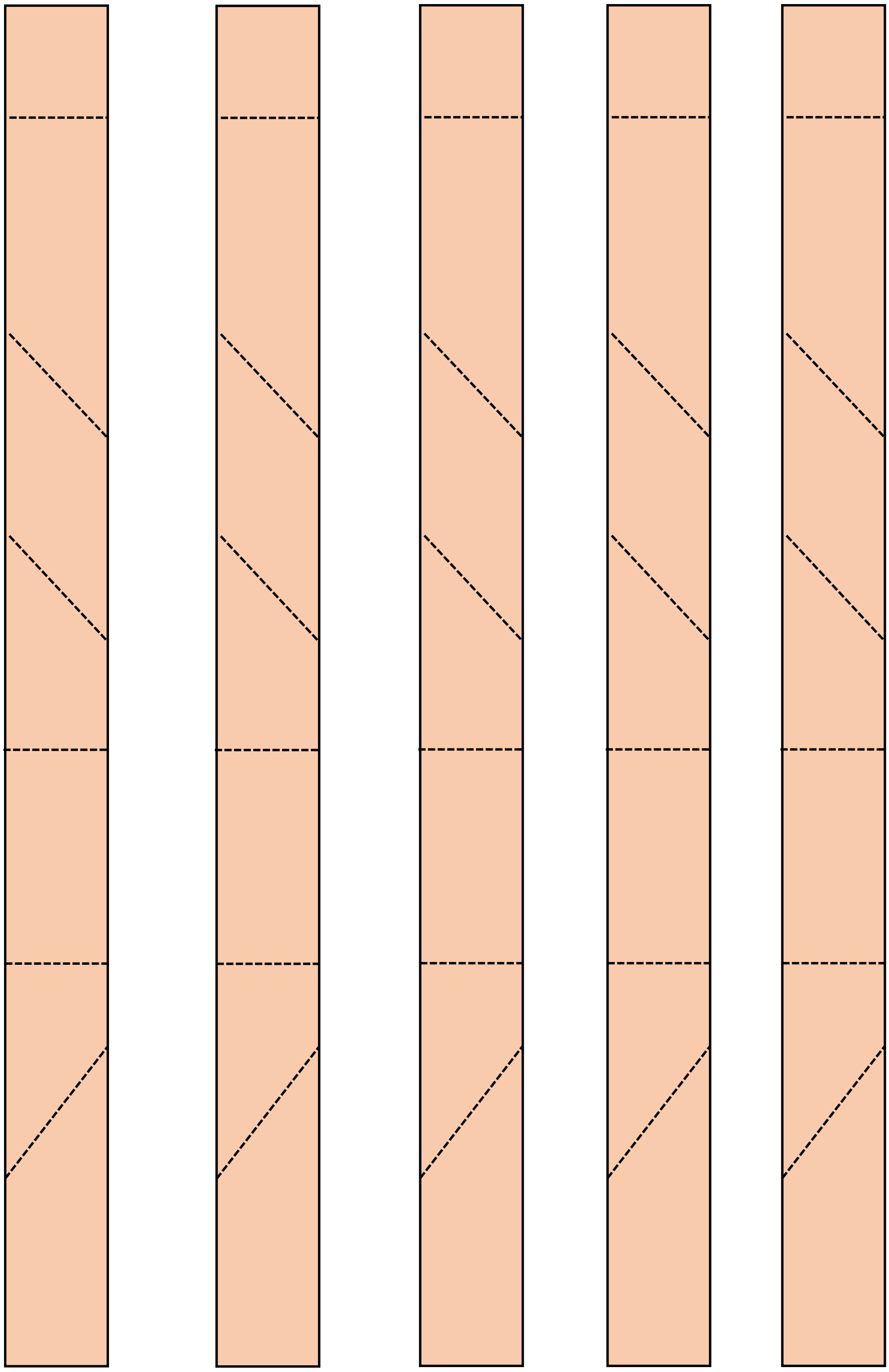
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Kopiervorlage B



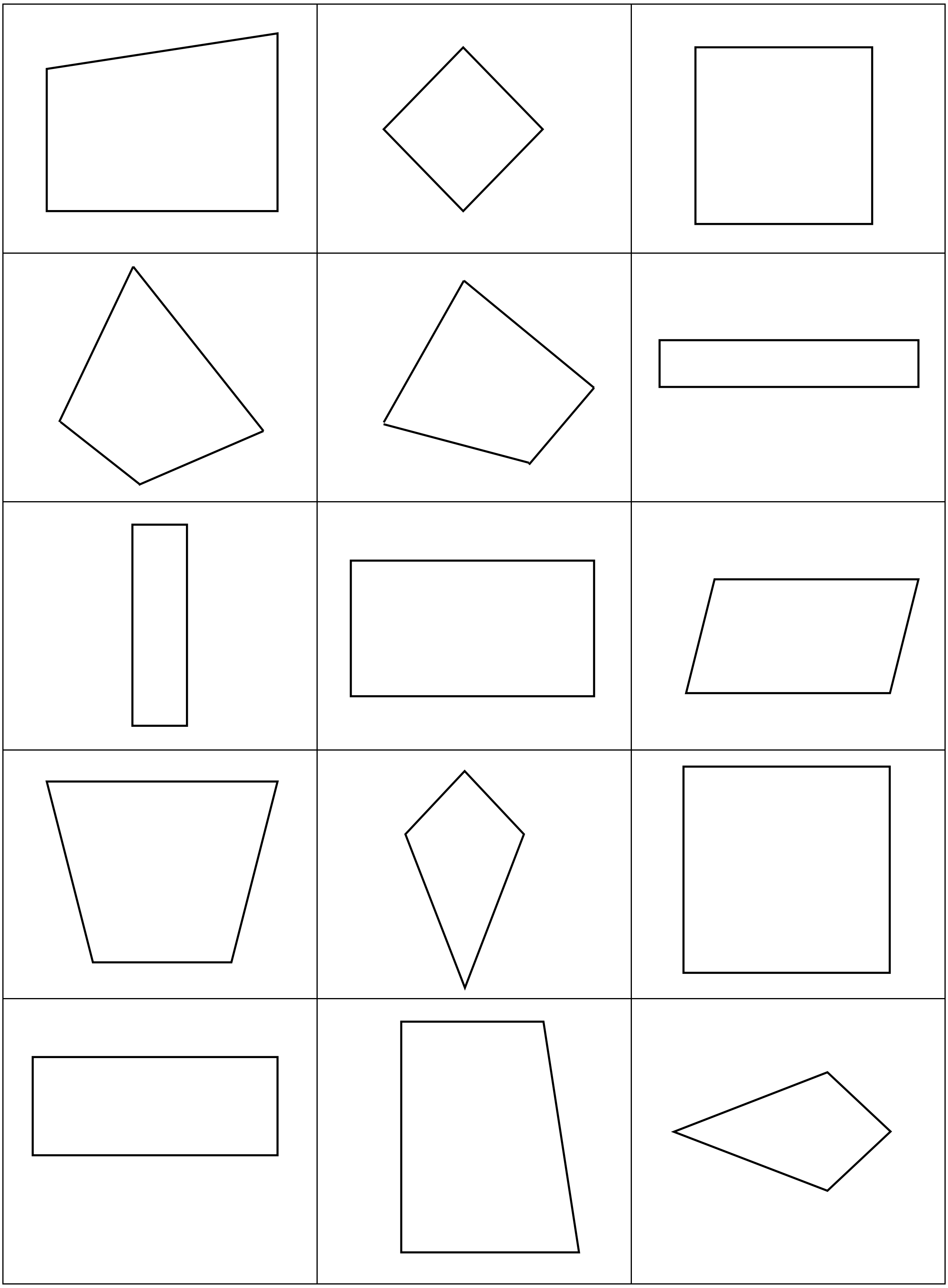
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

BE

Geometrische Objekte aufgrund ihrer Eigenschaften erkennen

Kopiervorlage C



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Darum geht es

„Die Entwicklung eines Symmetrieverständnisses ist von zentraler Bedeutung. Dies hat vor allem zwei Gründe:

- *Die Eigenschaft der Symmetrie kann zahlreiche geometrische Objekte charakterisieren und ist somit zentraler Bestandteil für die Begriffsbildung.*
- *Die Achsenspiegelung ist die erste und grundlegende Kongruenzabbildung. Alle Kongruenzabbildungen können auf Achsenspiegelungen zurückgeführt werden.*

Das Symmetrieverständnis befähigt somit zur Untersuchung geometrischer Objekte auf Symmetrie und ermöglicht die Durchführung symmetrischer Abbildungen.
Hierbei kann die Spiegelachse am Original anliegen, dann entsteht durch die Spiegelung eine in sich geschlossene achsensymmetrische Figur. Wenn die Spiegelachse nicht direkt anliegt, so entsteht durch die Spiegelung eine zweite Figur, die zur ersten deckungsgleich ist.
Wenn Objekte auf Symmetrie untersucht werden sollen, ist eine mögliche Vorgehensweise, die Symmetrieachse(n) und die Spiegelung zu rekonstruieren.
Ausgehend von den Zusammenhängen zwischen Bild und Original bei der Achsenspiegelung können folgende Eigenschaften für spiegelsymmetrische Figuren identifiziert werden:

- *Alle Punkte der Spiegelfigur liegen von der Spiegelachse gleich weit entfernt wie die Punkte der Originalfigur.*
- *Die (gedachte) Verbindungslinie zwischen diesen Punkten liegt senkrecht zur Spiegelachse (Götz & Schulz, 2018; Ruwisch, 2013).*
- *Winkel- und Längenbeziehungen bleiben erhalten.*

Ohne Symmetrieverständnis können daher Objekte nicht sicher auf Symmetrie untersucht werden. Insbesondere kann nicht angegeben werden, ob bzw. wie viele Symmetrieachsen vorhanden sind. Dies ist sehr problematisch für die Objektbegriffsentwicklung. Außerdem können ohne Symmetrieverständnis, Spiegelungen und damit die grundlegendsten geometrischen Abbildungen nicht durchgeführt werden."
(LISUM, 2019. Handbuch ILeA plus, cc by nd 4.0, S. 84)

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Falten achsensymmetrischer Figuren (eine Symmetrieachse)
2. Herstellen achsensymmetrischer Figuren (eine Achse) durch Abpausen
3. Herstellen achsensymmetrischer Figuren (eine Achse) durch Falten und Schneiden
4. Verbinden von Faltfigur und achsensymmetrischer Figur
5. Zusammensetzen achsensymmetrischer Figuren (Memory)
6. Gedankliches Zusammensetzen achsensymmetrischer Figuren
7. Herstellen und Untersuchen eigener achsensymmetrischer Figuren (eine Achse)
8. Überprüfen achsensymmetrischer Figuren (eine Achse) mithilfe eines Spiegels
9. Untersuchen achsensymmetrischer Figuren (eine Achse) mithilfe eines Spiegels
10. Einzeichnen von Symmetrieachsen in Figuren mit Raster
11. Untersuchen von Buchstaben auf Achsensymmetrie mithilfe eines Spiegels
12. Einzeichnen von Symmetrieachsen in Figuren ohne Raster
13. Erkennen achsensymmetrischer Figuren (eine Achse) am Geobrett
14. Vervollständigen von achsensymmetrischen Figuren (eine Achse) am Geobrett
15. Spannen eigener achsensymmetrischer Figuren (eine Achse) am Geobrett
16. Ergänzen zu achsensymmetrischen Figuren mithilfe vorgegebener Punkte
17. Ergänzen zu achsensymmetrischen Figuren ohne vorgegebene Punkte
18. Zeichnen eigener achsensymmetrischer Figuren auf Kästchenpapier

Übersicht über die Kopiervorlagen

Kopiervorlage A
Kopiervorlage B
Kopiervorlage C
Kopiervorlage D

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

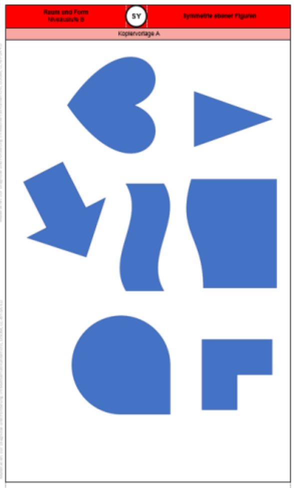
SY

Symmetrie ebener Figuren

Falten achsensymmetrischer Figuren (eine Symmetrieachse)	**1**

Material: *Kopiervorlage A (verschiedene Figuren bereits ausgeschnitten)*

- Welche Figur kannst du so falten, dass beide Teile genau aufeinanderpassen?
- Zeige dein Ergebnis.



Kopiervorlage A

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

SY

Symmetrie ebener Figuren

Herstellen achsensymmetrischer Figuren (eine Achse) durch Abpausen	**2**

Material: *Kopiervorlage B (ausgeschnittene Kärtchen), Stift, Fenster*

- Falte jedes Kärtchen an der gestrichelten Linie so, dass die linke Seite hinten liegt.
- Halte das gefaltete Papier gegen eine Fensterscheibe.
  Nun kannst du das durchscheinende Bild abpausen.
- Falte wieder auf.
- Was ist entstanden? Beschreibe.

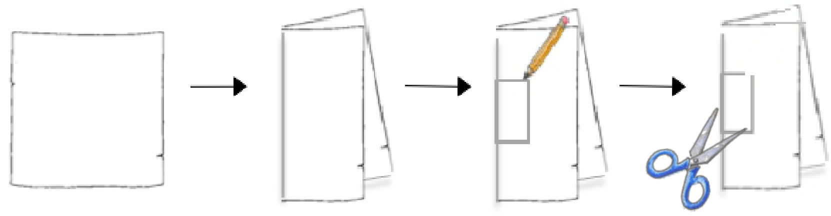
Kopiervorlage B

Bild 1 „Fenster mit Rahmen“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0,
Bild 2 „Piktogramme KV B“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

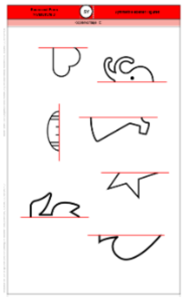
Herstellen achsensymmetrischer Figuren (eine Achse) durch Falten und Schneiden	**3**

Material: *Notizzettel quadratisch, Kopiervorlage C (bereits ausgeschnittene Schablonen), Schere*

- Falte ein kleines Blatt genau in der Mitte.



- Lege die rote Linie der Schablone genau auf die Faltkante und male den Umriss nach.
- Lass das Blatt gefaltet und schneide die Figur aus dem gefalteten Blatt aus.
- Falte das Blatt auf.
- Zeichne die Faltlinie in der entstandenen Figur nach.
- Welche Figuren sind entstanden? Beschreibe sie.



Kopiervorlage C

Bild 3 „Faltanleitung", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0,
Bild 4 „Piktogramme KV C", LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

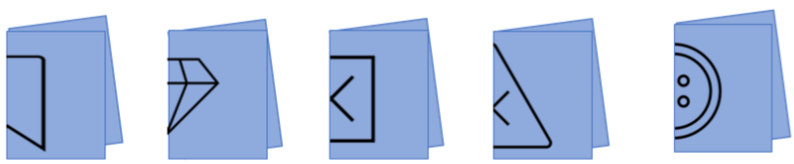
SY

Symmetrie ebener Figuren

Verbinden von Faltfigur und achsensymmetrischer Figur	**4**

Hier sind Figuren aus einem Faltblatt ausgeschnitten worden.

- Welches Faltblatt gehört zu welcher Figur? Verbinde passend.



- Zeige an jeder Figur die Symmetrieachse.

Man nennt die Faltkante auch **Symmetrieachse.**

Bild 5 „Piktogramme", LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

SY

Symmetrie ebener Figuren

Zusammensetzen achsensymmetrischer Figuren (Memory)	**5**

Material: *Kopiervorlage D (Kärtchen - bereits ausgeschnitten, halbiert und gemischt)*

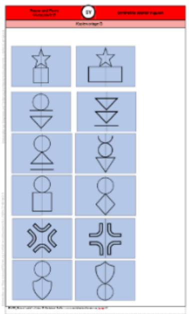
Welche Karten ergeben zusammen Figuren mit einer Symmetrieachse?

- Suche die passenden Paare und lege sie aneinander.

Marie sagt: „Alle entstandenen Figuren sind achsensymmetrisch.“

- Erkläre, was sie meint.

Figuren mit einer **Symmetrieachse** sind **achsensymmetrisch.**



Kopiervorlage D

Bild 6 „Kopiervorlag D“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 2016, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

SY

Symmetrie ebener Figuren

Gedankliches Zusammensetzen achsensymmetrischer Figuren	**6**

Welche Karten ergeben zusammen eine Figur mit einer Symmetrieachse?

- Kennzeichne sie mit der gleichen Farbe.

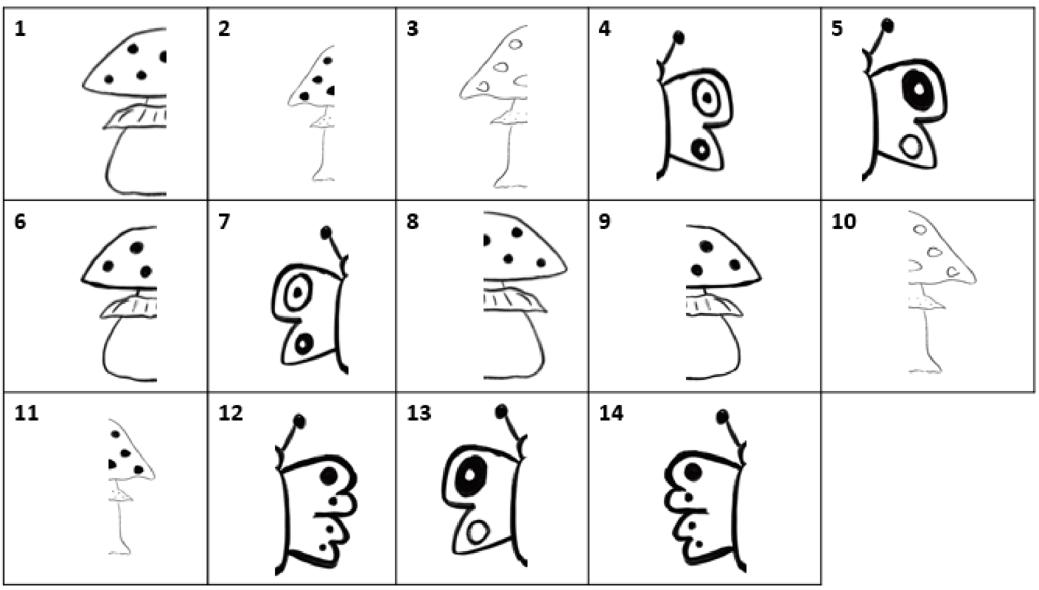


Bild 7 „Zeichnungen von Pilzen und Schmetterlingen“, LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

SY

Symmetrie ebener Figuren

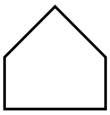
Herstellen und Untersuchen eigener achsensymmetrischer Figuren (eine Achse) | **7**

Material: *Notizzettel, Schere, Stift*

- Falte einen Notizzettel in der Mitte.
- Zeichne eine eigene Figur an die Faltkante, sodass beim Ausschneiden folgende Figur entsteht:

ein Rechteck 

ein Herz 

ein Haus 

- Lass das Blatt gefaltet und schneide es aus.
- Falte wieder auf und zeichne die Symmetrieachse in der entstandenen Figur nach.
- Überprüfe, ob die vorgegebenen Figuren entstanden sind.

Raum und Form
Niveaustufe B

SY

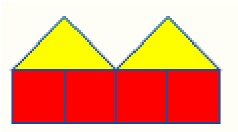
Symmetrie ebener Figuren

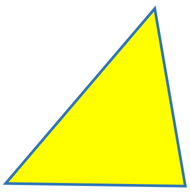
Überprüfen achsensymmetrischer Figuren (eine Achse) mithilfe eines Spiegels | **8**

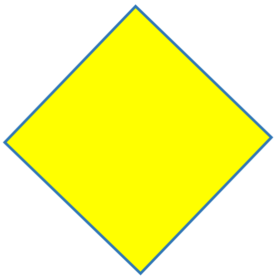
Material: *Spiegel*

Das sind achsensymmetrische Figuren.

- Kennzeichne in jeder Figur die Symmetrieachse.
- Stelle nun einen Spiegel auf deine eingezeichnete Symmetrieachse und überprüfe, ob du die vollständige achsensymmetrische Figur sehen kannst.



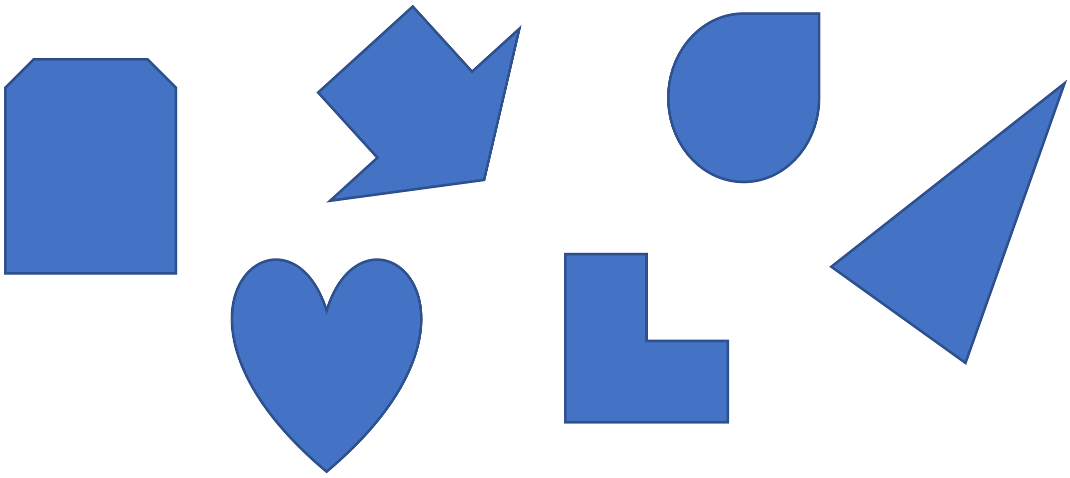




Untersuchen achsensymmetrischer Figuren (eine Achse) mithilfe eines Spiegels | **9**

Material: *Spiegel*

- Zeichne in jeder Figur die Symmetrieachse ein.
- Überprüfe mit dem Spiegel.



Einzeichnen von Symmetrieachsen in Figuren mit Raster | **10**

Material: *Spiegel*

- Zeichne die Symmetrieachsen rot ein.
- Überprüfe mit einem Spiegel.

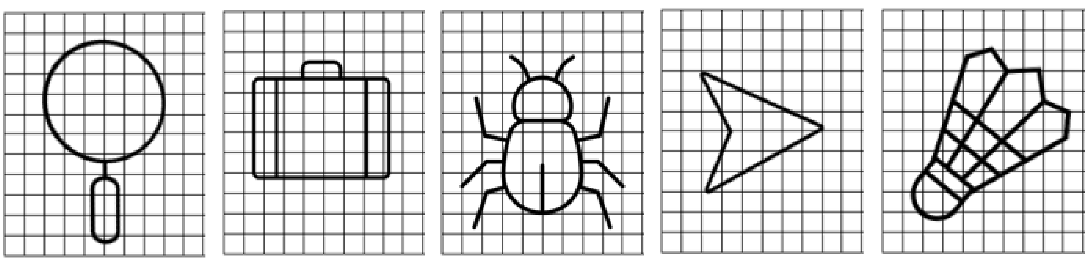


Bild 8 „Piktogramme im Raster“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

SY

Symmetrie ebener Figuren

Untersuchen von Buchstaben auf Achsensymmetrie mithilfe eines Spiegels | **11**

Material: *Spiegel*

Welche Buchstaben sind achsensymmetrisch?

- Überprüfe mit einem Spiegel.

A C D E F G

L M N P U

Raum und Form
Niveaustufe B

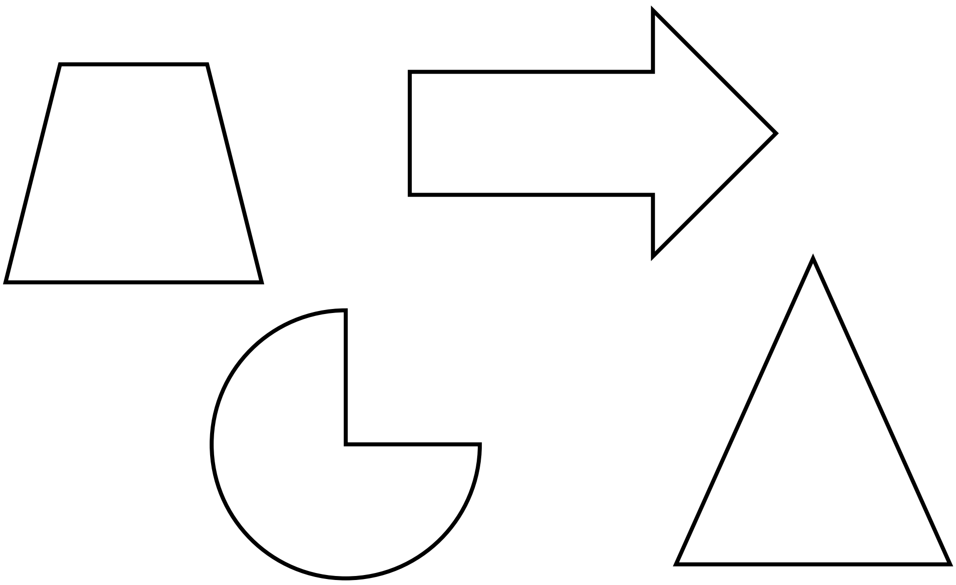
SY

Symmetrie ebener Figuren

Einzeichnen von Symmetrieachsen in Figuren ohne Raster | **12**

Material: *Spiegel*

- Zeichne die Symmetrieachsen rot ein.
- Überprüfe mit einem Spiegel.



Erkennen achsensymmetrischer Figuren (eine Achse) am Geobrett | **13**

Material: *Geobrett, Gummis, Spiegel*

- Spanne am Geobrett die Bilder nach.
- Nimm dann einen weiteren Gummi und spanne die Symmetrieachse.
- Überprüfe mit einem Spiegel.

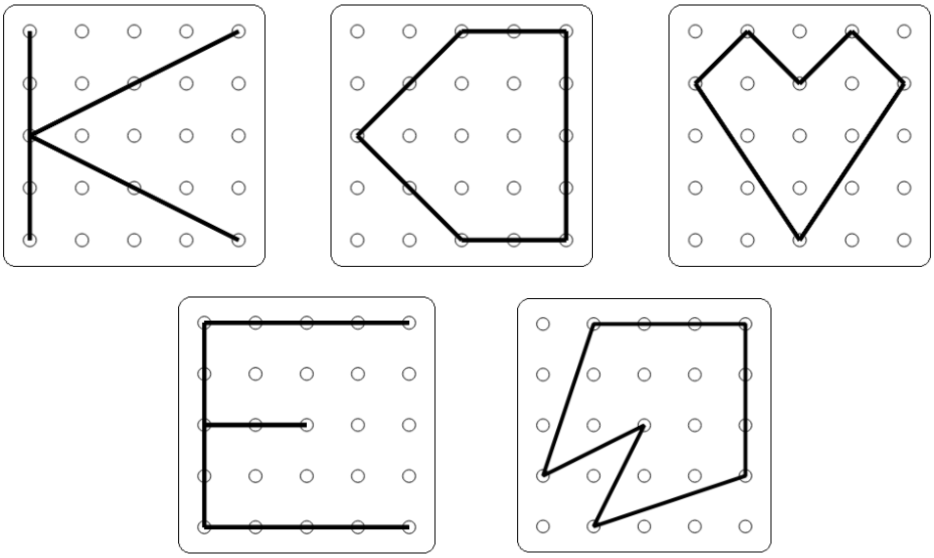


Bild 9 „Geobretter“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Vervollständigen von achsensymmetrischen Figuren (eine Achse) am Geobrett | **14**

Material: *Geobrett, Gummis, Spiegel*

- Spanne am Geobrett die Bilder nach. Der rote Gummi ist die Symmetrieachse.
- Nimm dann einen weiteren Gummi und ergänze zu einer achsensymmetrischen Figur.
- Überprüfe mit einem Spiegel.

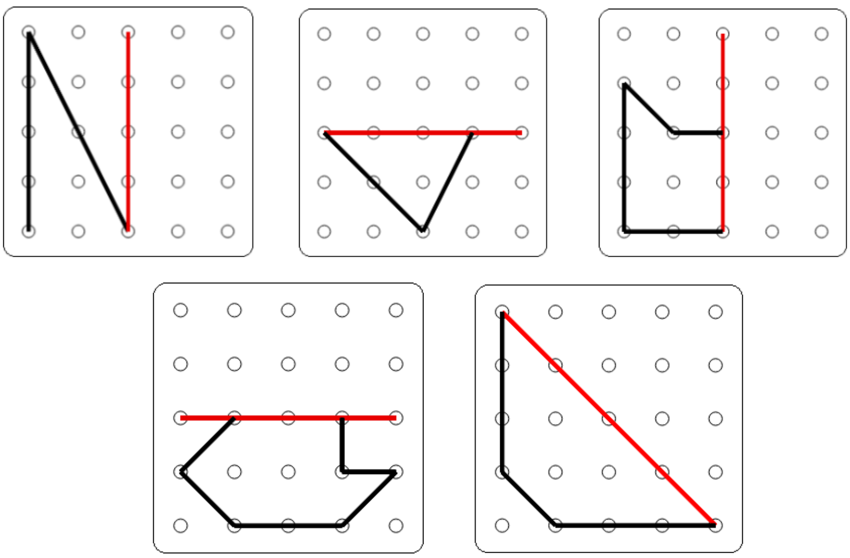


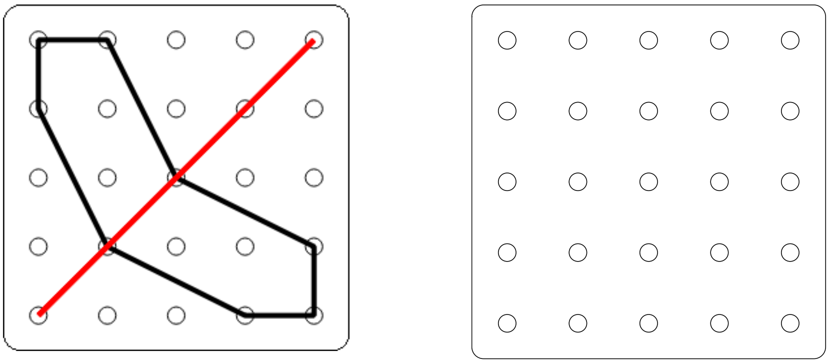
Bild 10 „Geobretter“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Spannen eigener achsensymmetrischer Figuren (eine Achse) am Geobrett **15**

Material: *Geobrett, Gummis*

- Erfinde selbst eine achsensymmetrische Figur, die du am Geobrett spannst.
- Spanne die Symmetrieachse mit einem roten Gummi.

Beispiel:

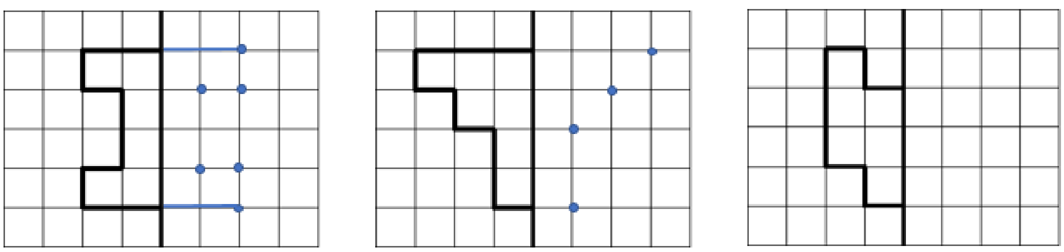


Ergänzen zu achsensymmetrischen Figuren mithilfe vorgegebener Punkte **16**

John soll die Figuren zu achsensymmetrischen Figuren vervollständigen.

Er hat sich bereits Punkte zur Hilfe gezeichnet.

- Beende die Arbeit von John und ergänze die fehlenden Linien.



- An welchen Stellen ist es gut, Punkte zu haben?
- Beschreibe, wie du die Stellen ermittelst.

Raum und Form
Niveaustufe B

SY

Symmetrie ebener Figuren

Ergänzen zu achsensymmetrischen Figuren ohne vorgegebene Punkte | **17**

- Ergänze zu achsensymmetrischen Figuren.
- Beschreibe, wie du vorgehst.

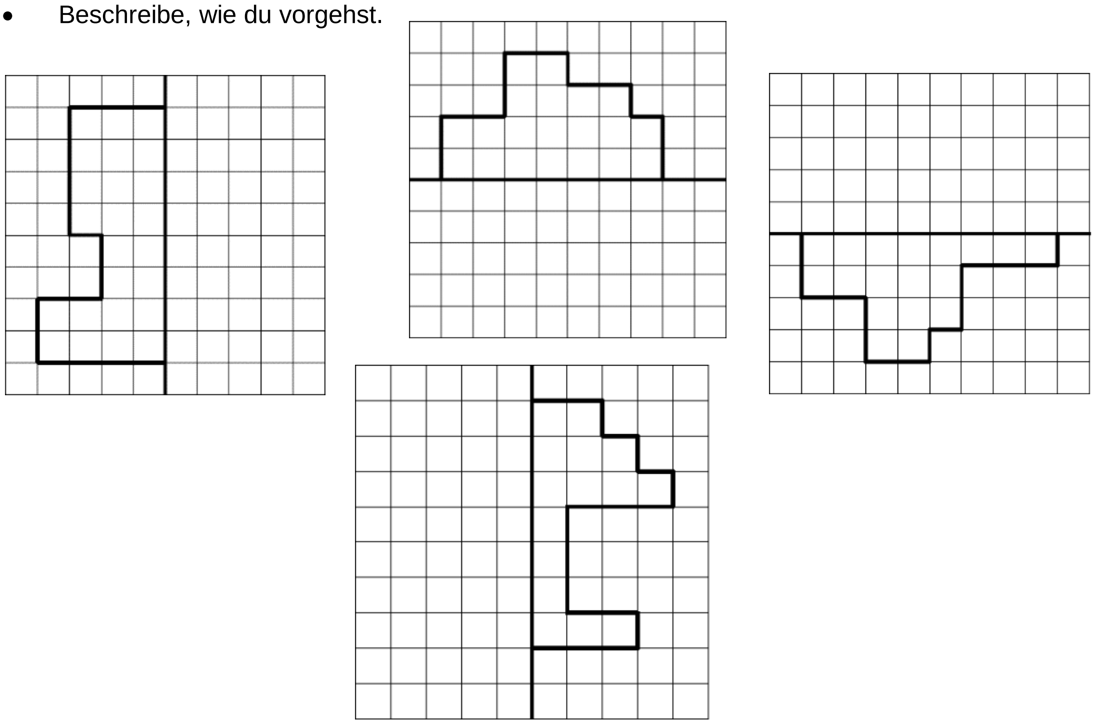


Bild 13 „Figuren auf Rasterpapier“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

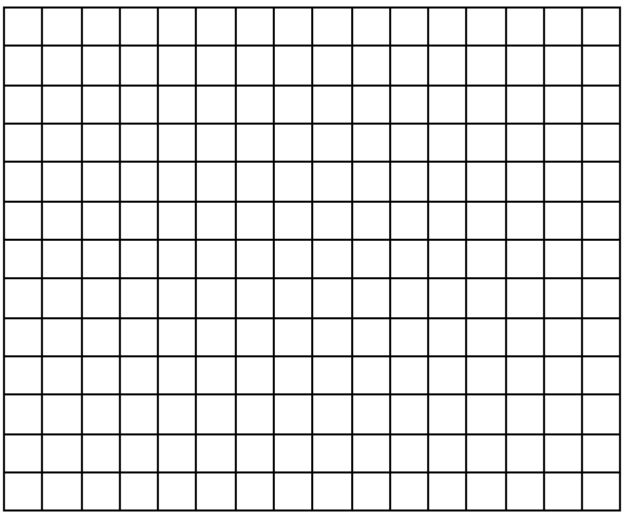
Raum und Form
Niveaustufe B

SY

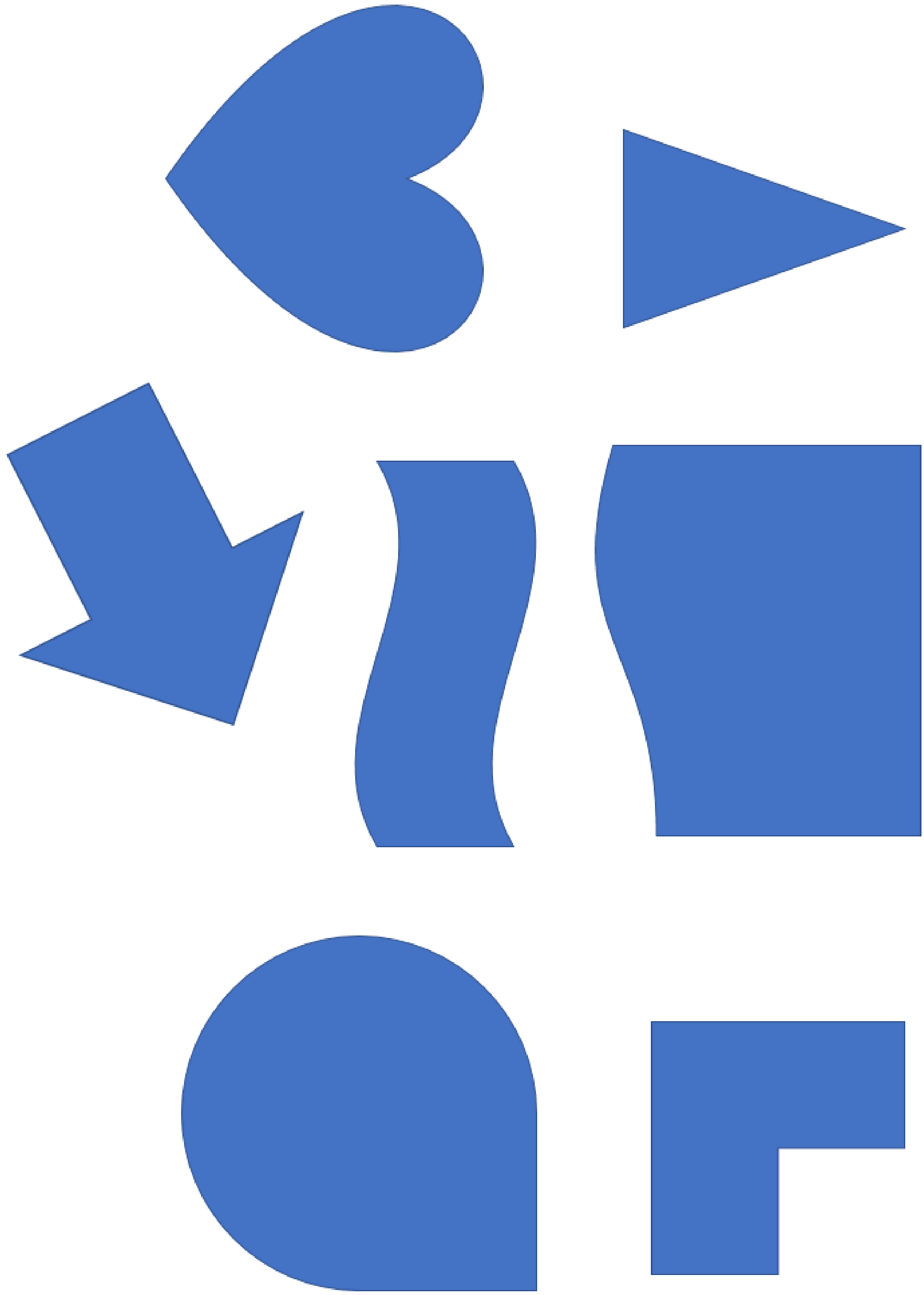
Symmetrie ebener Figuren

Zeichnen eigener achsensymmetrischer Figuren auf Kästchenpapier | **18**

- Zeichne selbst eine achsensymmetrische Figur auf das Kästchenpapier.
- Zeichne anschließend alle Symmetrieachsen farbig ein.



Kopiervorlage A



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

SY

Symmetrie ebener Figuren

Kopiervorlage B

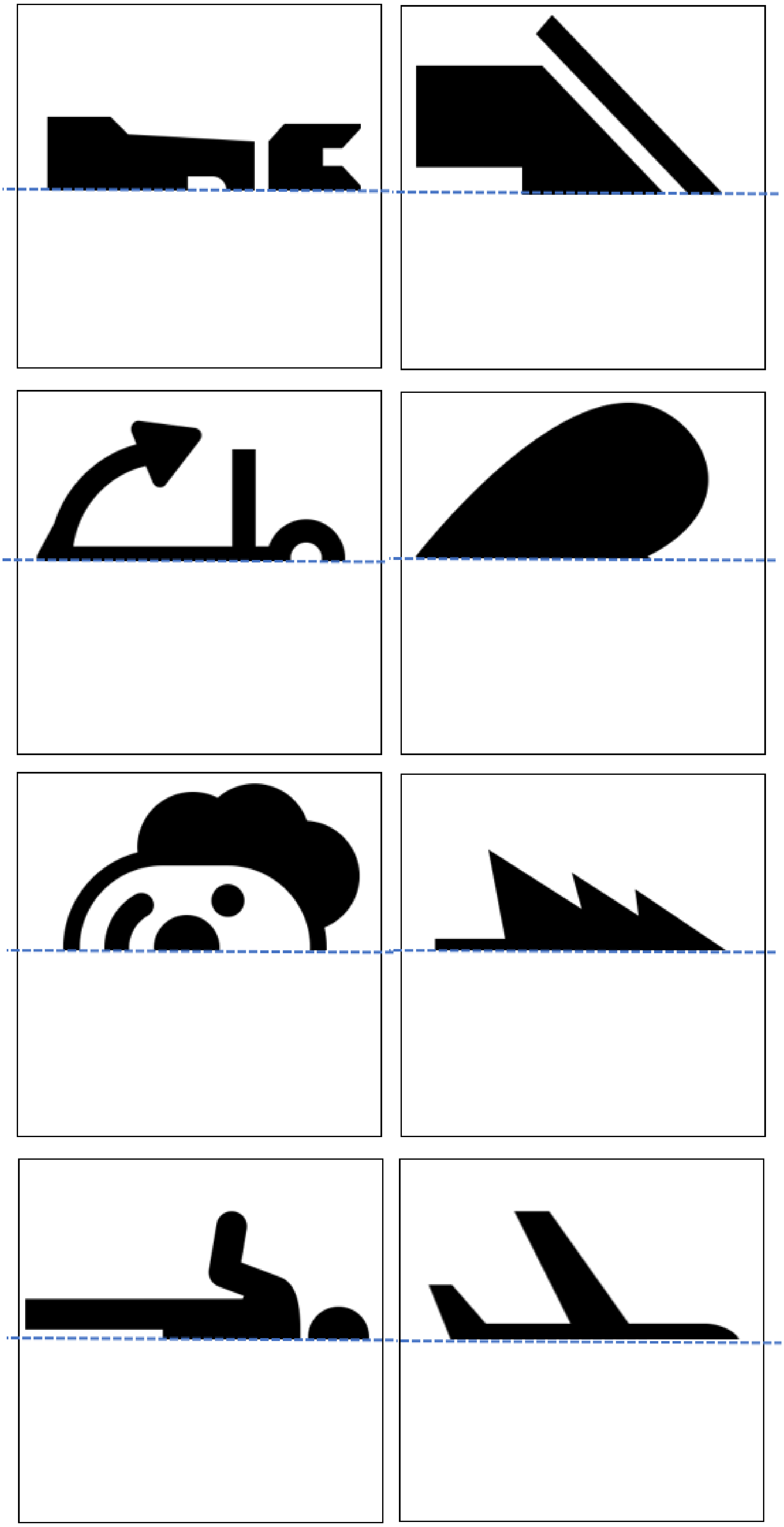


Bild 2 „Piktogramme KV B“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage C

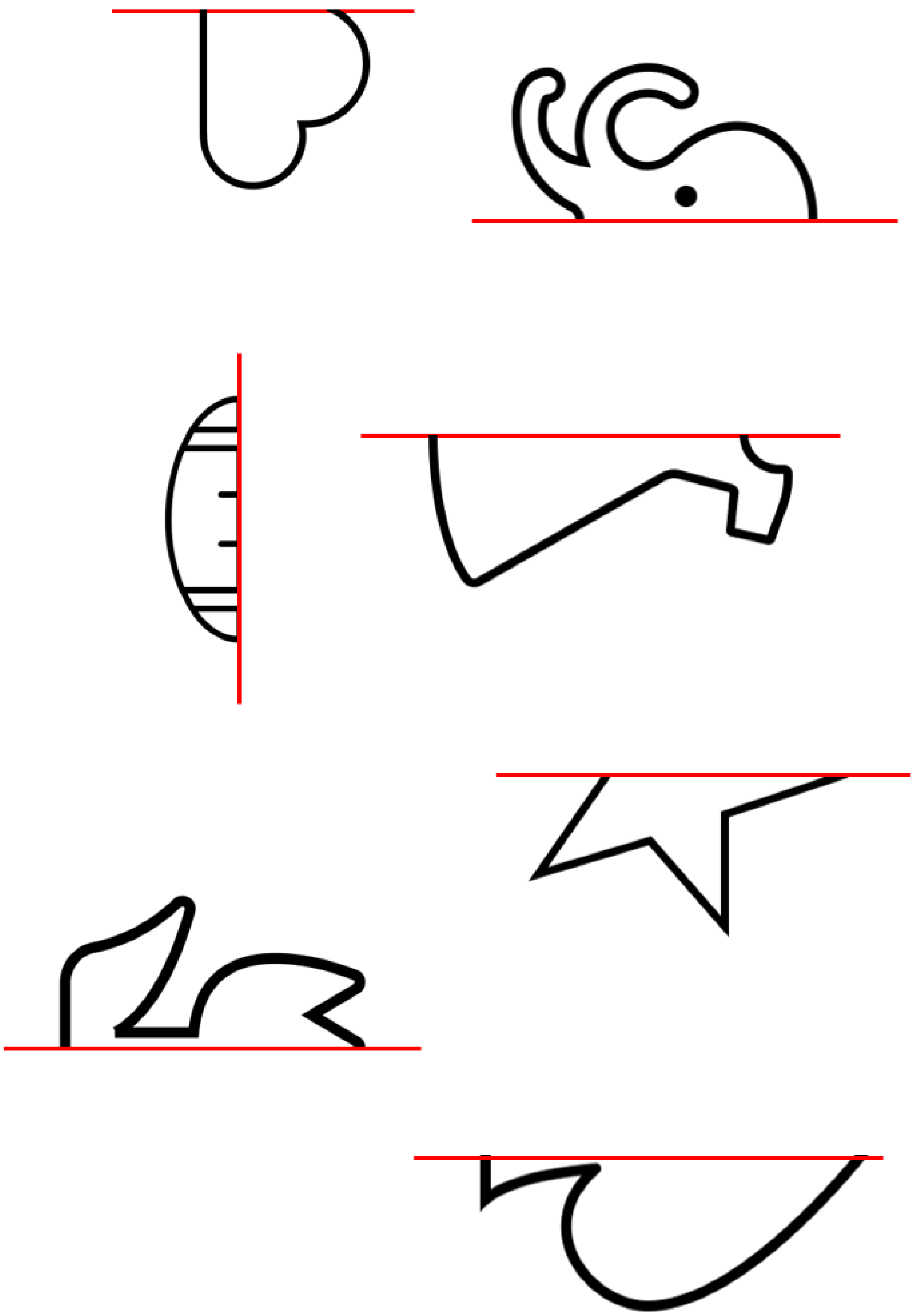


Bild 4 „Piktogramme KV C“ LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage D

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

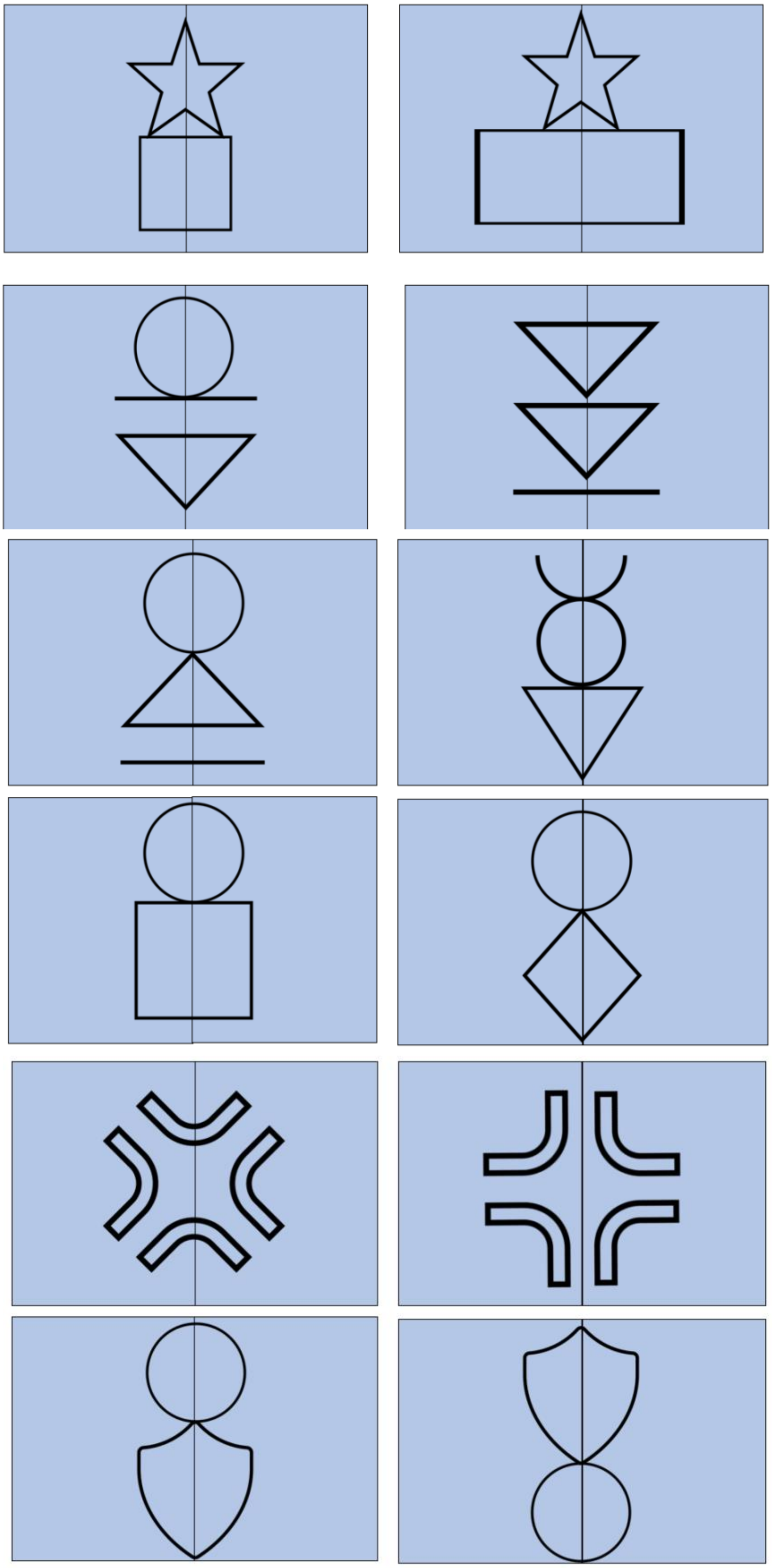


Bild 6 „Kopiervorlage D" LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 2016, cc by sa 4.0

Darum geht es

„Die Fähigkeiten, den Raum und räumliche Objekte wahrzunehmen, sich darin und mit ihnen zu orientieren sowie konkret und gedanklich im Raum und mit räumlichen Objekten zu operieren, ist grundlegend für einen erfolgreichen Umgang mit alltäglichen und schulischen Situationen. Insbesondere „stellt die Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens eines der Hauptziele des Geometrieunterrichts dar" (Franke & Reinhold, 2016, S. 39).
Räumliche Fähigkeiten können vor allem in drei Bereiche gegliedert werden. Diese hängen zusammen und können – beispielsweise zur Konstruktion von Fördermaßnahmen – noch weiter spezifiziert werden:
(1) Räumliche Beziehungen: Beziehungen zwischen Objekten werden erfasst bzw. vorgestellt. Wurde ein Objekt (gedanklich) gedreht oder gespiegelt? Beispiele: Wie viele Würfel sind im Würfelbauwerk verbaut? Berühren sich der rote und der gelbe Quader im Bauwerk?
(2) Räumliche Veranschaulichung: Gedankliches Operieren mit Objekten (Falten, Zerlegen, Verschieben), die somit ihre räumliche Beziehung zu anderen Objekten ändern. Beispielsweise: Ein Quadrat soll zunächst nach links und dann nach oben verschoben werden.
(3) Räumliches Orientieren: Orientierung im wahrgenommenen Raum sowie gedankliches Hineinversetzen in andere Perspektiven. Beispielsweise: Auf dem Tisch sind vier Spielsteine und Lea sitzt links von dir – welchen Spielstein sieht sie links/hinten?
Beim räumlichen Vorstellungsvermögen werden nun räumliche Objekte auch gedanklich repräsentiert und verändert. Insbesondere die gedankliche Veränderung von Objekten wird untersucht, indem aufgrund eines Bildes Rückschlüsse auf nicht sichtbare Objekte getroffen werden müssen (Würfelbauwerke).
Ohne Raumvorstellung sind grundlegende Situationen des Alltags nicht zu bewältigen: Wie wird sich ein fahrendes Auto weiterbewegen? Wie gelingt eine Orientierung auf Landkarten und Plänen? Auch im Unterricht greifen Inhalte jenseits des Mathematikunterrichts auf räumliche Kompetenzen zurück: Im Sachunterricht werden räumliche Situationen zweidimensional im Bild dargestellt, beim Sport findet eine Orientierung an Markierungen etc. statt. Selbstverständlich sind tragfähige Kompetenzen zur Raumvorstellung unverzichtbar für ein erfolgreiches Weiterlernen im Geometrieunterricht. Das konkrete und zunehmend auch gedankliche In-Beziehung-Stellen geometrischer Objekte ist ein Leitgedanke des Geometrieunterrichts (Franke & Reinhold, 2016, S. 80)." (LISUM, 2019. Handbuch ILeA plus, cc by nd 4.0, S. 87)

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Beschreiben einer Anordnung aus der Perspektive einer anderen Person
2. Erkennen der Blickrichtung
3. Einnehmen verschiedener Perspektiven
4. Beschreiben der Lage aus unterschiedlichen Perspektiven
5. Einnehmen verschiedener Perspektiven und Beschreiben der Lage
6. Beschreiben der Umgebung aus unterschiedlichen Perspektiven
7. Beschreiben der Umgebung aus vorgegebener, dynamischer Perspektive
8. Erkennen unterschiedlicher Perspektiven
9. Erkennen einer fehlerhaften Perspektivaufnahme
10. Zuordnen der Position zur Beschreibung der Lage
11. Beschreiben der Lage von Gegenständen aus unterschiedlichen Positionen
12. Nachbauen von Würfelbauwerken nach einem Bild
13. Nachbauen von Würfelbauwerken nach einer Beschreibung
14. Nachbauen und Ergänzen der Beschreibung zum Bau eines Würfelbauwerks
15. Bauen von gleichen Würfelbauwerken nur nach Beschreibung
16. Beschreiben der einzelnen Schichten an einem Würfelbauwerk
17. Beschreiben der einzelnen Stangen an einem Würfelbauwerk
18. Ergänzen der Beschreibung eines Würfelbauwerks
19. Beschreiben eines Würfelbauwerks
20. Vergleichen der Anzahl der Würfel in einem Würfelbauwerk mit den Zahlen im Bauplan
21. Schreiben eines Bauplans nach einem Bild und einer Beschreibung
22. Beschreiben eines Würfelbauwerks und Schreiben eines Bauplans nach einem Bild
23. Zusammensetzen von ebenen Figuren zum Quadrat und Rechteck
24. Beschreiben der Teile eines Tangrams
25. Zerschneiden und Zusammensetzen der Teile eines Tangrams
26. Zusammensetzen von ebenen Figuren zu einem Dreieck
27. Zusammensetzen von ebenen Figuren zu einem Rechteck

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Übersicht über die Kopiervorlagen

Kopiervorlage A
Kopiervorlage B
Kopiervorlage C
Kopiervorlage D
Kopiervorlage E
Kopiervorlage F
Kopiervorlage G

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

WV

Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Beschreiben einer Anordnung aus der Perspektive einer anderen Person	**1**

Welchen Gegenstand sieht Mats rechts neben dem Geschenk?

- Zeige und benenne ihn.

Bild 1 „Junge mit Tisch und Teller, Tasse, Geschenk und Buch“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

WV

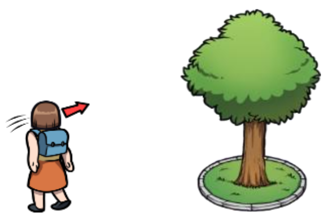
Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Erkennen der Blickrichtung	**2**

Mia schaut zum Baum.

- In welche Richtung schaut Mia?
  Kreuze an.

☐ nach links ☐ nach rechts



Nun dreht sich Mia um.

Sie schaut den Baum wieder an.

- In welche Richtung schaut Mia jetzt?
  Kreuze an.

☐ nach links ☐ nach rechts

Bild 2 „Mädchen mit Baum“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Einnehmen verschiedener Perspektiven

3

Mia sagt: „Schau mal nach links, ist das ein schöner Baum.“

Max und Mia schauen beide nach links.

Max sagt: „Ich sehe keinen Baum.“

- Warum sieht Max den Baum nicht?
  Erkläre.

Bild 3 „Mädchen und Junge mit Baum“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

WV

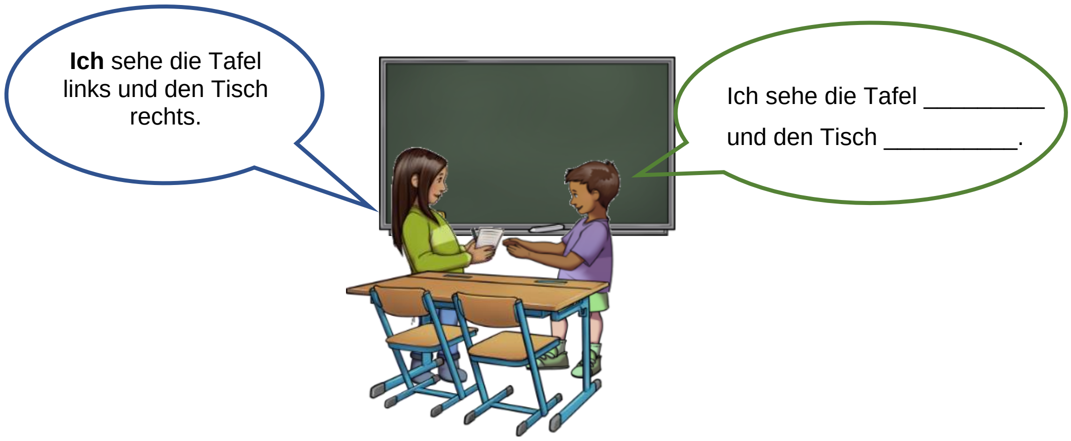
Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Beschreiben der Lage aus unterschiedlichen Perspektiven

4

Mila und Moritz stehen sich gegenüber.

- Schau dir das Bild genau an.



- Lies den Satz von Mila.
- Ergänze den Satz von Moritz.

Bild 4 „Kinder mit Tisch, Stühle und Tafel“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

WV

Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Einnehmen verschiedener Perspektiven und Beschreiben der Lage | **5**

Spiel: „Ich sehe was, was du anders siehst… .“

Die Kinder sitzen (stehen) sich gegenüber.
Ein Kind beschreibt die Lage eines Objektes aus seiner Perspektive und dann aus der Perspektive des anderen Kindes.
Dann wird gewechselt.

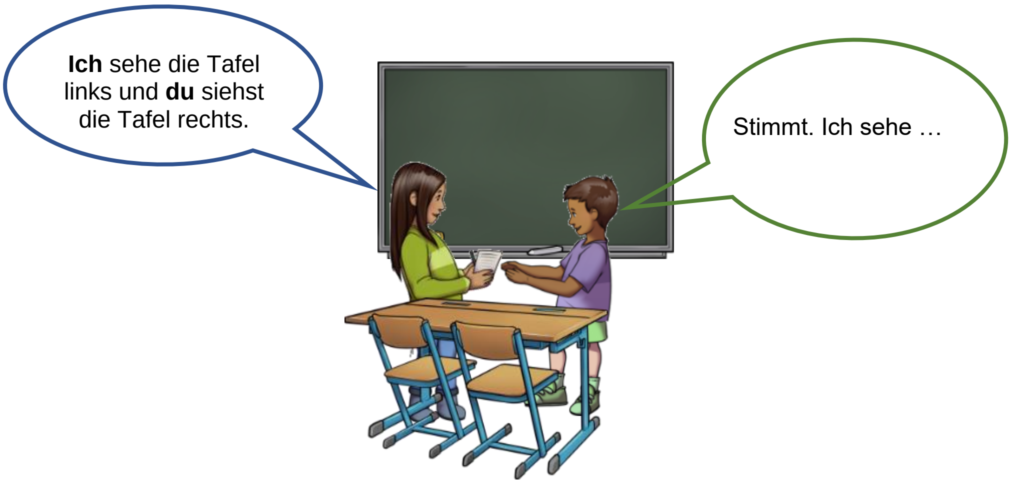


Bild 5 „Kinder mit Tisch, Stühle und Tafel“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

WV

Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

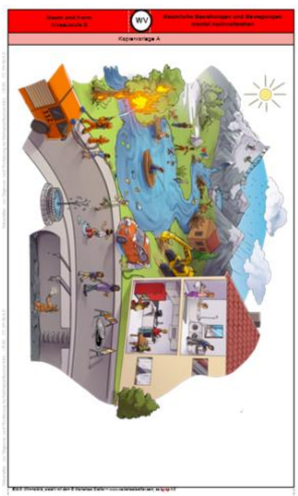
Beschreiben der Umgebung aus unterschiedlichen Perspektiven | **6**

Material: *Spielfigur, Kopiervorlage A, ggf. anderes Bild*

- Setze deine Spielfigur auf eine Person auf dem Bild.
- Beschreibe aus Sicht der Person, was du siehst.

Folgende Wortkarten können dir helfen:

hinter mir	vor mir
links	rechts



Kopiervorlage A

Bild 6 „Wimmelbild“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

WV

Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Beschreiben der Umgebung aus vorgegebener, dynamischer Perspektive	**7**

Stell dir vor, du bist das Kind auf dem Fahrrad und fährst den Weg entlang.
Was siehst du unterwegs?

- Beschreibe möglichst genau.

Auf dem … sehe ich…

Rechts sehe ich…

…

Bild 7 „Verkehrsbild", TU Dortmund, Hrsg. Primakom-Hintergrundbild. Verfügbar unter: https://primakom.dzlm.de/inhalte/raum-und-form/raumorientierung/einstieg/hintergrund, Zugriff: 07.09.2022

Raum und Form
Niveaustufe B

WV

Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Erkennen unterschiedlicher Perspektiven	**8**

Hier siehst du fünf Bilder mit verschiedenen Gegenständen.
Die Zahlen 1 bis 4 kennzeichnen verschiedene Positionen.
Aus welcher Position wurde das jeweilige Foto gemacht?

- Schreibe die Zahl in den Kreis.

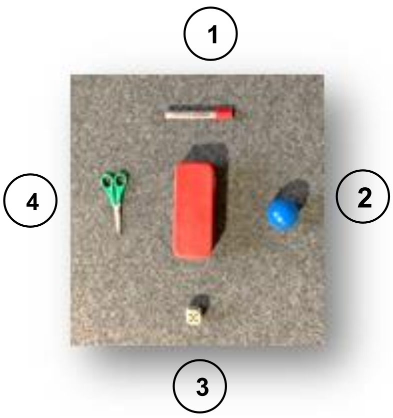
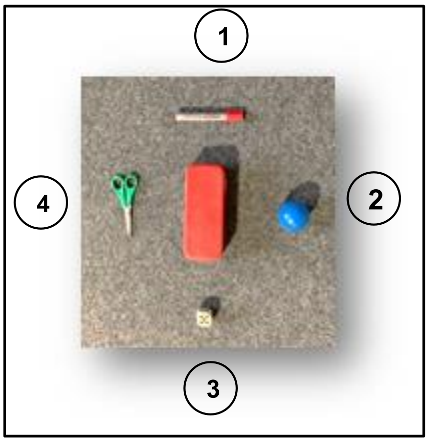


Bild 8 „Gegenstände aus unterschiedlichen Perspektiven", Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Erkennen einer fehlerhaften Perspektivaufnahme — 9

Hier siehst du fünf Bilder mit verschiedenen Gegenständen.
Die Zahlen 1 bis 4 kennzeichnen verschiedene Positionen.
Aus allen vier Positionen wurden Fotos gemacht.
Auf einem Foto sind die Gegenstände nicht richtig angeordnet.

- Zeige und begründe.



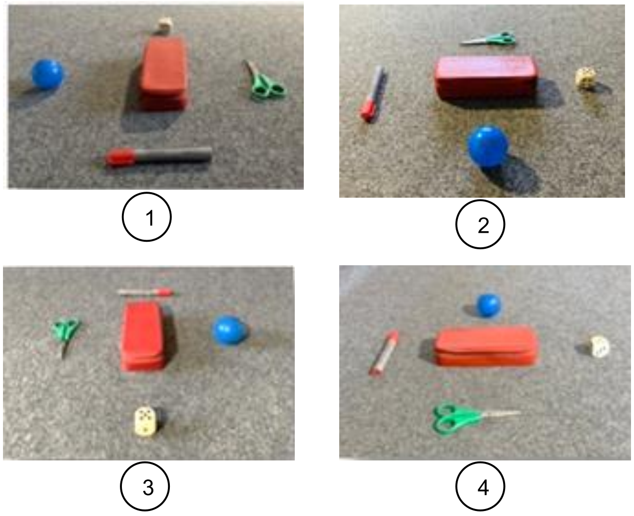


Bild 9 „Gegenstände aus unterschiedlichen Positionen", Foto LISUM , cc by sa 4.0

Zuordnen der Position zur Beschreibung der Lage — 10

Hier siehst du einen Schreibtisch, auf dem sich mehrere Gegenstände befinden.
Die Zahlen 1 bis 4 kennzeichnen die verschiedenen Positionen, um auf den Schreibtisch zu schauen.

- Von welcher Position aus wurde der Gegenstand beschrieben?
- Trage die passende Zahl in das Kästchen ein.

☐ Der Stift liegt links neben dem Buch.

☐ Das Buch liegt vor der Tasse.

☐ Das Buch liegt hinter der Tasse.

☐ Die Lampe steht ganz rechts auf dem Schreibtisch.

☐ Die Zettel liegen hinter der Lampe, aber vor dem Stift.

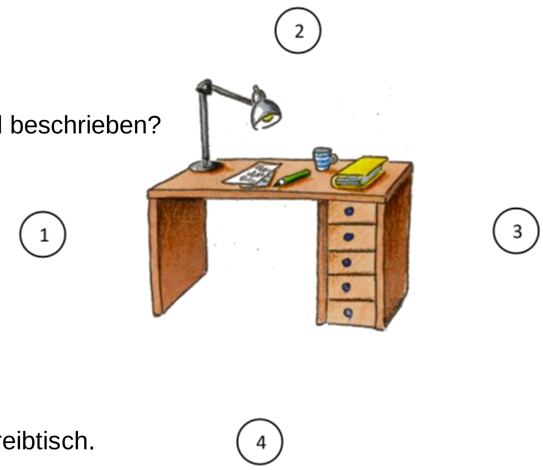
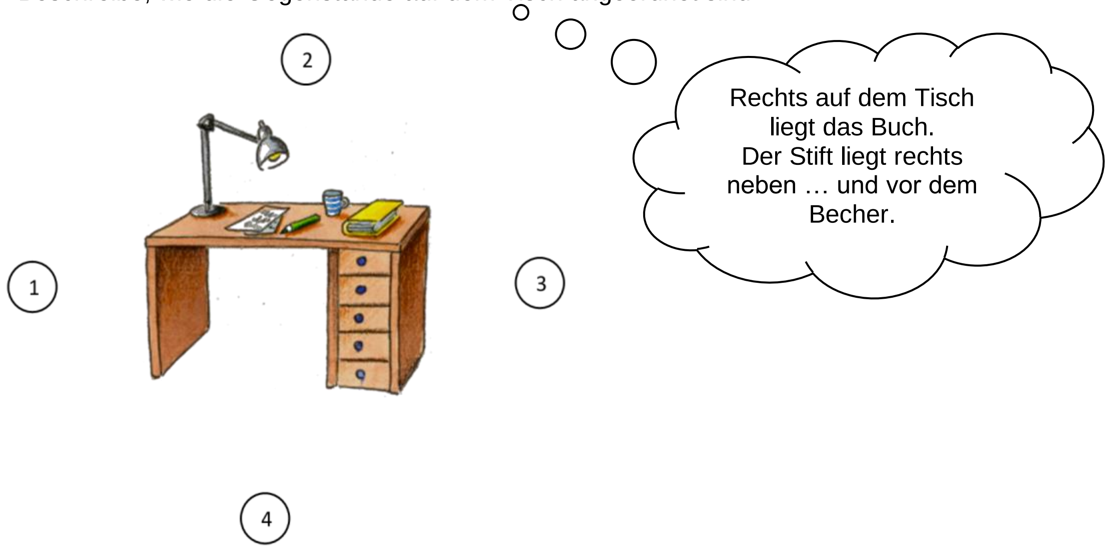


Bild 10 „Schreibtisch mit Lampe, Zettel, Stift, Tasse und Buch", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Beschreiben der Lage von Gegenständen aus unterschiedlichen Positionen	**11**

Stelle dir vor, du stehst auf der Position 4.

- Beschreibe, wie die Gegenstände auf dem Tisch angeordnet sind.



Stell dir nun vor, du stehst auf der Position 2. Wie siehst du die Dinge jetzt?

- Beschreibe.

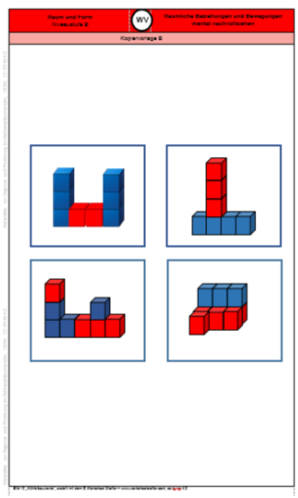
Bild 11 „Schreibtisch mit Lampe, Zettel, Stift, Tasse und Buch“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Nachbauen von Würfelbauwerken nach einem Bild	**12**

Material: *rote und blaue Würfel, Kopiervorlage B*

Die Lehrkraft zeigt ein Bild.

- Baue das Würfelbauwerk nach.
- Beschreibe, wie du vorgegangen bist. Worauf hast du geachtet?



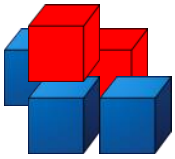
Kopiervorlage B

Bild 12 „Kopiervorlage B“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Nachbauen von Würfelbauwerken nach einer Beschreibung **13**

Material: *rote und blaue Würfel*

Die Lehrkraft beschreibt genau, wie das Würfelbauwerk aussehen soll.
Dabei geht sie schrittweise vor und wartet die Bauschritte des Kindes ab.



- Baue das Würfelbauwerk. Ich sage dir, was du legen sollst.

Beispiel 1:

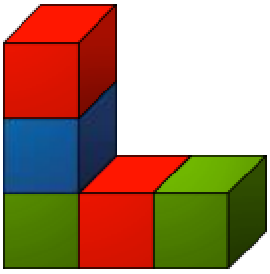
Lege drei rote Würfel nebeneinander auf den Tisch.
Lege einen blauen Würfel auf den Würfel in der Mitte.

Beispiel 2:

Lege einen roten Würfel auf den Tisch.
Lege links daneben einen blauen Würfel.
Lege auf beide Würfel jeweils einen roten Würfel.

Nachbauen und Ergänzen der Beschreibung zum Bau eines Würfelbauwerks **14**

Material: *mehrere farbige Würfel*



Elif baut mit Würfeln ein Bauwerk.

Er erzählt, was er nacheinander legt.

„Als erstes lege ich einen grünen Würfel.

Darauf lege ich einen blauen Würfel und darauf einen roten Würfel.“

Welchen Teil hat Elif schon gebaut?

- Zeige im Bild und baue den Teil nach.
- Baue das Bauwerk fertig und ergänze die Beschreibung.

Raum und Form Niveaustufe B	WV	Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Bauen von gleichen Würfelbauwerken nur nach Beschreibung	15

Material: *rote und blaue Würfel, Sichtschutz*

Zwei Kinder sitzen nebeneinander und haben gleich viele rote und blaue Würfel.
Zwischen ihnen ist ein Sichtschutz aufgestellt.

- Baue ein Würfelbauwerk.
- Beschreibe deinem Partner oder deiner Partnerin genau, was du tust.
- Dein Partner oder deine Partnerin baut dein Gebäude nach, ohne zu sehen, wie du es machst.
- Entfernt am Ende den Sichtschutz und vergleicht eure Würfelbauwerke.

Gibt es Unterschiede?

- Beschreibe, woran es liegen könnte.
- Tauscht nun die Rollen.

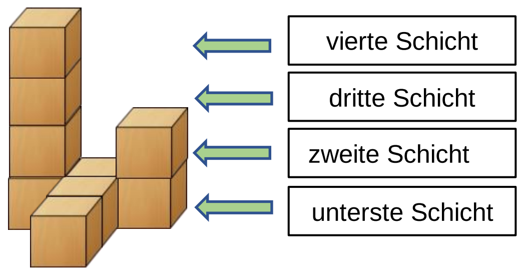
Bild 15 „Kinder mit Tisch, Würfel und Ordner“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe B	WV	Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Beschreiben der einzelnen Schichten an einem Würfelbauwerk	16

Material: *Würfel*

- Baue das Bauwerk nach.
- Zeige am Bauwerk, was Susi meint.



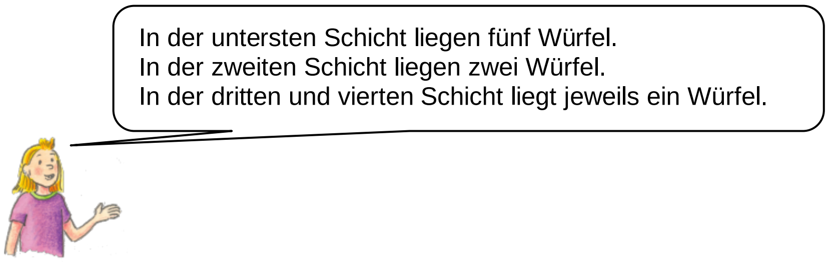


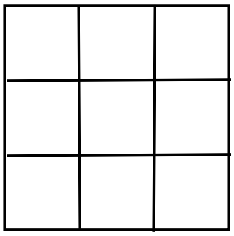
Bild 16 und 17 „Würfelbauwerk“, „Mädchen“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

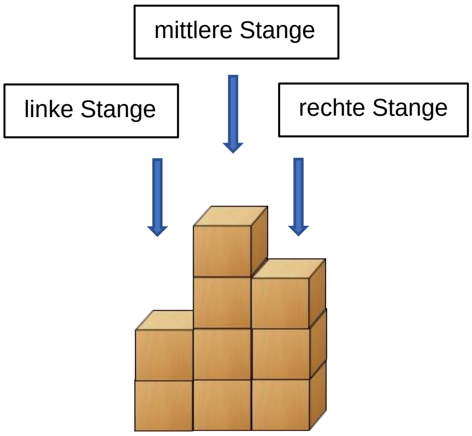
Beschreiben der einzelnen Stangen an einem Würfelbauwerk

17

Material: *Würfel*

- Baue das Bauwerk auf der Bauunterlage nach.





- Ergänze.

  Die linke Stange besteht aus ___Würfeln.

  Die mittlere Stange besteht aus __ Würfeln.

  Die rechte Stange besteht aus __ Würfeln.

Bild 18 „Würfelbauwerk", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

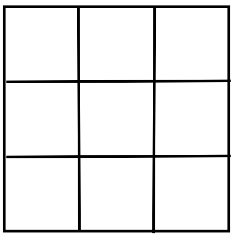
WV

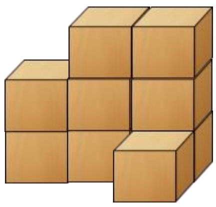
Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Ergänzen der Beschreibung eines Würfelbauwerks

18

- Baue das Bauwerk auf der Bauunterlage nach.





- Beschreibe das Bauwerk. Ergänze dafür folgende Sätze:

  Das Bauwerk besteht aus 3 Schichten und ___ Stangen.

  In der untersten Schicht liegen ___ Würfel.

  In der zweiten Schicht liegen ___ Würfel.

  In der dritten Schicht liegen ___ Würfel.

  Die linke Stange besteht aus ___ Würfeln

  Die mittlere Stange besteht aus ___ Würfeln.

  Die rechte hintere Stange besteht aus ___ Würfeln.

  Die rechte vordere Stange besteht aus ___ Würfel.

Bild 19 „Würfelbauwerk", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe B	WV	Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Beschreiben eines Würfelbauwerks	19

- Beschreibe das Bauwerk.
  Nutze die Begriffe **Schicht** und **Stange**.

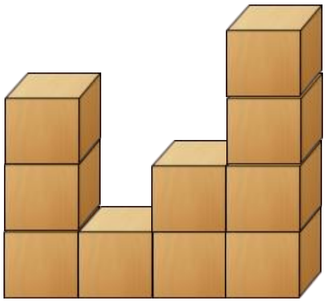


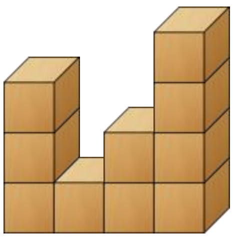
Bild 20 „Würfelbauwerk“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe B	WV	Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Vergleichen der Anzahl der Würfel in einem Würfelbauwerk mit den Zahlen im Bauplan	20

Jan möchte sich sein Würfelbauwerk merken, um es am nächsten Tag genauso wiederaufzubauen. Dazu benutzt er einen Bauplan.

3	1	2	4



- Vergleiche die Anzahl der Würfel mit den Zahlen im Bauplan.
- Beschreibe, wie du das Bauwerk nach dem Bauplan bauen würdest.

Bild 21 „Würfelbauwerk“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

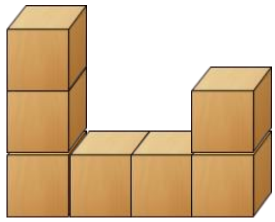
WV

Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Schreiben eines Bauplans nach einem Bild und einer Beschreibung | **21**

Material: *Würfel*

- Baue das Bauwerk nach.



Lisa beschreibt das Bauwerk:

„Ich sehe sieben Würfel. In der untersten Schicht liegen vier Würfel nebeneinander.
Die linke Stange besteht aus drei Würfeln.
Die mittleren beiden Stangen bestehen jeweils aus einem Würfel und die rechte Stange aus zwei Würfeln.“

- Zeige im Bild, was Lisa sieht.

- Schreibe einen Bauplan.

Bild 22 „Würfelbauwerk“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

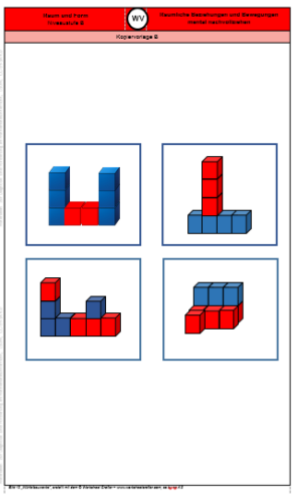
WV

Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

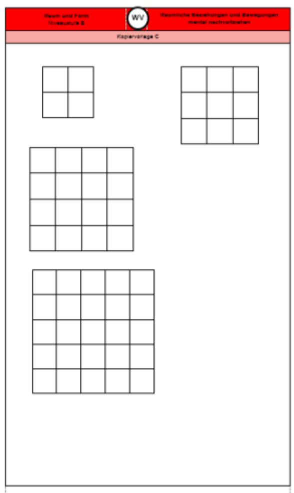
Beschreiben eines Würfelbauwerks und Schreiben eines Bauplans nach einem Bild | **22**

Material: *Kopiervorlage B (Karten mit Bauwerken sind ausgeschnitten), Kopiervorlage C*

- Nimm dir eine Karte mit einem Bauwerk.
- Beschreibe das Bauwerk auf der Karte.
- Ergänze den Bauplan.



Kopiervorlage B



Kopiervorlage C

Bild 23 „Kopiervorlage B und C“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

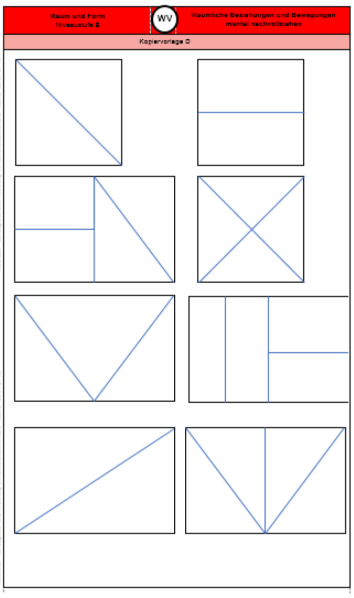
WV

Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Zusammensetzen von ebenen Figuren zum Quadrat und Rechteck | **23**

***Material**: 2x Kopiervorlage D (Lehrer zerschneidet Vierecke einer Kopiervorlage vorher)*

- Lege die Teile mithilfe der Vorlage wieder zu Vierecken zusammen.



Kopiervorlage D

Bild 24 „Kopiervorlage D“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 2016, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

WV

Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Beschreiben der Teile eines Tangrams | **24**

Hier siehst du ein Tangram.

- Aus wie vielen ebenen Figuren besteht es?
- Benenne die ebenen Figuren.

Das **Tangram** ist ein **Legespiel,** das vor über 2000 Jahren in China entstanden sein soll. Es besteht aus insgesamt sieben Teilen, weshalb es auch „Siebenschlau“ genannt wird. Aufgabe ist es, mit einzelnen oder allen Puzzle-Teilen bestimmte Fantasiefiguren zu legen oder gegebene Figuren mit den Teilen auszulegen.

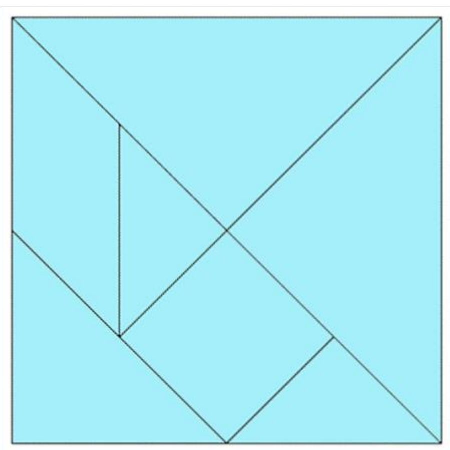


Bild 25 „Tangram“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

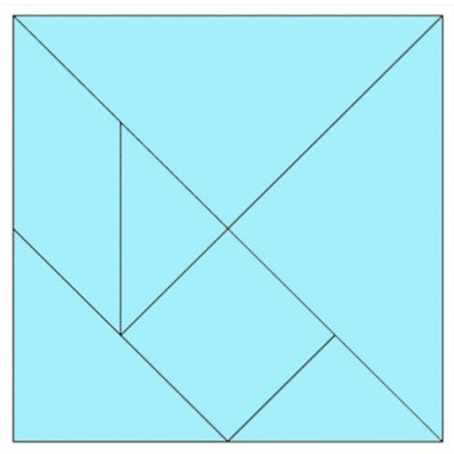
WV

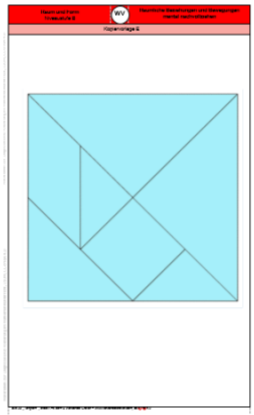
Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Zerschneiden und Zusammensetzen der Teile eines Tangrams | **25**

Material: *Kopiervorlage E*

- Zerschneide das Tangram und lege es mithilfe der Vorlage wieder zusammen.
- Versuche es auch ohne Vorlage zusammenzulegen.





Kopiervorlage E

Bild 26 und 27 „Tangram“, „Kopiervorlage E“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe B

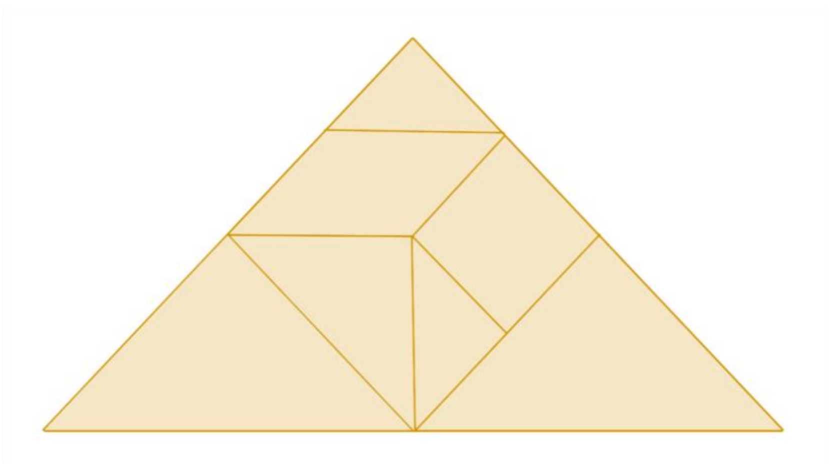
WV

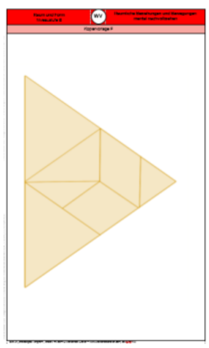
Räumliche Beziehungen und Bewegungen mental nachvollziehen

Zusammensetzen von ebenen Figuren zu einem Dreieck | **26**

Material: *Kopiervorlage F*

- Zerschneide das Dreieck auf der Kopiervorlage.
- Lege die Teile mithilfe der Vorlage wieder zu einem Dreieck zusammen.





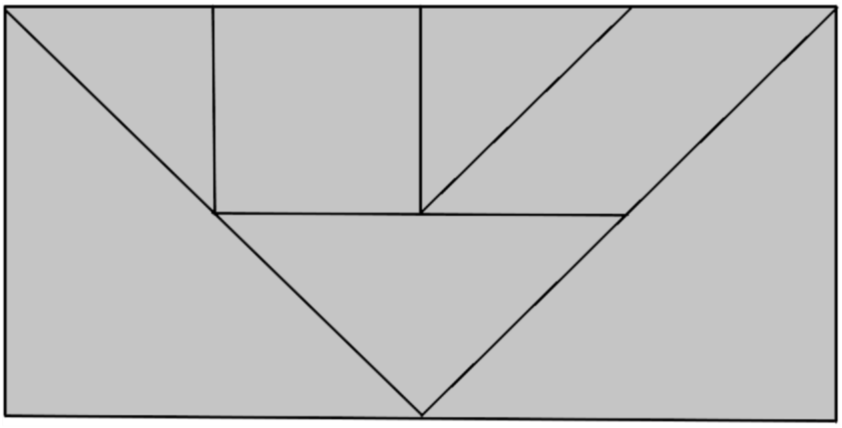
Kopiervorlage F

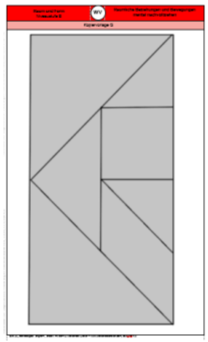
Bild 28 und 29 „dreieckiges Tangram“, „Kopiervorlage F“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Zusammensetzen von ebenen Figuren zu einem Rechteck

Material: *Kopiervorlage G*

- Zerschneide das Rechteck auf der Kopiervorlage.
- Lege die Teile mithilfe der Vorlage wieder zu einem Rechteck zusammen.





Kopiervorlage G

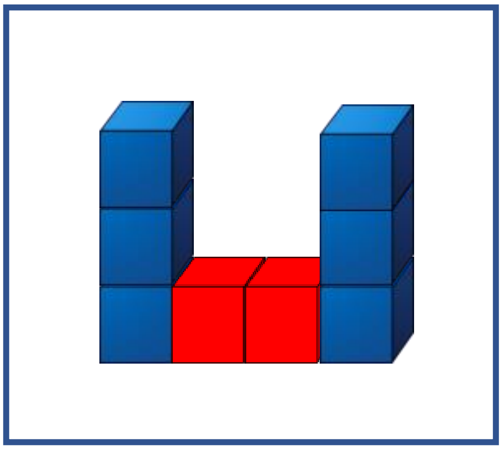
Bild 30 und 31 „rechteckiges Tangram“, „Kopiervorlage G“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

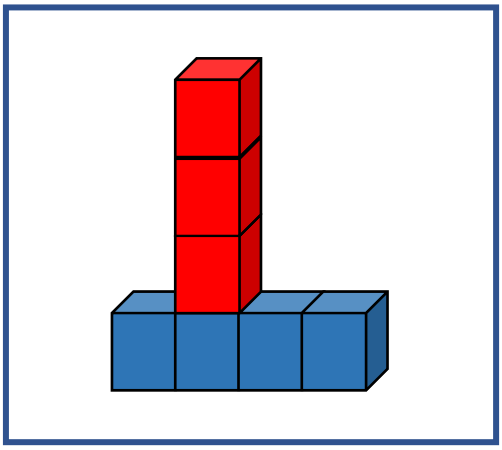
Kopiervorlage A

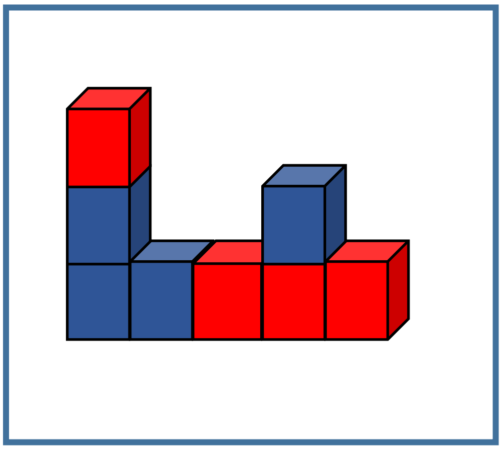
Bild 6: Wimmelbild, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

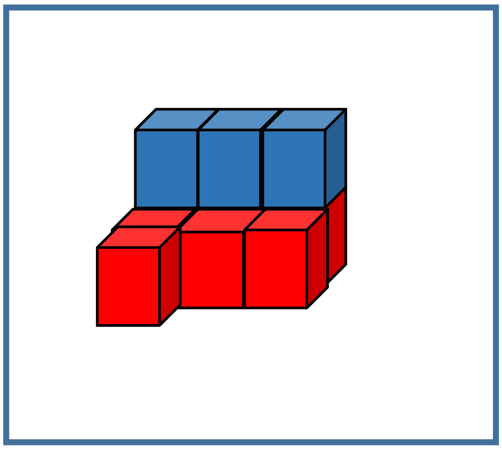
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage B

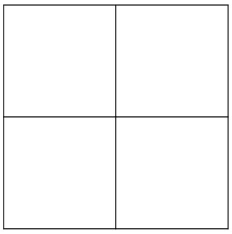


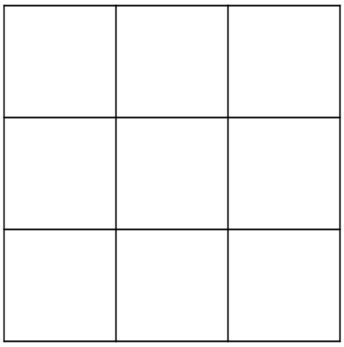


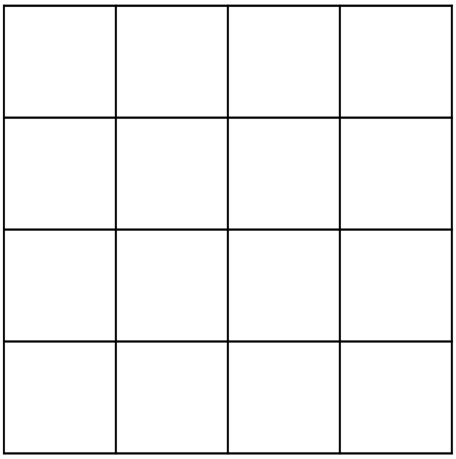


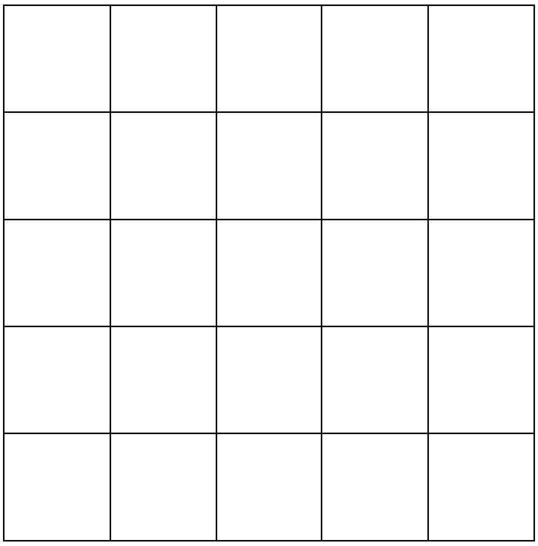


Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0



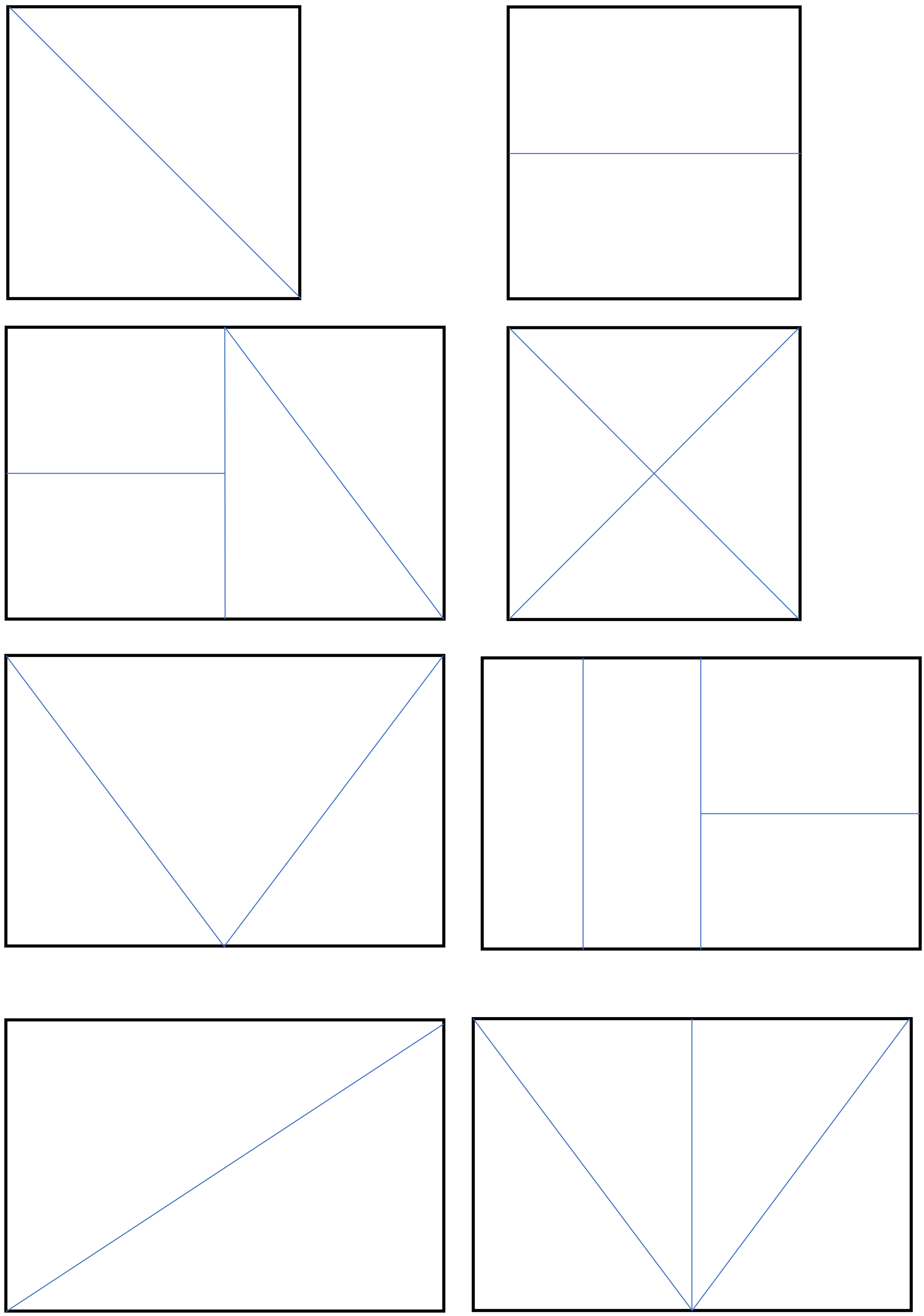






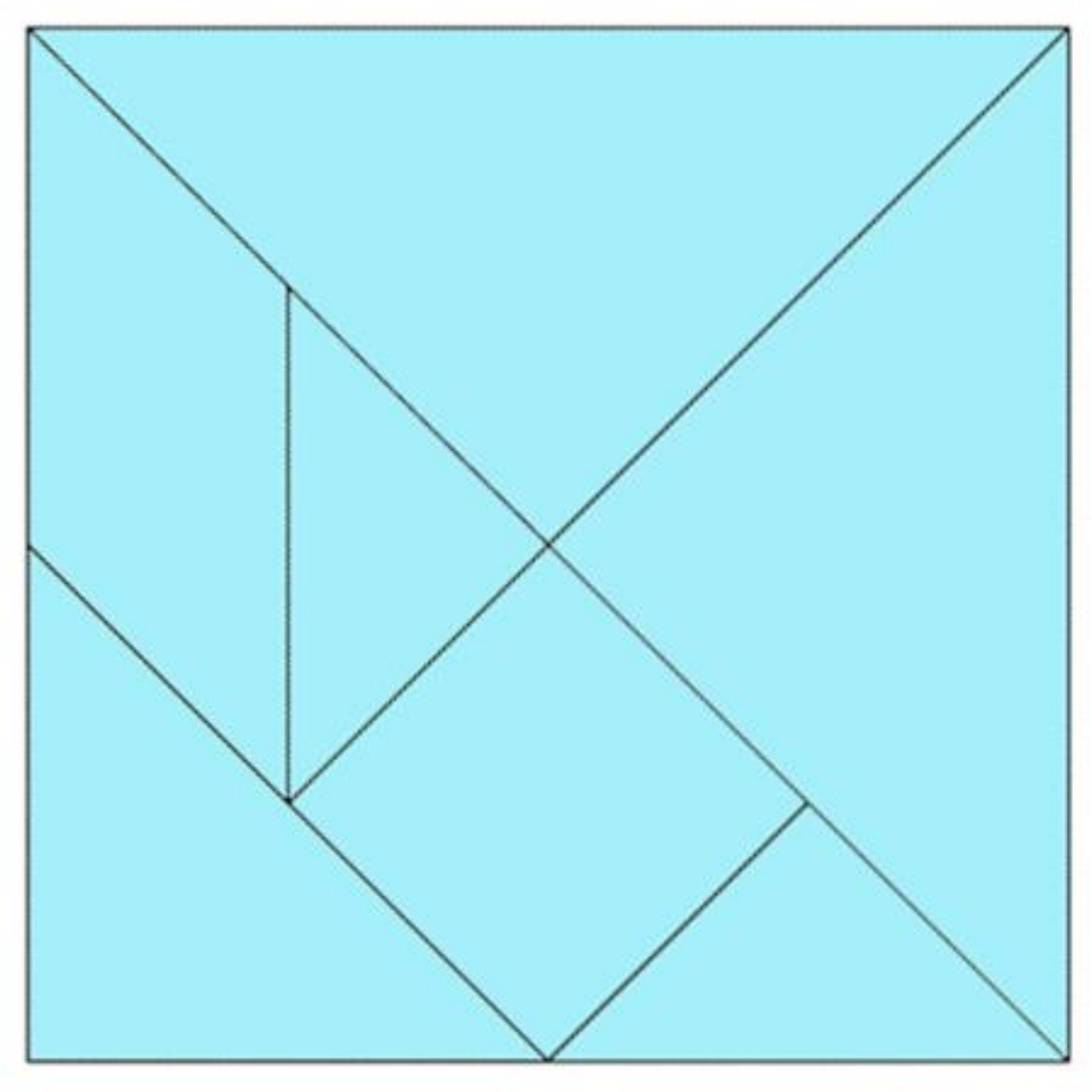
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage D



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage E



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Bild 27 „Tangram", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Kopiervorlage F

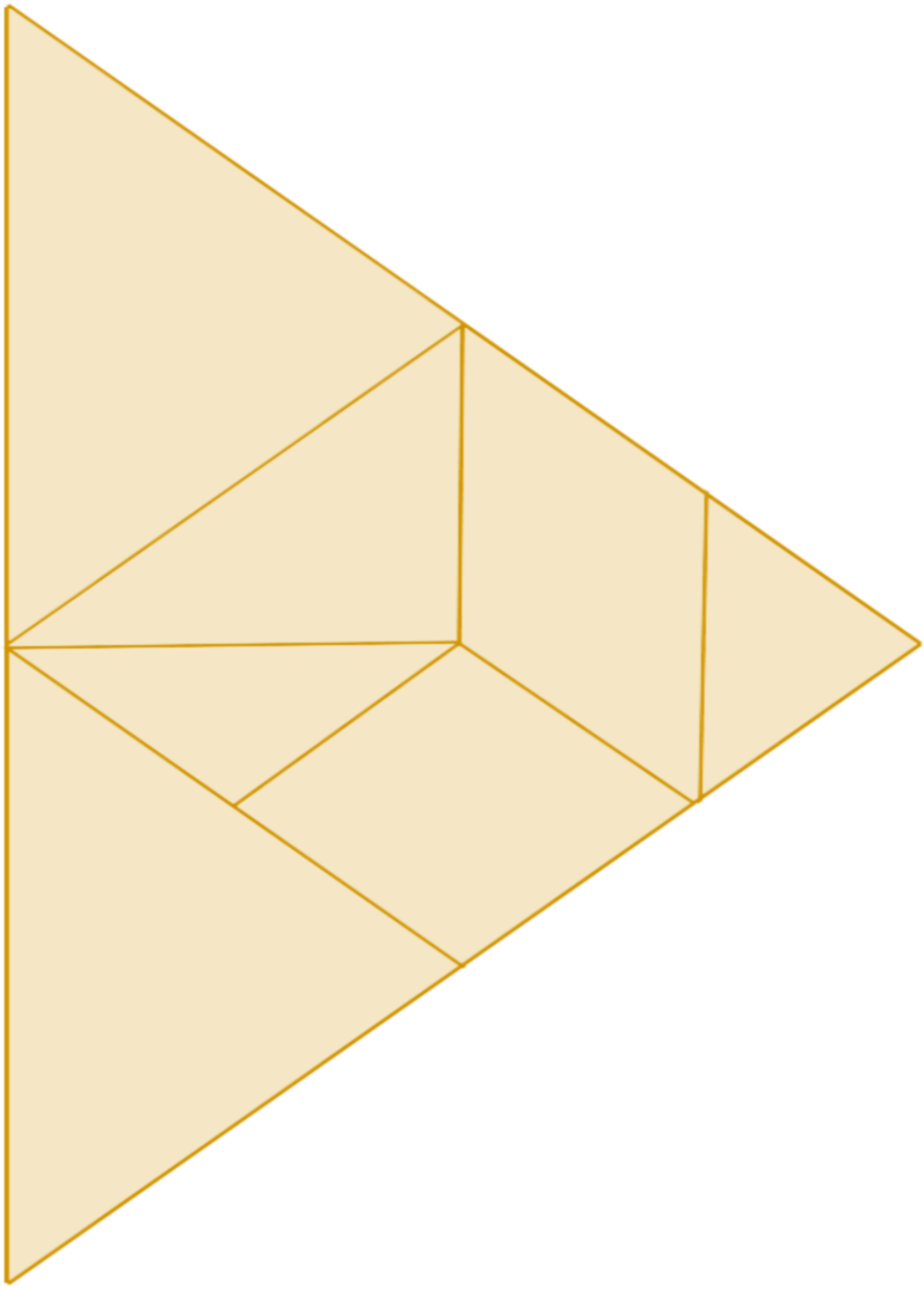


Bild 29 „dreieckiges Tangram“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage G

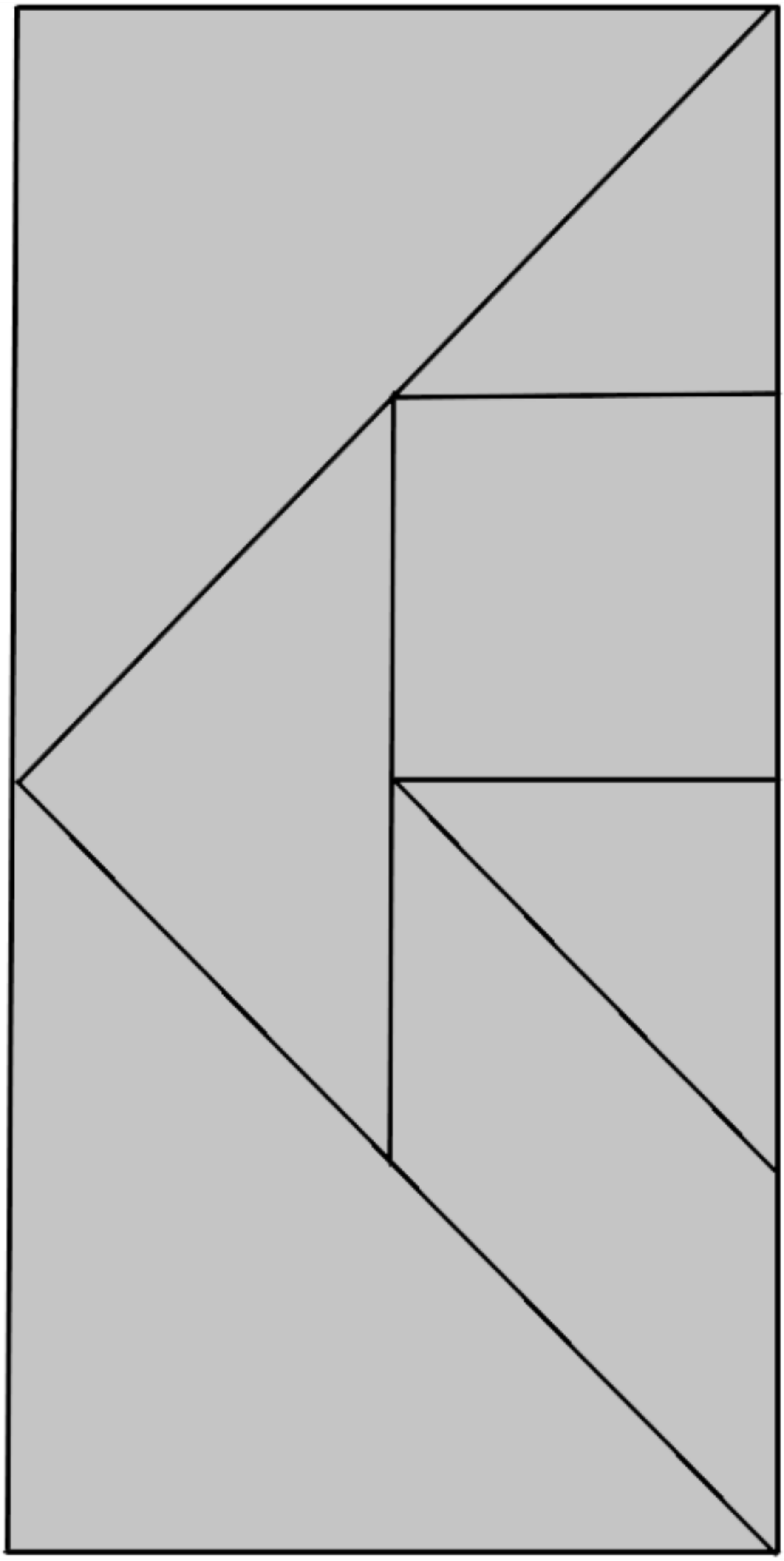
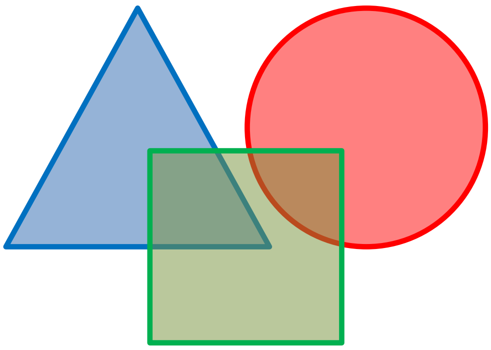


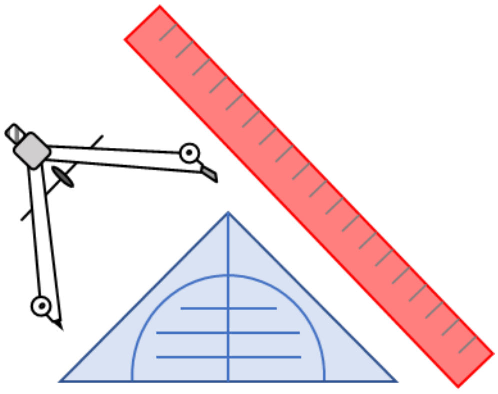
Bild 31 „rechteckiges Tangram", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Förderaufgaben für die Grundschule

Niveaustufe C





Darum geht es

„Geometrische Begriffe beschreiben die Einteilung ebener und räumlicher Objekte. „Wir sprechen von einem Begriff, wenn damit nicht nur ein einzelner Gegenstand [...] bezeichnet wird, sondern eine Kategorie, eine Klasse assoziiert wird, in die der konkrete Gegenstand einzuordnen ist." (Franke, 2001, S. 72). Im geometrischen Kontext können Objekte, Eigenschaften und Relationen in Begriffsklassen beschrieben werden. Hierbei sind

- *Objektbegriffe z. B. Viereck, Dreieck, Quadrat, Würfel,*
- *Eigenschaftsbegriffe z. B. quadratisch, rund, rechtwinklig, parallel,*
- *Relationsbegriffe z. B. gleich lang, senkrecht auf, parallel zu.*

Charakteristisch für die Begriffsbildung ist die Organisation der Begriffe in hierarchische Beziehungen (Breidenbach, 1964).

Das Begriffsverständnis kann in Stufen unterteilt werden (Franke & Reinhold, 2016, S. 130; Weigand, 2014, S. 120):

- *Intuitives Begriffsverständnis: Orientierung an Prototypen, Beispiele und Gegenbeispiele können intuitiv identifiziert werden.*
- *Inhaltliches Begriffsverständnis: Eigenschaften und Beziehungen werden zur Identifikation, Beschreibung und Konstruktion genutzt.*
- *Integriertes Begriffsverständnis: Beziehungen zwischen Begriffen werden hergestellt, es entsteht ein Begriffsnetz, Ober- und Unter- und nebengeordnete Begriffe können am konkreten Beispiel in Beziehung gesetzt werden (Beispiel: „Haus der Vierecke").*
- *Formales Begriffsverständnis: Begriffsklärung über formale Definitionen, Repräsentanten müssen zur Identifikation von Zusammenhängen und Beziehungen nicht mehr vorliegen.*

Auf der Niveaustufe C wird im Bereich „Geometrische Körper und Figuren" und im Bereich „Symmetrien" ein inhaltliches Begriffsverständnis erwartet. Auch die grundlegenden Eigenschaftsbegriffe sollten auf diesem Niveau verstanden sein.

Ohne ein Begriffsverständnis ist eine Kommunikation über geometrische Objekte nicht zielführend (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 176). Auch sind zahlreiche Begriffe grundlegend für die Begriffsbildung weiterer geometrischer Objekte. Insbesondere werden Körper und Figuren häufig durch die Eigenschaften und Beziehungen ihrer Begrenzungsflächen und –seiten beschrieben." (LISUM, 2019. Handbuch ILeA plus, cc by nd 4.0, S. 133)

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Vergleichen von Linien
2. Bezeichnen von Geraden
3. Beschreiben und Überprüfen der Lage von Punkten
4. Zuordnen von Beschreibungen zu Abbildungen (Gerade, Strahl, Strecke)
5. Ergänzen der Bezeichnungen von Strecken
6. Zeigen von Strecken und Strahlen und Verorten von Punkten
7. Überprüfen von Aussagen (Gerade, Strecke, Strahl)
8. Benennen von Objekten
9. Überprüfen der Sortierung nach ebene Figuren und Körper
10. Unterscheiden ebener Figuren und Körper
11. Zeigen verschiedener Abbildungen von Kugel, Würfel, Quader
12. Erkennen besonderer Quader (Würfel)
13. Erkennen des Zusammenhangs von Ecken- und Seitenanzahl bei ebenen Figuren
14. Bestimmen von Ecken- und Kantenanzahl bei Körpern
15. Zeigen rechter Winkel am Geodreieck
16. Beschreiben des Vorgehens beim Überprüfen rechter Winkel mit dem Geodreieck (a)
17. Beschreiben des Vorgehens beim Überprüfen rechter Winkel mit dem Geodreieck (b)
18. Erklären des Symbols ⊥ und Kennzeichnen des rechten Winkels
19. Erkennen von zueinander senkrecht liegenden Geraden
20. Finden von senkrecht aufeinander stehenden Seiten in ebenen Figuren
21. Finden von zueinander senkrechter Strecken oder Kanten im Raum
22. Zeigen von senkrecht aufeinander stehenden Kanten an Abbildungen und Körpern
23. Überprüfen des Vorgehens beim Zeichnen senkrechter Geraden
24. Zeichnen einer Senkrechten mit dem Geodreieck
25. Zeichnen einer Senkrechten durch einen Punkt mit dem Geodreieck
26. Erklären des Abstands zweier paralleler Geraden
27. Erzeugen paralleler Linien durch Falten
28. Zeichnen und Messen des Abstands paralleler Geraden
29. Markieren paralleler Linien im Geodreieck
30. Beschreiben des Vorgehens beim Überprüfen paralleler Geraden mit dem Geodreieck
31. Finden von parallelen Geraden mit dem Geodreieck
32. Überprüfen des Vorgehens beim Zeichnen paralleler Geraden

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

33. Zeichnen paralleler Geraden mit dem Geodreieck
34. Zeichnen einer parallelen Geraden durch einen Punkt mit dem Geodreieck
35. Kennzeichnen paralleler Geraden in ebenen Figuren
36. Finden und Überprüfen paralleler Strecken und Kanten im Raum
37. Zeigen paralleler Kanten an Körpern und Abbildungen
38. Untersuchen von Vierecken
39. Markieren paralleler Seiten an Vierecken
40. Erkennen von Trapezen
41. Erkennen besonderer Trapeze
42. Finden von Fehlern beim Spannen von Trapezen am Geobrett
43. Spannen von Trapezen am Geobrett
44. Legen von Trapezen mit Stäbchen
45. Ergänzen zu Trapezen (a)
46. Ergänzen zu Trapezen (b)
47. Ergänzen zu Trapezen (c)
48. Ergänzen zu Trapezen (d)
49. Ergänzen zu Trapezen (e)
50. Finden von Gemeinsamkeiten und Unterschieden bei Vierecken
51. Markieren paralleler Seiten an Vierecken
52. Zeigen und Beschreiben von Parallelogrammen
53. Finden von Fehlern beim Spannen von Parallelogrammen am Geobrett
54. Spannen von Parallelogrammen am Geobrett
55. Legen von Parallelogrammen mit Stäbchen
56. Ergänzen zu Parallelogrammen (a)
57. Ergänzen zu Parallelogrammen (b)
58. Ergänzen zu Parallelogrammen (c)
59. Ergänzen zu Parallelogrammen (d)
60. Umspannen von Parallelogrammen am Geobrett
61. Erkennen besonderer Parallelogramme
62. Erkennen von Gemeinsamkeiten besonderer Parallelogramme
63. Erkennen von Parallelogrammen mit vier gleich langen Seiten
64. Erkennen von Rauten
65. Überprüfen von Aussagen zum Quadrat (a)
66. Überprüfen von Aussagen zum Parallelogramm
67. Falten eines Notizzettels und Kennzeichnen von Diagonalen im Viereck
68. Zeichnen von Diagonalen im Viereck
69. Überprüfen von Aussagen zum Drachenviereck
70. Zeigen von Drachenvierecken
71. Finden von Fehlern beim Spannen von Drachenvierecken am Geobrett
72. Spannen von Drachenvierecken am Geobrett
73. Überprüfen von Aussagen zum Quadrat (b)
74. Überprüfen von Aussagen zu einer Raute
75. Finden passender Aussagen zu einzelnen Vierecken
76. Zuordnen von Aussagen zu verschiedenen Vierecken
77. Sortieren und Systematisieren von Vierecken (a)
78. Systematisieren von Vierecksarten und Überprüfen von Aussagen zu Vierecken (a)
79. Sortieren und Systematisieren von Vierecken (b)
80. Systematisieren von Vierecksarten und Überprüfen von Aussagen zu Vierecken (b)
81. Überprüfen von Aussagen zu Vierecken
82. Einzeichnen von Diagonalen und Zuordnen von Aussagen über Diagonalen zu Vierecken
83. Erkennen von Kreisen
84. Finden von Kreisen in der Umgebung
85. Zeichnen von Kreisen mit unterschiedlichen Gegenständen
86. Zeichnen eines Kreises mit Kreide
87. Zuordnen von Aussagen über den Kreis zum Bild
88. Herstellen des Mittelpunktes durch Falten
89. Beschreiben der Lage von Punkten und Bestimmen des Mittelpunktes
90. Beschreiben der Lage von Punkten
91. Herstellen des Durchmessers eines Kreises durch Falten
92. Finden von Fehlern beim Falten und Beschreiben des Durchmessers
93. Vergleichen der Durchmesserlänge mit der Länge der Strecke vom Mittelpunkt zur Kreislinie
94. Beschreiben der Strecke vom Mittelpunkt des Kreises zur Kreislinie als Radius
95. Einzeichnen von Radien in den Kreis

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

96. Zuordnen von Begriffen zum Kreis
97. Erkennen der Beziehung zwischen Zirkelspanne und Radius
98. Zeichnen von Kreisen mit dem Zirkel
99. Finden von Fehlern beim Zeichnen von Kreisen
100. Zuordnen des passenden Maßes zum Kreis
101. Beschreiben des Vorgehens beim Zeichnen von Kreisen mit dem Zirkel

Übersicht über die Kopiervorlagen

Kopiervorlage A
Kopiervorlage B
Kopiervorlage C
Kopiervorlage D
Kopiervorlage E

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

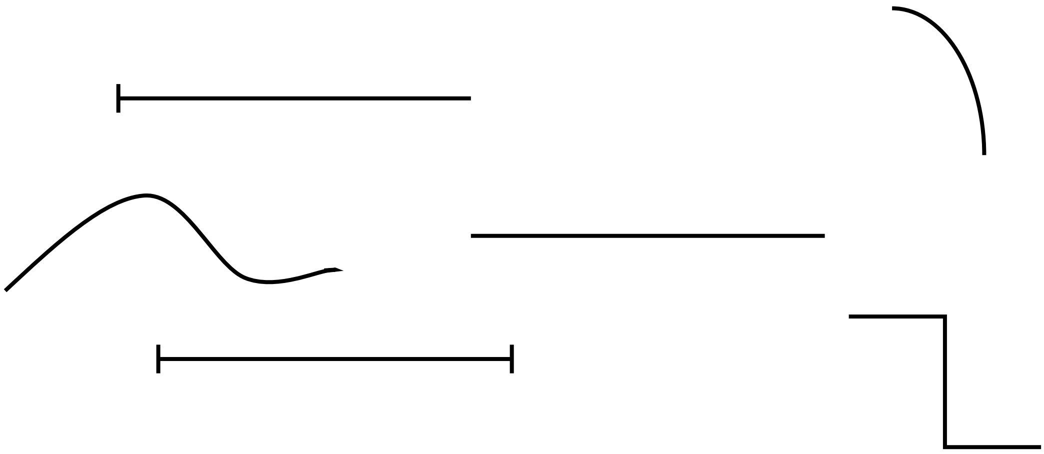
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Vergleichen von Linien | **1**

Hier siehst du Linien.
Welche Unterschiede erkennst du?

- Beschreibe.



Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

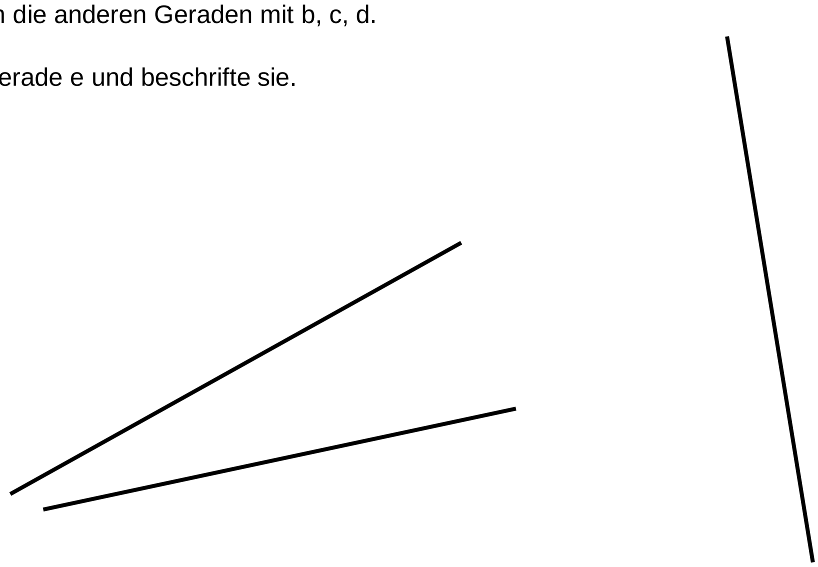
Bezeichnen von Geraden | **2**

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Hier sind Geraden dargestellt.
Geraden werden mit kleinen Buchstaben bezeichnet.
Das ist die Gerade a.

a

- Bezeichne auch die anderen Geraden mit b, c, d.
- Zeichne eine Gerade e und beschrifte sie.



Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Beschreiben und Überprüfen der Lage von Punkten | **3**

Überprüfe die Aussagen.

Tipp: Geraden kann man verlängern, weil sie keinen Anfang und kein Ende haben.

Der Punkt A liegt auf der Geraden a.

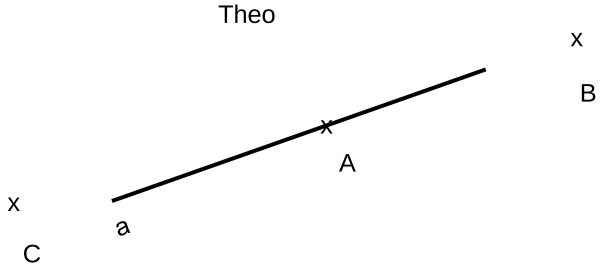
Der Punkt B liegt nicht auf der Geraden a.

Der Punkt C liegt nicht auf der Geraden a.


Nina


Theo


Lukas



- Beschreibe dein Vorgehen.
- Wer hat Recht?

Raum und Form
Niveaustufe C

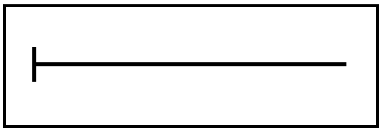
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

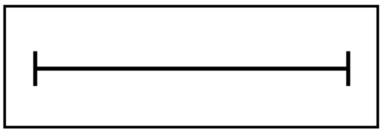
Zuordnen von Beschreibungen zu Abbildungen (Gerade, Strahl, Strecke) | **4**

- Verbinde jede Beschreibung mit dem passenden Bild.

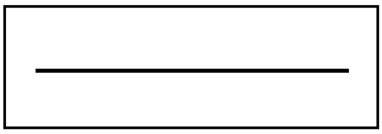
Eine gerade Linie, die keinen Anfangspunkt und keinen Endpunkt hat, heißt **Gerade**.



Eine gerade Linie, die einen Anfangspunkt aber keinen Endpunkt hat, heißt **Strahl.**



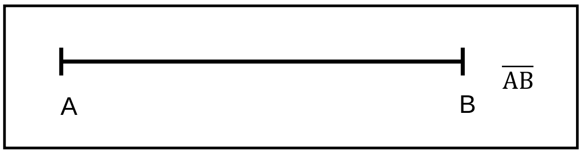
Eine gerade Linie, die einen Anfangspunkt und einen Endpunkt hat, heißt **Strecke.**



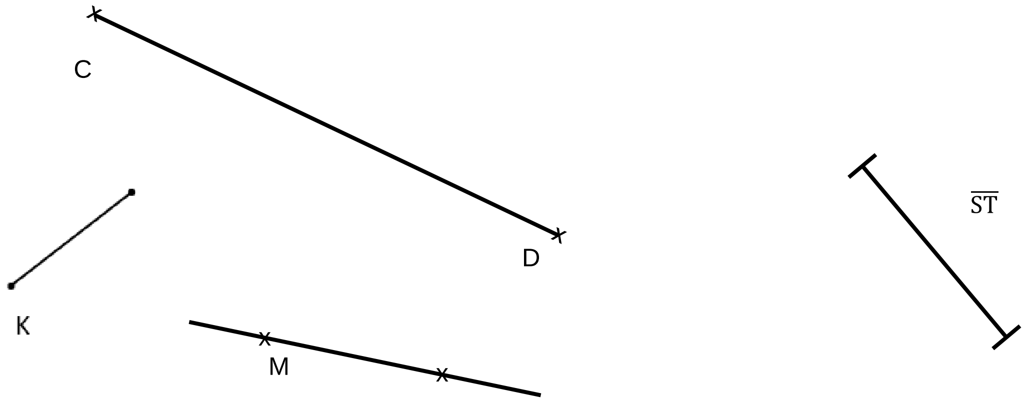
Raum und Form Niveaustufe C	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen
Ergänzen der Bezeichnungen von Strecken		5

Die Anfangs- und Endpunkte der Strecken werden mit großen Buchstaben bezeichnet.

Man schreibt auch Strecke $\overline{AB}$.

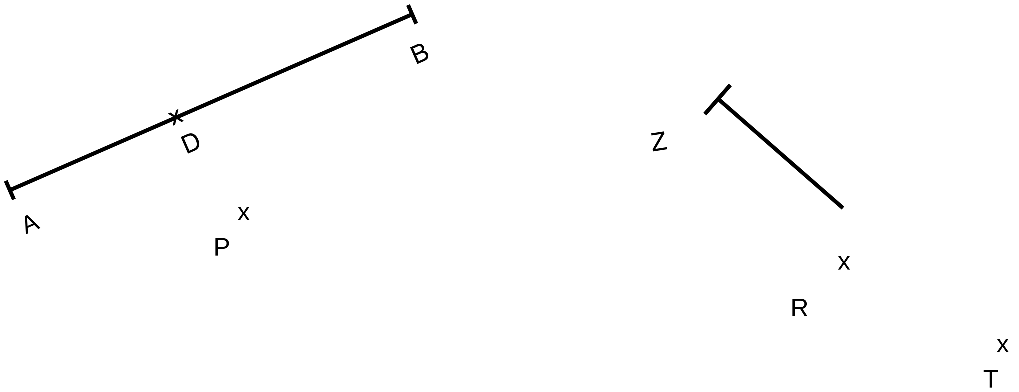


- Ergänze die fehlenden Bezeichnungen.



Raum und Form Niveaustufe C	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen
Zeigen von Strecken und Strahlen und Verorten von Punkten		6

- Zeige die Strecke $\overline{AB}$, den Strahl Z und den Punkt P.
- Zeichne durch den Punkt P eine Gerade.
- Welcher Punkt liegt auf der Strecke $\overline{AB}$?
- Verlängere den Strahl Z. Welcher Punkt liegt auf dem Strahl Z?



Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Überprüfen von Aussagen (Gerade, Strecke, Strahl)	**7**

Warum sind die Aussagen falsch?

- Begründe.

Alle geraden Linien sind Strecken.

Die Kanten eines Würfels sind gerade, also sind die Kanten auch Geraden.

Eine Gerade ist 4 cm lang.

Die Seiten eines Quadrates sind Strahlen.

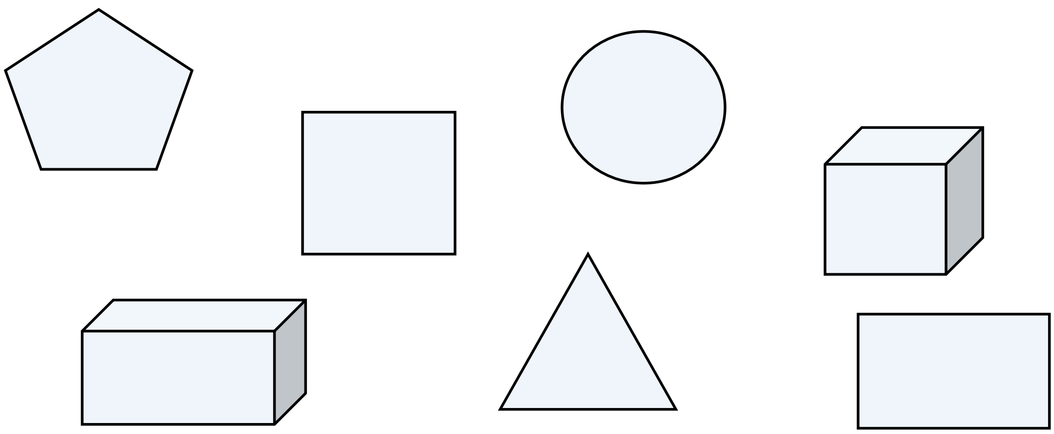
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Benennen von Objekten	**8**

- Benenne die dargestellten Objekte so genau wie möglich.

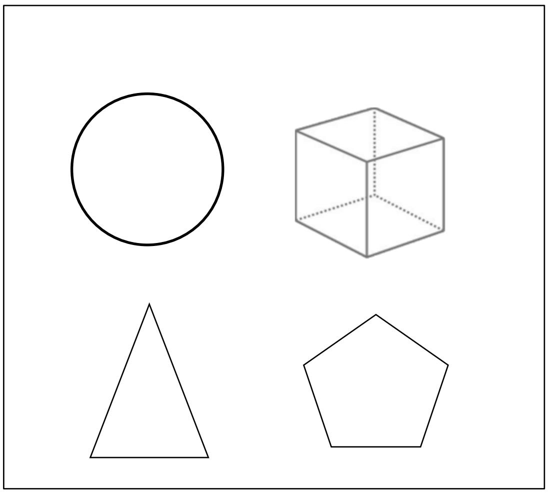


Überprüfen der Sortierung nach ebene Figuren und Körper	**9**

Welche Objekte sind falsch zugeordnet?

- Streiche sie durch.
- Begründe deine Entscheidung.

Ebene Figuren	**Körper**



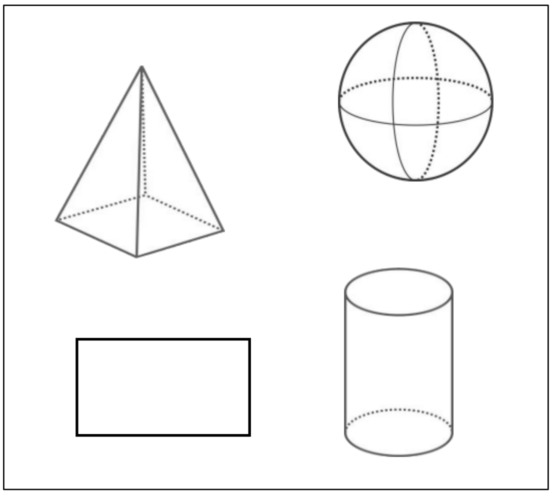


Bild 4 und 5 „ geometrische Objekte 1“, „geometrische Objekte 2“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Unterscheiden ebener Figuren und Körper	**10**

- Umkreise die Bilder ebener Figuren grün und die Bilder von Körpern rot.
- Woran hast du die ebenen Figuren erkannt? Beschreibe.
- Woran hast du die Körper erkannt? Beschreibe.

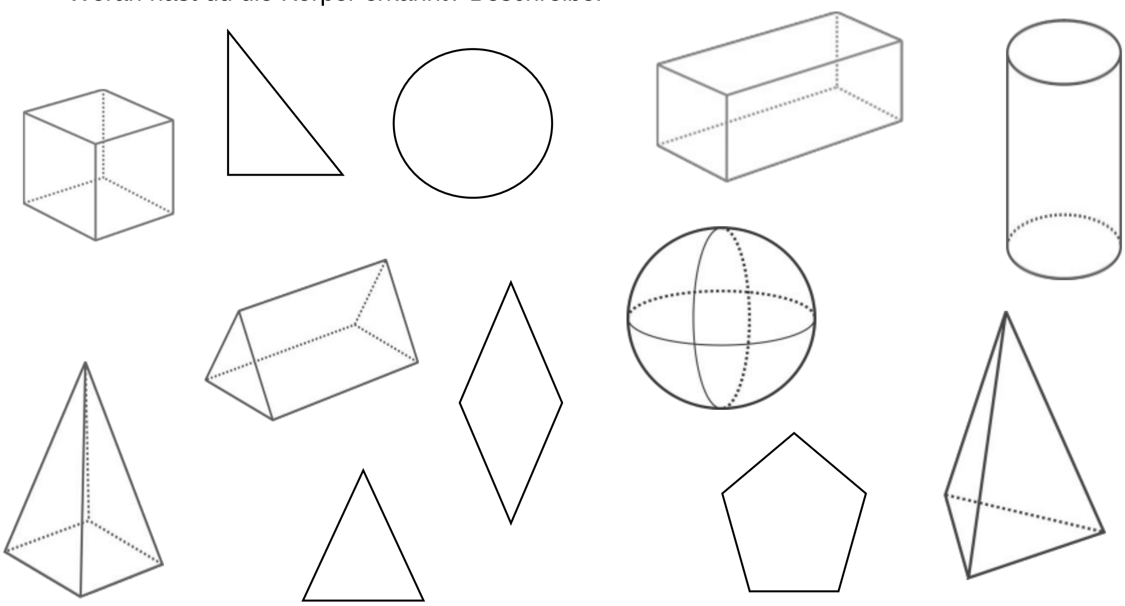


Bild 6 „geometrische Objekte“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zeigen verschiedener Abbildungen von Kugel, Würfel, Quader | **11**

- Zeige alle Abbildungen von Kugeln.
- Zeige alle Abbildungen von Würfeln.
- Zeige alle Abbildungen von Quadern.

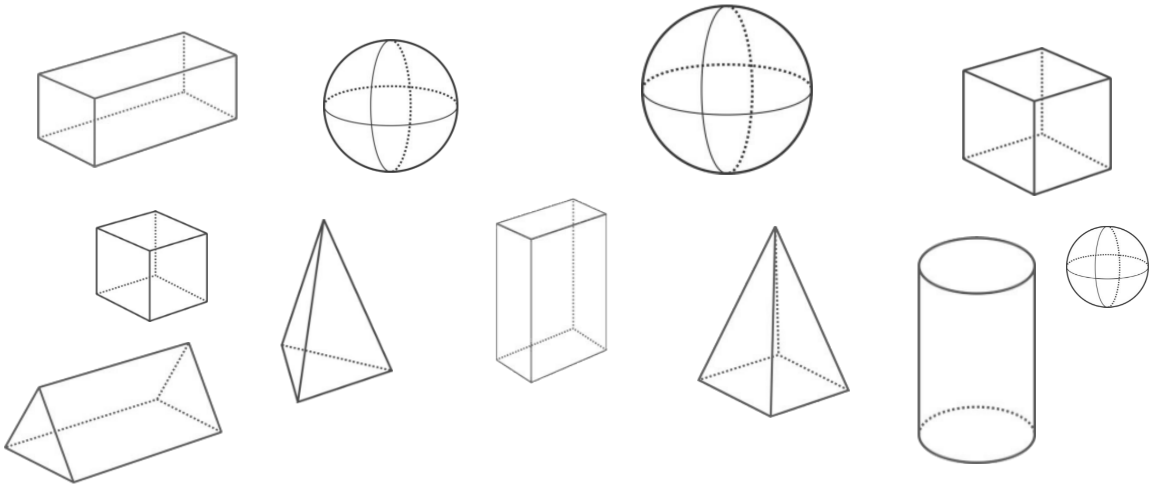


Bild 7 „Körper“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen besonderer Quader (Würfel) | **12**

Toni sollte alle Abbildungen von Quadern rot einrahmen.
Fiete sagt: „Toni hat einen Quader vergessen.“
Welchen Körper meint Fiete?

- Begründe.

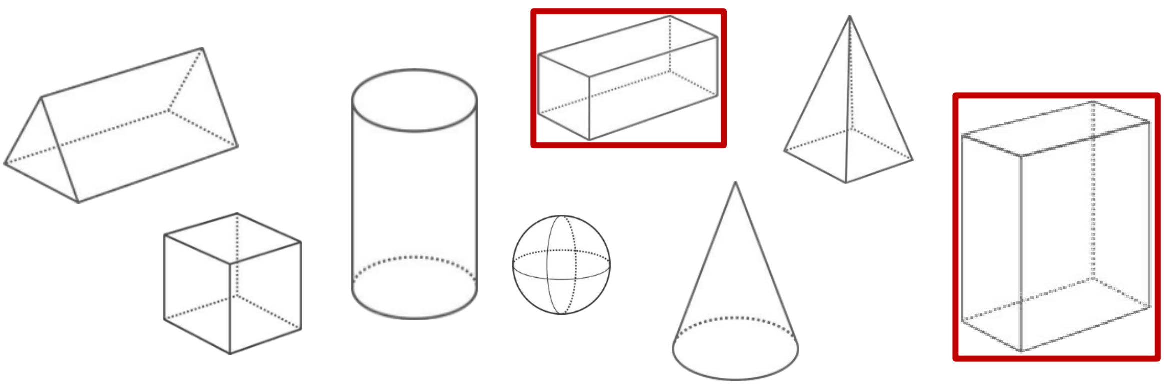


Bild 8 „Körper“, LISUM, 2022, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

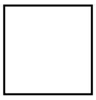
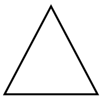
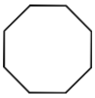
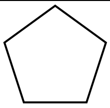
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen des Zusammenhangs von Ecken- und Seitenanzahl bei ebenen Figuren	**13**

- Trage zu jeder ebenen Figur die Anzahl der Ecken und die Anzahl der Seiten ein.
  Was stellst du fest?

	Ecken	**Seiten**
		
		
		
		
		

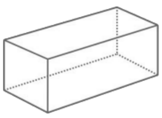
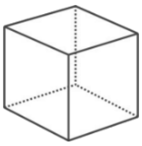
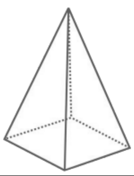
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

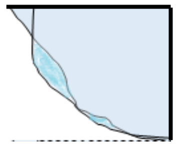
Bestimmen von Ecken- und Kantenanzahl bei Körpern	**14**

- Trage zu jedem Körper die Anzahl der Ecken und die Anzahl der Kanten ein.
  Was stellst du fest?

	Ecken	**Kanten**
		
		
		

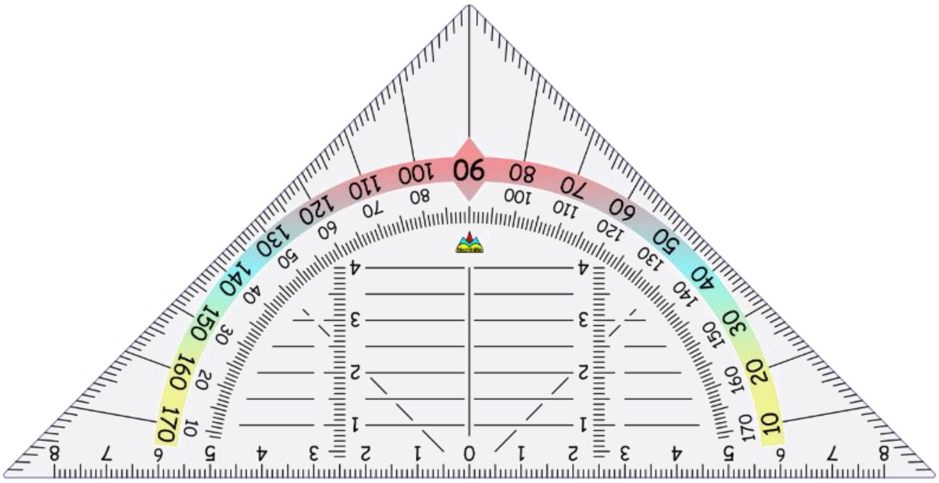
Zeigen rechter Winkel am Geodreieck	**15**

Material: *Geodreieck*, *Faltwinkel (aus Stufe B)*



Du findest am Geodreieck an verschiedenen Stellen rechte Winkel.

- Zeige und überprüfe mit dem Faltwinkel.



Raum und Form
Niveaustufe C

BE

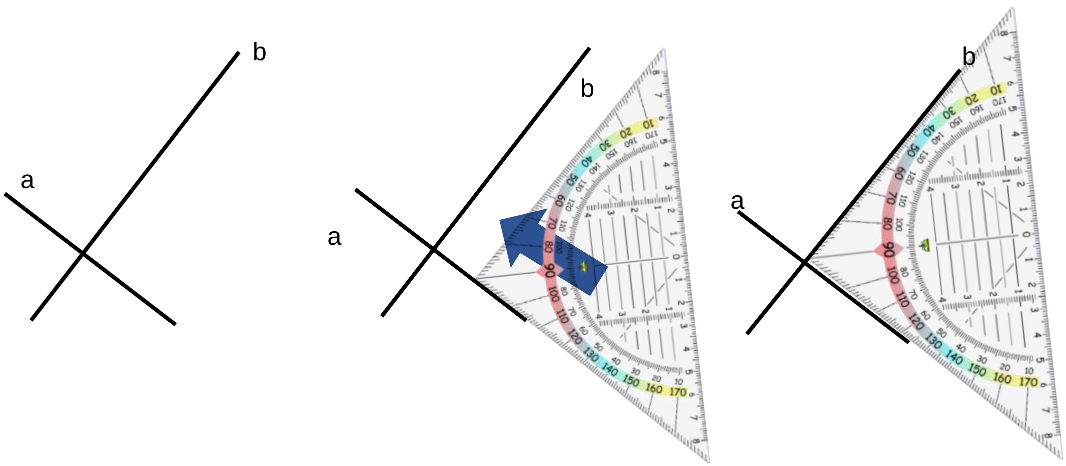
Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Beschreiben des Vorgehens beim Überprüfen rechter Winkel mit dem Geodreieck (a)	**16**

Material: *Geodreieck*

Die Geraden a und b schneiden sich.
Hannah überprüft mit dem Geodreieck, ob die Geraden sich im rechten Winkel schneiden.

- Beschreibe, wie sie vorgegangen ist.



Warum kann Hannah das Geodreieck so anlegen, um einen rechten Winkel zu überprüfen?

- Begründe.

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Beschreiben des Vorgehens beim Überprüfen rechter Winkel mit dem Geodreieck (b) | **17**

Material: *Geodreieck*

Diese Geraden schneiden sich.
Tim überprüft mit dem Geodreieck, ob sich die Geraden im rechten Winkel schneiden.

- Beschreibe, warum Tims Vorgehen korrekt ist.

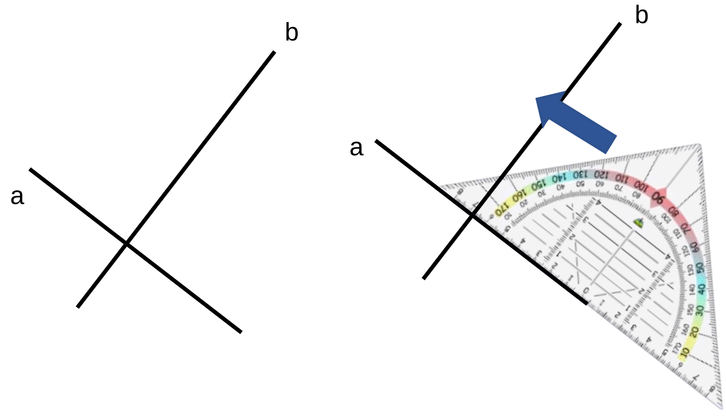


Bild 13 und 14 „Geodreieck", © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Raum und Form
Niveaustufe C

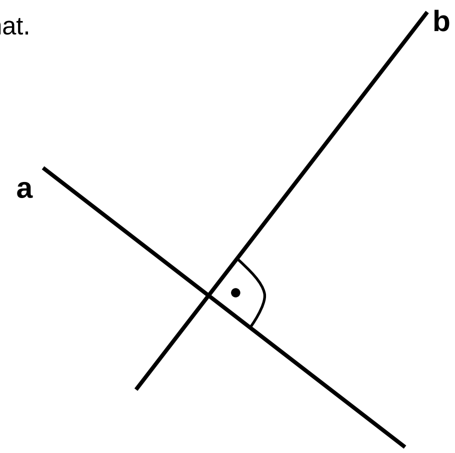
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erklären des Symbols ⊥ und Kennzeichnen des rechten Winkels | **18**

Die Geraden a und b stehen senkrecht aufeinander.
Alina hat das so geschrieben: a ⊥ b.

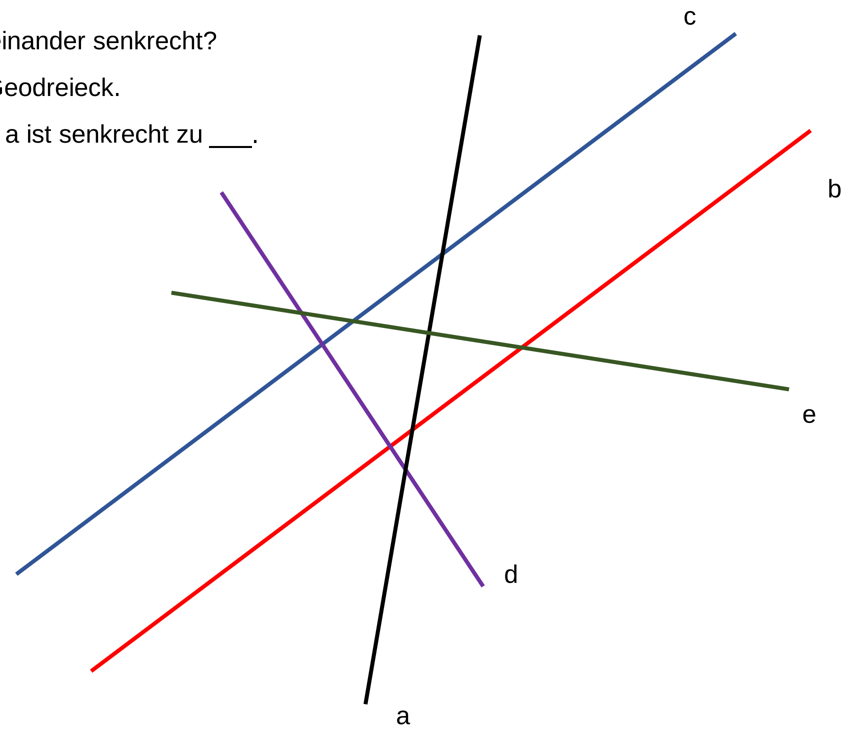
- Erkläre, warum das Zeichen ⊥ passt.
- Hannah kennzeichnet im Bild den rechten Winkel.
- Zeige und beschreibe, was Hannah gemacht hat.



Material: *Geodreieck*

Welche Geraden sind zueinander senkrecht?

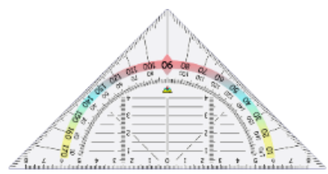
- Überprüfe mit dem Geodreieck.
- Sprich und schreibe: a ist senkrecht zu ___.



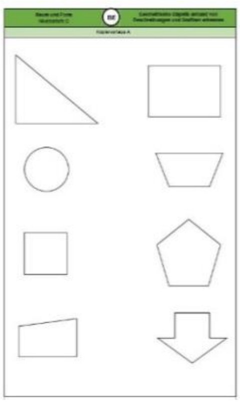
Material: *Kopiervorlage A, Geodreieck*

Suche in jeder ebenen Figur zueinander senkrechte Seiten.

- Überprüfe mit dem Geodreieck.
- Markiere die senkrecht zueinander liegenden Seiten.



Tipp: Du kannst die Seiten verlängern.



Kopiervorlage A

Bild 15 „Geodreieck", © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Raum und Form Niveaustufe C	**BE**	**Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen**

Finden von zueinander senkrechter Strecken oder Kanten im Raum	**21**

Material: *Geodreieck (von der Tafel)*

Wo findest du im Raum zueinander senkrechte Strecken oder Kanten?

- Zeige sie.
- Überprüfe mit einem Geodreieck, ob sie zueinander senkrecht sind.
- Beschreibe, wie du das Geodreieck anlegen musst.

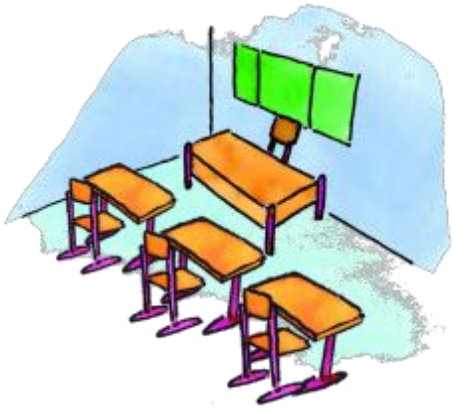


Bild 16 „Geodreieck", © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726
Bild 17 „Klassenzimmer", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	**BE**	**Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen**

Zeigen von senkrecht aufeinander stehenden Kanten an Abbildungen und Körpern	**22**

Material: *verschiedene Prismen, Geodreieck*

- Zeige an den Körpern auf deinem Tisch zueinander senkrechte Kanten.
- Zeige zueinander senkrechte Kanten auch an den Abbildungen der Körper.

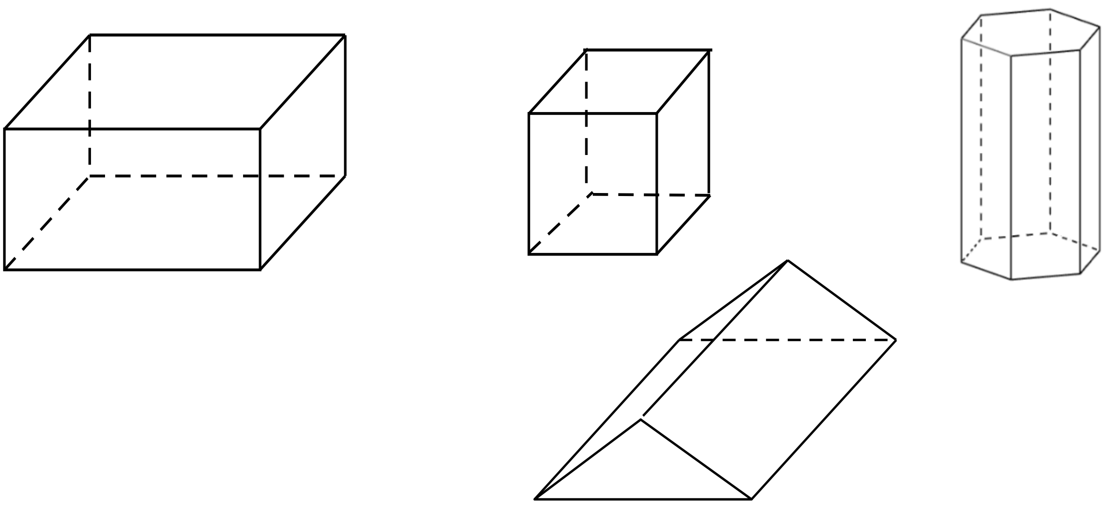


Bild 18 „Körper", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Überprüfen des Vorgehens beim Zeichnen senkrechter Geraden | **23**

Material: *Geodreieck*

In welchem Bild entsteht beim Zeichnen mit dem Geodreieck eine senkrechte Gerade zur Gerade a?

- Zeige und begründe.

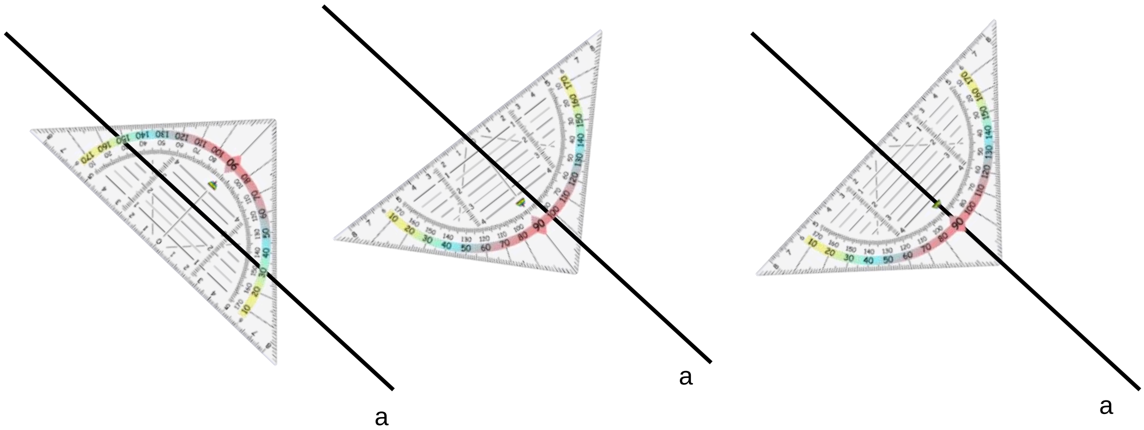


Bild 19 „Geodreiecke“, © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Raum und Form
Niveaustufe C

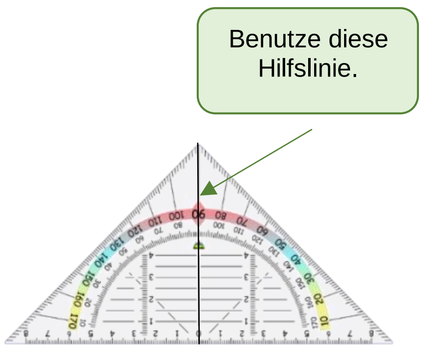
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zeichnen einer Senkrechten mit dem Geodreieck | **24**

Material: *Geodreieck*

- Zeichne die Senkrechte zu der Geraden a.
- Beschreibe, wie du vorgehst.



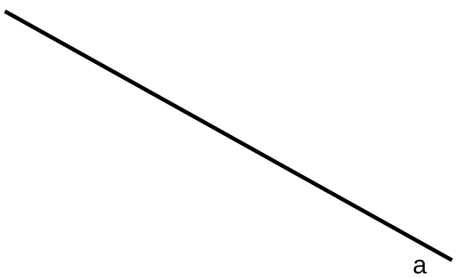


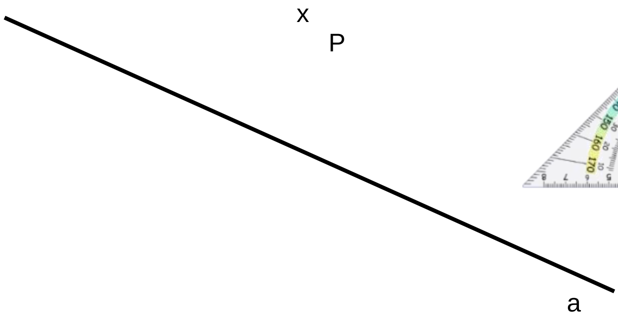
Bild 20 „Geodreieck“, © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Zeichnen einer Senkrechten durch einen Punkt mit dem Geodreieck

25

Material: *Geodreieck*

- Zeichne durch den Punkt P mithilfe des Geodreiecks die Senkrechte zur Geraden a.



Benutze diese Hilfslinie.

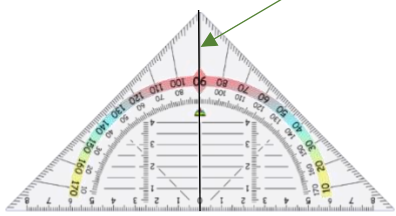


Bild 21 „Geodreieck", © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

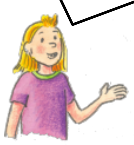
Erklären des Abstands zweier paralleler Geraden

26

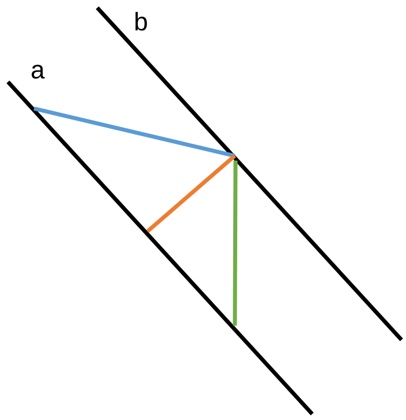
Material: *Geodreieck*

Klara möchte die kürzeste Strecke zwischen den Geraden a und b bestimmen.
Sie sagt:

Die kürzeste Streckenlänge zwischen zwei Geraden ist immer die Strecke, die senkrecht zu den Geraden verläuft.



Klara



Welche Linie meint Klara?

- Zeige sie.

Die kürzeste Streckenlänge zwischen zwei Geraden nennt man **Abstand**.

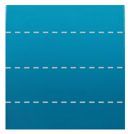
Bild 22 „Mädchen", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Erzeugen paralleler Linien durch Falten **27**

Material: *Notizzettel*

- Falte einen Notizzettel wie im Bild einmal aufeinander und danach noch einmal.

- Falte den Notizzettel wieder auseinander.
- Zeige die entstandenen Faltlinien.



Marie untersucht die Faltlinien und stellt fest:

„Diese Faltlinien schneiden sich nicht, sie haben überall denselben Abstand.“

- Zeige an deinem Notizzettel, was Marie meint.

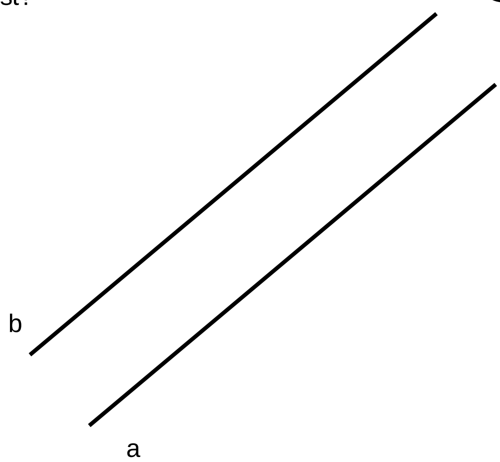
Bild 23 „Notizzettel“, Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Zeichnen und Messen des Abstands paralleler Geraden **28**

Überprüfe den Abstand zwischen den Geraden a und b.

- Zeichne dazu an drei Stellen Senkrechten zu a und b.
- Miss die entstandenen Strecken.
- Was stellst du fest?

Geraden, die sich nicht schneiden und die überall denselben Abstand haben, sind **zueinander parallele** Geraden.



- Ergänze den Satz:

  Gerade a ist ________________ zur Geraden b.

Markieren paralleler Linien im Geodreieck	**29**

***Material**: Geodreieck*

- Markiere an jedem Geodreieck immer zwei zueinander parallele Linien.

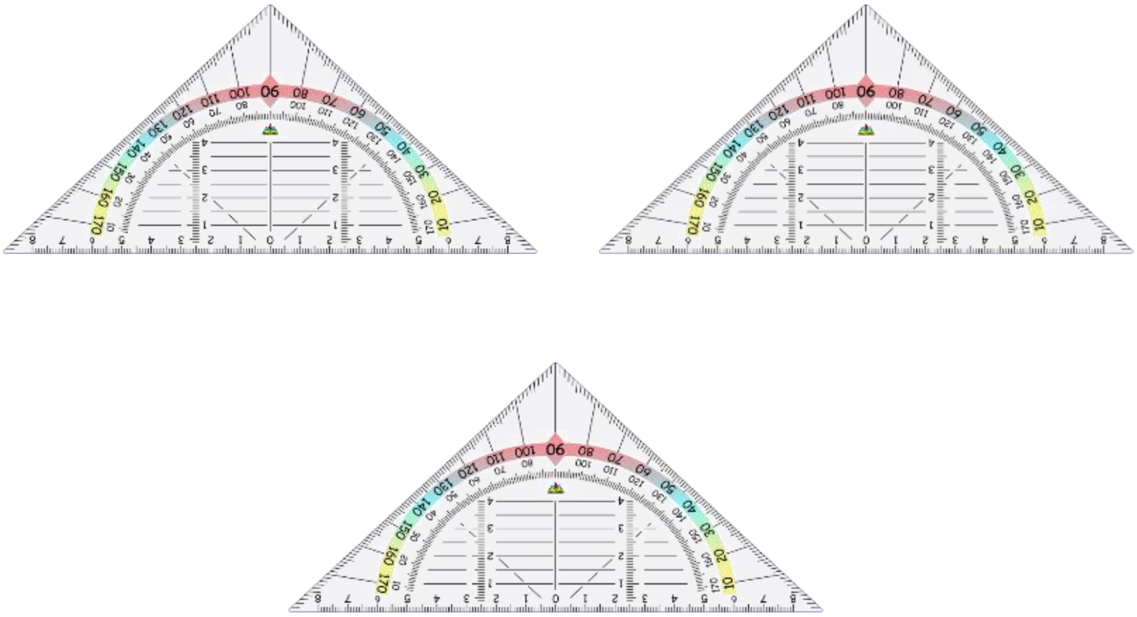
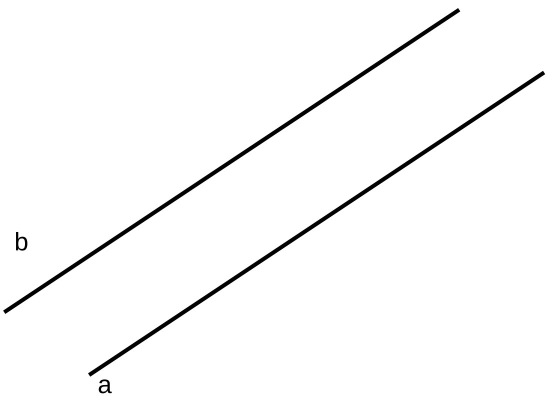


Bild 24 „Geodreiecke“ © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Beschreiben des Vorgehens beim Überprüfen paralleler Geraden mit dem Geodreieck	**30**

Tim behauptet: „Die Geraden a und b sind zueinander parallel.“
Er überprüft mit dem Geodreieck.

- Beschreibe, wie er anlegt.
- Überprüfe selbst.



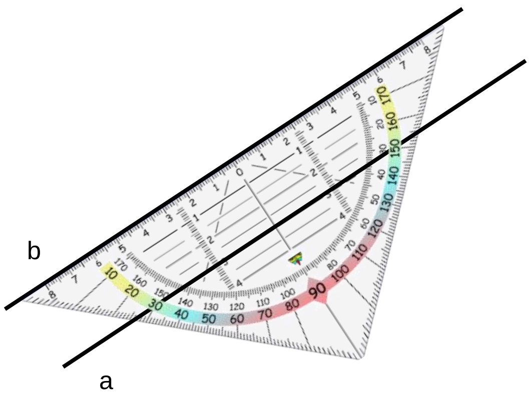
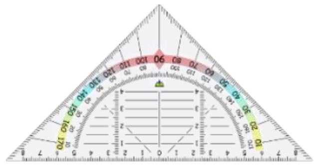


Bild 25 „Geodreiecke“, © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

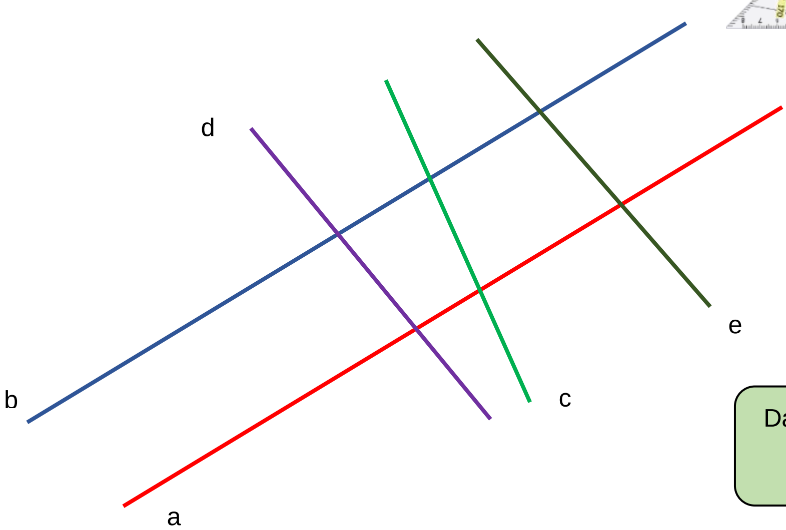
Finden von parallelen Geraden mit dem Geodreieck

Material: *Geodreieck*



Welche Geraden sind zueinander parallel?

- Überprüfe mit dem Geodreieck.



Das Zeichen ∥ bedeutet:
ist parallel zu

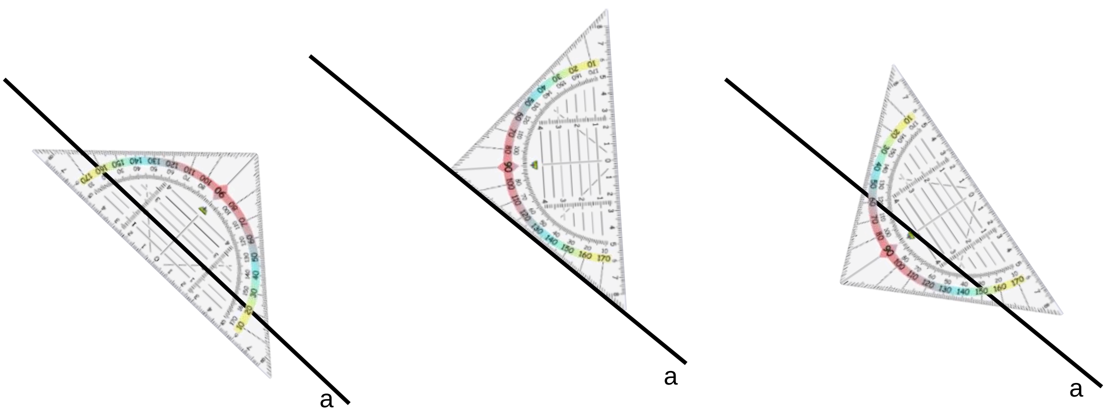
- Sprich so: Gerade ___ ist parallel zur Geraden ___. Schreibe so: __ ∥ __.

Überprüfen des Vorgehens beim Zeichnen paralleler Geraden

Material: *Geodreieck*

In welcher Abbildung entsteht beim Zeichnen mit dem Geodreieck eine parallele Gerade zu der Geraden a?

- Zeige auf das passende Bild und begründe deine Entscheidung.



Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zeichnen paralleler Geraden mit dem Geodreieck	**33**

Material: *Geodreieck*

- Zeichne zwei Geraden b und c, die zur Geraden a parallel sind.
- Beschreibe dein Vorgehen.

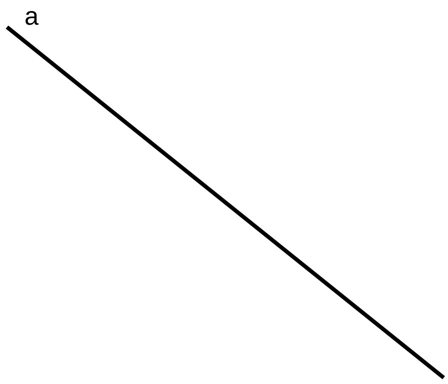


Bild 28 „Geodreieck“, © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zeichnen einer parallelen Geraden durch einen Punkt mit dem Geodreieck	**34**

Material: *Geodreieck*

- Zeichne eine Gerade b. Sie soll durch den Punkt Q gehen und zur Geraden a parallel sein.
- Beschreibe dein Vorgehen.

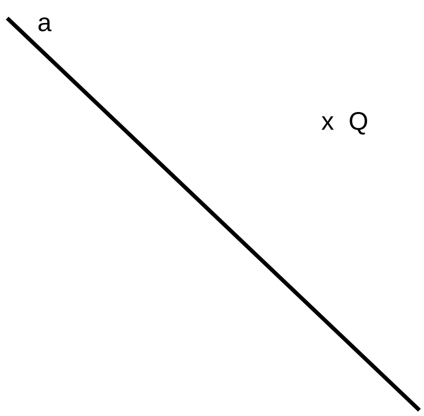


Bild 29 „Geodreieck“, © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Raum und Form
Niveaustufe C

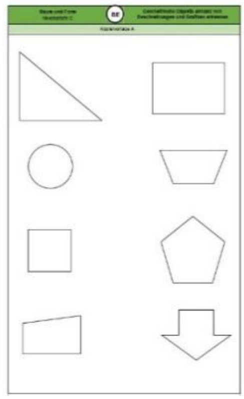
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Kennzeichnen paralleler Geraden in ebenen Figuren	**35**

Material: *Geodreieck, Kopiervorlage A*

- Kennzeichne in allen ebenen Figuren zueinander parallele Seiten mit der gleichen Farbe.
- Überprüfe mit dem Geodreieck.



Kopiervorlage A

Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

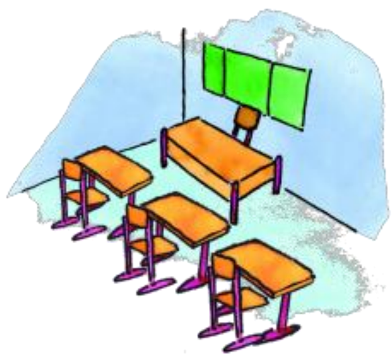
Finden und Überprüfen paralleler Strecken und Kanten im Raum	**36**

Wo findest du im Raum zueinander parallele Strecken oder Kanten?

- Zeige sie.

Wie kannst du überprüfen, ob es zueinander parallele Strecken oder Kanten sind?

- Beschreibe.



Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zeigen paralleler Kanten an Körpern und Abbildungen | **37**

Material: *verschiedene Prismen, Geodreieck*

- Zeige zueinander parallele Kanten an den Körpern auf deinem Tisch.
- Zeige zueinander parallele Kanten in den Bildern der Körper und markiere sie farbig.

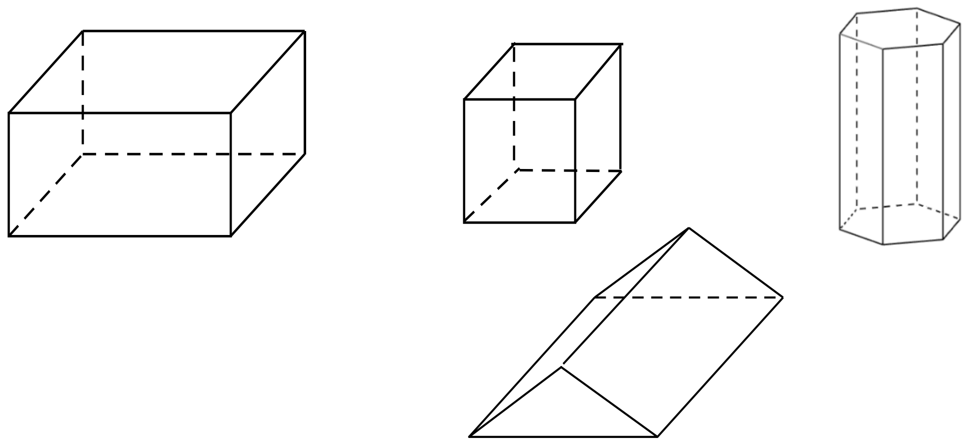


Bild 31 „Körper“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

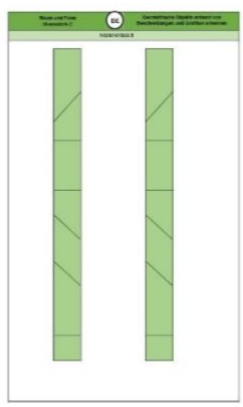
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Untersuchen von Vierecken | **38**

Material: *Kopiervorlage B, Schere*

- Zerschneide den Streifen an den gestrichelten Linien.
- Untersuche die entstandenen Vierecke.
- Was haben die Vierecke gemeinsam? Zeige.



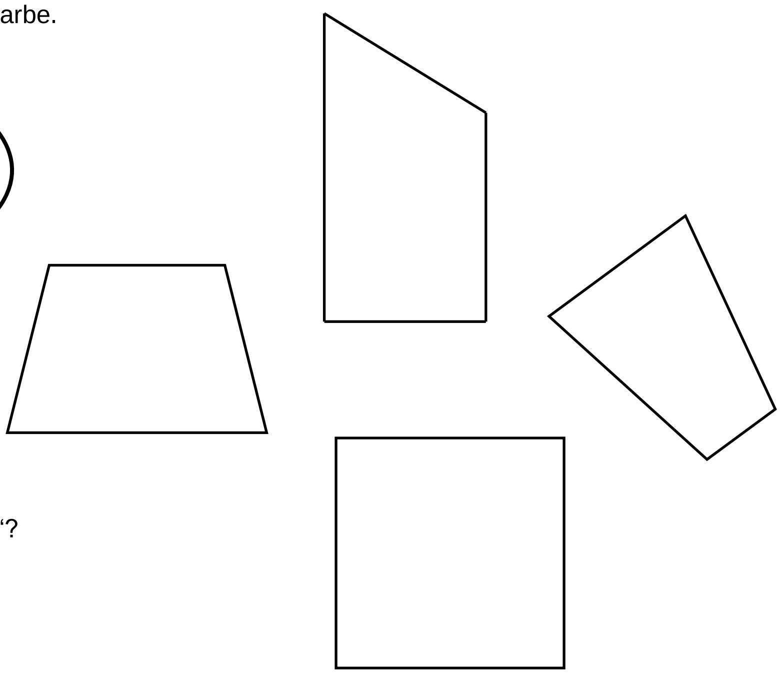
Kopiervorlage B

Markieren paralleler Seiten an Vierecken

39

- Zeige in jedem Viereck zueinander parallele Seiten.
- Markiere sie in derselben Farbe.

Karl



Was meint Karl mit „mindestens“?
- Erkläre.

Hat Karl Recht?
- Begründe.

Bild 32 „Junge“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

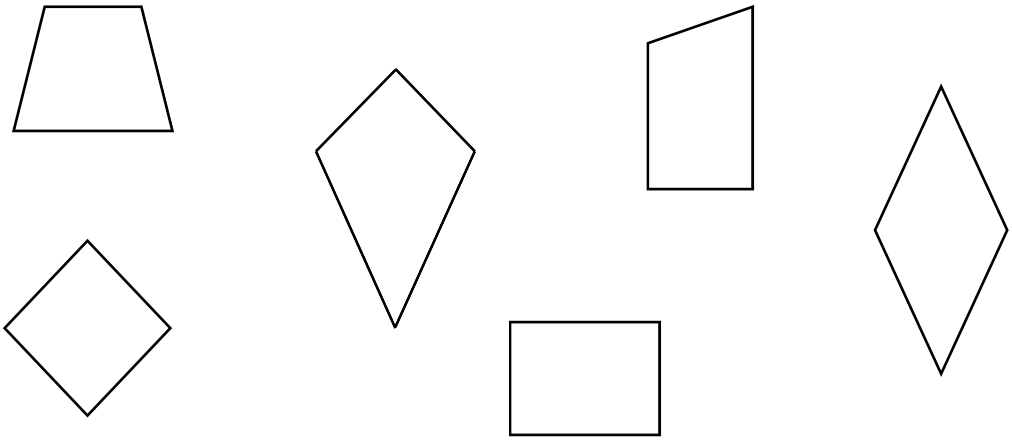
Erkennen von Trapezen

40

Ein Viereck, das **mindestens ein Paar** paralleler Seiten hat, heißt **Trapez**.

- Zeige alle Trapeze.

Woran hast du die Trapeze erkannt?
- Begründe.



Raum und Form
Niveaustufe C

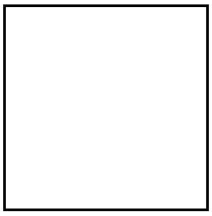
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen besonderer Trapeze	**41**

Tim sagt: „Das sind zwei besondere Trapeze.“ Tim hat Recht.

- Erkläre.



Raum und Form
Niveaustufe C

BE

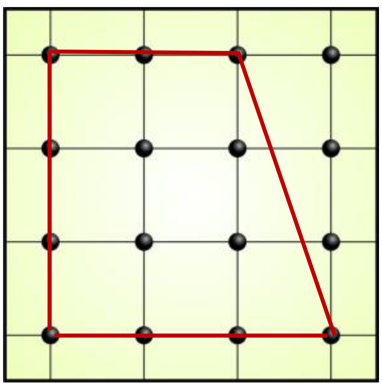
Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Finden von Fehlern beim Spannen von Trapezen am Geobrett	**42**

Tarim und Layla sollten am Geobrett Trapeze spannen.
Wer hat es richtig gemacht?

- Begründe.

Tarim



Layla

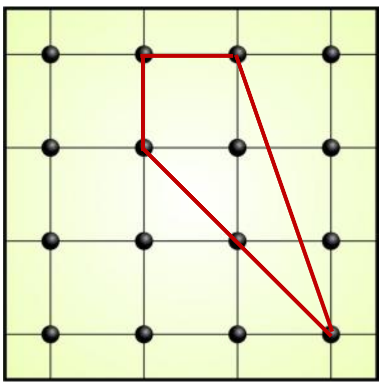


Bild 33 „Geobretter“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Spannen von Trapezen am Geobrett | **43**

Material: *Geobrett, Gummi*

- Spanne am Geobrett ein Trapez.
- Spanne immer eine Ecke so um, dass ein neues Trapez entsteht.

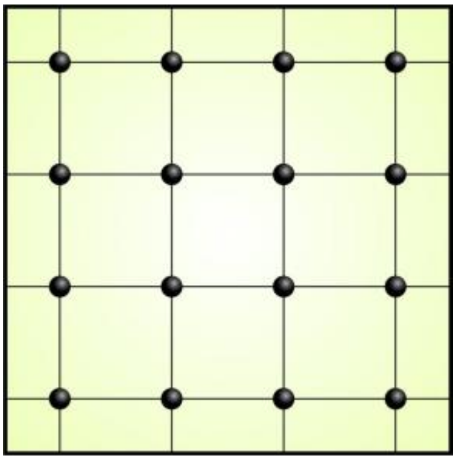


Bild 34 „Geobrett", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

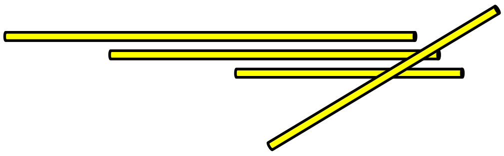
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Legen von Trapezen mit Stäbchen | **44**

Material: *Stäbchen unterschiedlicher Länge*



- Lege mit den Stäbchen ein Trapez.
- Finde verschiedene Möglichkeiten.

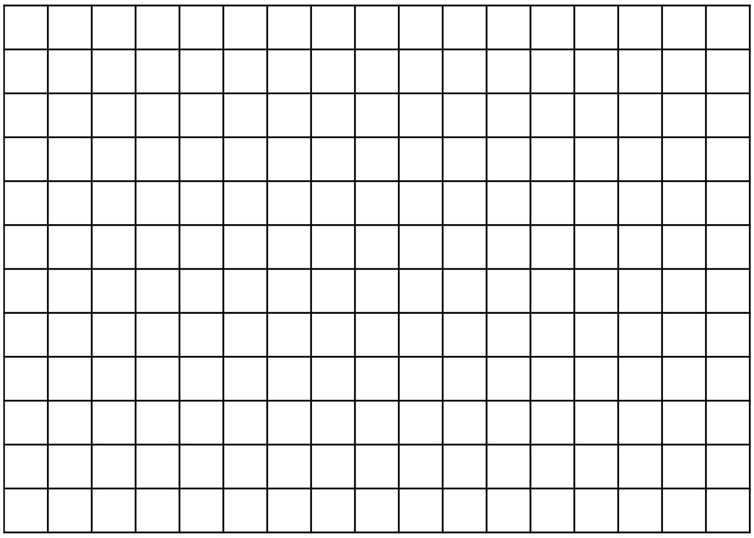


Bild 35 „Stäbchen", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

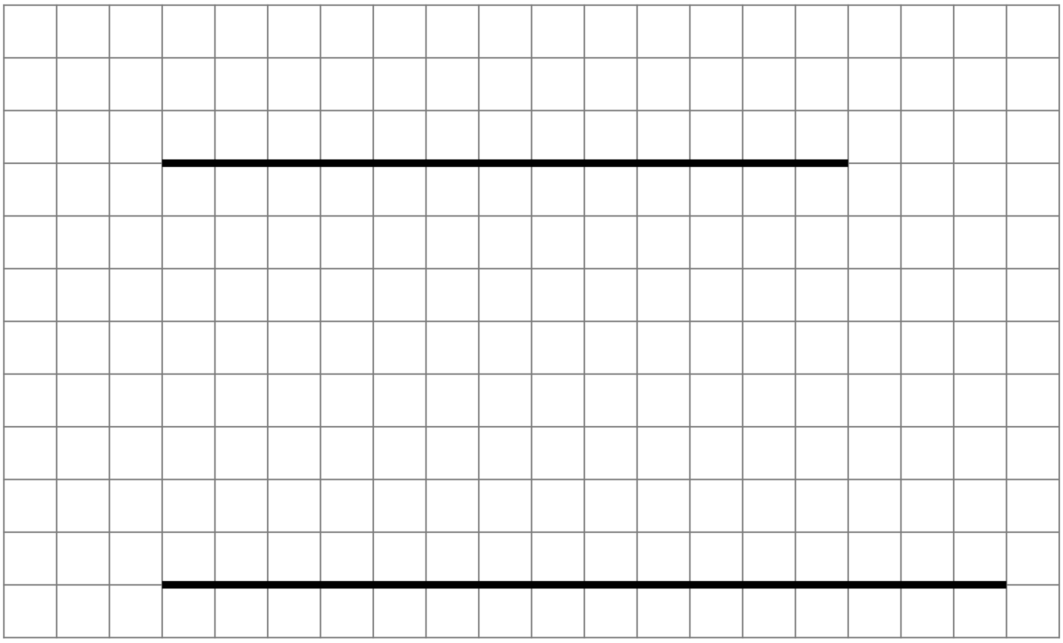
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Ergänzen zu Trapezen (a)	**45**

- Ergänze die Zeichnung zu einem Trapez.



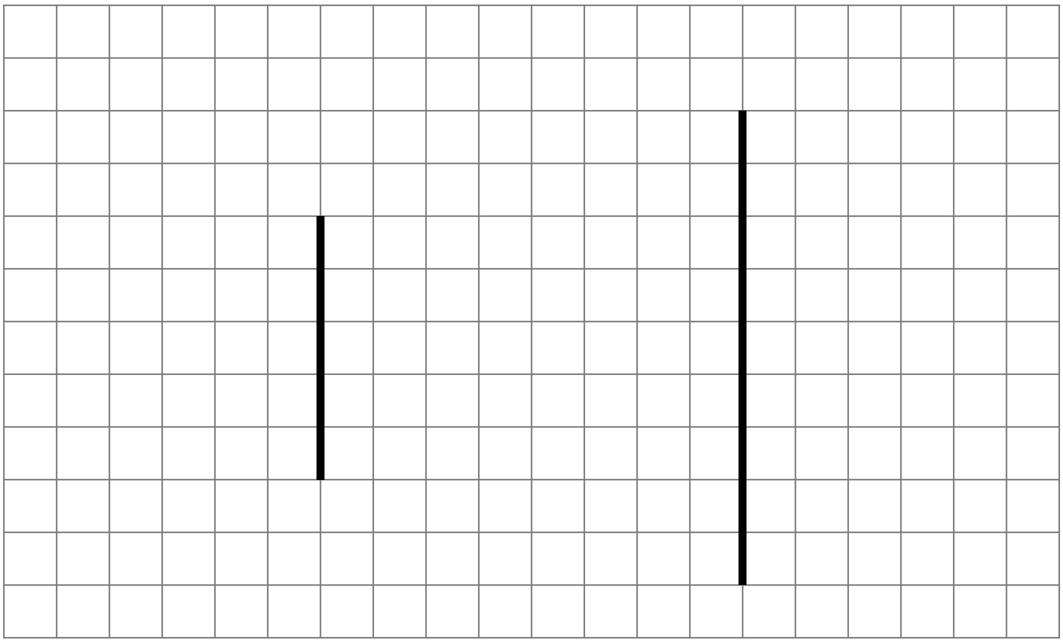
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Ergänzen zu Trapezen (b)	**46**

- Ergänze die Zeichnung zu einem Trapez.



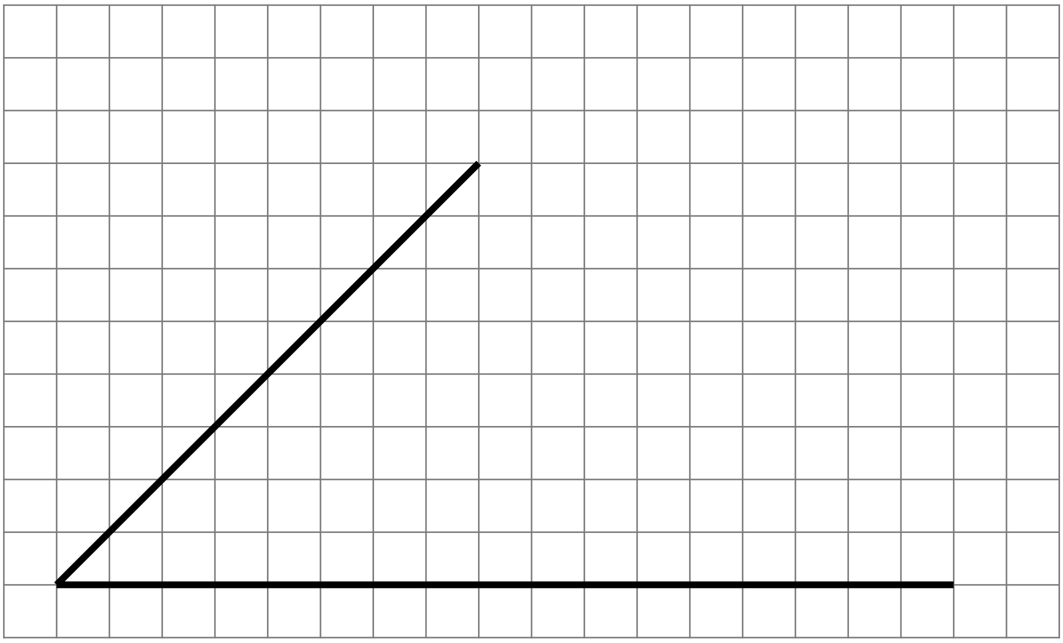
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Ergänzen zu Trapezen (c) | **47**

- Ergänze die Zeichnung zu einem Trapez.



Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

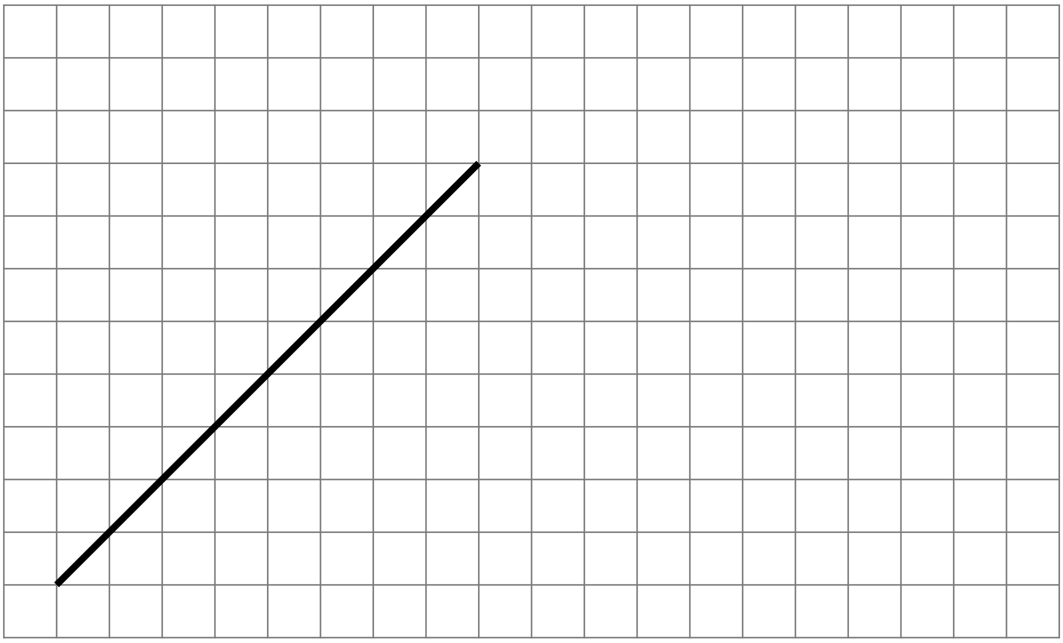
Ergänzen zu Trapezen (d) | **48**

- Ergänze die Zeichnung zu einem Trapez.

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen
Ergänzen zu Trapezen (e)		49

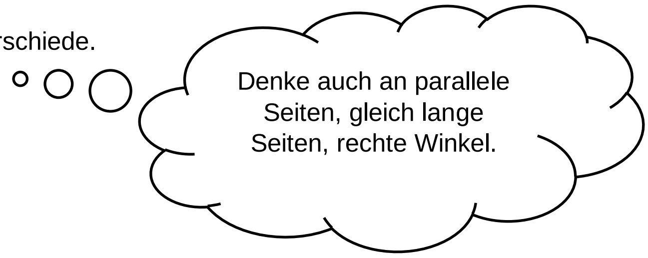
- Ergänze die Zeichnung zu einem Trapez.

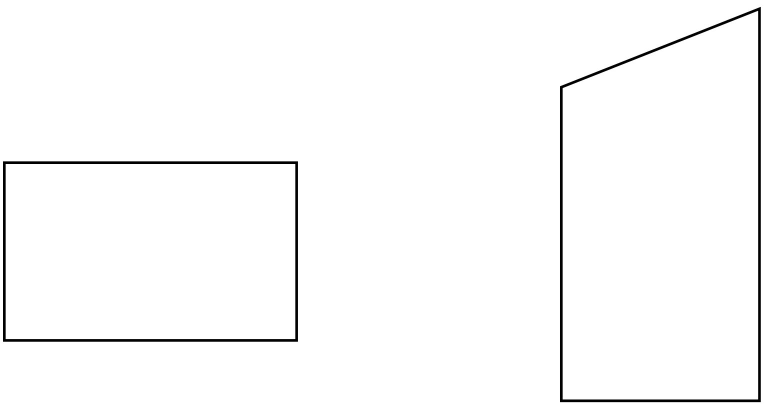


Raum und Form Niveaustufe C	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen
Finden von Gemeinsamkeiten und Unterschieden bei Vierecken		50

Vergleiche die Vierecke.

- Nenne Gemeinsamkeiten und Unterschiede.





Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

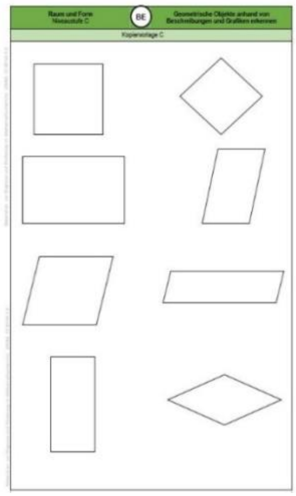
Markieren paralleler Seiten an Vierecken | **51**

Material: *Kopiervorlage C*

- Markiere in jedem Viereck zueinander parallele Seiten mit der gleichen Farbe.

Was stellst du fest?

- Beschreibe.



Kopiervorlage C

Raum und Form
Niveaustufe C

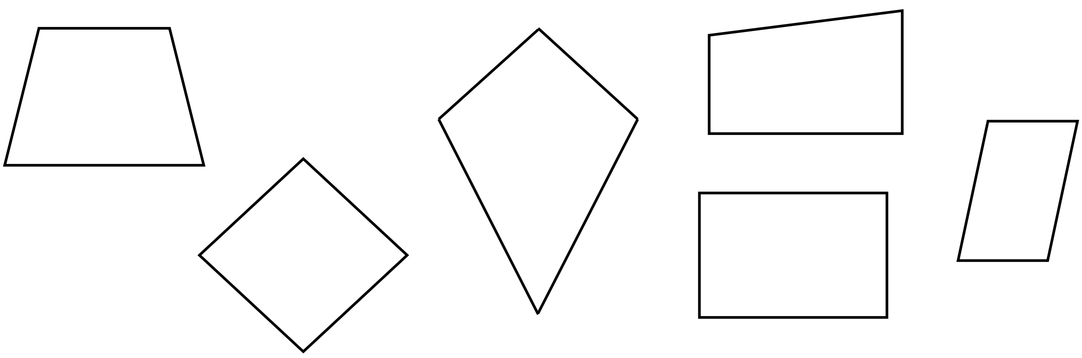
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zeigen und Beschreiben von Parallelogrammen | **52**

Ein Viereck, das **zwei** Paar parallele Seiten hat, heißt **Parallelogramm.**

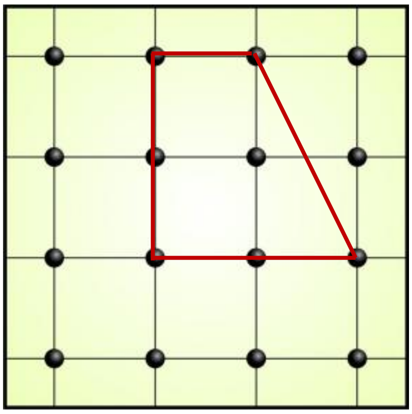
- Zeige alle Parallelogramme.
- Woran hast du die Parallelogramme erkannt? Beschreibe.



Bo und Amina sollten am Geobrett Parallelogramme spannen.
Wer hat es richtig gemacht?

- Begründe.

Bo



Amina

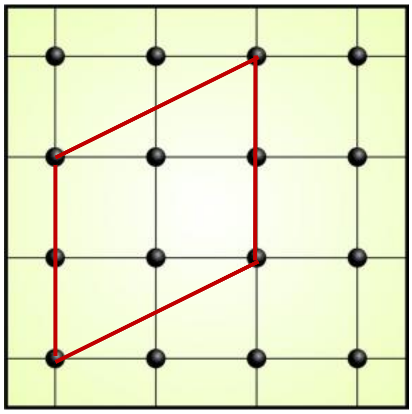


Bild 36 und 37 „Geobrett“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Material: *Geobrett, Gummi*

- Spanne am Geobrett ein Parallelogramm.
- Finde verschiedene Möglichkeiten.

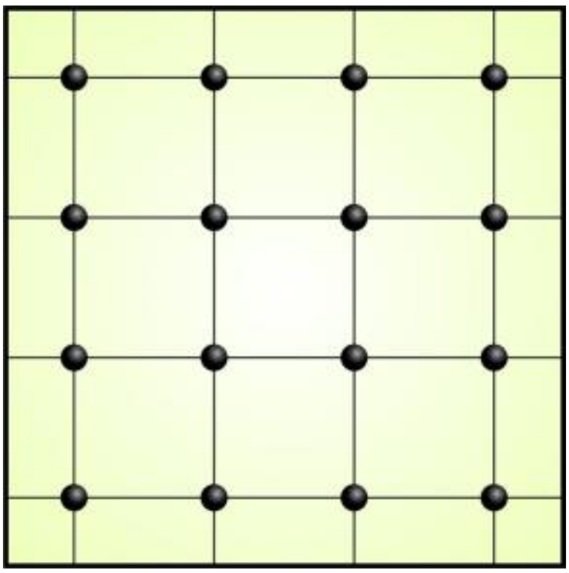
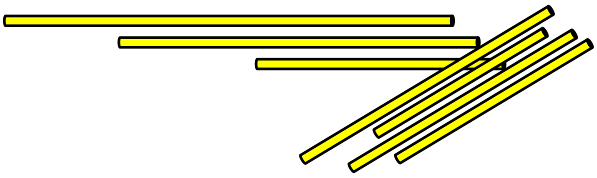


Bild 38 „Geobrett“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Legen von Parallelogrammen mit Stäbchen

55

Material: *Stäbchen unterschiedlicher Länge*



- Lege mit den Stäbchen ein Parallelogramm.
- Finde verschiedene Möglichkeiten.

Bild 39 „Stäbchen", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

BE

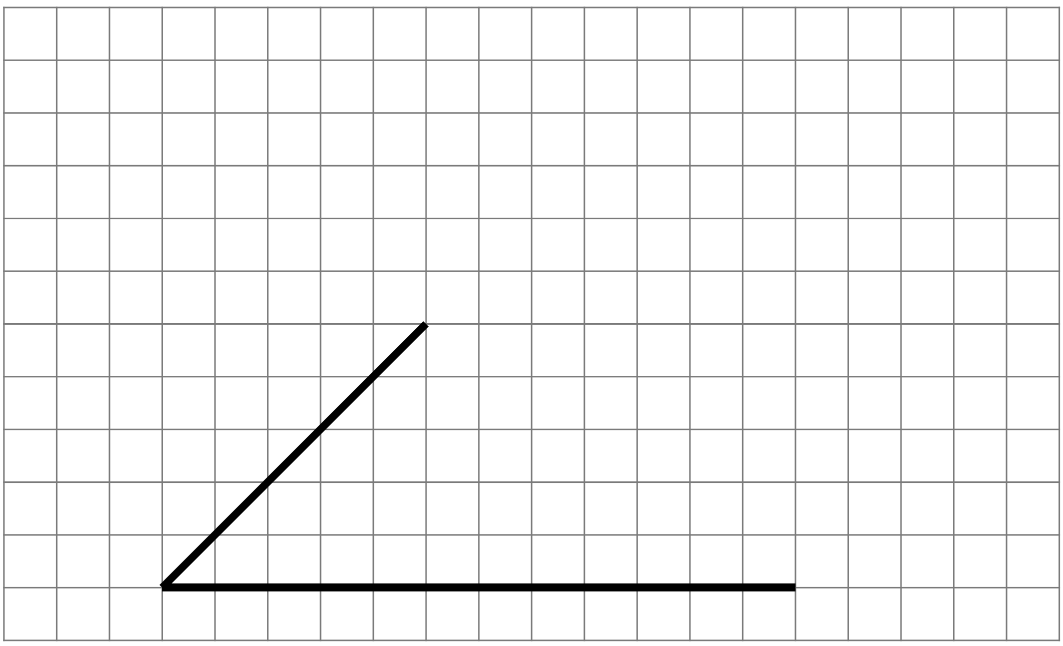
Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Ergänzen zu Parallelogrammen (a)

56

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

- Ergänze die Zeichnung zu einem Parallelogramm.



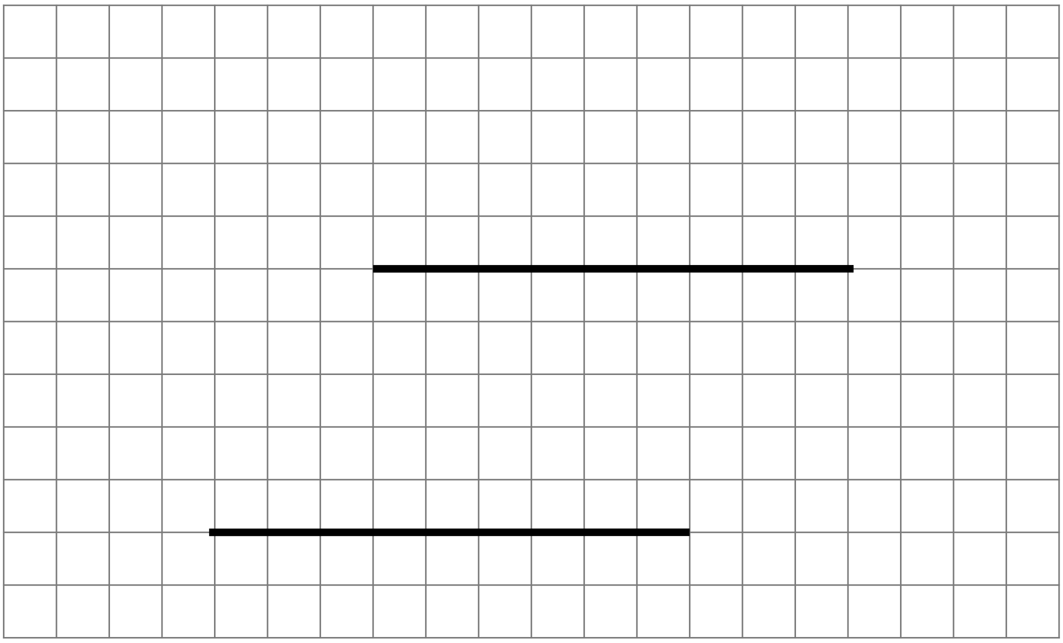
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Ergänzen zu Parallelogrammen (b) | **57**

- Ergänze die Zeichnung zu einem Parallelogramm.



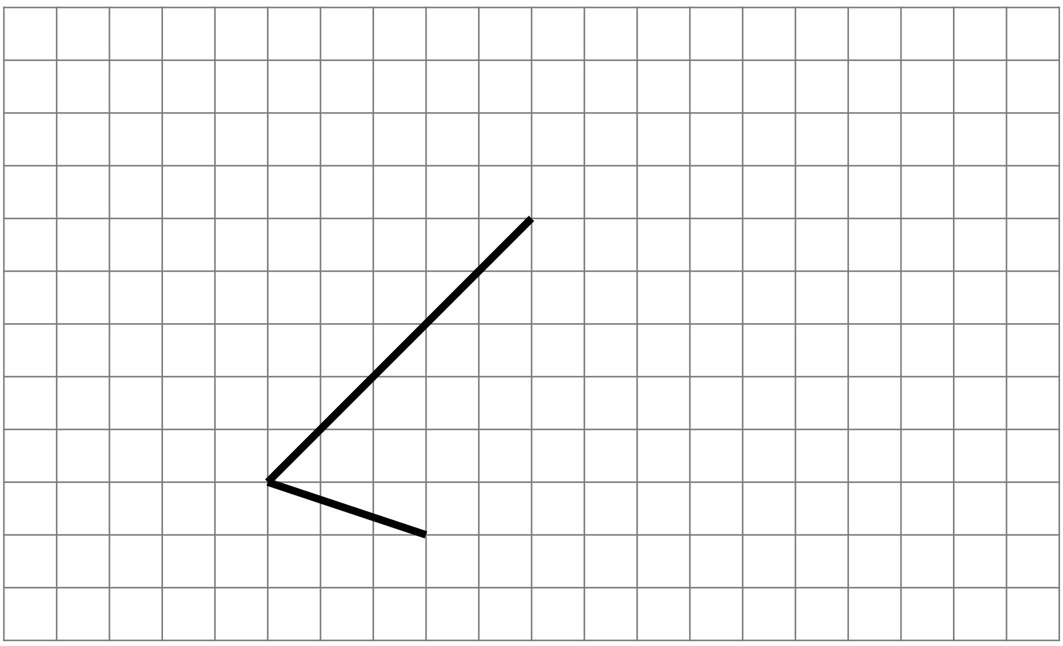
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Ergänzen zu Parallelogrammen (c) | **58**

- Ergänze die Zeichnung zu einem Parallelogramm.



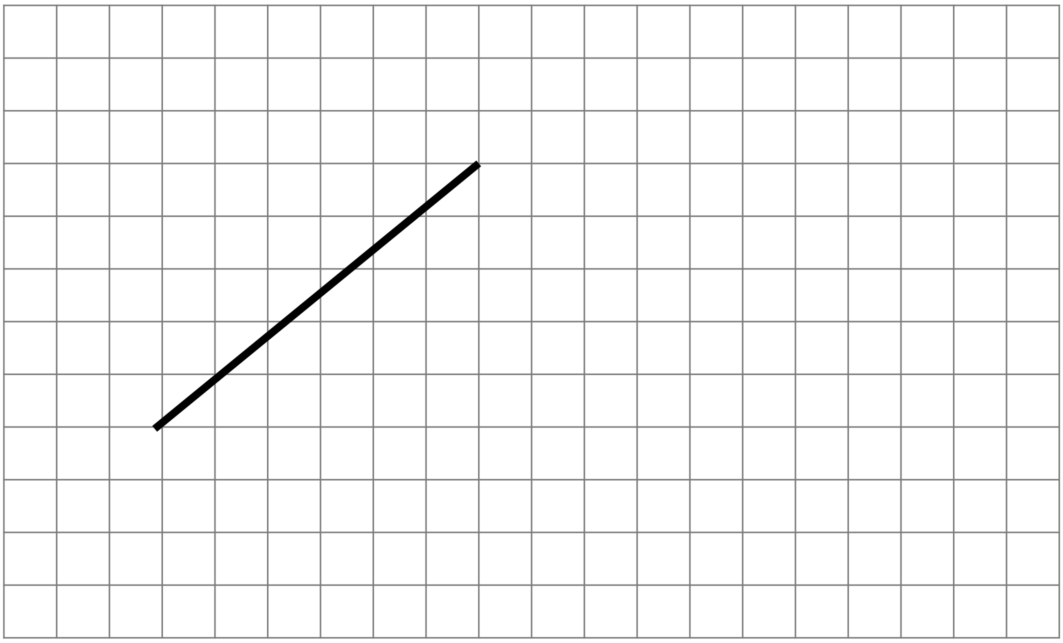
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Ergänzen zu Parallelogrammen (d) | **59**

- Ergänze die Zeichnung zu einem Parallelogramm.



Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Umspannen von Parallelogrammen am Geobrett | **60**

Material: *Geobrett, Gummi*

- Spanne am Geobrett ein Parallelogramm.
- Spanne immer so um, dass ein neues Parallelogramm entsteht.

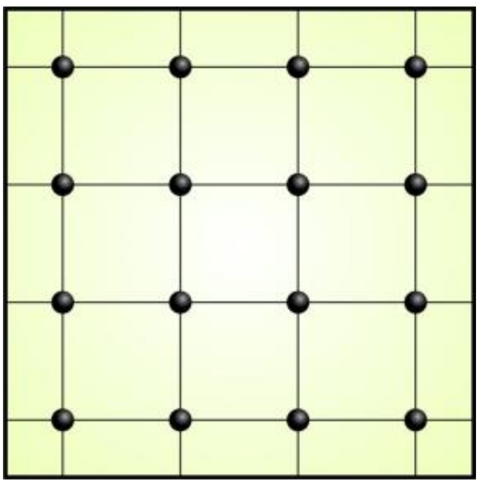


Bild 40 „Geobrett", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

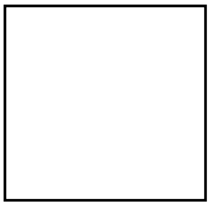
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen besonderer Parallelogramme | **61**

Tim sagt: „Das sind zwei besondere Parallelogramme.“ Tim hat Recht.

- Erkläre.



Raum und Form
Niveaustufe C

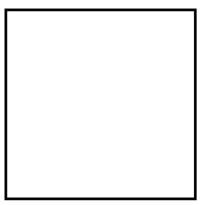
BE

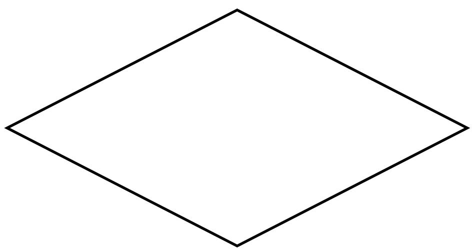
Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen von Gemeinsamkeiten besonderer Parallelogramme | **62**

Welche Gemeinsamkeiten haben diese Parallelogramme?

- Miss dazu in jedem Parallelogramm die Seitenlängen.
  Was stellst du fest?
- Beschreibe.





Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

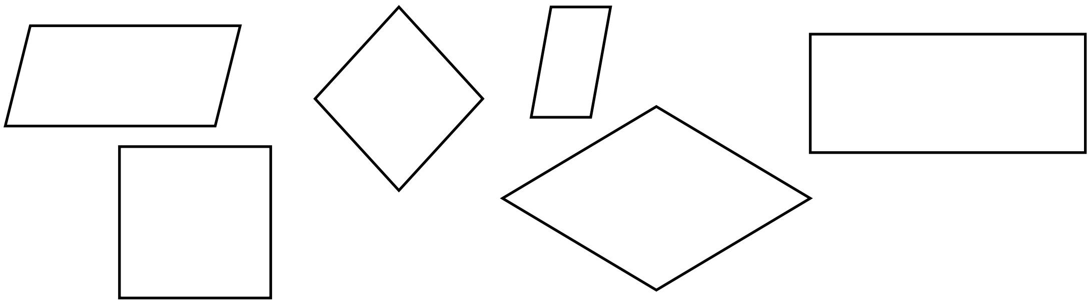
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen von Parallelogrammen mit vier gleich langen Seiten | **63**

Welche Parallelogramme haben vier gleich lange Seiten?

- Umkreise sie.



Ein Parallelogramm, das **vier** gleich lange Seiten hat, heißt **Raute**.

Raum und Form
Niveaustufe C

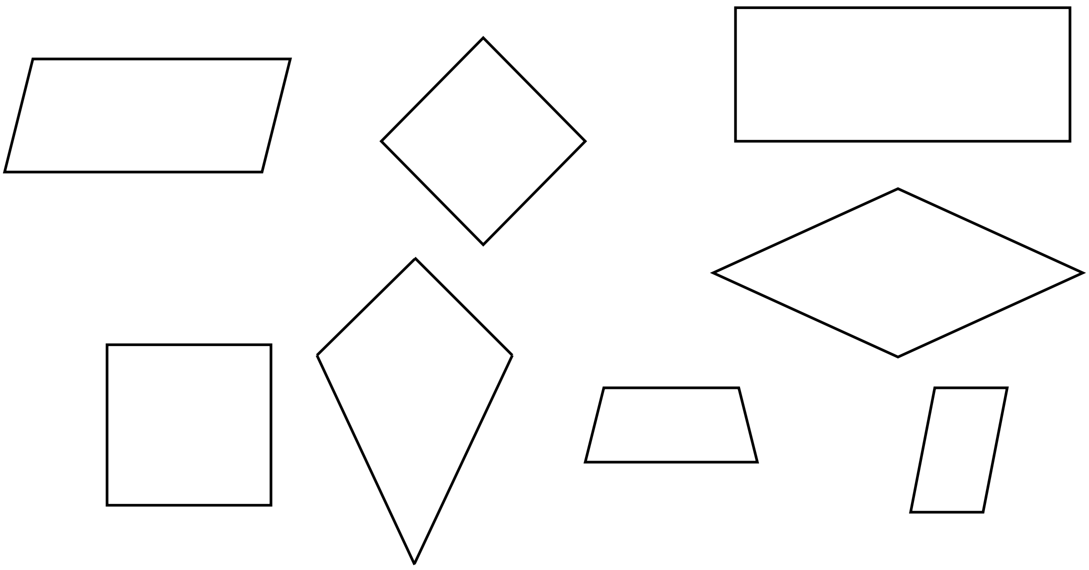
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen von Rauten | **64**

Welche Vierecke sind Rauten?

- Zeige sie und begründe deine Entscheidung.



Raum und Form
Niveaustufe C

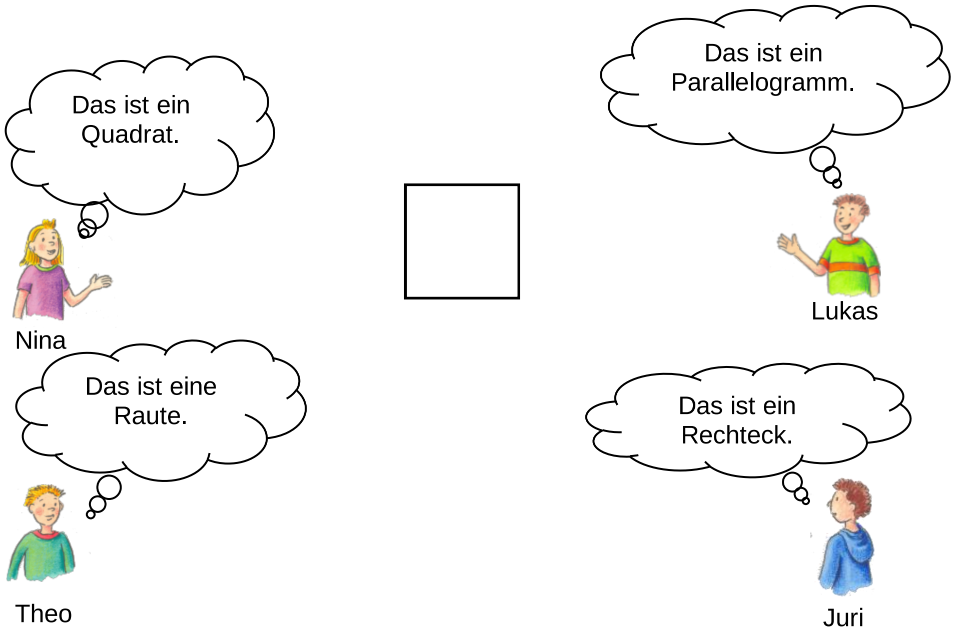
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Überprüfen von Aussagen zum Quadrat (a) | **65**

Wer hat Recht?

- Begründe.



Raum und Form
Niveaustufe C

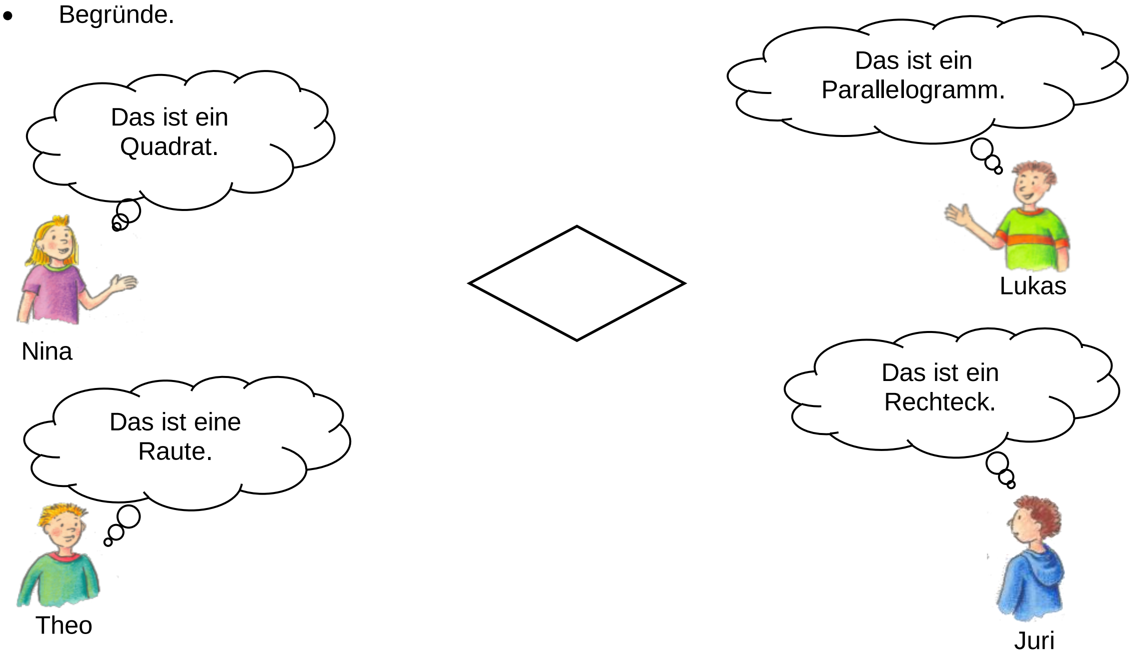
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Überprüfen von Aussagen zum Parallelogramm | **66**

Wer hat Recht?

- Begründe.

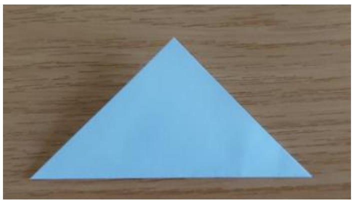


Falten eines Notizzettels und Kennzeichnen von Diagonalen im Viereck

67

Material: *Notizzettel*

- Falte den Notizzettel so, dass die gegenüberliegenden Eckpunkte genau aufeinanderliegen.
- Falte den Notizzettel wieder auseinander.
- Beschreibe die Lage der Faltlinie.



Diese Faltlinie im Viereck heißt **Diagonale**.

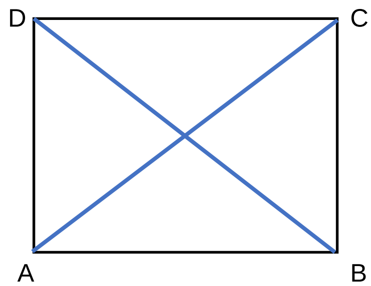
- Zeichne eine weitere Diagonale in das Viereck ein.
- Zeige den Punkt, in dem sich die Diagonalen schneiden.

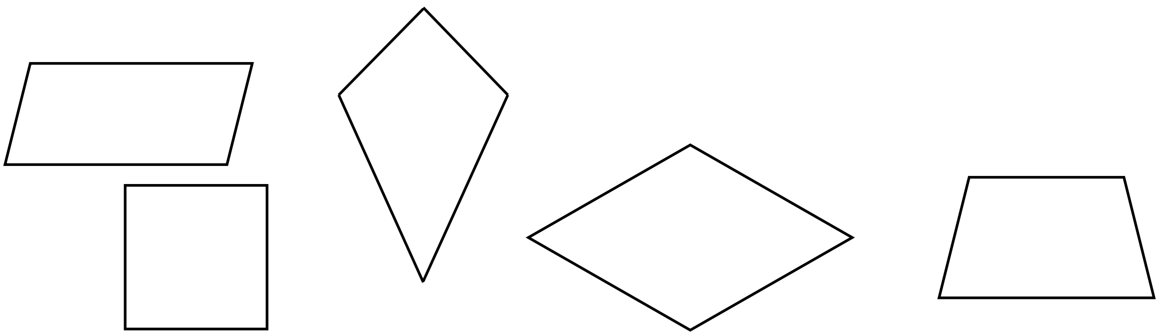
Bild 49 bis 51 "Notizzettel", „gefalteter Notizzettel", „aufgefalteter Notizzettel", Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Zeichnen von Diagonalen im Viereck

68

- Zeichne in alle Vierecke die Diagonalen ein.





Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

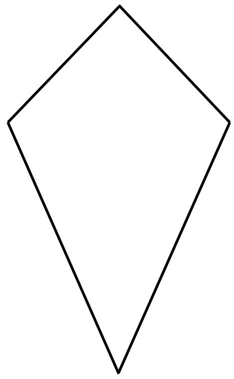
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Überprüfen von Aussagen zum Drachenviereck	**69**

- Untersuche das Viereck.
- Kreuze die wahren Aussagen an und zeige im Bild.

☐ Das Viereck hat zueinander parallele Seiten.
☐ Das Viereck hat vier gleich lange Seiten.
☐ Das Viereck hat vier rechte Winkel.
☐ Es gibt benachbarte Seiten, die gleich lang sind.



Ein Viereck, bei dem jeweils **zwei** Paar benachbarte Seiten gleich lang sind, heißt **Drachenviereck**.

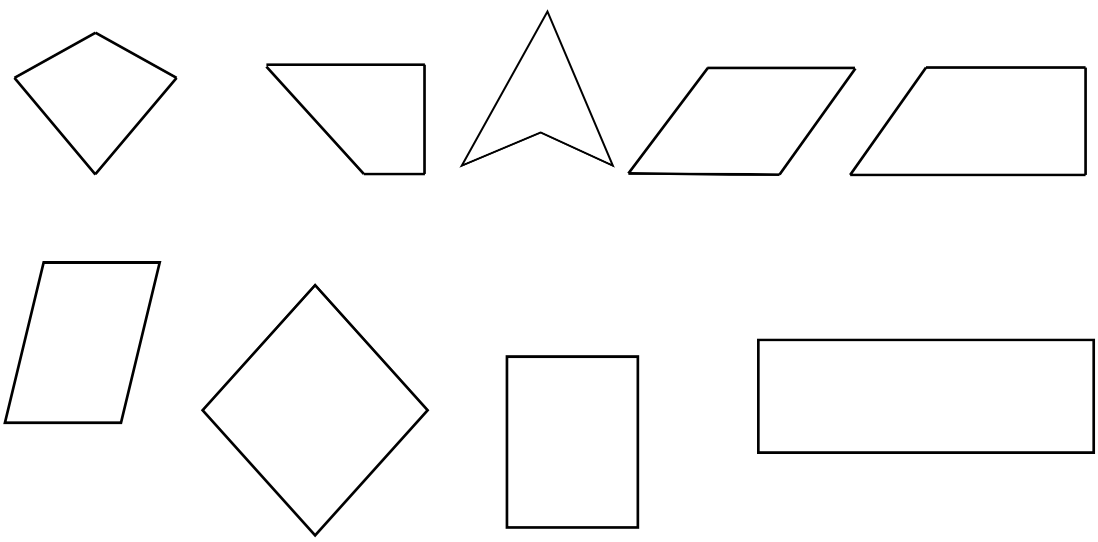
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zeigen von Drachenvierecken	**70**

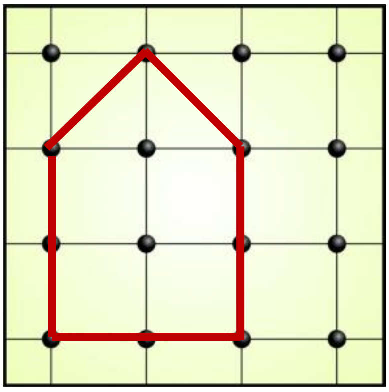
- Zeige alle Drachenvierecke.
- Begründe deine Entscheidung.



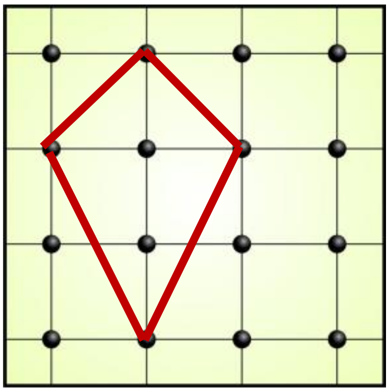
Alif und Layla sollten am Geobrett Drachenvierecke spannen.
Wer hat es richtig gemacht?

- Begründe.

Alif

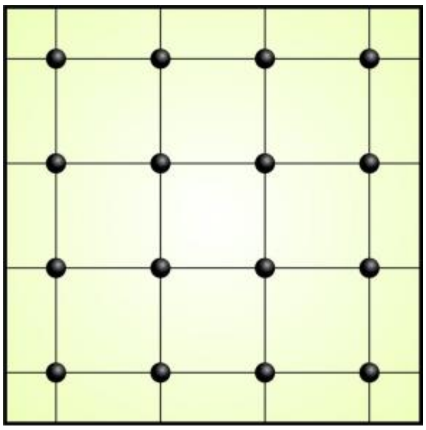


Layla



Material: *Geobrett, Gummi*

- Spanne am Geobrett ein Drachenviereck.

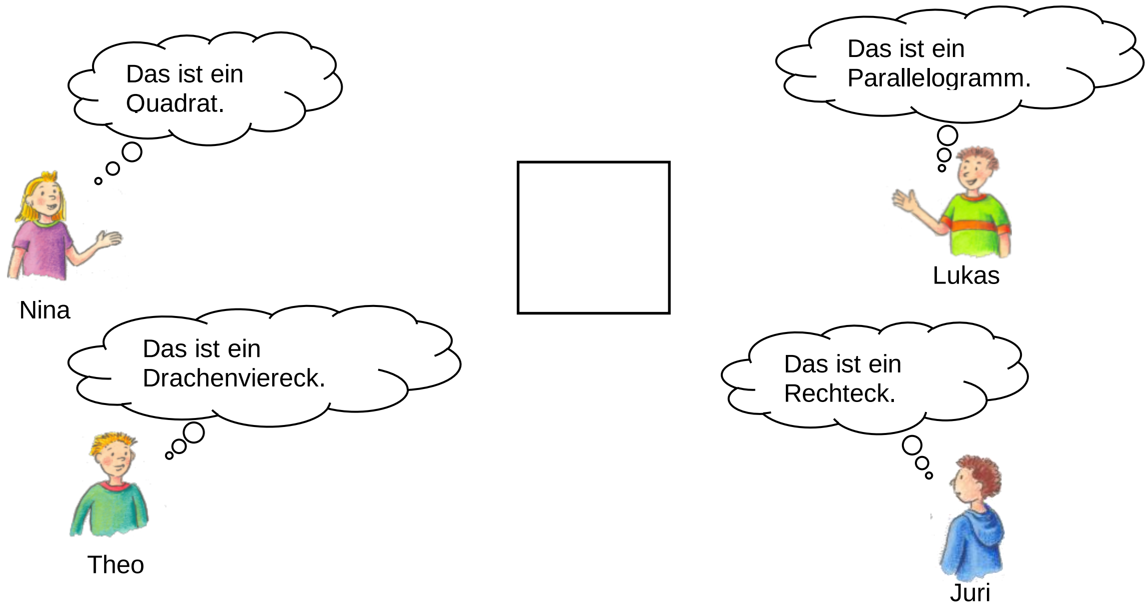


- Spanne immer so um, dass ein neues Drachenviereck entsteht.

Überprüfen von Aussagen zum Quadrat (b) | **73**

Wer hat Recht?

- Begründe.



Raum und Form
Niveaustufe C

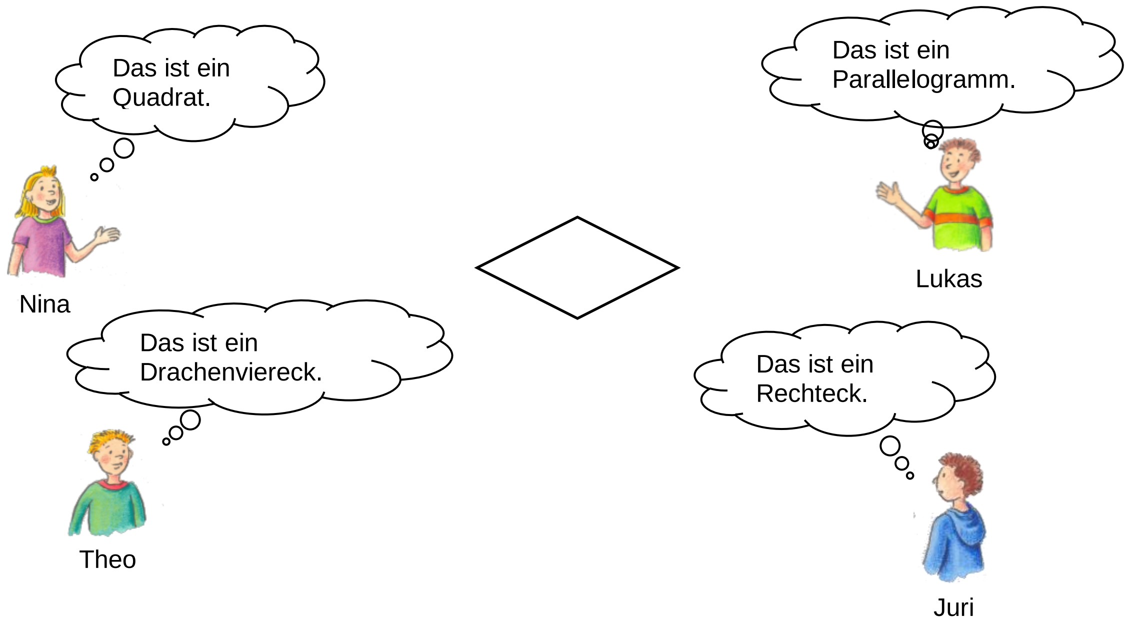
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Überprüfen von Aussagen zu einer Raute | **74**

Wer hat Recht?

- Begründe.



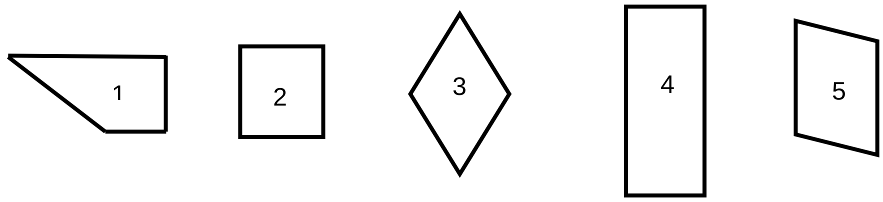
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Finden passender Aussagen zu einzelnen Vierecken | **75**



- Überlege, welche Aussage zu welchem Viereck passt. Trage die Nummer des Vierecks ein.

Ein Viereck mit vier gleich langen Seiten und vier rechten Winkeln.	
Ein Viereck, bei dem alle vier Seiten gleich lang und die gegenüberliegenden Seiten parallel zueinander sind.	
Ein Viereck mit mindestens einem Paar paralleler Seiten.	
Eine ebene Figur mit vier Seiten und vier Ecken.	1, 2, 3, 4, 5
Ein Viereck, bei dem die benachbarten Seiten gleich lang sind.	

Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zuordnen von Aussagen zu verschiedenen Vierecken | **76**

Welche Aussage passt zu welchem Viereck?

- Kreuze an.

Aussage	Quadrat	Rechteck	Parallelo-gramm	Trapez	Raute
Ein Viereck mit vier gleich langen Seiten und vier rechten Winkeln.	X				
Ein Viereck, bei dem alle vier Seiten gleich lang und die gegenüberliegenden Seiten zueinander parallel sind.					
Ein Viereck mit mindestens einem Paar paralleler Seiten.					
Eine ebene Figur mit vier Seiten und vier Ecken.					
Ein Viereck, bei dem die benachbarten Seiten gleich lang sind.					

Raum und Form
Niveaustufe C

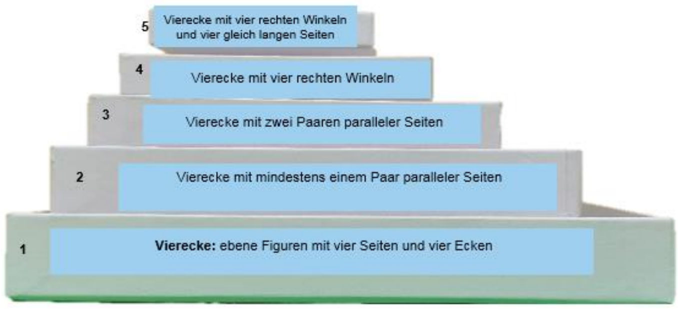
BE

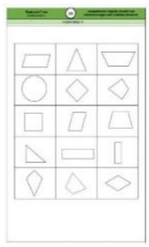
Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Sortieren und Systematisieren von Vierecken (a) | **77**

***Material:** Kopiervorlage D (ausgeschnittene ebene Figuren), 5 Schachteln – ineinander gestapelt*

- Lege alle Vierecke in die Schachtel 1.
- Suche aus der Schachtel 1 alle Vierecke, die mindestens ein Paar paralleler Seiten haben. Lege sie in Schachtel 2.
- Suche aus der Schachtel 2 alle Vierecke mit zwei Paaren paralleler Seiten. Lege sie in Schachtel 3.
- Suche aus der Schachtel 3 alle Vierecke mit vier rechten Winkeln. Lege sie in Schachtel 4.
- Suche aus der Schachtel 4 alle Vierecke mit vier rechten Winkeln und vier gleich langen Seiten. Lege sie in Schachtel 5.
- Erkläre, warum die Schachteln so ineinander gestellt werden können.





Kopiervorlage D

Bild 63 „Schachteln", Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

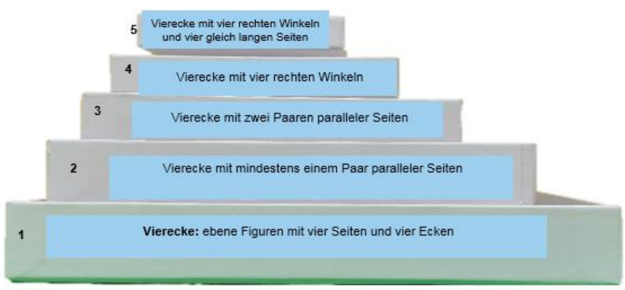
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Systematisieren von Vierecksarten und Überprüfen von Aussagen zu Vierecken (a) | **78**

- Ordne die Namen der Vierecke den Schachteln zu.



Trapez

Quadrat

Viereck

Rechteck

Parallelogramm

- Überprüfe folgende Aussagen. Kreuze an und begründe.

Aussage	wahr	falsch
Alle Trapeze sind Rechtecke.		
Alle Quadrate sind Vierecke.		
Jedes Rechteck ist ein Trapez.		
Jedes Rechteck ist ein Parallelogramm.		

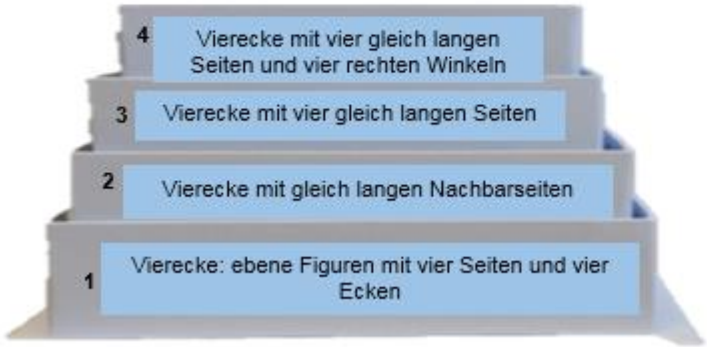
Bild 64 „Schachteln", Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

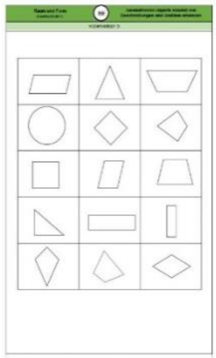
Raum und Form Niveaustufe C	**BE**	**Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen**

Sortieren und Systematisieren von Vierecken (b)	**79**

Material: *Kopiervorlage D, ebene Figuren, 4 Schachteln*

- Lege alle Vierecke in die Schachtel 1.
- Suche aus der Schachtel 1 alle Vierecke mit gleich langen benachbarten Seiten.
  Lege sie in die Schachtel 2.
- Suche aus der Schachtel 2 alle Vierecke mit vier gleich langen Seiten.
  Lege sie in die Schachtel 3.
- Suche aus der Schachtel 3 alle Vierecke mit vier rechten Winkeln. Lege sie in die Schachtel 4.
- Erkläre, warum die Schachteln so ineinander gestellt sind.





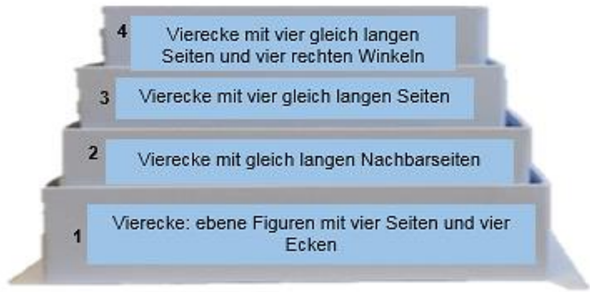
Kopiervorlage D

Bild 65 „Schachteln", Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	**BE**	**Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen**

Systematisieren von Vierecksarten und Überprüfen von Aussagen zu Vierecken (b)	**80**

- Ordne die Namen der Vierecke den Schachteln zu.



Raute

Drachenviereck

Quadrat

- Überprüfe folgende Aussagen. Kreuze an und begründe.

Aussage	wahr	falsch
Alle Rauten sind Vierecke.		
Alle Rauten sind Drachenvierecke.		
Alle Rauten sind Quadrate.		
Jedes Drachenviereck ist eine Raute.		

Bild 66 „Schachteln", Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	**BE**	**Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen**

Überprüfen von Aussagen zu Vierecken	**81**

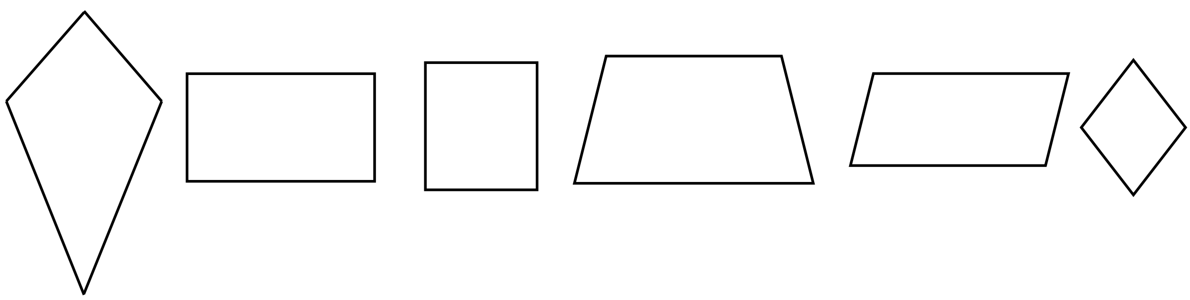
- Entscheide, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
- Kreuze an.
- Begründe deine Entscheidung.

Aussage		
Alle Quadrate sind Drachenvierecke.	☐ wahr	☐ falsch
Jedes Quadrat ist ein Rechteck, Drachenviereck, Raute und Parallelogramm.	☐ wahr	☐ falsch
Alle Trapeze sind Drachenvierecke.	☐ wahr	☐ falsch
Jede Raute ist ein Drachenviereck.	☐ wahr	☐ falsch

Raum und Form Niveaustufe C	**BE**	**Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen**

Einzeichnen von Diagonalen und Zuordnen von Aussagen über Diagonalen zu Vierecken	**82**

- Zeichne die Diagonalen ein.
- Welche Aussage passt zu welchem Viereck? Verbinde.



Die Diagonalen sind gleich lang.	Die Diagonalen schneiden sich im rechten Winkel.

Raum und Form Niveaustufe C	**BE**	**Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen**

Erkennen von Kreisen	**83**

- Zeige alle Kreise.

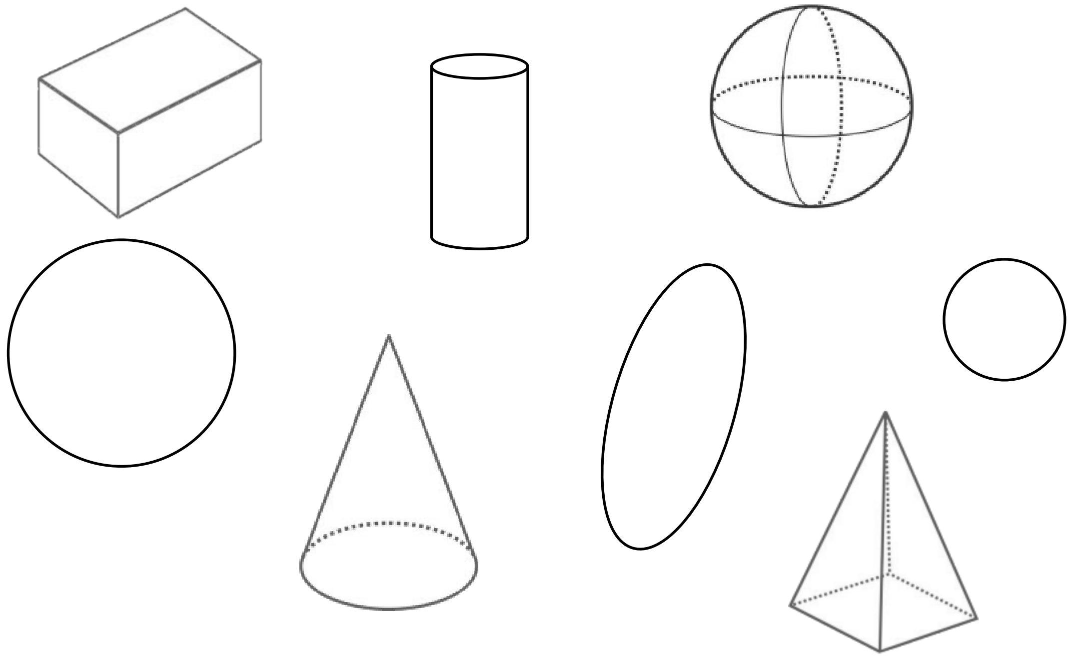


Bild 67 „Körper und Flächen“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	**BE**	**Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen**

Finden von Kreisen in der Umgebung	**84**

Wo findest du im Klassenraum Kreise?

- Zeige sie.

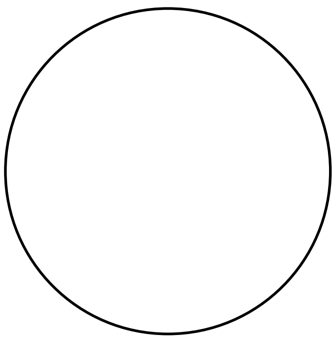
Beachte:
Ein Kreis ist eine ebene Figur, kein Körper. Eine Kugel ist ein Körper.

Wo findest du auf deinem Schulweg Kreise?

- Nenne Beispiele.

Bei welchen Sportarten findest du auf den Spielfeldern Kreise?

- Nenne Beispiele.



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Zeichnen von Kreisen mit unterschiedlichen Gegenständen

85

Material: *Blatt Papier, Stift, Glas, Teller, Münzen*

- Zeichne Kreise. Nutze dazu Gegenstände als Schablone.
- Beschreibe, wie du vorgegangen bist.

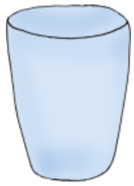


Bild 68 bis 70 „Glas, Teller, Münze“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

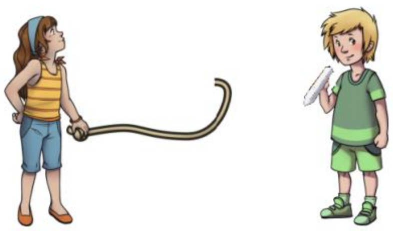
Zeichnen eines Kreises mit Kreide

86

Material: *Schnur, Kreide*

- Zeichne gemeinsam mit einem anderen Kind im Klassenraum oder auf dem Schulhof Kreise. Benutzt Kreide und eine Schnur.
- So geht ihr vor:

  1. Ein Kind stellt sich in die Mitte und hält die Schnur an einer Seite fest.
  2. Am anderen Ende der Schnur befestigt ihr ein Stück Kreide.
  3. Das andere Kind bewegt sich um das erste Kind herum und zeichnet dabei einen Kreis mit Kreide auf den Boden.

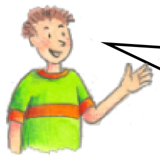


Wir müssen darauf achten, dass die Schnur immer straff gespannt ist, wenn ich um dich herumlaufe.

Bild 71 „Kinder mit Kreide und Schnur“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Zuordnen von Aussagen über den Kreis zum Bild

Linus und Kay sagen:



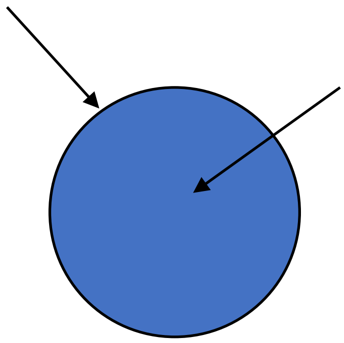
Jeder Kreis hat eine Kreislinie.

Jeder Kreis hat eine Kreisfläche.

Linus

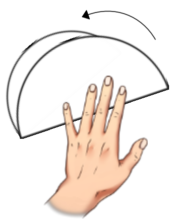
Kay

- Zeige im Bild, was Linus und Kay meinen.
- Begründe deine Entscheidung.



Herstellen des Mittelpunktes durch Falten

Material: *Kopiervorlage E (oberer Kreis ausgeschnitten)*



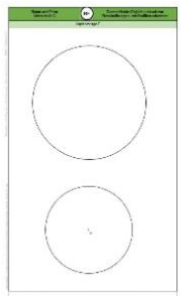
- Falte den Kreis so, dass beide Hälften genau aufeinanderpassen.
  Falte den Kreis wieder auf.

- Drehe den Kreis etwas und falte ihn erneut so, dass beide Hälften genau aufeinanderpassen. Falte den Kreis erneut auf.

- Wiederhole das noch zweimal, sodass zwei weitere Faltkanten entstehen.

Deine Faltlinien treffen sich alle in einem Punkt.
Das ist der **Mittelpunkt** des Kreises.

- Zeige ihn.
- Markiere ihn mit einem kleinen Kreuz und dem Großbuchstaben **M**.



Kopiervorlage E

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

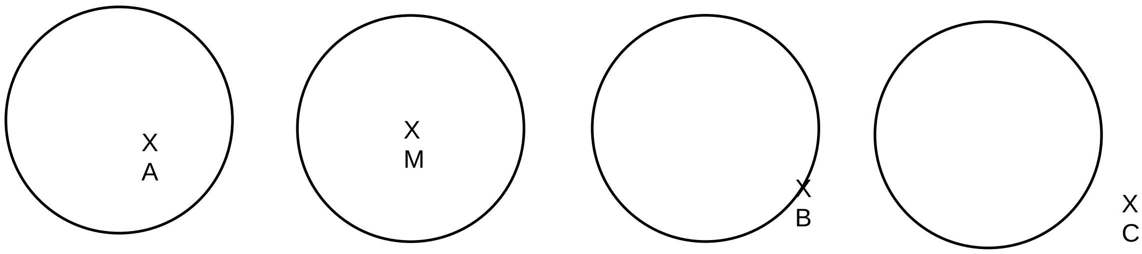
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Beschreiben der Lage von Punkten und Bestimmen des Mittelpunktes | **89**

- Beschreibe die Lage der Punkte zum Kreis.
- Welcher Punkt liegt genau in der Mitte des Kreises?



- Ergänze:

Der Punkt _____ liegt genau in der Mitte des Kreises.

Er wird ___________________ des Kreises genannt.

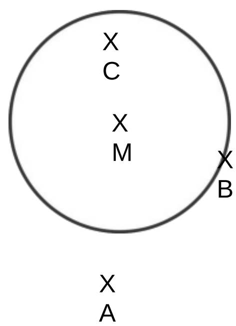
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Beschreiben der Lage von Punkten | **90**

- Beschreibe die Lage der Punkte A, B, C und M.
- Nutze die Wortbausteine als Hilfe.



liegt außerhalb des Kreises

liegt auf der Kreislinie

ist Mittelpunkt des Kreises

liegt innerhalb des Kreises

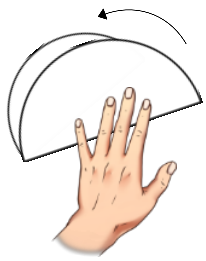
Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Herstellen des Durchmessers eines Kreises durch Falten | **91**

Material: *Kopiervorlage E (unterer Kreis ausgeschnitten), Lineal*



- Falte den Kreis so, dass beide Hälften genau aufeinanderpassen.
  Falte nun den Kreis wieder auf.
- Drehe den Kreis etwas und falte ihn erneut so, dass beide Hälften genau aufeinanderpassen. Falte nun den Kreis wieder auf.
- Wiederhole das noch zweimal, sodass zwei weitere Faltkanten entstehen.
- Zeichne alle Faltlinien mit einem Lineal farbig nach.
- Miss die Länge der Faltlinien. Was stellst du fest?
- Was fällt dir noch auf? Beschreibe.

Bild 75 „Gefalteter Kreis mit Hand“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

BE

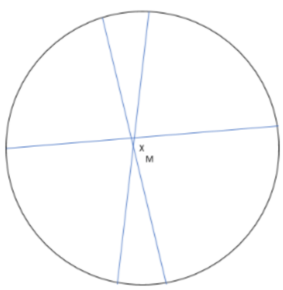
Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Finden von Fehlern beim Falten und Beschreiben des Durchmessers | **92**

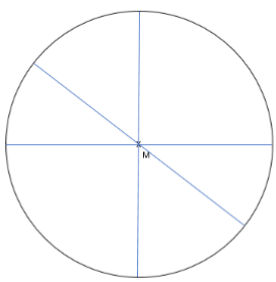
Alex und Tasnim haben den Kreis mehrmals gefaltet, sodass beide Hälften genau aufeinanderpassen. Dann haben sie die Faltkanten nachgezeichnet.

- Wer hat richtig gefaltet und gezeichnet? Begründe.

Alex



Tasnim



Erik sagt:

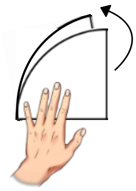
„Die Strecke durch den Mittelpunkt des Kreises wird als **Durchmesser (d)** bezeichnet.“

- Warum wird die Strecke als **Durchmesser** bezeichnet? Vermute.

Bild 76 „Junge“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

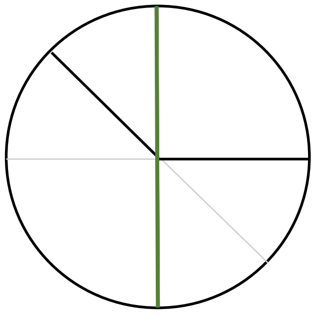
Raum und Form Niveaustufe C	**BE**	**Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen**
Vergleichen der Durchmesserlänge mit der Länge der Strecke vom Mittelpunkt zur Kreislinie		**93**

Lisa hat einen Kreis mehrmals gefaltet und wieder aufgeklappt.



Alle Faltlinien verlaufen durch den Mittelpunkt des Kreises.

- Zeige den Durchmesser des Kreises, den Lisa grün und fett markiert hat.
- Miss die Länge des Durchmessers.   d = ____ cm

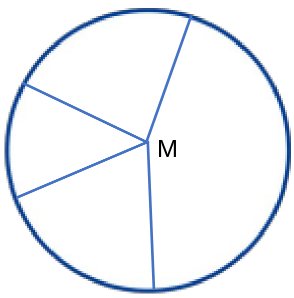


Lisa hat zwei weitere Strecken nachgezeichnet.
Sie verlaufen immer vom Mittelpunkt des Kreises zur Kreislinie.

- Zeige sie.
- Miss die Länge dieser beiden Strecken.
- Vergleiche mit dem Durchmesser. Was stellst du fest?

Bild 77 „Gefalteter Kreis mit Hand“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	**BE**	**Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen**
Beschreiben der Strecke vom Mittelpunkt des Kreises zur Kreislinie als Radius		**94**



- Überprüfe die Aussage an dem Kreis.

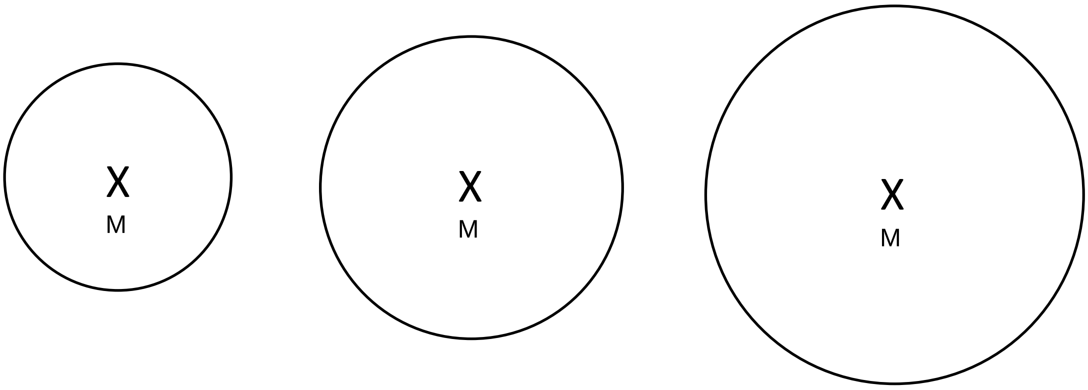
Die Strecke vom Mittelpunkt zu einem Punkt der Kreislinie heißt **Radius r.**

- Zeige den Radius (r) im Kreis.

Bild 78 „Mädchen“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Einzeichnen von Radien in den Kreis

- Zeichne in jeden Kreis einen Radius ein. Miss die Länge des Radius und ergänze.



r =	r =	r =

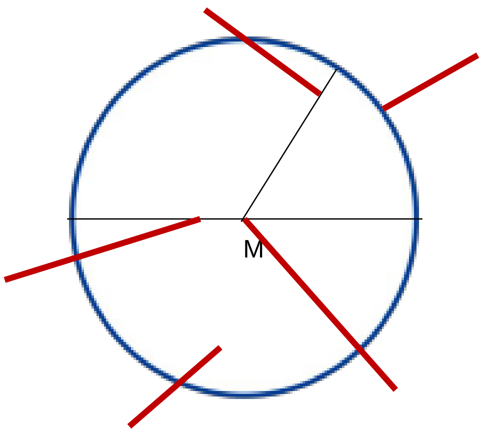
- Bestimme die Länge des Durchmessers in jedem Kreis. Erkläre, wie du darauf kommst.

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Zuordnen von Begriffen zum Kreis

- Ordne die Begriffe passend zu:

Mittelpunkt M | Kreisfläche | Durchmesser | Radius | Kreislinie



Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen der Beziehung zwischen Zirkelspanne und Radius | **97**

Material: *Zirkel, Lineal*

Karla soll mit dem Zirkel einen Kreis mit dem Radius r = 3 cm zeichnen.
Sie zeichnet den Mittelpunkt M und stellt die Zirkelspanne auf 3 cm ein.

- Erkläre, was die Zirkelspanne mit dem Radius zu tun hat.
- Zeichne den Kreis.

Bild 79 „Zirkel“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zeichnen von Kreisen mit dem Zirkel | **98**

Material: *Zirkel, Lineal*

- Zeichne drei verschieden große Kreise mit dem Zirkel nebeneinander.

  Gehe so vor:

  Lege immer zuerst den Mittelpunkt M fest.

  Stelle anschließend die Zirkelspanne so ein, wie der Radius es vorgibt.

  1. Kreis: r = 2 cm

  2. Kreis: r = 3 cm

  3. Kreis: r = 4 cm

Radius → r

- Zeichne in jeden Kreis einen Radius ein.

Bild 80 „Zirkel“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

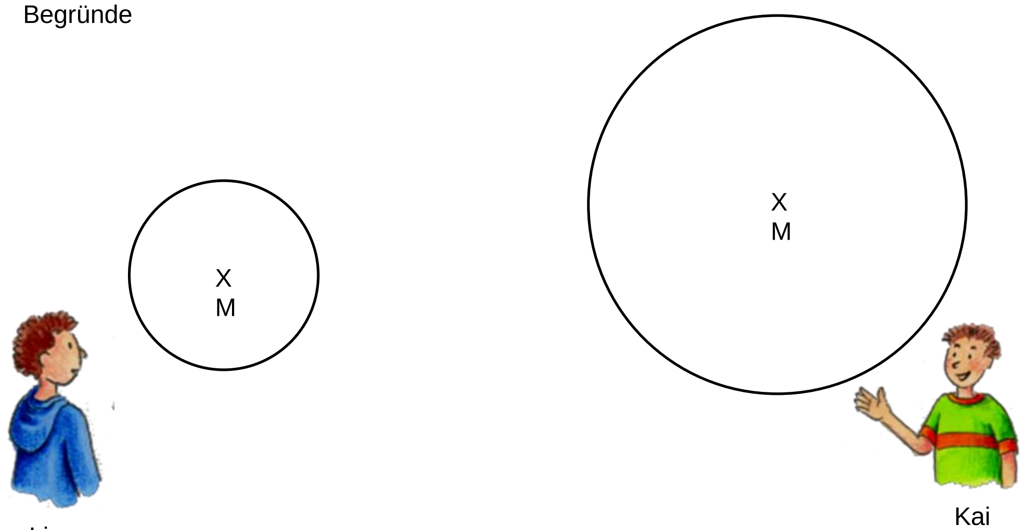
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Finden von Fehlern beim Zeichnen von Kreisen	**99**

Linus und Kai sollten einen Kreis mit dem Durchmesser d = 5 cm zeichnen.
Wer hat es richtig gemacht?

- Begründe



Linus

Kai

Raum und Form
Niveaustufe C

BE

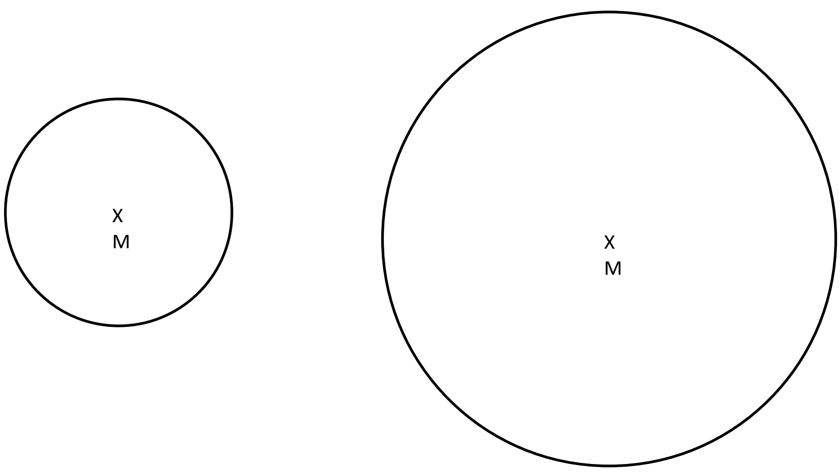
Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zuordnen des passenden Maßes zum Kreis	**100**

- Welcher Kreis gehört zu welcher Karte?
  Überprüfe und verbinde passend.

r = 3 cm

d = 3 cm



Beschreiben des Vorgehens beim Zeichnen von Kreisen mit dem Zirkel | **101**

Material: *Zirkel, Lineal*

Du sollst verschiedene Kreise mit dem Zirkel zeichnen.

- Schau dir zuerst die Angaben an. Beschreibe, was du beim Zeichnen beachten musst.
- Zeichne die Kreise mit dem Zirkel.

Kreis 1: r = 4 cm

Kreis 2: d = 11 cm

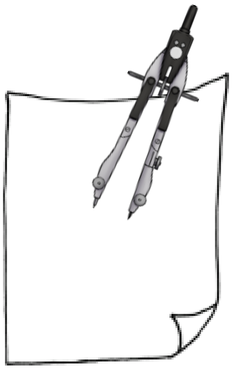


Bild 83 „Zirkel und Papier“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

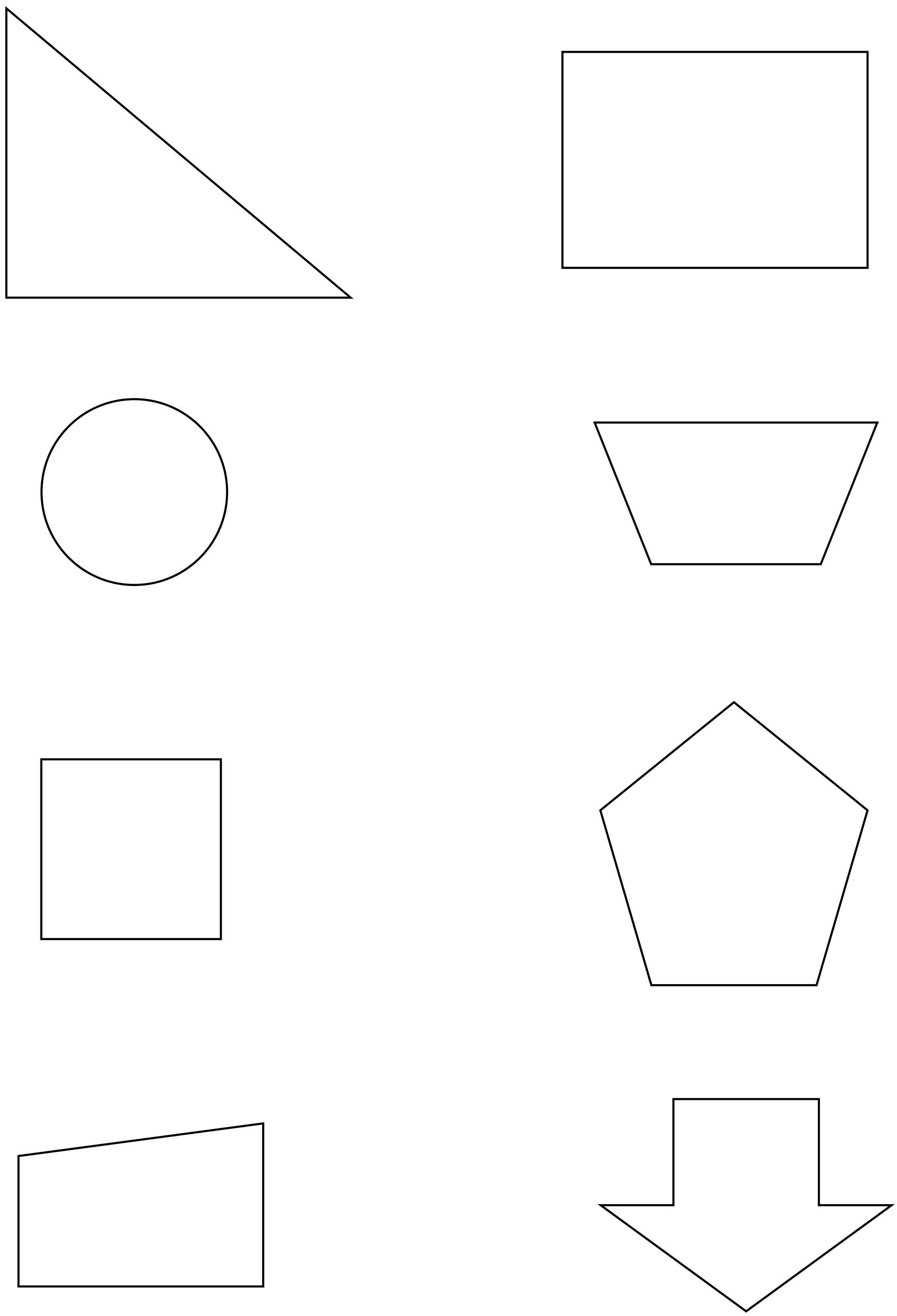
102

Raum und Form
Niveaustufe C

BE

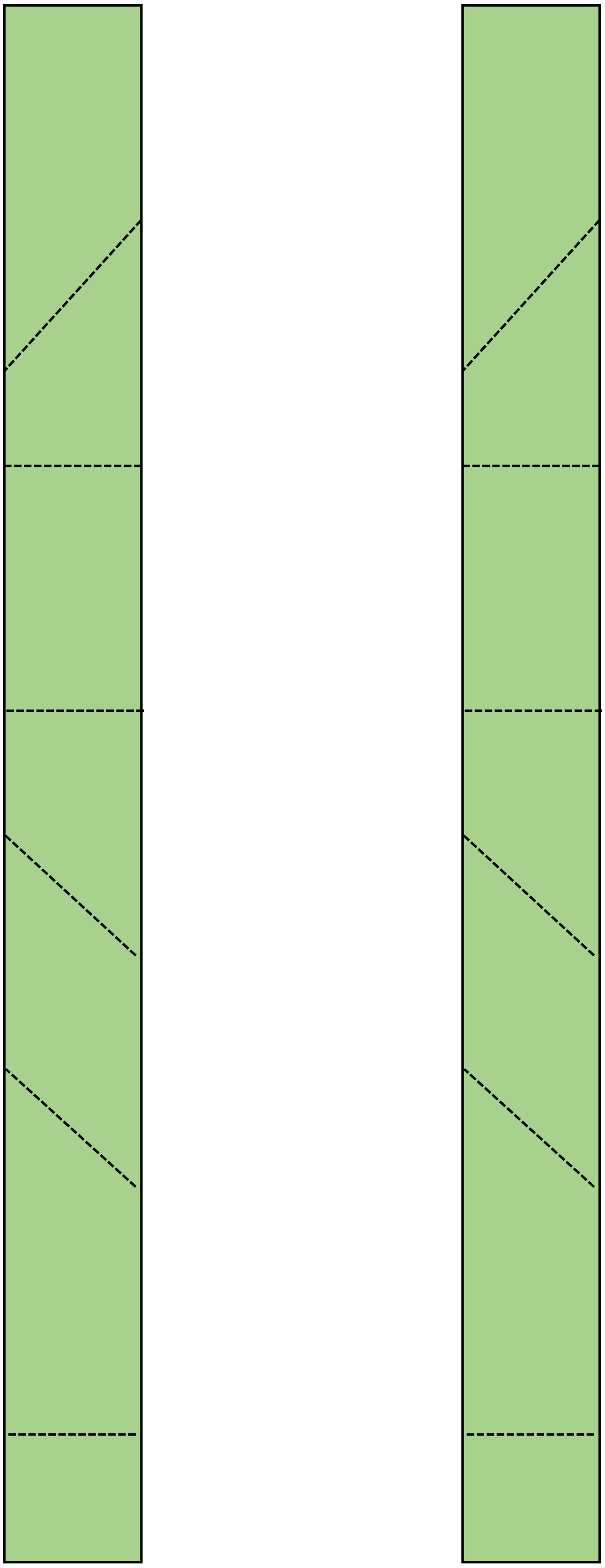
Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Kopiervorlage A



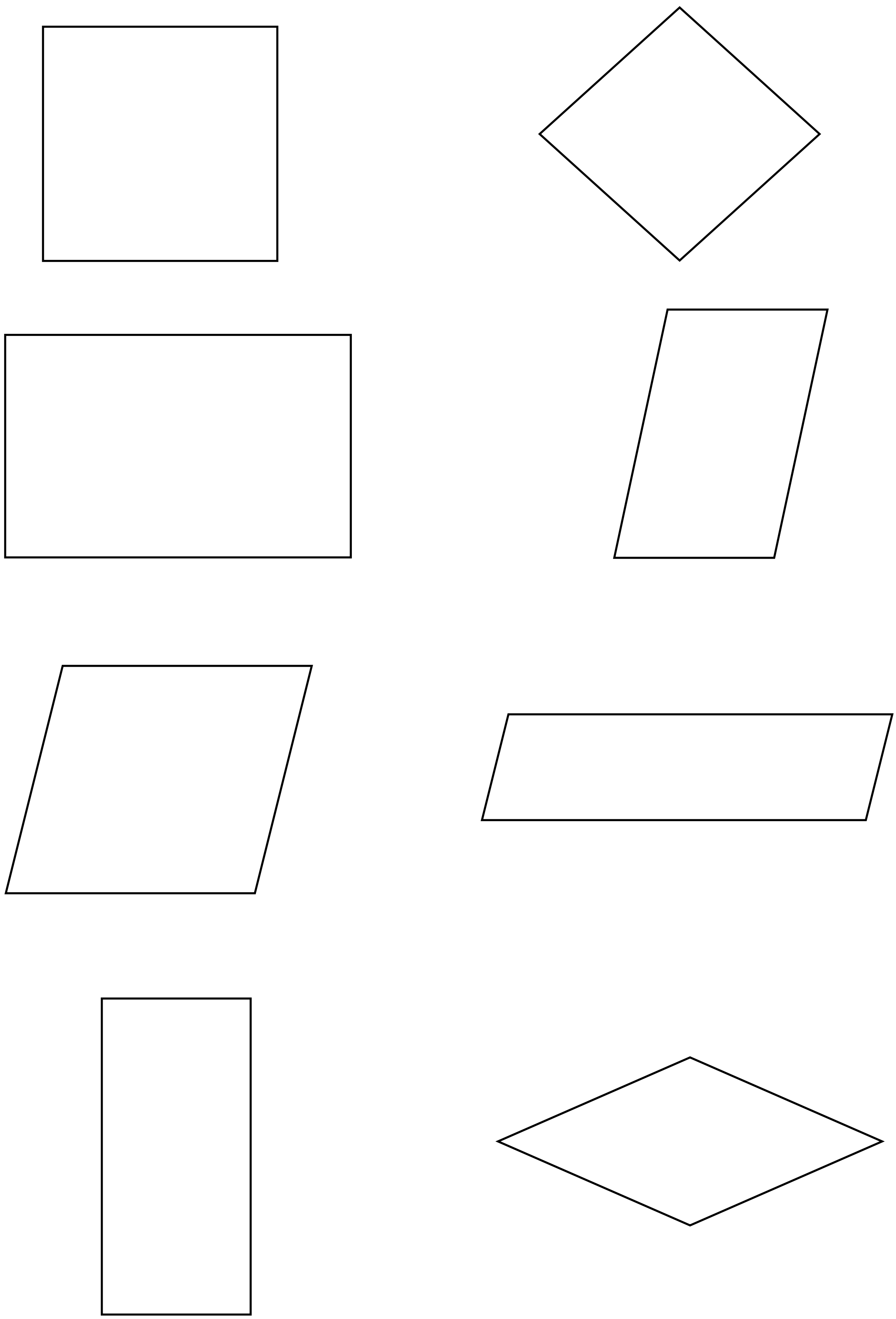
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage B



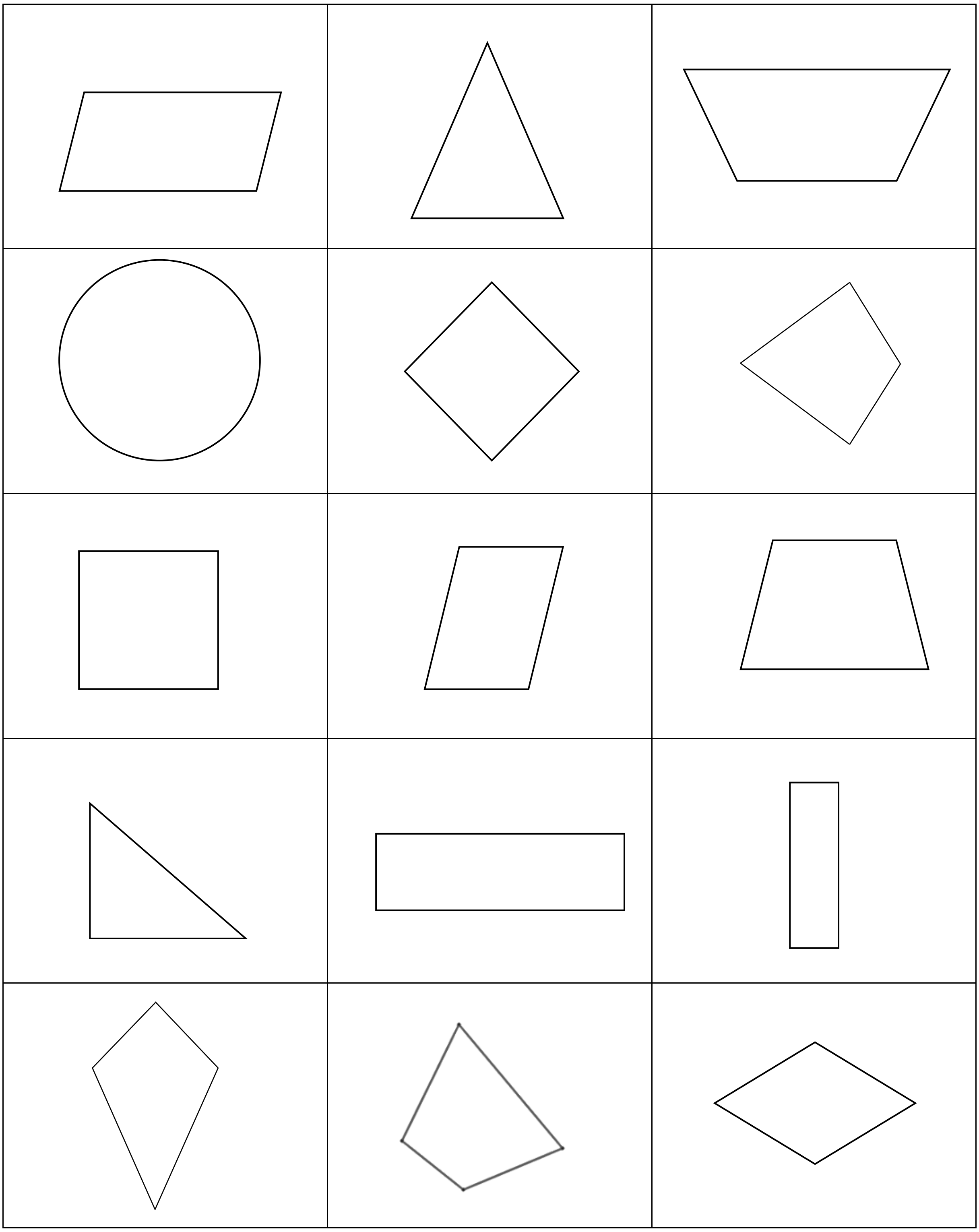
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage C



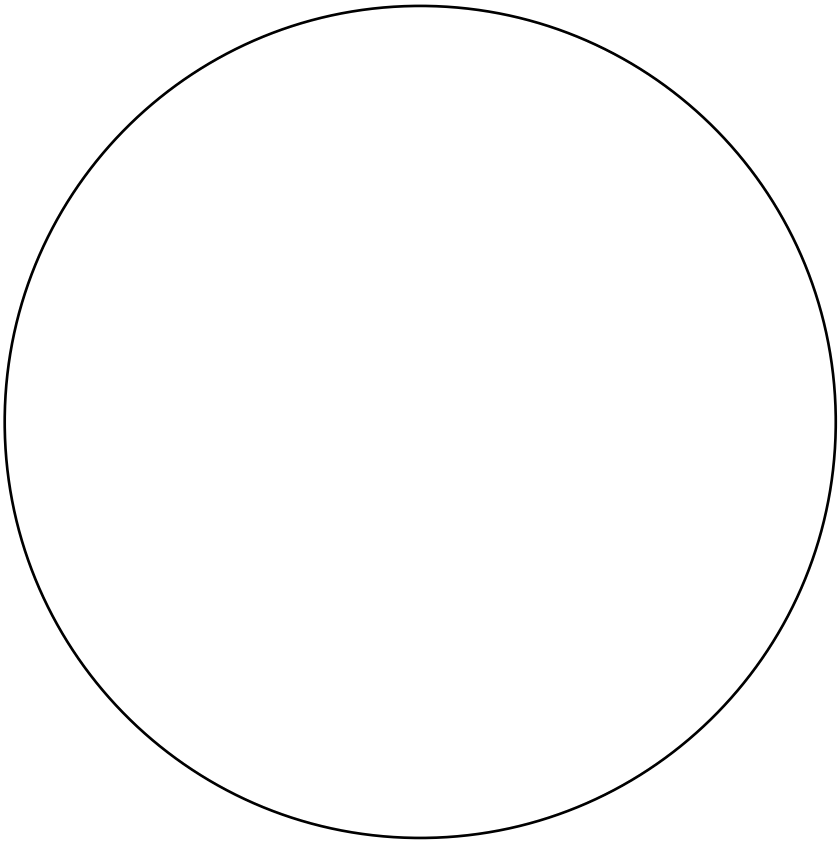
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

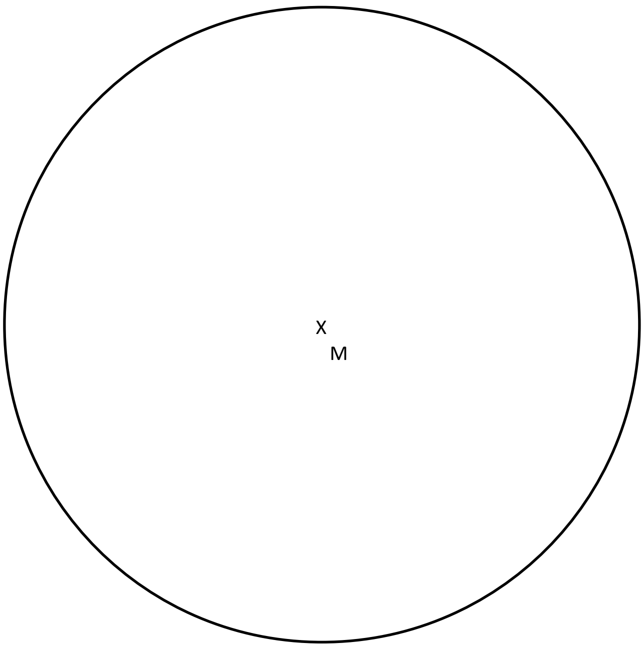
Kopiervorlage D



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage E





Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Darum geht es

„Die Entwicklung eines Symmetrieverständnisses ist von zentraler Bedeutung. Dies hat vor allem zwei Gründe:

- *Die Eigenschaft der Symmetrie kann zahlreiche geometrische Objekte charakterisieren und ist somit zentraler Bestandteil für die Begriffsbildung.*
- *Die Achsenspiegelung ist die erste und grundlegende Kongruenzabbildung. Alle Kongruenzabbildungen können auf Achsenspiegelungen zurückgeführt werden.*

Die Kongruenzabbildungen sind: Achsenspiegelung, Punktspiegelung, Drehungen, Verschiebungen und deren Verkettungen (Schmidt-Thieme & Weigand, 2014, S. 187).
Ein tragfähiges Symmetrieverständnis wird angenommen, wenn die Untersuchung geometrischer Objekte auf Symmetrien und die Durchführung symmetrischer Abbildungen gelingt.
In Niveaustufe C geht es vor allem auch darum, Achsen-, Dreh- und Schubsymmetrie und deren Eigenschaften zu erkennen und voneinander unterscheiden zu können, und um die Ausführung der Spiegelung an einer Achse. Ohne Symmetrieverständnis können Objekte nicht sicher auf Symmetrie untersucht werden. Dies ist sehr problematisch für die Objektbegriffsentwicklung. Auch die Untersuchung von geometrischen Abbildungen ist ohne Symmetrieverständnis nicht zielgerichtet möglich. Ebenso wenig gelingt das Führen von Beweisen unter Nutzung von Symmetrien und Kongruenzen (Schmidt-Thieme & Weigand, 2014, S. 191).“ (LISUM, 2019. Handbuch ILeA plus, cc by nd 4.0, S. 136)

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Falten achsensymmetrischer Figuren (mehrere Symmetrieachsen)
2. Untersuchen achsensymmetrischer Figuren (mehrere Symmetrieachsen)
3. Untersuchen von Würfelbildern auf Achsensymmetrie
4. Untersuchen von Buchstaben mit mehreren Symmetrieachsen
5. Finden von Fehlern beim Einzeichnen von Symmetrieachsen
6. Einzeichnen von Symmetrieachsen in Figuren (mit Raster)
7. Einzeichnen von Symmetrieachsen in Figuren (ohne Raster)
8. Überprüfen von Vierecken auf Achsensymmetrie durch Falten
9. Erkennen achsensymmetrischer Figuren (mehrere Achsen) am Geobrett
10. Vervollständigen achsensymmetrischer Figuren am Geobrett
11. Sortieren von Figuren nach Anzahl der Symmetrieachsen
12. Begründen des Entstehens einer Figur mit mehreren Symmetrieachsen
13. Ergänzen zu achsensymmetrischen Figuren (an einer Achse)
14. Ergänzen zu achsensymmetrischen Figuren (an beiden Achsen)
15. Vervollständigen achsensymmetrischer Figuren auf Rasterpapier
16. Vervollständigen achsensymmetrischer Figuren am Geobrett

Übersicht über die Kopiervorlagen

Kopiervorlage A
Kopiervorlage B
Kopiervorlage C

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

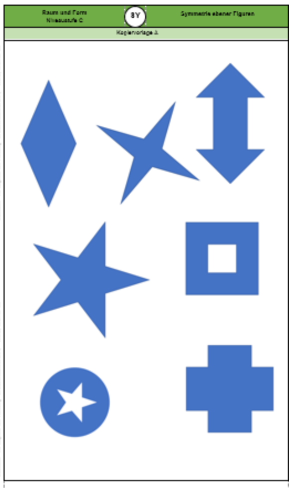
SY

Symmetrie ebener Figuren

Falten achsensymmetrischer Figuren (mehrere Symmetrieachsen) | **1**

Material: *Kopiervorlage A (verschiedene Figuren – bereits ausgeschnitten)*

- Falte jede Figur so, dass beide Teile genau aufeinandertreffen.
- Finde für jede Figur mehrere Möglichkeiten.
- Zeichne dann die Symmetrieachsen mit einem Lineal und einem roten Stift nach.



Kopiervorlage A

Raum und Form
Niveaustufe C

SY

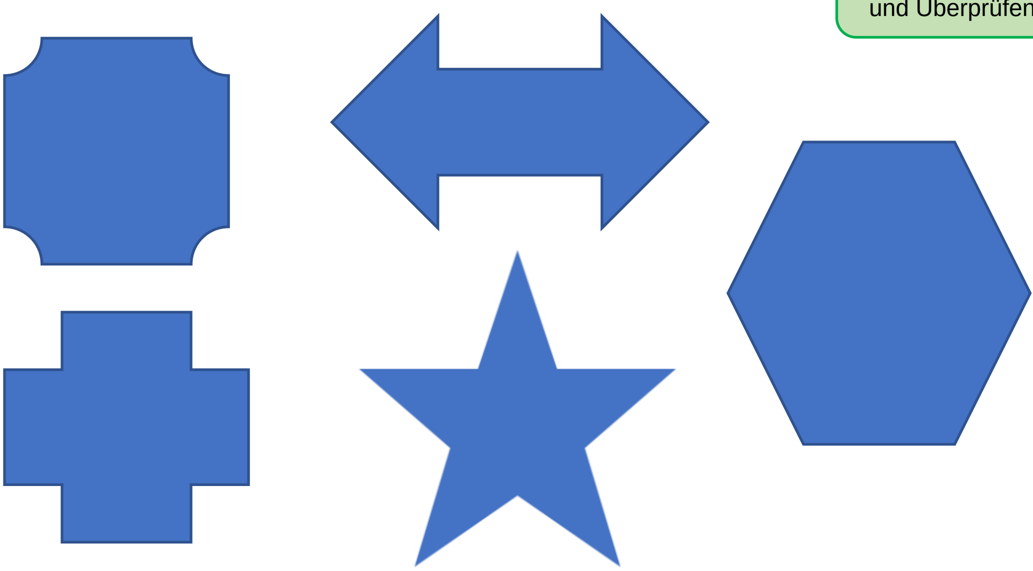
Symmetrie ebener Figuren

Untersuchen achsensymmetrischer Figuren (mehrere Symmetrieachsen) | **2**

Material: *Spiegel*

- Überlege: Wo müsstest du falten, sodass beide Teile genau aufeinanderliegen?
- Finde in allen Figuren mehrere Symmetrieachsen.
- Zeichne die Symmetrieachsen ein.

Du kannst auch einen Spiegel zum Probieren und Überprüfen nutzen.



Raum und Form
Niveaustufe C

SY

Symmetrie ebener Figuren

Untersuchen von Würfelbildern auf Achsensymmetrie	**3**

Material: *Spiegel*

- Finde möglichst viele Symmetrieachsen in den Würfelbildern.
- Beschreibe, wie du vorgehst.
- Zeichne die Symmetrieachsen ein.
- Kontrolliere mit einem Spiegel.

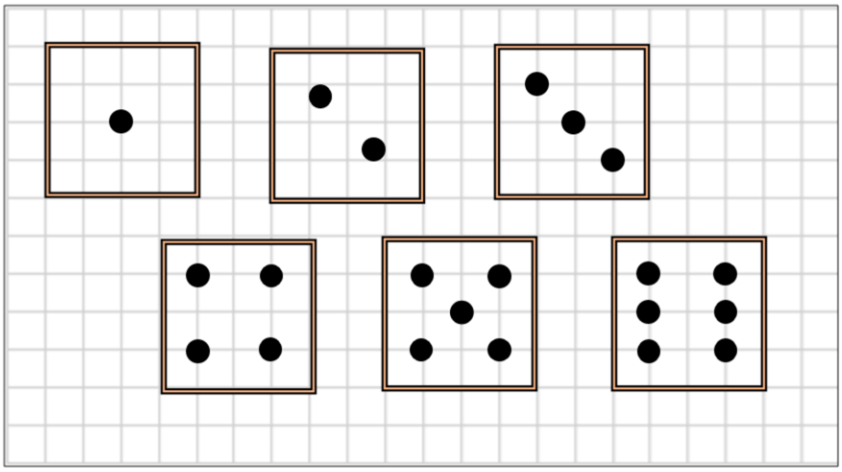


Bild 1 „Würfelbilder“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

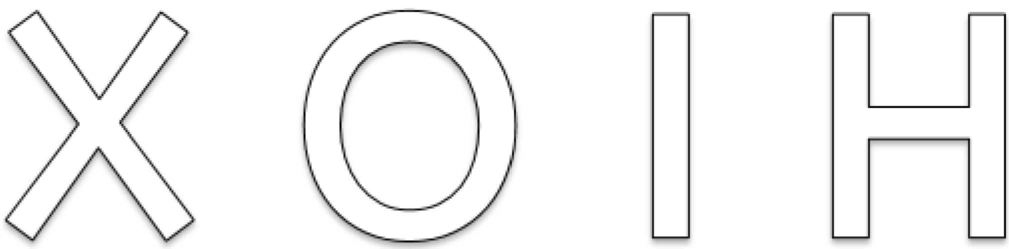
SY

Symmetrie ebener Figuren

Untersuchen von Buchstaben mit mehreren Symmetrieachsen	**4**

Diese Buchstaben haben mehrere Symmetrieachsen.

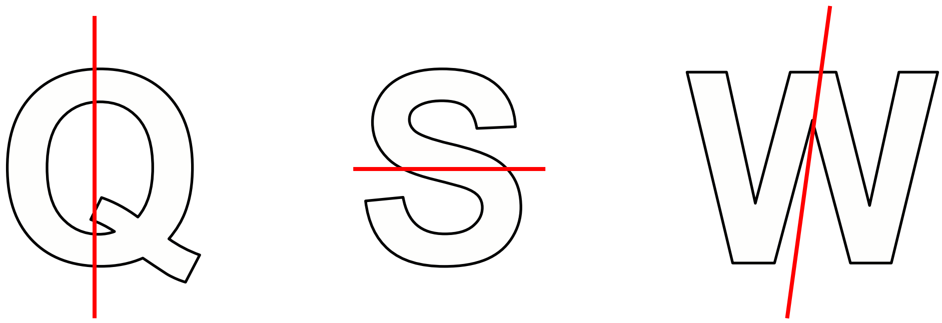
- Finde sie und zeichne sie ein.
- Kontrolliere mit einem Spiegel.



Finden von Fehlern beim Einzeichnen von Symmetrieachsen | **5**

David sollte Symmetrieachsen in vorgegebene Buchstaben einzeichnen.

- Erkläre, warum die roten Geraden keine Symmetrieachsen sind.



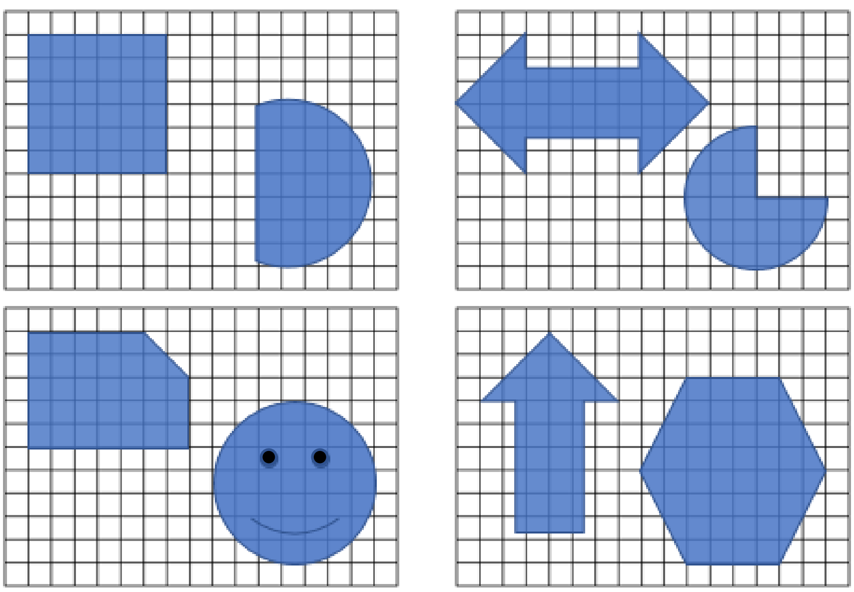
Einzeichnen von Symmetrieachsen in Figuren (mit Raster) | **6**

- Zeichne die Symmetrieachsen ein.

Woran erkennst du, wo die Symmetrieachsen liegen?

- Beschreibe.

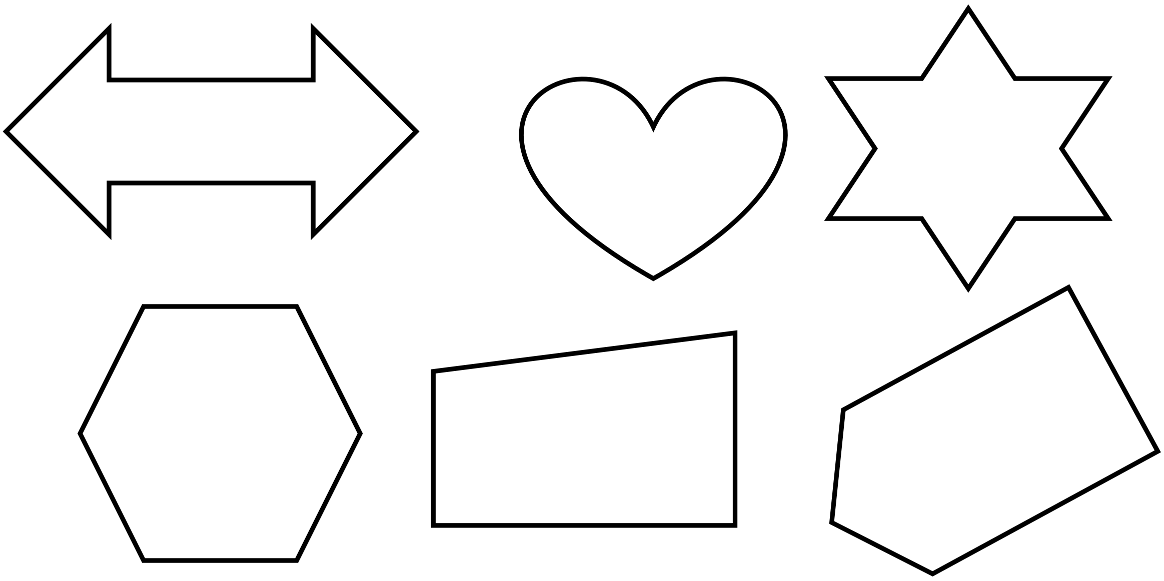
Figuren können auch mehrere Symmetrieachsen haben. Es gibt Figuren, die haben keine Symmetrieachsen.



Raum und Form Niveaustufe C	**SY**	**Symmetrie ebener Figuren**

Einzeichnen von Symmetrieachsen in Figuren (ohne Raster)	**7**

- Zeichne die Symmetrieachsen rot ein. Achtung: Nicht alle Figuren sind achsensymmetrisch.



Woran hast du erkannt, dass eine Figur nicht achsensymmetrisch ist?

- Beschreibe.

Raum und Form Niveaustufe C	**SY**	**Symmetrie ebener Figuren**

Überprüfen von Vierecken auf Achsensymmetrie durch Falten	**8**

Material: *Kopiervorlage B (Figuren bereits ausgeschnitten)*

Bennet behauptet: „Alle Vierecke haben zwei Symmetrieachsen.“

- Überprüfe Bennets Behauptung durch Falten.
- Begründe deine Entscheidung.

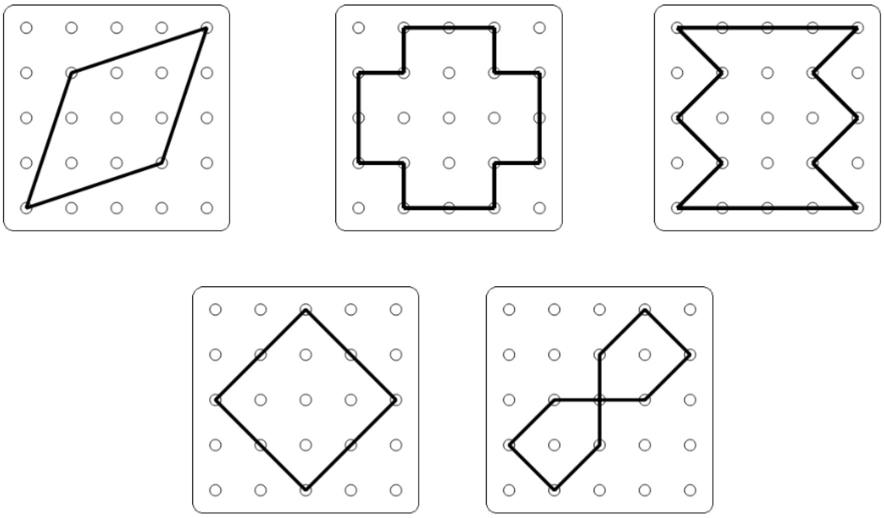
Kopiervorlage B

Raum und Form Niveaustufe C	SY	Symmetrie ebener Figuren

Erkennen achsensymmetrischer Figuren (mehrere Achsen) am Geobrett	9

Material: *Geobrett, Gummis*

- Spanne die Figuren nacheinander am Geobrett.
- Nimm dann rote Gummibänder und spanne die Symmetrieachsen.
- Beschreibe, wie du vorgehst, um alle Symmetrieachsen zu finden.



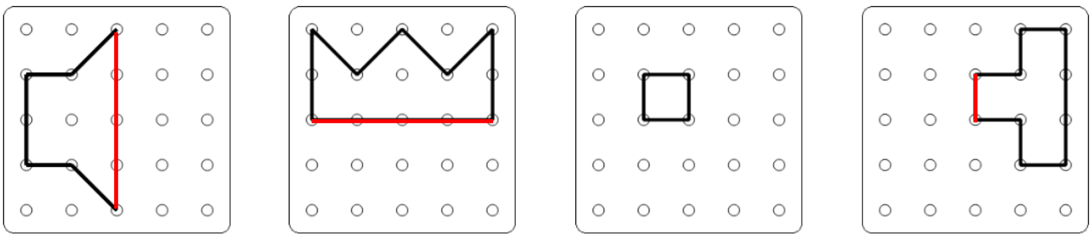
Raum und Form Niveaustufe C	SY	Symmetrie ebener Figuren

Vervollständigen achsensymmetrischer Figuren am Geobrett	10

Material: *Geobrett, Gummis*

Du siehst immer die Hälfte einer achsensymmetrischen Figur und eine Symmetrieachse.

- Spanne am Geobrett nach.
- Nimm nun einen zweiten Gummi und ergänze die Figur.



- Finde in jeder Figur eine zweite Symmetrieachse. Zeige sie.

Nadine sagt: „Wenn jede Figur noch eine zweite Symmetrieachse hat,
dann war auch die Hälfte der Figur schon achsensymmetrisch.“

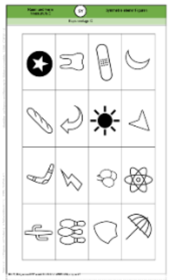
- Zeige, was Nadine meint.

Raum und Form Niveaustufe C	**SY**	**Symmetrie ebener Figuren**

Sortieren von Figuren nach Anzahl der Symmetrieachsen **11**

Material: *Kopiervorlage C, bereits zerschnitten*

- Ordne die folgenden Karten nach der Anzahl der Symmetrieachsen.
- Wie gehst du vor? Beschreibe.



Kopiervorlage C

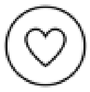
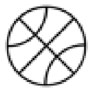
Keine Symmetrieachse 	Eine Symmetrieachse 	Mehr als eine Symmetrieachse 

Bild 12 bis 15 „Banane“, „Herz“, „Basketball“, „Kopiervorlage C“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	**SY**	**Symmetrie ebener Figuren**

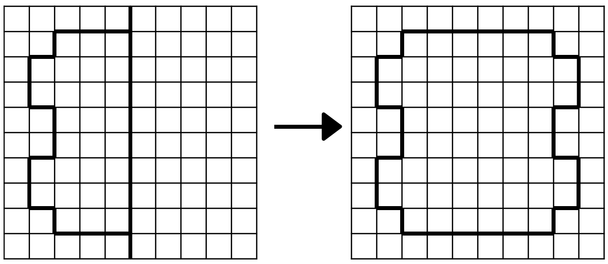
Begründen des Entstehens einer Figur mit mehreren Symmetrieachsen **12**

Karla und Jule sollten ihre Figur zu einer achsensymmetrischen Figur ergänzen.

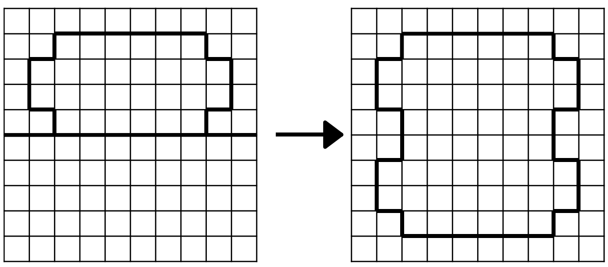
Obwohl sie beide eine unterschiedliche Ausgangsfigur hatten, haben sie am Ende die gleiche Figur erhalten.

- Zeichne alle Symmetrieachsen in den Lösungen der beiden Kinder ein.
- Erkläre, warum die Kinder die gleiche achsensymmetrische Figur erhalten haben.

Jule:



Karla:



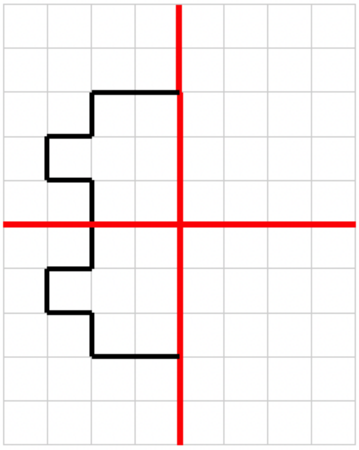
Raum und Form Niveaustufe C	SY	Symmetrie ebener Figuren

Ergänzen zu achsensymmetrischen Figuren (an einer Achse)	13

Material: *Spiegel*

Die Figuren sollen zu achsensymmetrischen Figuren mit zwei Symmetrieachsen vervollständigt werden.

- Ergänze die Figuren.
- Überprüfe mit einem Spiegel, ob beide roten Linien Spiegelachsen sind.



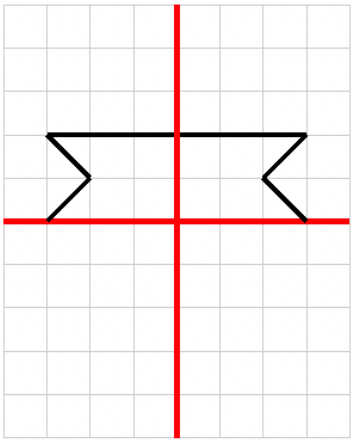


Bild 16 und 17 „Figuren auf Raster“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

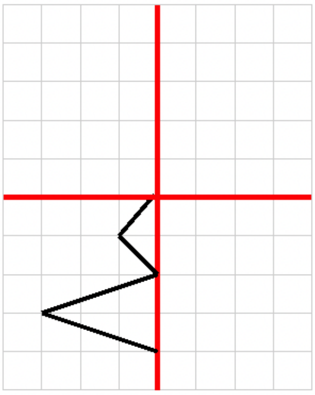
Raum und Form Niveaustufe C	SY	Symmetrie ebener Figuren

Ergänzen zu achsensymmetrischen Figuren (an beiden Achsen)	14

Material: *Spiegel*

Die Figuren sollen zu achsensymmetrischen Figuren mit zwei Symmetrieachsen vervollständigt werden.

- Ergänze die Figuren.
- Überprüfe mit einem Spiegel.



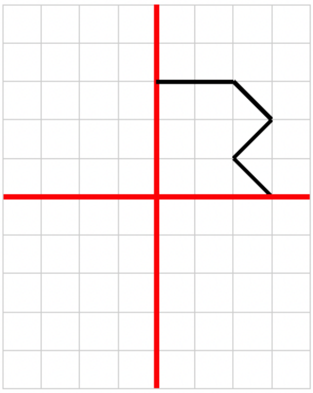
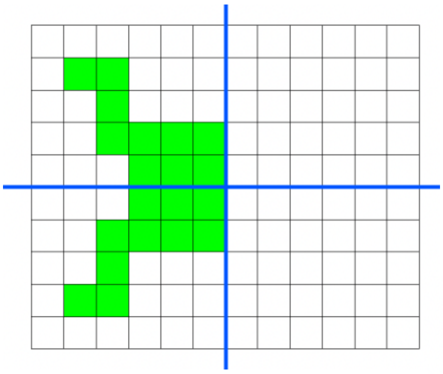
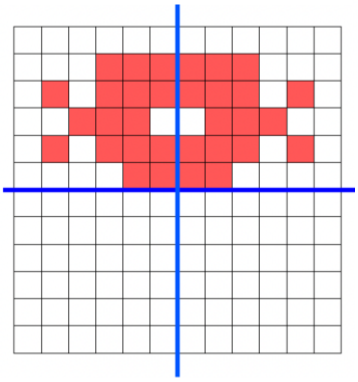


Bild 18 und 19: „Figuren auf Raster“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Vervollständigen achsensymmetrischer Figuren auf Rasterpapier **15**

- Ergänze zu einer achsensymmetrischen Figur mit zwei Symmetrieachsen.





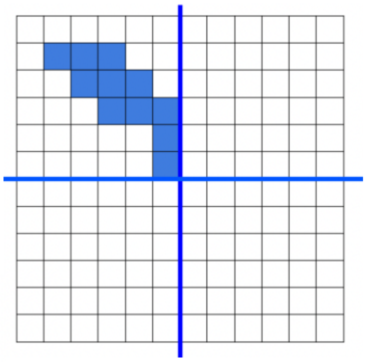
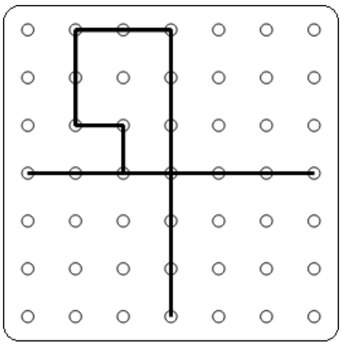
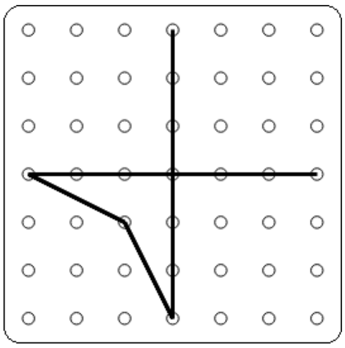


Bild 20 bis 22 „Figuren auf Raster“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Vervollständigen achsensymmetrischer Figuren am Geobrett **16**

- Ergänze die Figur zu einer achsensymmetrischen Figur mit zwei Symmetrieachsen.
- Beschreibe, wie du vorgehst.





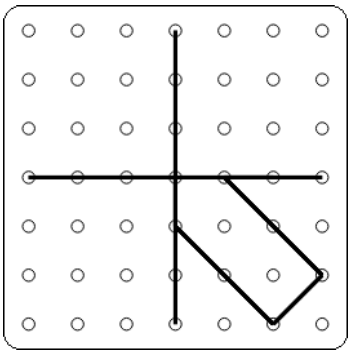
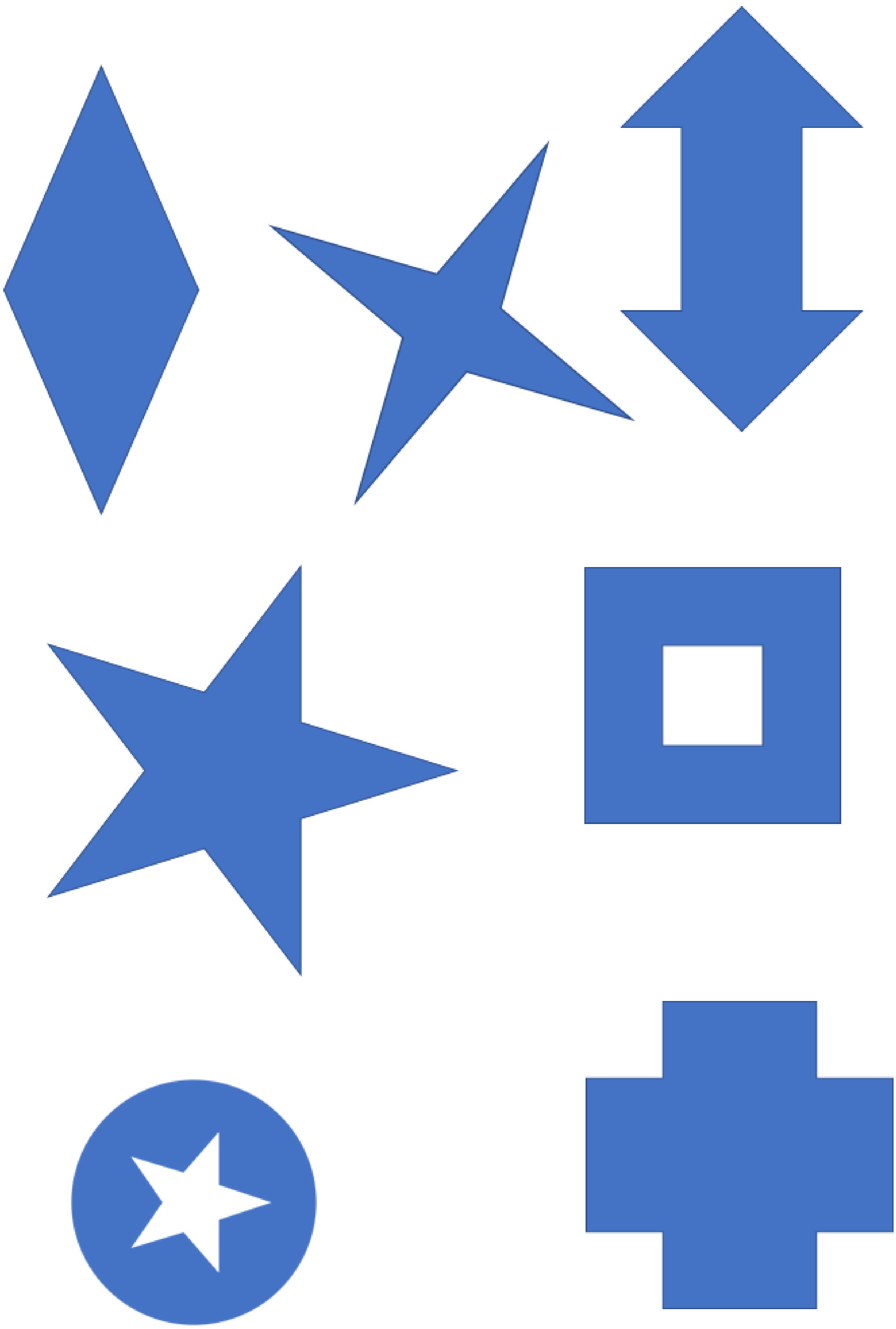


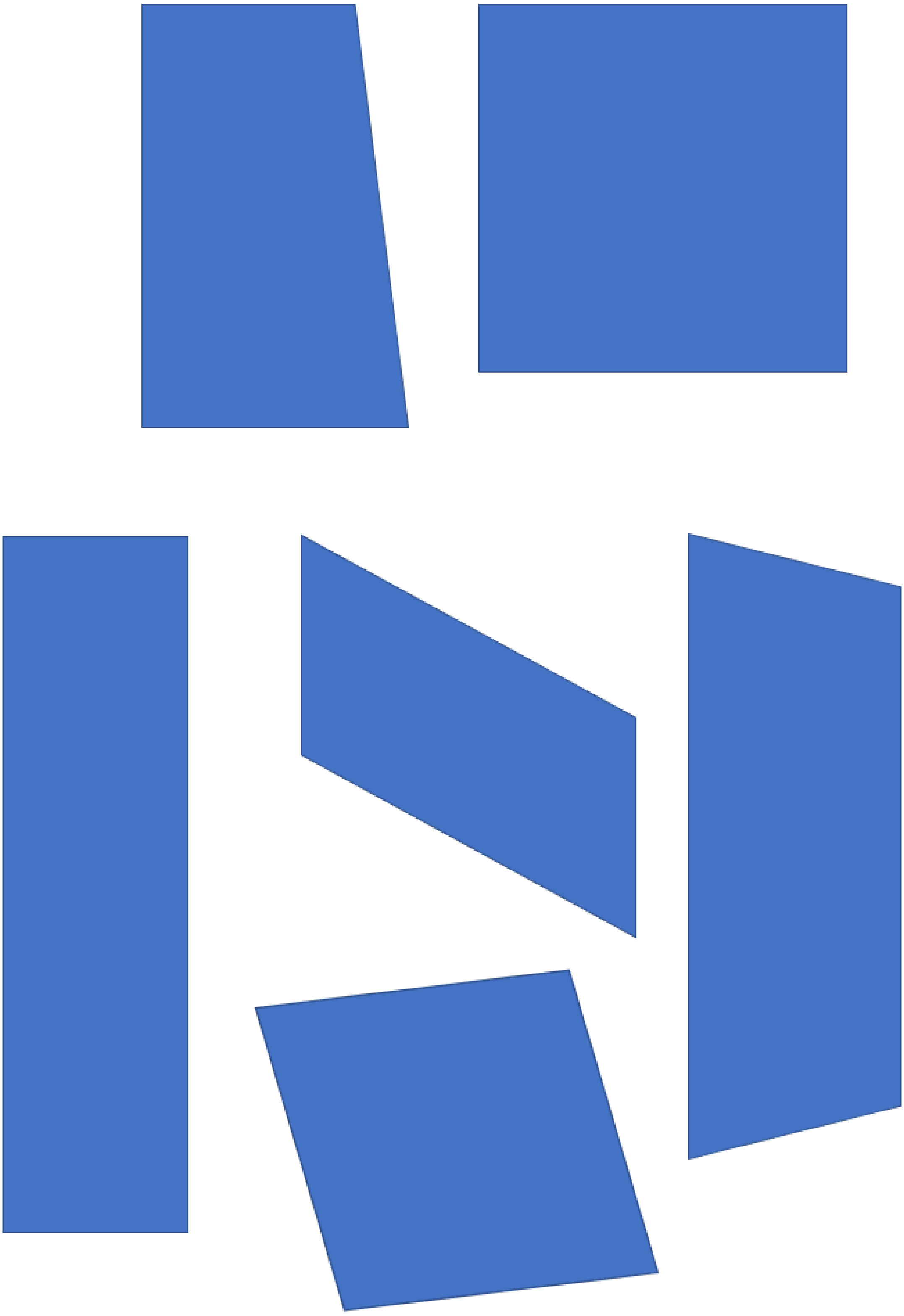
Bild 23 bis 25 „Geobrett“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Kopiervorlage A



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage B



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage C

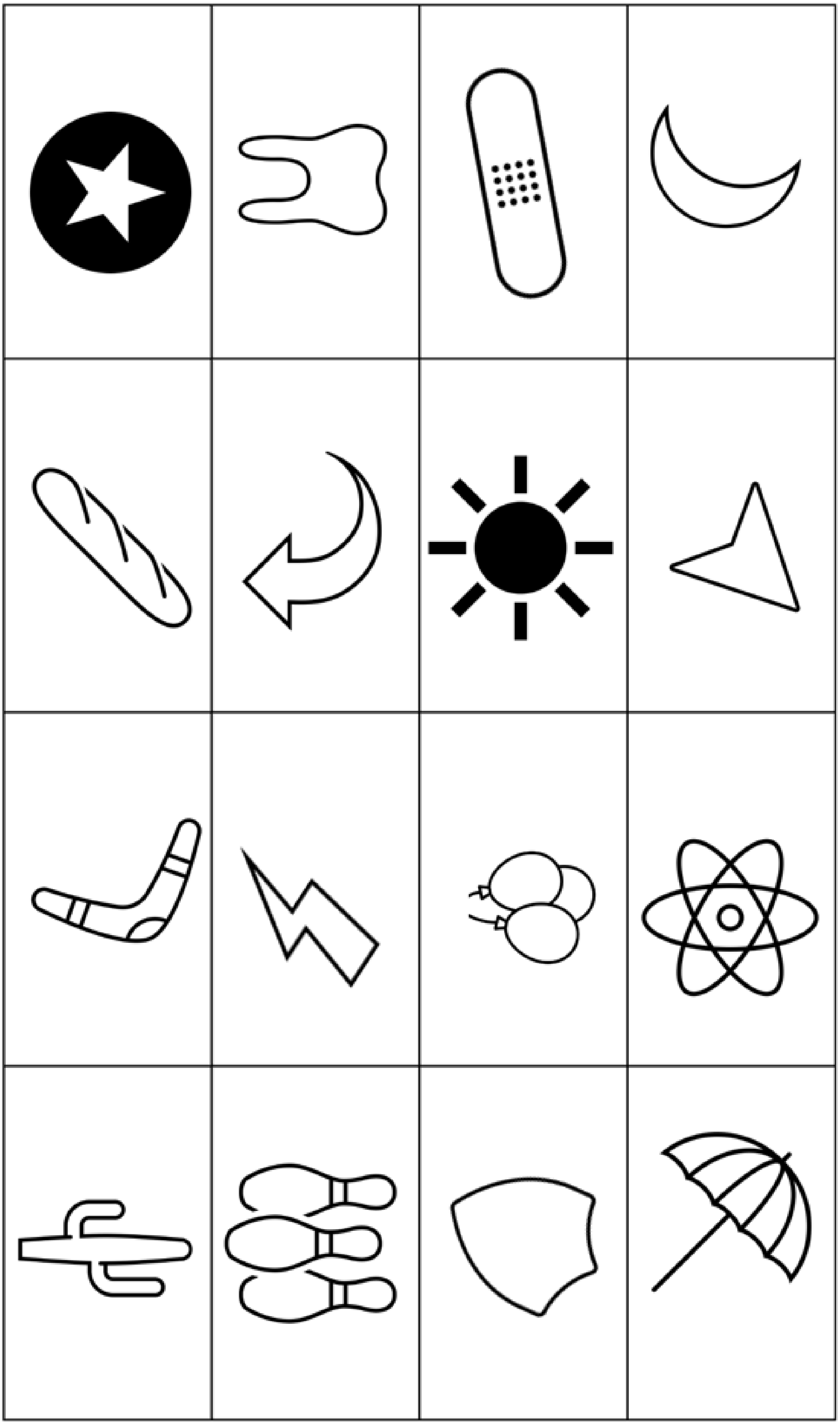


Bild 15 „Kopiervorlage C“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Darum geht es

„Die Fähigkeiten, den Raum und räumliche Objekte wahrzunehmen, sich darin und mit ihnen zu orientieren sowie konkret und gedanklich im Raum und mit räumlichen Objekten zu operieren, sind grundlegend für einen erfolgreichen Umgang mit alltäglichen und schulischen Situationen.
Insbesondere „stellt die Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens eines der Hauptziele des Geometrieunterrichts dar“ (Franke & Reinhold, 2016, S. 39). Beim räumlichen Vorstellungsvermögen werden räumliche Objekte gedanklich repräsentiert und verändert. Räumliche Fähigkeiten können vor allem in drei Bereiche gegliedert werden (Schulz, 2015, S. 23). Diese hängen zusammen und können – beispielsweise zur Konstruktion von Fördermaßnahmen – noch weiter spezifiziert werden:
(1) Beziehungen zwischen Objekten werden erfasst bzw. vorgestellt. Wurde ein Objekt (gedanklich) gedreht oder gespiegelt? Beispiele: Überprüfen auf Schubsymmetrie (über gedankliches Verschieben der Grundfigur), auf Drehsymmetrie (durch gedankliches Rotieren).
(2) Gedankliches Operieren mit Objekten (Falten, Zerlegen, Verschieben), die somit ihre räumliche Beziehung zu anderen Objekten ändern. Beispiele: Eine Figur durch mentale Drehung drehsymmetrisch ergänzen, gedankliches Umbauen eines Würfelbauwerks, gedankliches Aufklappen eines Würfelnetzes.
Räumliches Orientieren: Orientierung im wahrgenommenen Raum sowie gedankliches Hineinversetzen in andere Perspektiven. Beispiele: Wo sehe ich das Fenster: rechts oder links von mir? Orientierung auf Lageplänen.
Ohne Raumvorstellung sind grundlegende Situationen des Alltags nicht zu bewältigen: Wie wird sich ein fahrendes Auto weiterbewegen? Wie gelingt eine Orientierung auf Landkarten und Plänen? Auch im Unterricht greifen Inhalte jenseits des Mathematikunterrichts auf räumliche Kompetenzen zurück. Im Sachunterricht werden räumliche Situationen zweidimensional im Bild dargestellt, beim Sport findet eine Orientierung an Markierungen etc. statt. Selbstverständlich sind tragfähige Kompetenzen zur Raumvorstellung unverzichtbar für ein erfolgreiches Weiterlernen im Geometrieunterricht. Das konkrete und zunehmend auch gedankliche In-Beziehung-Stellen geometrischer Objekte ist ein Leitgedanke des Geometrieunterrichts (Franke & Reinhold, 2016, S. 80).“ (LISUM, 2019. Handbuch ILeA plus, cc by nd 4.0, S. 139)

Übersicht über die Förderaufgaben

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlagen

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

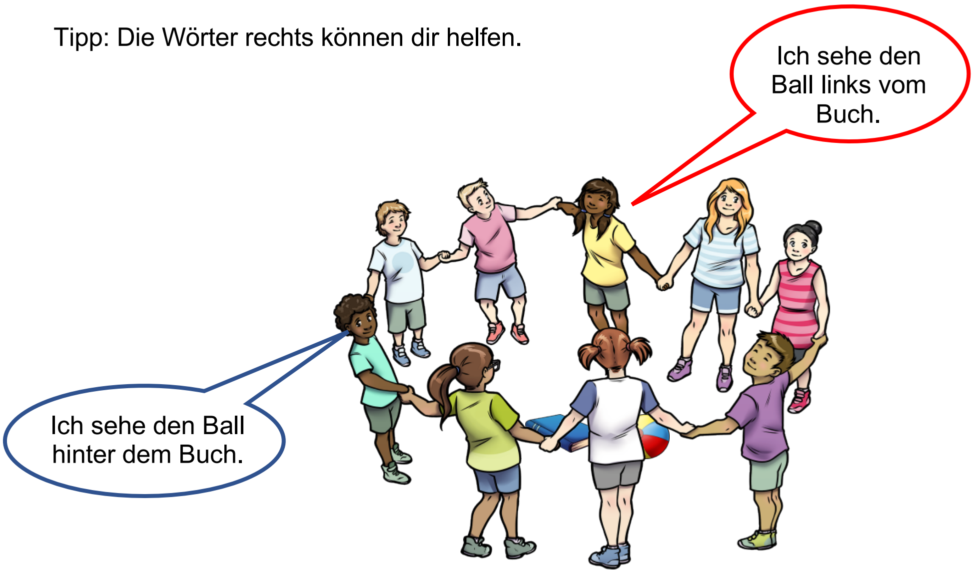
Raum und Form Niveaustufe C	**WV**	**Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen**
Beschreiben der Anordnung von Gegenständen aus der eigenen Perspektive		**1**

Material: *Gegenstände, wie z.B. ein Buch, eine Tasche, ein Ball, …*

Kinder stehen (sitzen) im Kreis. In der Mitte befinden sich zwei Gegenstände.

- Beschreibe aus deiner Perspektive die Anordnung der Gegenstände.

Tipp: Die Wörter rechts können dir helfen.



rechts von
links von
vor
hinter

Bild 1 „Kinder im Kreis“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

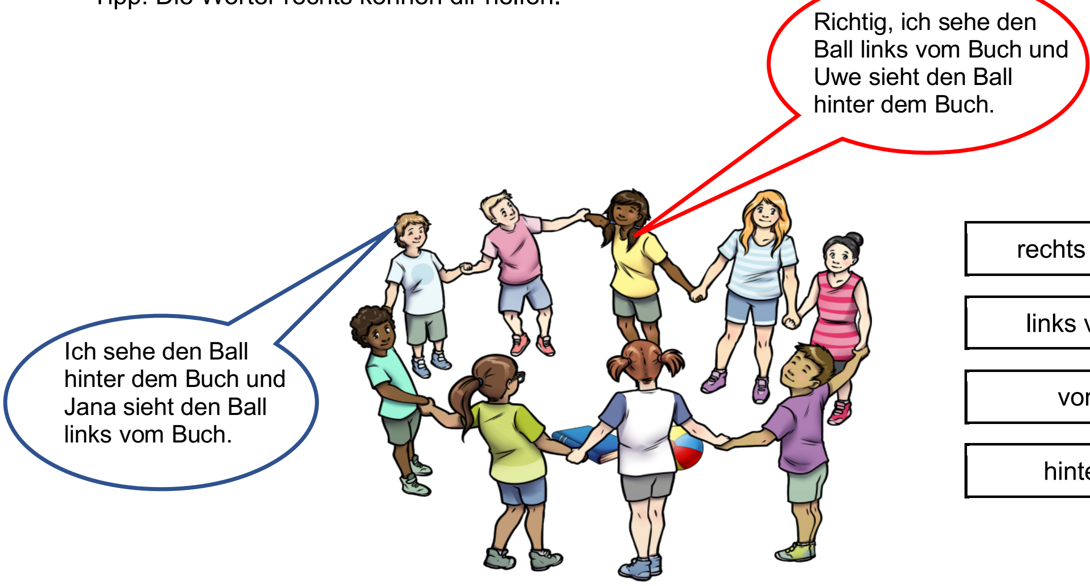
Raum und Form Niveaustufe C	**WV**	**Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen**
Beschreiben der Anordnung von Gegenständen aus verschiedenen Perspektiven		**2**

Material: *Gegenstände, wie z.B. ein Buch, eine Tasche, ein Ball, …*

Kinder stehen (sitzen) im Kreis. In der Mitte befinden sich zwei Gegenstände.

- Beschreibe die Anordnung der Gegenstände aus deiner Perspektive **und** aus der Perspektive eines Mitschülers.

  Tipp: Die Wörter rechts können dir helfen.



rechts von
links von
vor
hinter

Bild 2 „Kinder im Kreis“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

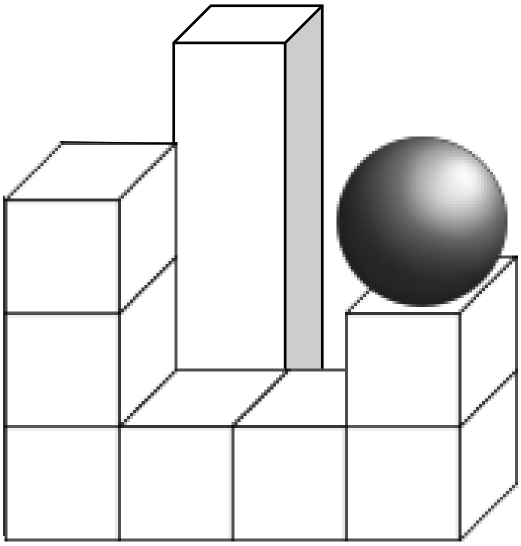
Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Beschreiben von Bauwerken | **3**

- Beschreibe das Bauwerk. Die Begriffe am Rand können dir helfen.



davor
dahinter
daneben
rechts
links
dazwischen
insgesamt
Kugel
Quader
Würfel

Bild 3 „Körper", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

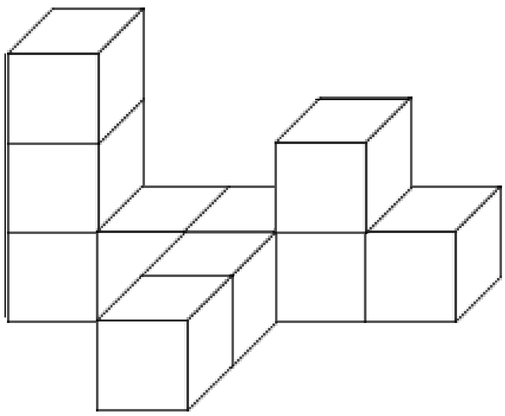
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Nachbauen und Beschreiben von Bauwerken und Ergänzen des Bauplans | **4**

Material: *Würfel*

- Baue das Bauwerk nach. Wie gehst du vor? Beschreibe.
- Beschreibe das Bauwerk. Verwende die Begriffe **Schicht** und **Stange**.



Bauplan

3				

- Ergänze den Bauplan.

Bild 4 „Würfelbauwerk", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erkennen von verdeckten Würfeln im Bauwerk | **5**

Material: *Würfel*

Tim baut ein Würfelbauwerk aus fünf Würfeln.

Susi sagt: „Dein Bauwerk besteht ja nur aus vier Würfeln.“

- Baue das Bauwerk von Tim nach und überprüfe die Aussage von Susi.

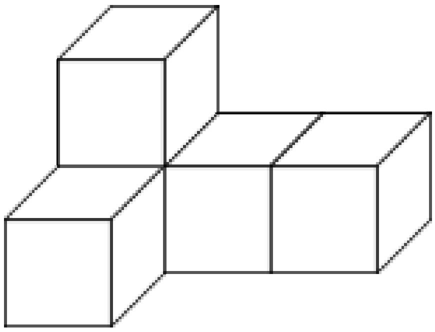


Bild 5 „Würfelbauwerk“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

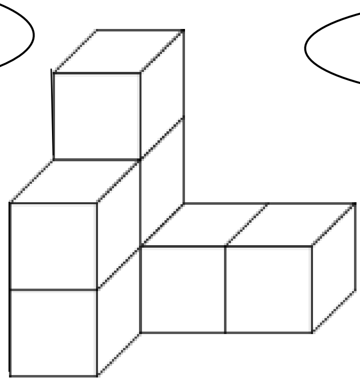
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Überprüfen der Anzahl der Würfel im Würfelbauwerk | **6**

Das Bauwerk besteht aus sechs Würfeln.

Es sind aber sieben Würfel.

Susi



Erik

Wer hat recht?

- Begründe.

Bild 6 bis 8 „Würfelbauwerk“, „Mädchen“ und „Junge“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

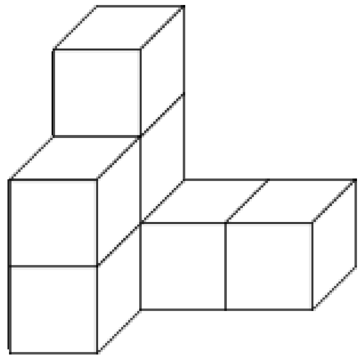
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Nachbauen eines Würfelbauwerks und Überprüfen des Bauplans **7**

Material: *Würfel*

- Baue das Bauwerk auf der Bauunterlage nach.



Tim hat zu diesem Bauwerk einen Bauplan geschrieben.

- Was hat Tim falsch gemacht? Begründe.

2	**1**	**1**
2		

Bild 9 „Würfelbauwerk“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

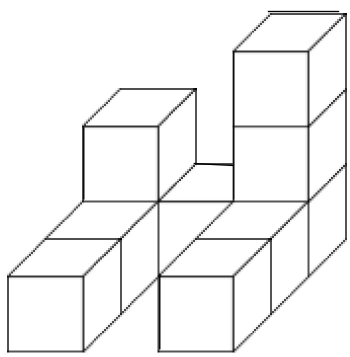
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Nachbauen eines Würfelbauwerks und Ergänzen des Bauplans **8**

Material: *Würfel*

- Baue das Würfelbauwerk auf der Bauunterlage.



- Schreibe einen Bauplan.

		3

An welcher Stelle ist ein Würfel verdeckt?

- Zeige im Bild und im Bauplan.

Bild 10 „Würfelbauwerk“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

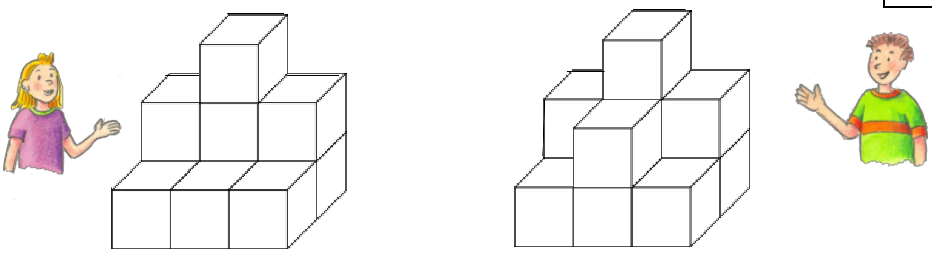
Vergleichen von Bauwerk und Bauplan	9

Material: *Würfel*

Erik und Susi haben Bauwerke nach diesem Bauplan gebaut.

2	3	2
1	2	1

- Wer hat es richtig gemacht? Begründe.

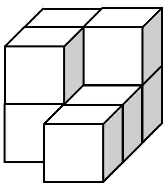


- Schreibe zu dem anderen Bauwerk einen Bauplan.
- Wie viele Würfel sind bei Erik und Susi jeweils verdeckt? Zeige die Stellen mit verdeckten Würfeln im Bild und im Bauplan.

Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

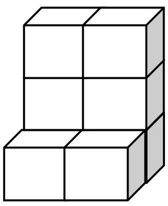
Zuordnen der Beschreibung eines Bauwerks zum Bauplan und zur Abbildung	10

- Verbinde die Würfelbauwerke mit der passenden Beschreibung und dem passenden Bauplan.



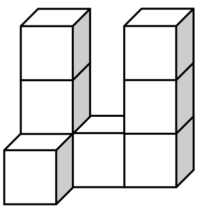
3	3	
1	1	

Das Bauwerk besteht aus zwei Stangen mit jeweils drei Würfeln, zwischen den Stangen liegt ein Würfel. Vor der linken Stange liegt ein Würfel.



2	2	
2	1	
	1	

Das Bauwerk besteht aus zwei Stangen mit jeweils drei Würfeln.
Vor den Stangen liegt jeweils ein Würfel.



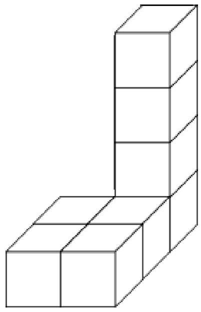
3	1	3
1		

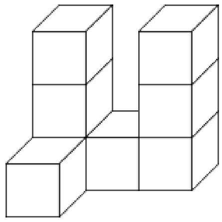
Das Bauwerk besteht aus zwei Schichten. In der untersten Schicht liegen fünf Würfel.
In der oberen Schicht liegen drei Würfel.

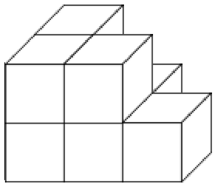
Beschreiben von Bauwerken und Schreiben von Bauplänen

- Beschreibe die Bauwerke mit Worten.
- Schreibe zu jedem Bauwerk einen Bauplan.

Tipp: Denke auch an die Würfel, die verdeckt sind.







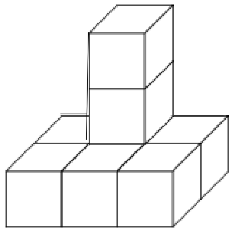
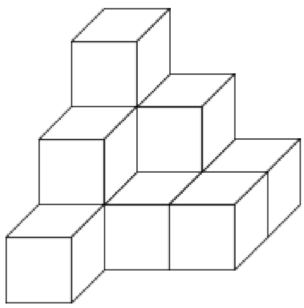


Bild 18 bis 21 „Würfelbauwerk“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Zuordnen des passenden Bauplans zum Würfelbauwerk

Welcher Bauplan gehört zu diesem Würfelbauwerk?

- Begründe.
- Beschreibe, woran du dich orientiert hast.



3	2	1
2	1	1
1	1	

1	2	1
2	1	1
1	1	

3	2	1
2	1	1
1		

Bild 22 „Würfelbauwerk“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Ermitteln der Anzahl der Würfel und Erkennen von verdeckten Würfeln in einem Bauplan | **13**

Tim hat einen Bauplan geschrieben.

- Aus wie vielen Würfeln besteht das Bauwerk? Woher weißt du das?
- An welchen Stellen sind seine Würfel verdeckt? Zeige im Bauplan.

4	**1**	**3**
1	**1**	**2**
		2

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Zuordnen der Ansicht zur Position | **14**

Lisa hat mit Steckwürfeln gebaut.

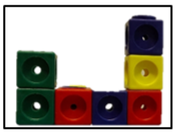
Tim
(von hinten)

Susi
(von links)

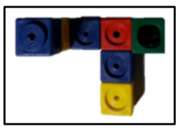
Ole
(von rechts)

Pia
(von vorn)

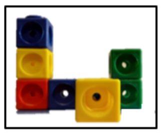
____



____



____



____

____

Wie sehen Susi, Tim, Ole und Pia das Bauwerk?

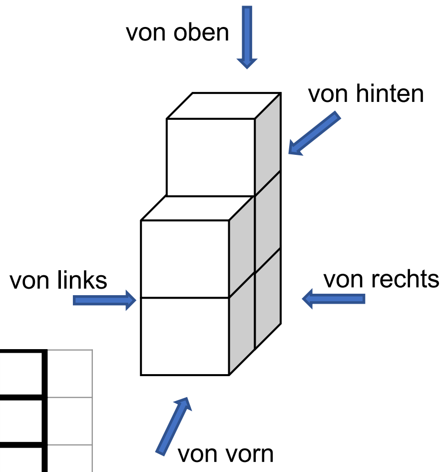
- Schreibe zu jedem Bild den passenden Namen.
- Welches Bild bleibt übrig? Von wo sieht man die Ansicht?

Bild 23 bis 28 „Würfelbauwerk“, Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

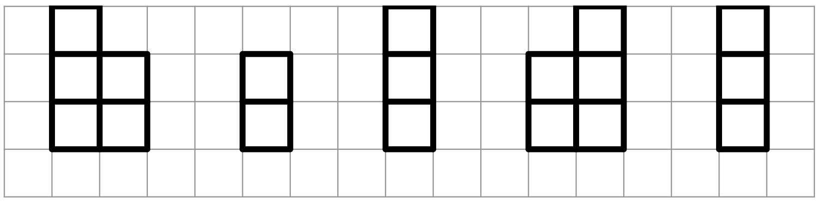
Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Zuordnen der Ansichten zu einem Bauwerk — 15

Material: *Würfel*



- Baue das Bauwerk nach.
- Sieh dir das Bauwerk von verschiedenen Seiten an.
- Vergleiche mit den gezeichneten Ansichten.
- Verbinde passend.



von oben | von hinten | von rechts | von vorn | von links

Warum sehen zwei Ansichten genau gleich aus?
- Begründe.

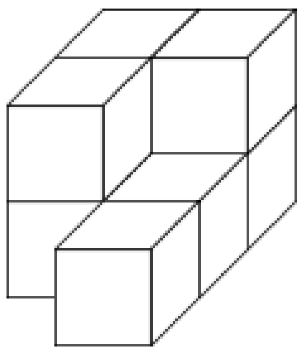
Bild 29 und 30 „Würfelbauwerk“, „Ansichten“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

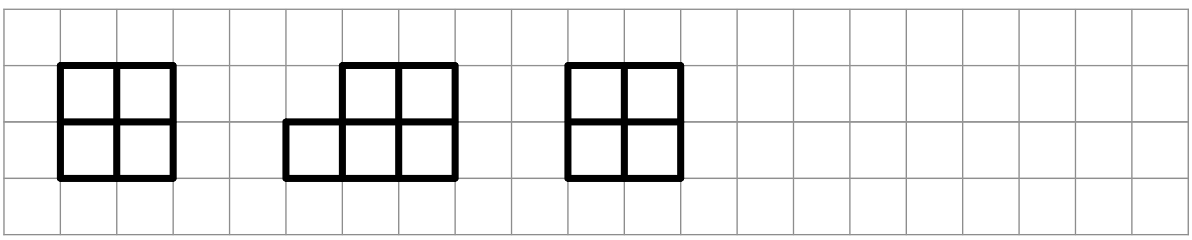
Erkennen und Zeichnen der Ansichten zu einem Bauwerk — 16

Zeina hat Ansichten des Bauwerks gezeichnet.
- Verbinde passend.

Zwei Ansichten fehlen.
- Ergänze sie.



von hinten | von rechts | von links | von vorn | von oben



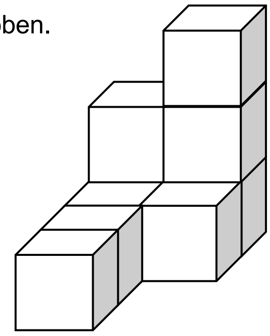
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Bild 31 und 32 „Würfelbauwerk“, „Ansichten“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Zeichnen der Ansichten eines Würfelbauwerks

17

- Zeichne die Ansichten von vorn, hinten, links, rechts und von oben.



von hinten	von rechts	von links	von vorn	von oben

Bild 33 „Würfelbauwerk", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

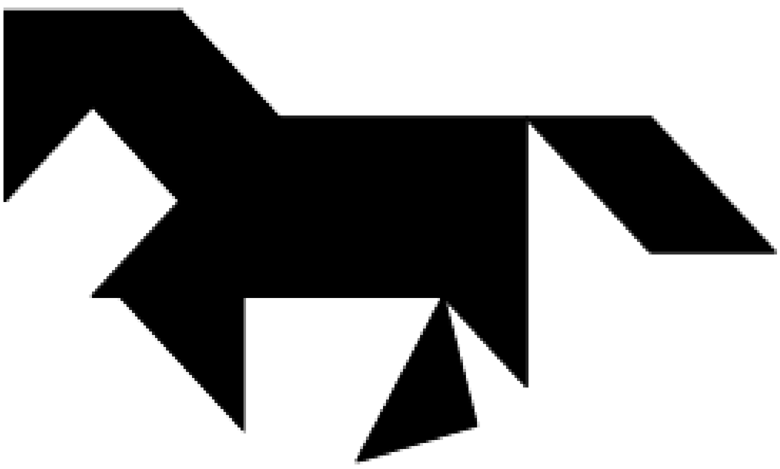
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

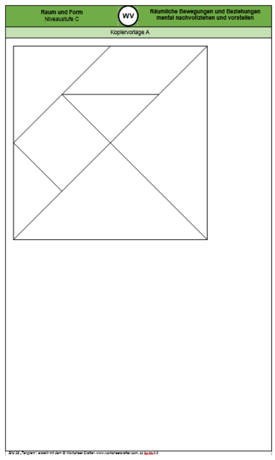
Auslegen eines Tangrams „Pferd" nach Vorlage

18

***Material:** Kopiervorlage A (bereits ausgeschnittene Teile)*

- Lege die Tangramteile so, wie im Bild.
- Beschreibe, wie du vorgehst.





Kopiervorlage A

Bild 34 und 35 „Kopiervorlage A", „Pferd", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

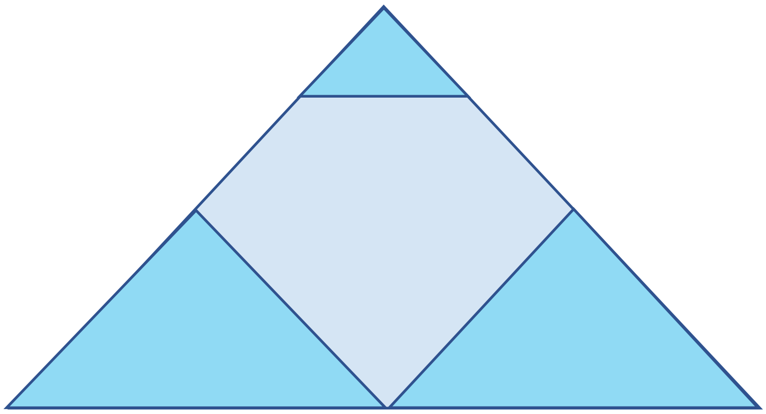
Auslegen einer Dreiecksfigur mithilfe eines Tangrams

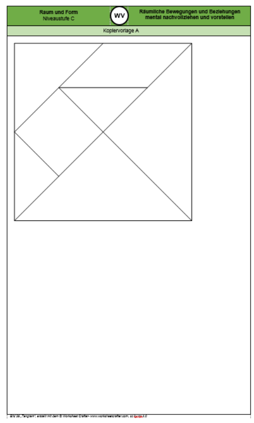
19

Material: *Kopiervorlage A (bereits ausgeschnittene Teile)*

Mit den ebenen Figuren soll ein Dreieck gelegt werden.

- Lege die beiden großen Dreiecke der Tangramteile wie im Bild, sodass sie auf der unteren Seite nebeneinanderliegen.
- Lege danach ein kleines Dreieck wie im Bild in die Spitze des Dreiecks.
- Lege die restlichen geometrischen Figuren so hin, dass das Dreieck vollständig ausgefüllt ist.
- Beschreibe, wie du vorgegangen bist.





Kopiervorlage A

Bild 36 und 37 „Dreieckiges Tangram", „Kopiervorlage A" LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

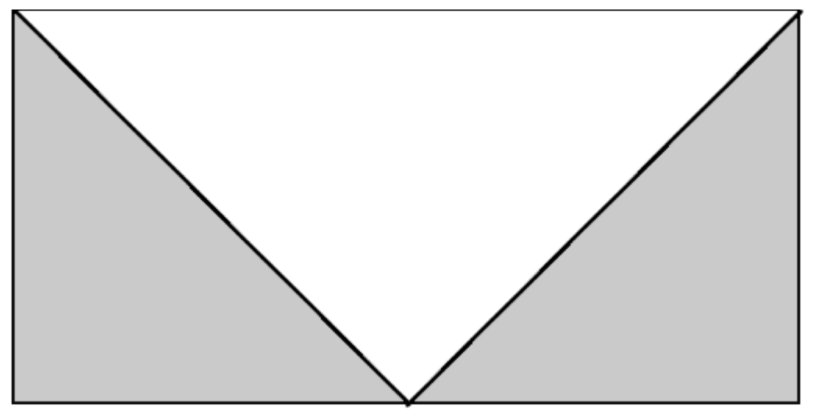
Auslegen eines Rechtecks mithilfe eines Tangrams

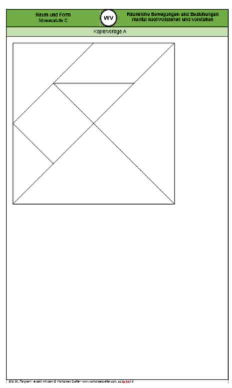
20

Material: *Kopiervorlage A (bereits ausgeschnittenen Teile)*

Mit den ebenen Figuren soll ein Rechteck gelegt werden.

- Lege die beiden großen Dreiecke so, wie du die beiden grauen Dreiecke im Bild siehst.
- Lege die restlichen geometrischen Figuren so, dass das Rechteck vollständig ausgefüllt ist.
- Beschreibe, wie du vorgegangen bist.





Kopiervorlage A

Bild 38 und 39 „Rechteckiges Tangram", „Kopiervorlage A" LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Finden von Fehlern in einer gespiegelten Lokomotive	21

Das Bild der Lokomotive wurde gespiegelt. Dabei sind sechs Fehler entstanden.

- Kreise die Fehler rot ein.
- Beschreibe, was falsch gemacht wurde.

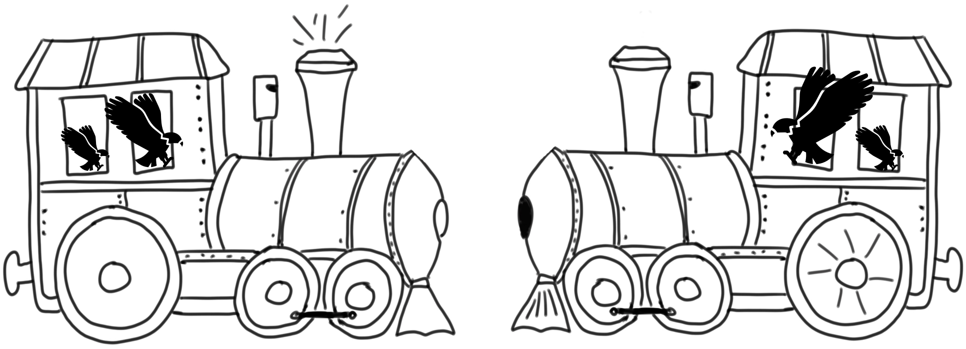


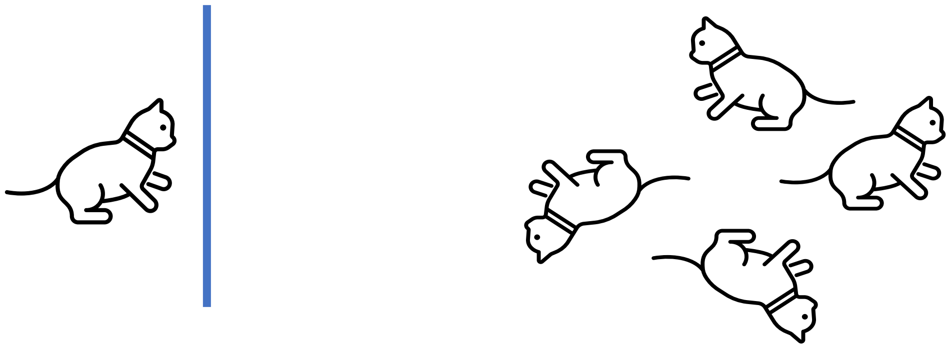
Bild 40 „Lokomotive“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Spiegeln und Erkennen des Spiegelbildes an einer senkrechten Spiegelachse	22

Material: *Spiegel*

- Stelle einen Spiegel auf die blaue Linie.
- Umkreise die Katze, die du im Spiegel siehst.



Die blaue Linie heißt Spiegelachse.

- Vermute, warum man sie so nennt.

Bild 41 „Katzen“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen
Spiegeln und Erkennen des Spiegelbildes an einer waagerechten Spiegelachse		23

Material: *Spiegel*

- Stelle einen Spiegel auf die blaue Linie.
- Umkreise die Katze, die du im Spiegel siehst.

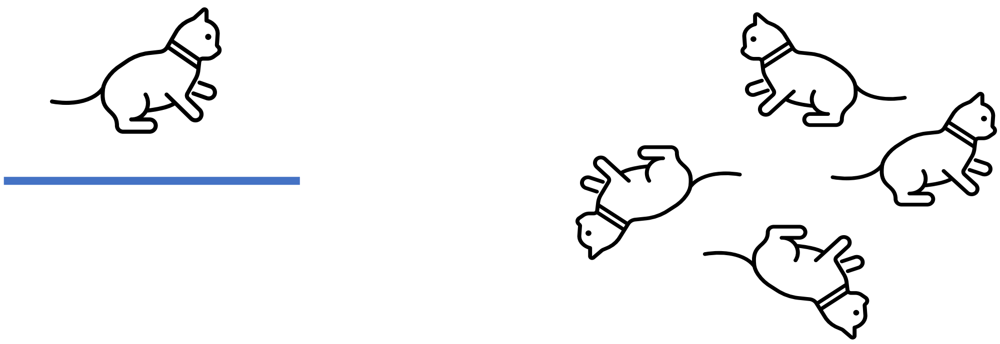


Bild 42 „Katzen“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen
Finden von Fehlern beim Spiegeln von Häusern		24

Material: *Spiegel*

Hier sind beim Spiegeln der Häuser einige Fehler passiert.

- Beschreibe bei jedem Bild, was falsch ist.
- Überprüfe mit einem Spiegel.

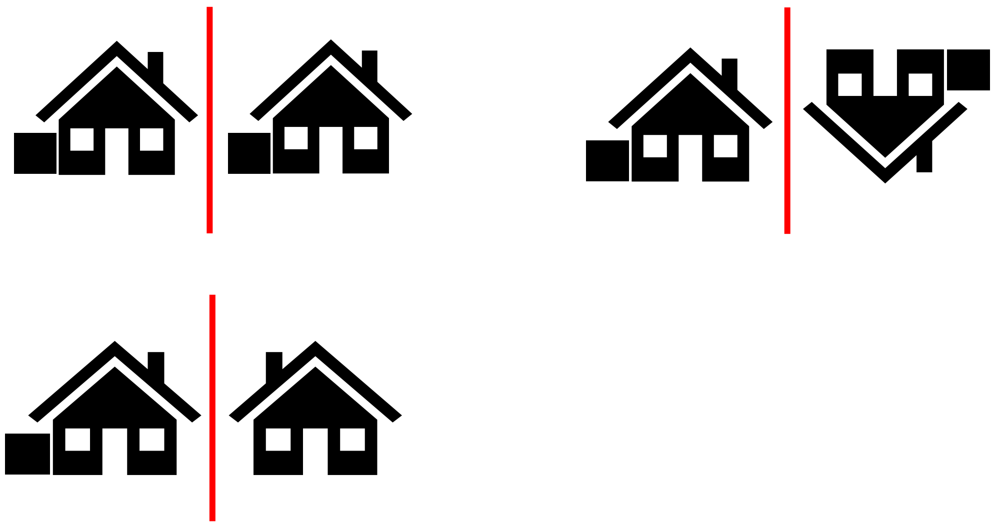


Bild 43 „Häuser“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erkennen von Spiegelbildern	**25**

Material: *Spiegel*

- Welche Bilder sind durch Spiegelung entstanden? Zeige.
- Überprüfe mit dem Spiegel.
- Erkläre, warum die anderen Bilder keine Spiegelungen sind.

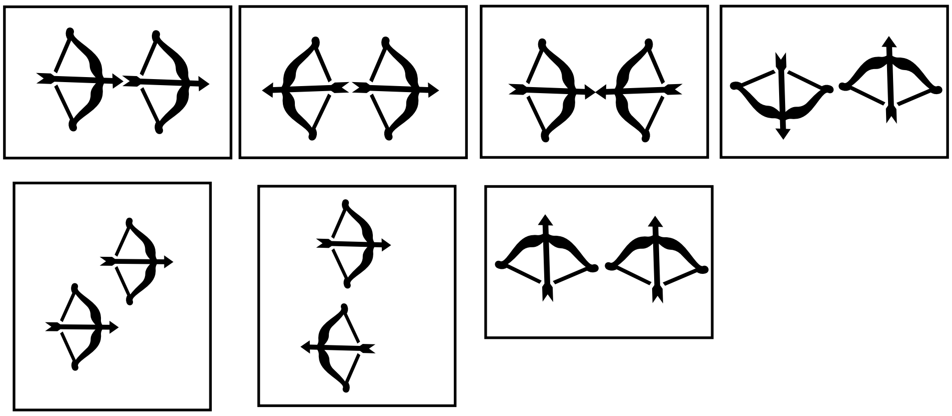


Bild 44 „Pfeil und Bogen“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

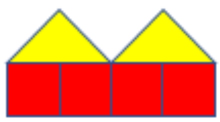
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Finden der Position des Spiegels zum Erzeugen verschiedener Figuren	**26**

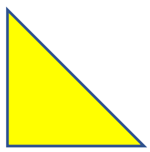
Material: *Spiegel*

Wo musst du den Spiegel hinstellen?

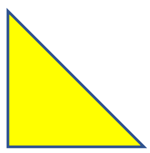
- Stelle den Spiegel so hin, dass eine Reihe mit 4 Dächern entsteht.



- Stelle den Spiegel so hin, dass aus dem Dreieck ein Viereck entsteht.



- Stelle den Spiegel so hin, dass ein größeres Dreieck entsteht.



Raum und Form
Niveaustufe C

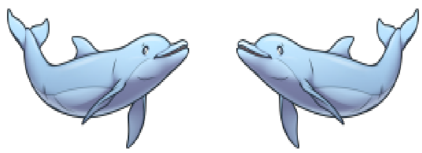
WV

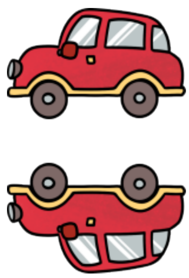
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

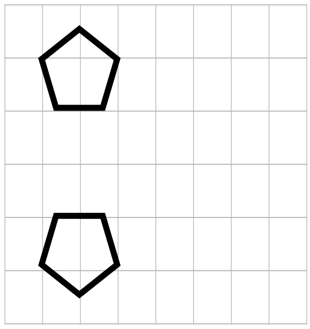
Einzeichnen der Spiegelachse	**27**

Hier wurde gespiegelt.

- Zeichne die Spiegelachse ein.
- Beschreibe, worauf du beim Einzeichnen der Spiegelachse achten musst.







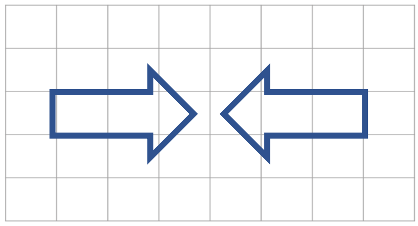


Bild 45 und 46: „Delfine“, „Autos“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

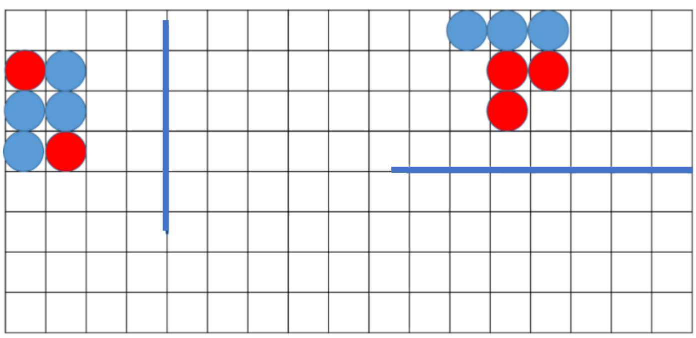
WV

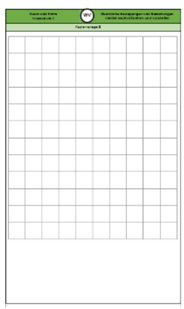
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Spiegeln von Mustern an waagerechten und senkrechten Spiegelachsen	**28**

Material: *Legeplättchen, Spiegel, Kopiervorlage B*

- Lege mit Plättchen das Muster nach.
- Stelle einen Spiegel auf die blaue Linie.
- Lege nun mit Plättchen das Spiegelbild nach. Achte auf den richtigen Abstand zur Spiegelachse.





Kopiervorlage B

Raum und Form
Niveaustufe C

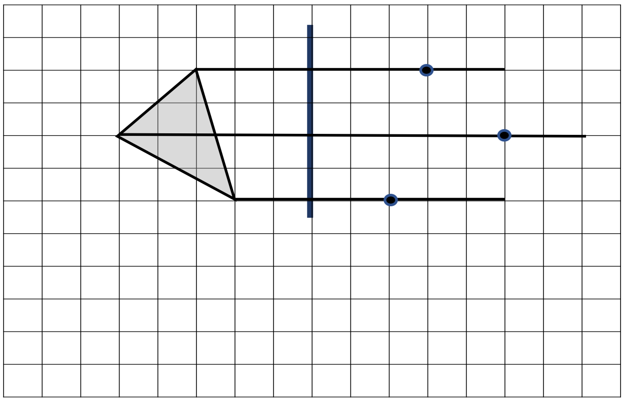
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Beschreiben und Ergänzen der Spiegelung eines Dreiecks — **29**

Tim möchte das Dreieck (Original) spiegeln.

- Beschreibe, was Tim bereits gemacht hat.
- Ergänze das Spiegelbild.



- Worauf muss man beim Spiegeln achten? Beschreibe.

Raum und Form
Niveaustufe C

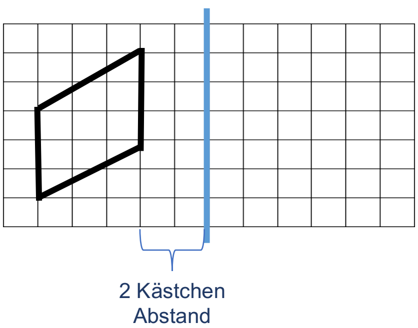
WV

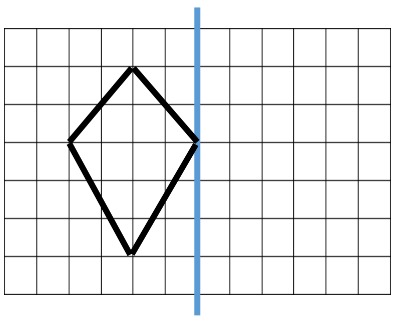
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

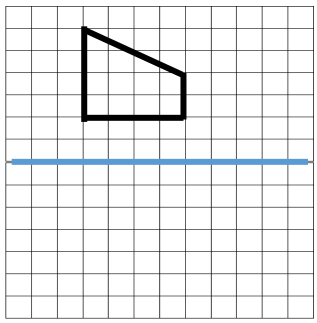
Spiegeln von Figuren auf Rasterpapier — **30**

- Spiegele die Figuren auf dem Raster.

Achte auf den Abstand zur Spiegelachse.







- Beschreibe jeweils, wie du vorgehst, um den Abstand zur Spiegelachse zu beachten.

Raum und Form
Niveaustufe C

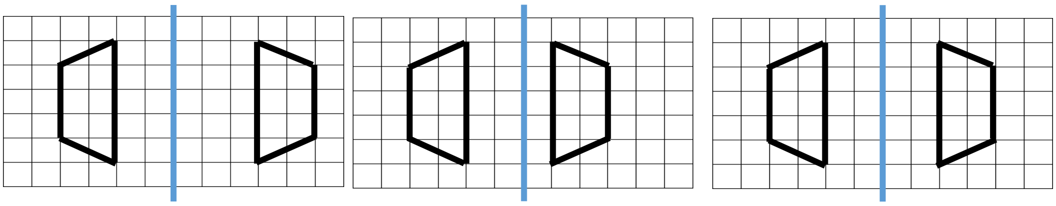
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Überprüfen der Spiegelung auf Rasterpapier	**31**

Karla, Enie und Mia sollen eine Figur auf Rasterpapier spiegeln. Die Ergebnisse sind unterschiedlich.

- Beschreibe, wer es richtig gemacht hat und begründe.



Karla | Enie | Mia

Raum und Form
Niveaustufe C

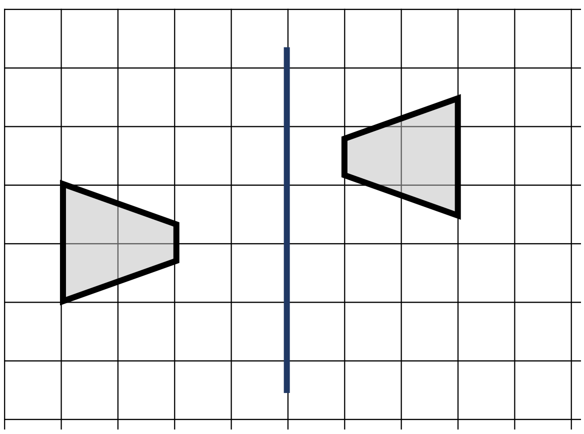
WV

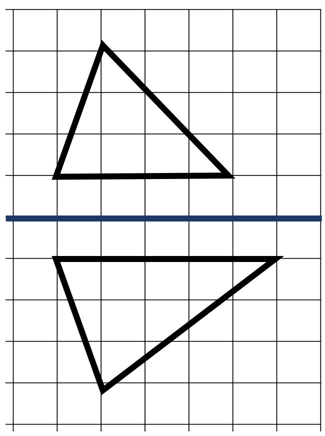
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Beschreiben von Fehlern beim Spiegeln auf Rasterpapier	**32**

Beim Spiegeln der Figuren wurden Fehler gemacht.

- Beschreibe für jedes Bild, was falsch gemacht wurde.





Material: *Geobrett, Gummis*

- Spanne die Figuren nacheinander auf dem Geobrett.
- Nimm dann ein weiteres Gummiband und spanne die Spiegelachse.
- Spanne anschließend das Spiegelbild.

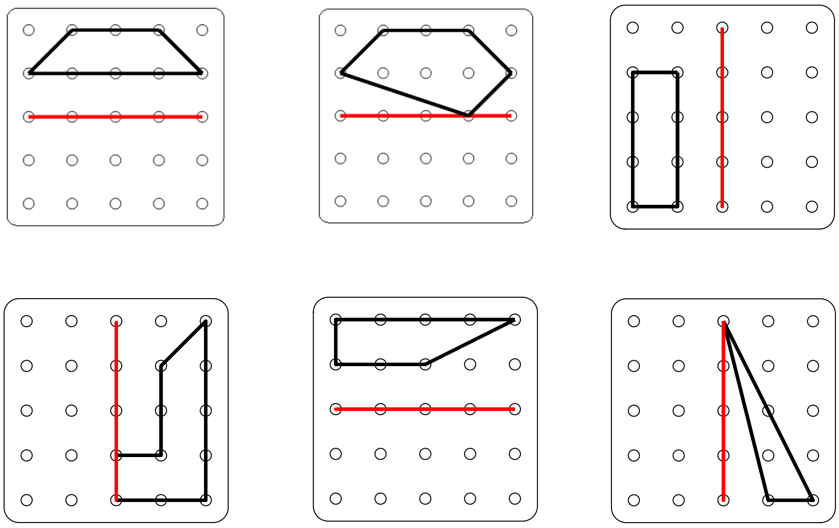


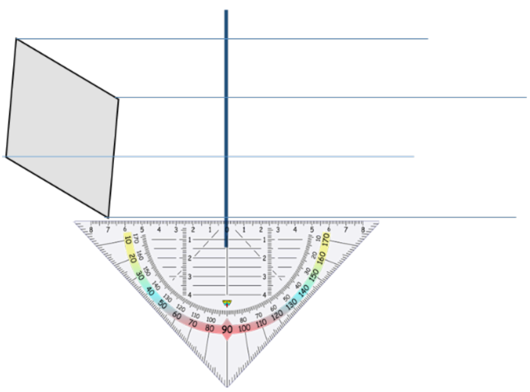
Bild 47 „Geobretter", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Das Viereck soll gespiegelt werden.

Ich weiß nicht, wie ich die Bildpunkte ohne Raster finden soll.

Du musst dir Hilfslinien einzeichnen.



- Beschreibe, wie du das Geodreieck anlegen musst, um die Hilfslinien zeichnen zu können.
- Welche sind die nächsten Schritte, um das Spiegelbild zu zeichnen?

Bild 48 und 49 „Junge", „Mädchen", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0
Bild 50 „Geodreieck", © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Raum und Form
Niveaustufe C

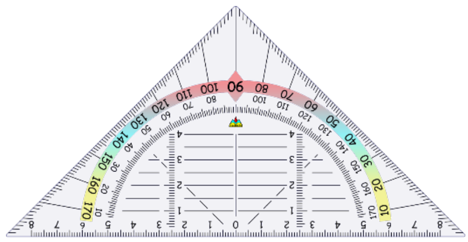
WV

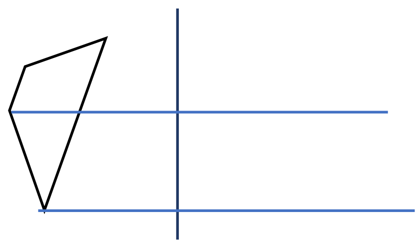
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Spiegeln und Beschreiben der Spiegelung von Figuren ohne Rasterpapier | **35**

Material: *Geodreieck*

- Spiegele die Figuren.
- Beschreibe dein Vorgehen.





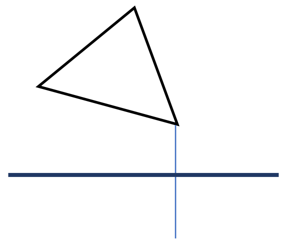


Bild 51 „Geodreieck", © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

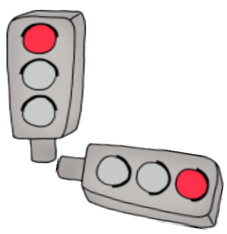
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

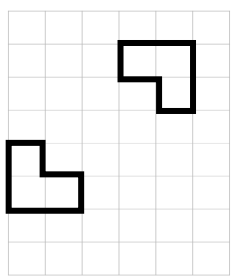
Einzeichnen und Überprüfen diagonaler Spiegelachsen | **36**

Material: *Spiegel*

Hier wurde gespiegelt.

- Zeichne die Spiegelachse ein.
- Überprüfe mit einem Spiegel.





- Beschreibe, worauf du beim Einzeichnen der Spiegelachse achten musst.

Bild 52 „Ampel", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Spannen von Original, Spiegelachse und Spiegelbild am Geobrett (b) | **37**

Material: *Geobrett, Gummis*

- Spanne die Figuren nacheinander auf dem Geobrett.
- Nimm dann ein weiteres Gummiband und spanne die Spiegelachse.
- Spanne dann das Spiegelbild.

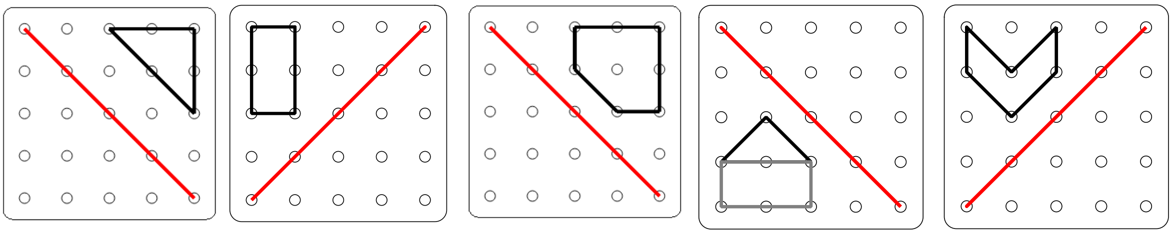


Bild 53 „Geobretter", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

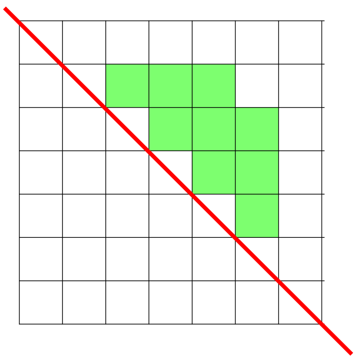
Raum und Form
Niveaustufe C

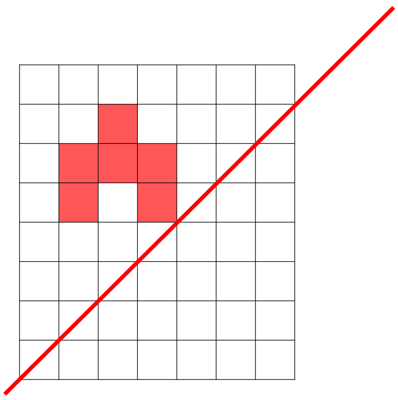
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Spiegeln von Mustern an diagonalen Spiegelachsen | **38**

- Spiegele die bunten Kästchen an der Spiegelachse.
- Worauf musst du achten?





Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Beschreiben und Ergänzen der Spiegelung ohne Rasterpapier	**39**

Lara möchte das Viereck spiegeln.
Sie hat die Hilfslinien eingezeichnet und den ersten Punkt schon gespiegelt.

- Beschreibe, wie Lara vorgegangen ist.
- Ergänze die Spiegelung.

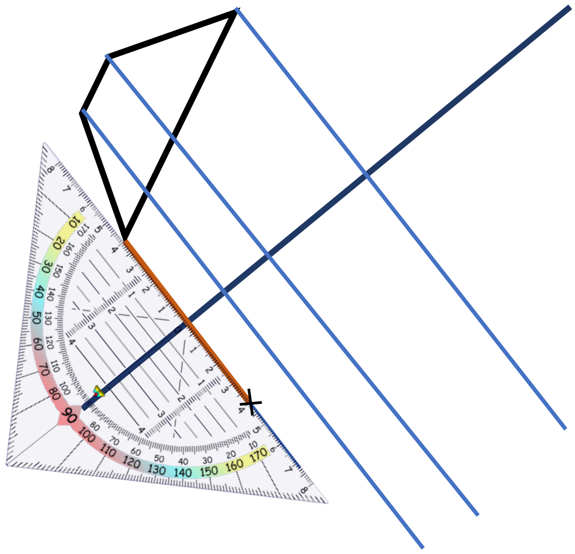


Bild 54 „Geodreieck“, © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Raum und Form
Niveaustufe C

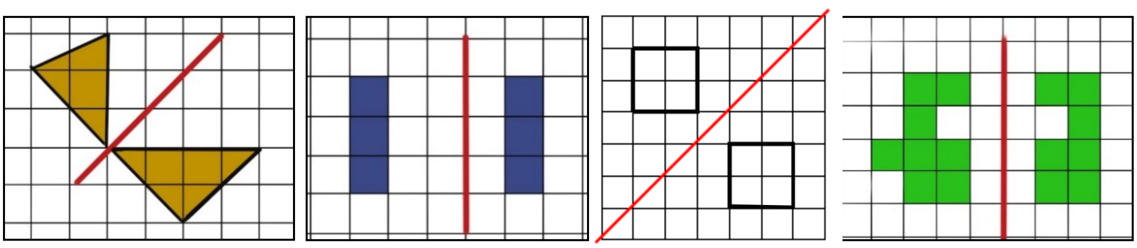
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Zuordnen von Fehlern beim Beschreiben von Abbildungen	**40**

Jana hat beim Spiegeln einige Fehler gemacht.

- Finde die Fehler und ordne die Fehlerbeschreibungen den Bildern zu.



falscher Abstand zur Spiegelachse

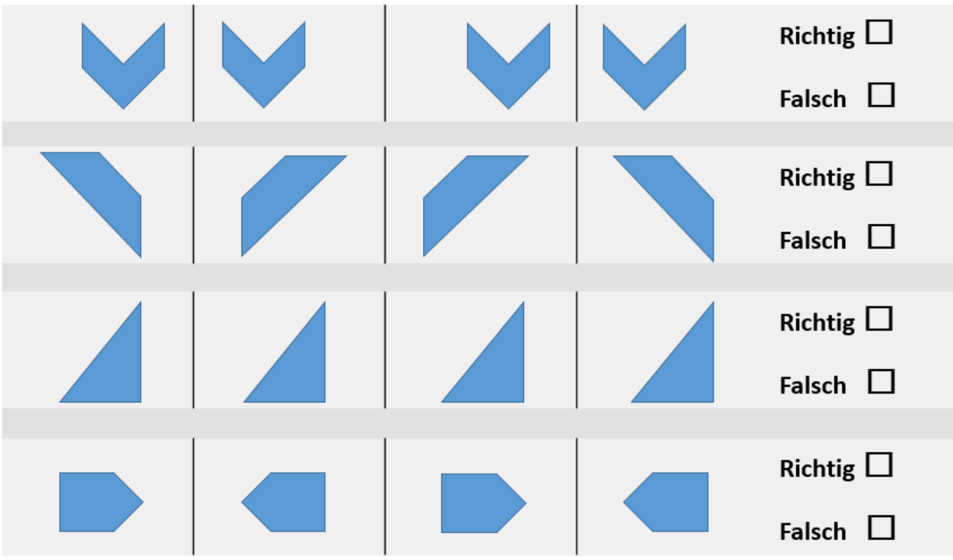
falsche Form

nicht alles gespiegelt

Überprüfen der Nacheinanderausführung von Spiegelungen

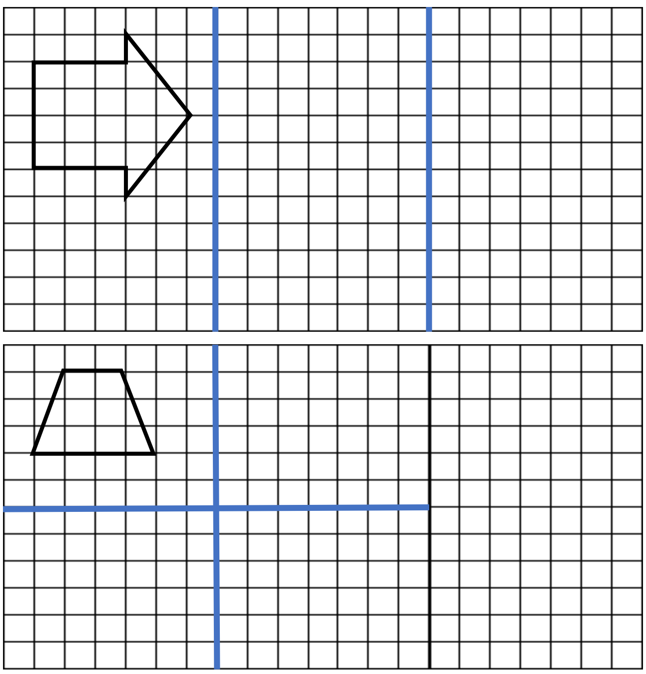
Hier wurde in jeder Zeile dreimal nacheinander gespiegelt.

- Entscheide, ob die Reihe richtig oder falsch ist. Begründe deine Entscheidung.



Nacheinanderausführen von Spiegelungen

- Spiegele die Figur nacheinander an den Achsen.



Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

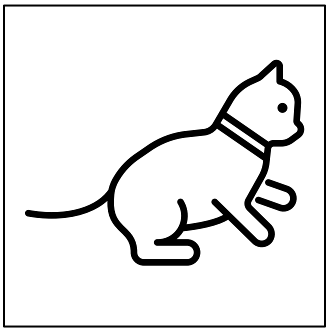
Verschieben eines Bildes	**43**

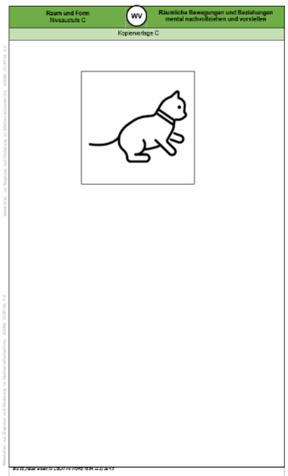
Material: *Kopiervorlage C (Lehrkraft schneidet das Bild aus)*

Lege das Bild der Katze auf den Tisch.

- Verschiebe das Bild der Katze nach:

  … rechts … unten … oben … links





Kopiervorlage C

Bild 55 und 56 „Katze“, „Kopiervorlage C“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

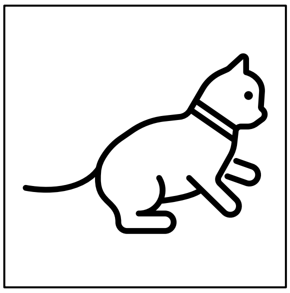
Raum und Form
Niveaustufe C

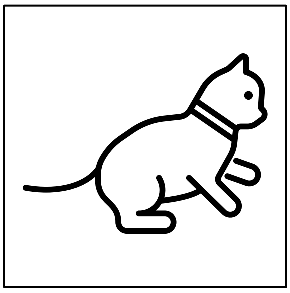
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erkennen von Original und Bild bei einer Verschiebung	**44**

Die Katze wurde nach rechts verschoben.





- Was ist das Original und was ist das Bild? Zeige und begründe.

Bild 57 „Katzen“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

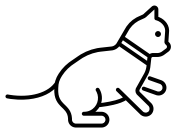
Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erkennen von Bildern, die durch Verschiebung entstanden sind (a)	**45**

Das Bild der Katze wurde verschoben.



- Welche Bilder sind durch Verschiebung entstanden? Kreise sie ein.
- Begründe.

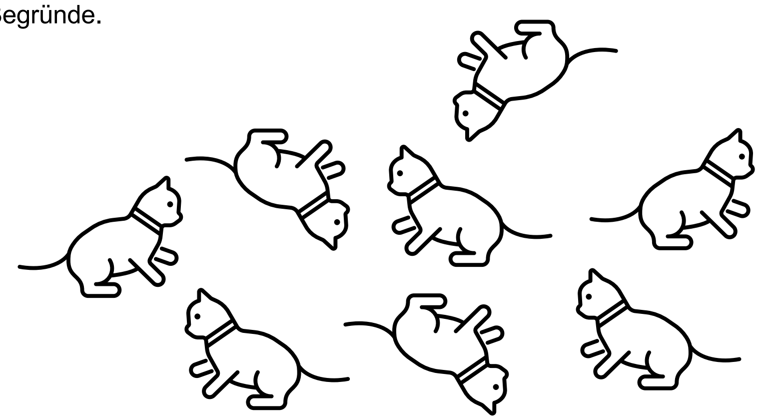


Bild 58 „Katzen“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Finden von Fehlern beim Verschieben von Häusern	**46**

Hier sind beim Verschieben der Häuser einige Fehler passiert.

- Erkläre bei jedem Bild, was falsch ist.
- Wie musst du in jedem Bild das rechte Haus verändern, damit es das Bild einer Verschiebung ist?

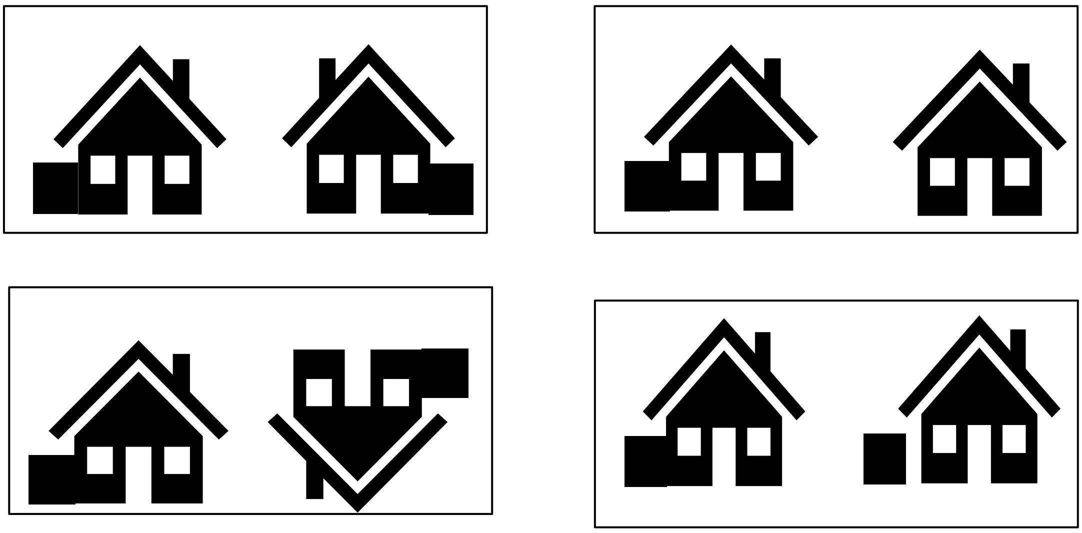


Bild 59 „Häuser“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Erkennen von Bildern, die durch Verschiebung entstanden sind (b) **47**

Welche Bilder stellen eine Verschiebung dar?

- Beschreibe, woran du das erkannt hast.

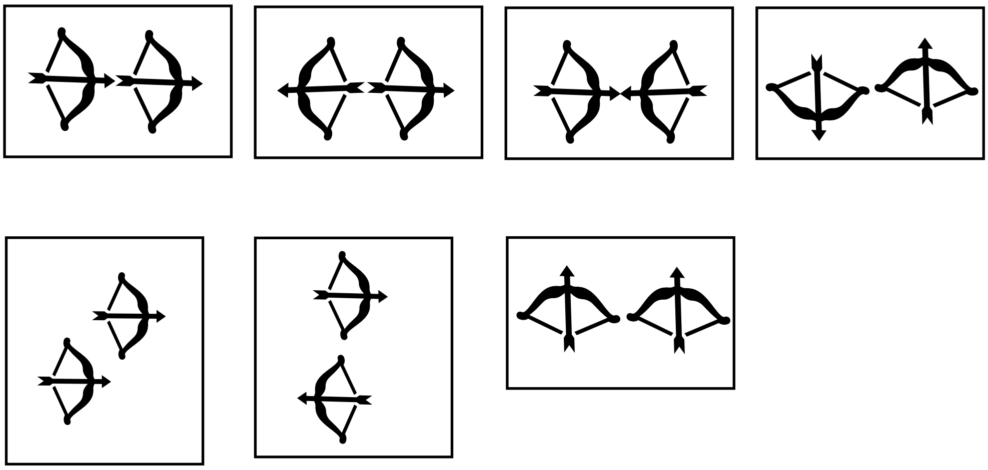
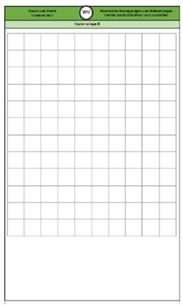


Bild 60 „Pfeil und Bogen“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

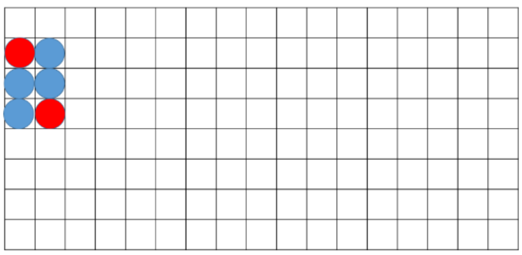
Legen und Verschieben von Mustern **48**

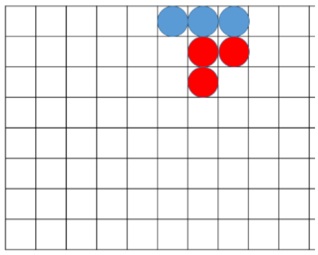
Material: *Legeplättchen, Kopiervorlage B*

- Nimm dir Legeplättchen und lege damit das Muster auf der Kopiervorlage nach.
- Verschiebe die Muster wie angegeben.



Kopiervorlage B



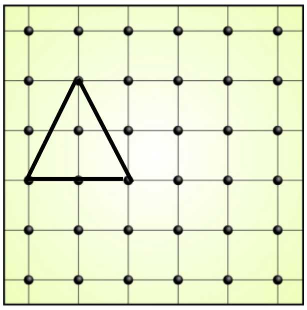


- Verschiebe um 8 Kästchen nach rechts.
- Verschiebe um 4 Kästchen nach unten.

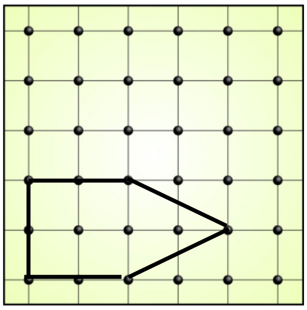
Spannen von Original und Verschiebebild am Geobrett

Material: *Geobrett, Gummis*

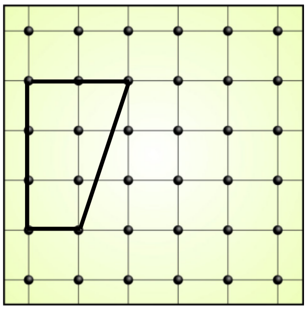
- Spanne die Figuren nacheinander auf dem Geobrett.
- Spanne dann das Verschiebungsbild mit weiteren Gummis.



Verschiebe zwei Kästchen nach unten.



Verschiebe drei Kästchen nach oben.



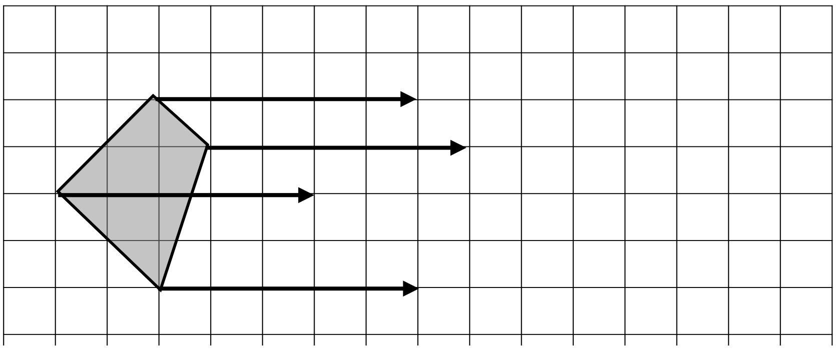
Verschiebe drei Kästchen nach rechts.

Beschreiben und Ergänzen einer Verschiebung auf Rasterpapier

Tim soll das Dreieck verschieben.

- Beschreibe, wie Tim vorgeht und ergänze das Bild.

Der Verschiebungspfeil gibt an, in welche Richtung und um wie viele Kästchen verschoben werden soll.



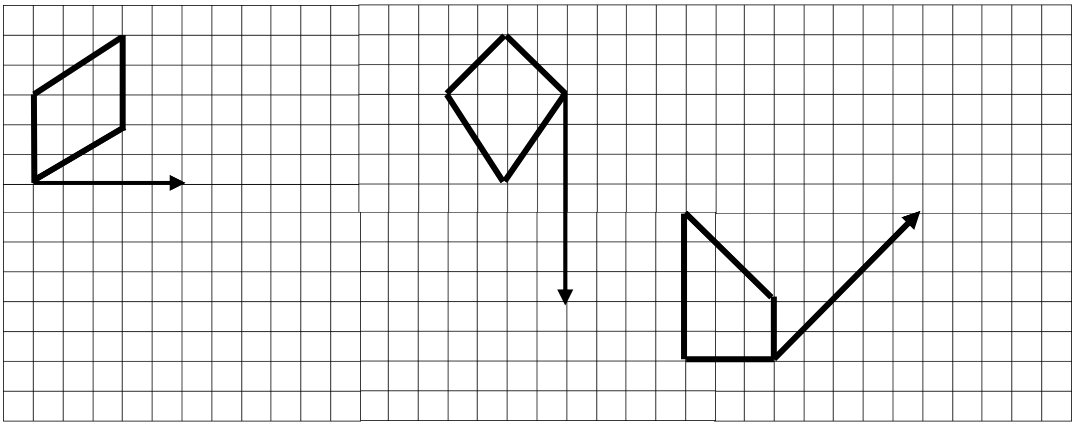
- Ergänze den Satz:
  Das Viereck wurde um ____ Kästchen nach __________ verschoben.

- Begründe, warum der Verschiebungspfeil viermal eingezeichnet wurde.
- Worauf musst du beim Verschieben achten? Beschreibe.

Raum und Form Niveaustufe C	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Verschieben von Figuren auf Rasterpapier	51

- Ergänze die fehlenden Verschiebungspfeile.
- Verschiebe die Figuren auf dem Raster.



Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Beschreiben der Drehung	52

- Beschreibe, wie das Bild entstanden sein könnte.

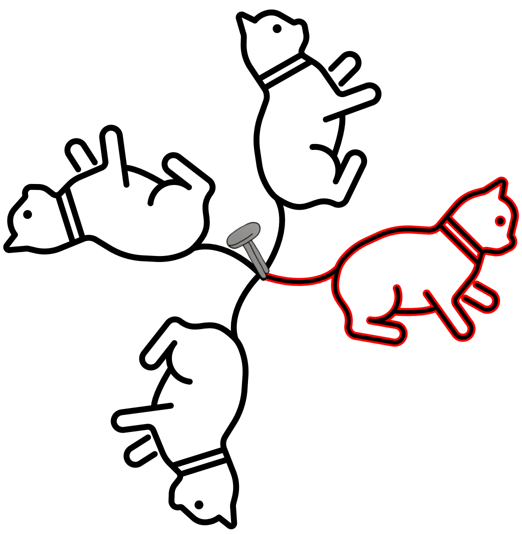


Bild 62 „Pinnnadel", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0
Bild 63 „Katzen", LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

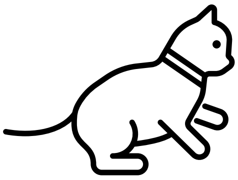
Raum und Form Niveaustufe C	**WV**	**Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen**

Erkennen von Bildern, die durch Drehung entstanden sind	**53**

Die Katze soll gedreht werden.

Welches Bild kann durch eine Drehung des Originals entstanden sein?

- Begründe.



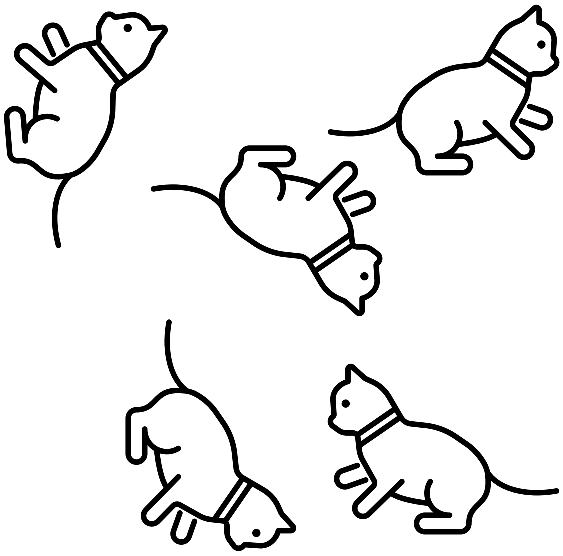


Bild 64 „Katzen", LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	**WV**	**Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen**

Beschreiben von Fehlern beim Drehen von Häusern	**54**

Bei der Drehung der Häuser sind Fehler passiert.

- Erkläre an jedem Bild, was falsch ist.

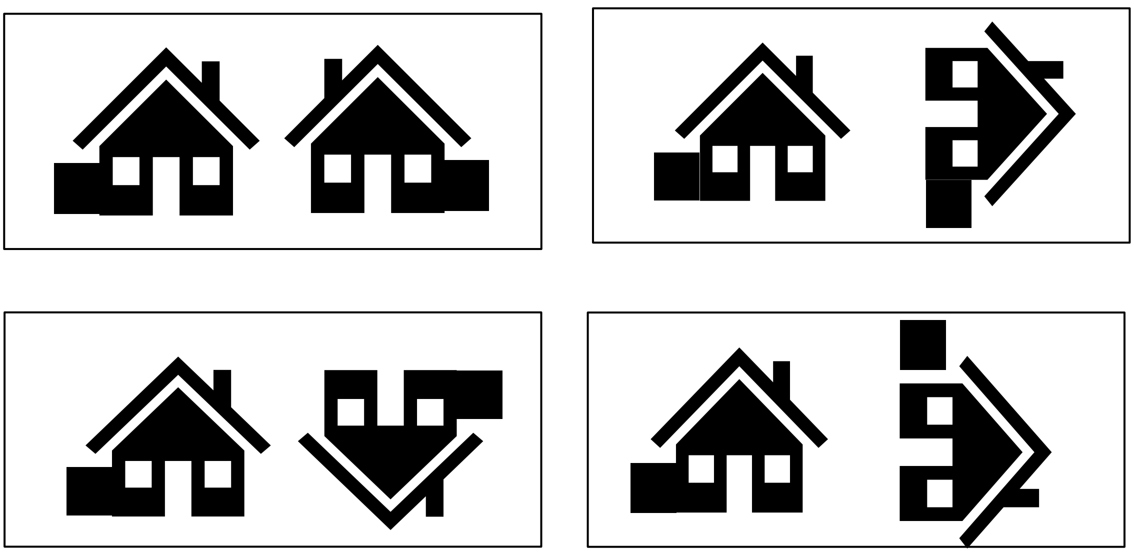


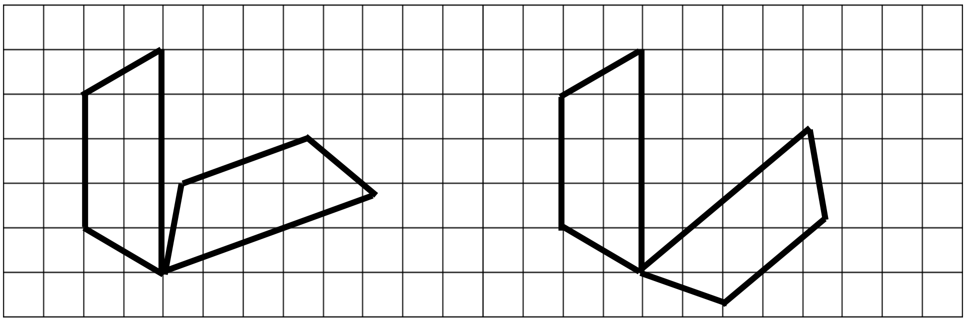
Bild 65 „Häuser", LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Überprüfen der Drehung von Figuren	55

Karla und Enie sollten eine Figur auf Rasterpapier drehen. Die Ergebnisse sind unterschiedlich.

- Beschreibe, wer es richtig gemacht hat. Begründe deine Entscheidung.



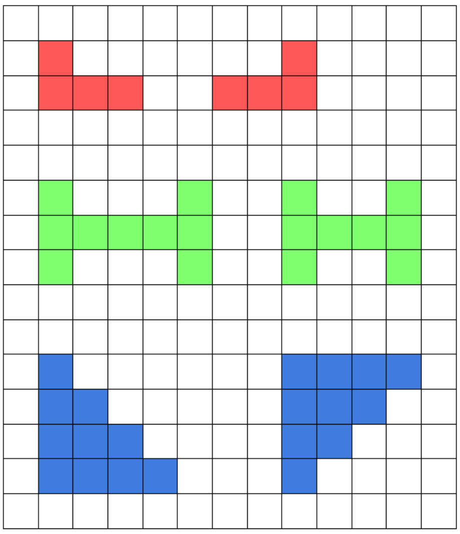
Karla

Enie

Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Zuordnen von Beschreibungen zu den Abbildungen	56

- Ordne die Beschreibungen den Bildern zu.
- Begründe.



Die Figur wurde gedreht.

Die Figur wurde verschoben.

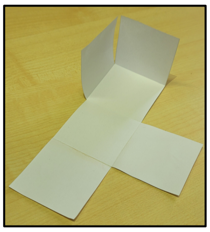
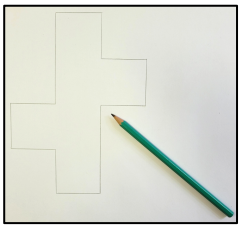
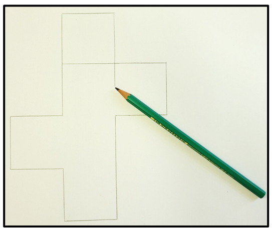
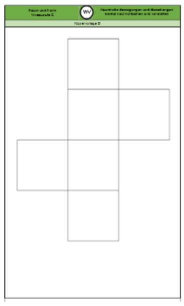
Die Figur wurde gespiegelt.

Die Figur wurde nicht verschoben, nicht gedreht und nicht gespiegelt.

Kennenlernen des Begriffs „Körpernetz“ **57**

Material: *Kopiervorlage D, festes Papier (Lehrkraft schneidet das Würfelnetz aus und faltet es zum Würfel, der Würfel kann mit Klebeband fixiert werden)*

- Beschreibe den Würfel. Nutze die Begriffe **Seitenflächen, Ecken** und **Kanten**.
- Schneide den Würfel so auf, dass die Seitenflächen miteinander verbunden bleiben.
- Lege den aufgeschnittenen Würfel auf ein Blatt Papier und zeichne die Umrisse nach.

Kopiervorlage D

- Ergänze die fehlenden Linien zwischen den angrenzenden Seitenflächen.

Es entsteht ein **Körpernetz**.

Das Netz eines geometrischen Körpers ist eine ebene Figur, aus der man den Körper herstellen kann.

Bild 66 bis 68 „Würfelnetz 1“, „Würfelnetz 2“, „Würfelnetz 3“, Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Erstellen verschiedener Körpernetze mithilfe von „Klickies“ **58**

***Material:** „Klickies“*

- Baue jeweils mit sechs Klickies fünf gleiche Würfel.
- Löse die Klickies wieder voneinander, sodass ein Würfelnetz entsteht.
- Erstelle aus jedem Würfel ein Würfelnetz. Jedes soll anders aussehen.
- Untersuche, ob alle Netze tatsächlich eine unterschiedliche Form haben oder ob ein Netz durch Drehen oder Spiegeln eines anderen Netzes entstehen kann.

Beispiel:

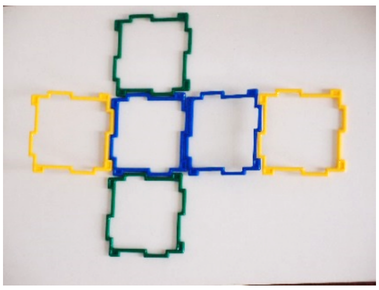



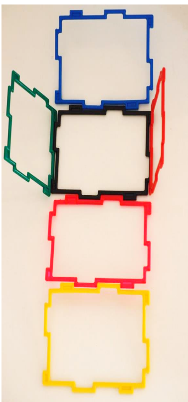
Bild 69 und 70 „Würfel“, „Würfelnetz“, Foto Brinkmann für LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Beschreiben der Herstellung eines Würfels aus dem Würfelnetz	59

***Material:** „Klickies“ (Lehrkraft baut verschiedene Würfelnetze auf)*

- Du siehst verschiedene Würfelnetze. Falte jedes Netz zu einem Würfel.
- Erkläre dabei laut, was du machst. Benutze die Formulierungen als Hilfe.



Beispiel

- die Fläche nach oben klappen
- die Fläche nach unten klappen
- das Objekt drehen
- die Fläche nach hinten klappen
- zwei Flächen miteinander verbinden
- die rechte (linke) Seite nach oben klappen
- die Fläche umklappen
- die Fläche nach vorne klappen

Bild 71 „Würfelnetz“, Foto Brinkmann für LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

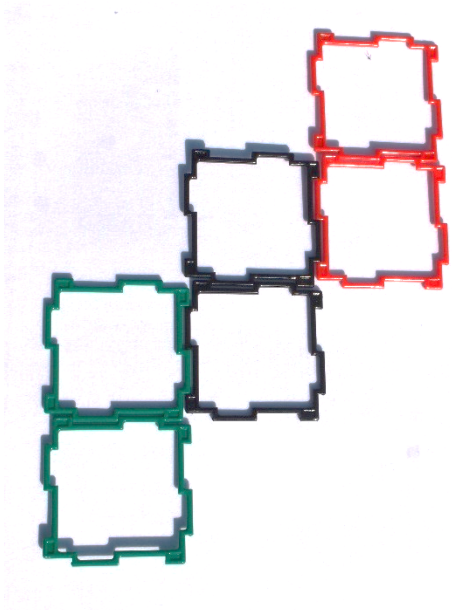
Nachbauen eines Würfels aus einem Würfelnetz nach Anleitung	60

***Material:** „Klickies“, Lehrkraft baut das Würfelnetz in der Abbildung auf*

Joris baut aus dem Würfelnetz einen Würfel.

- Baue genauso nach. Er erklärt jeden einzelnen Schritt.

1. Die beiden Flächen auf der rechten Seite klappe ich nach oben.
2. Die beiden Flächen auf der linken Seite klappe ich ebenfalls nach oben.
3. Die hintere rote Fläche klappe ich nach links um.
4. Die vordere schwarze Fläche klappe ich nach oben.
5. Ich schließe den Würfel, indem ich die untere grüne Fläche nach rechts klappe und die obere nach rechts klappe.



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Bild 72 „Würfelnetz“, Foto Brinkmann für LISUM, 2022, cc by sa 4.0
Bild 73 „Junge“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

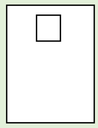
Herstellen eines Würfelnetzes durch Kippen eines Würfels | **61**

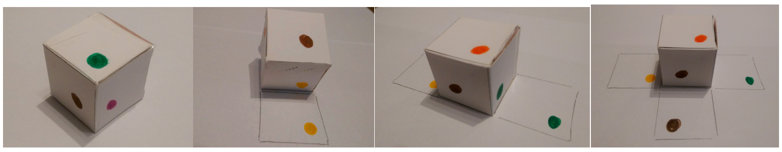
Material: *Würfel, mit farbigen Punkten beklebt*

- Lege den Würfel auf ein weißes Blatt Papier und umrande die untere Fläche. Kennzeichne diese Fläche mit dem passenden farbigen Punkt.
- Kippe nun den Würfel über eine Kante auf eine anliegende Seitenfläche. Umrande die neue Fläche und kennzeichne sie mit dem passenden farbigen Punkt.
- Kippe den Würfel so oft auf die anliegende Seitenfläche, bis du alle Flächen genau einmal umrandet und farbig markiert hast.

Achtung: Du darfst den Würfel nur über die Kanten kippen.

Tipp
Beginne oben in der Mitte des Blattes.





Nun ist auf deinem Blatt ein Würfelnetz entstanden.

Dieses könnte man ausschneiden und zu einem neuen Würfel falten.

- Wiederhole das Ganze noch einmal auf einem neuen Blatt.
- Erstelle durch Kippen ein weiteres Netz, das sich vom ersten unterscheidet.

Bild 74 „Würfel aus Karton“, Foto Rohde für LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

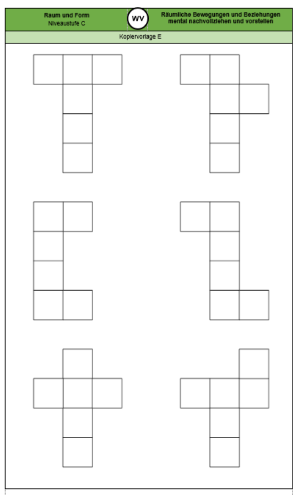
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Identifizieren von Würfelnetzen durch Falten | **62**

Material: *Kopiervorlage E (Würfelnetze bereits ausgeschnitten)*

Hier siehst du verschiedene Abbildungen.

- Überprüfe durch Falten, aus welchen Abbildungen ein Würfel hergestellt werden kann.
- Begründe, warum du aus einer Abbildung keinen Würfel falten kannst.



Kopiervorlage E

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

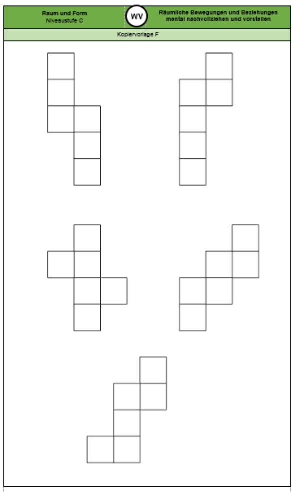
Erkennen von Würfelnetzen und Überprüfen durch Falten

63

Material: *Kopiervorlage F (Würfelnetze bereits ausgeschnitten)*

Hier siehst du verschiedene Abbildungen.

- Aus welchen Abbildungen lässt sich ein Würfel herstellen, aus welchen nicht?
- Begründe deine Vermutung.
- Überprüfe danach durch Falten.



Kopiervorlage F

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erkennen von Würfelnetzen durch Kippen eines Spielwürfels

64

Material: *Spielwürfel*

Hier siehst du verschiedene Abbildungen.

- Überprüfe durch Kippen eines Würfels, aus welcher Abbildung ein Würfel hergestellt werden kann.
- Zeichne die Punkte deines Würfels in jedes Quadrat ein und kippe den Würfel wieder.
- Überprüfe, ob auf jedem Quadrat eine unterschiedliche Anzahl von Punkten ist.

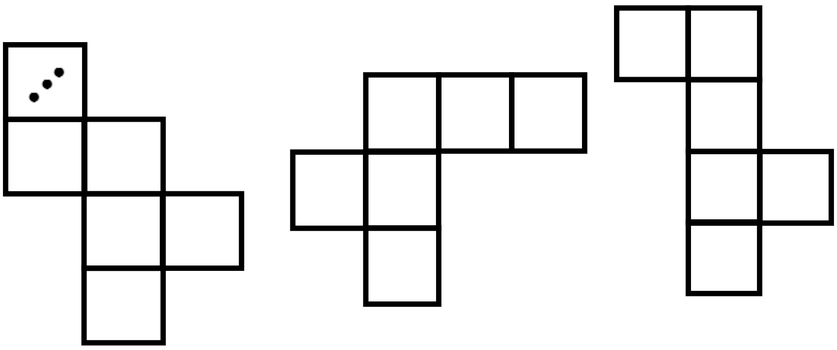


Bild 75 „Würfelnetze", Brinkmann für LISUM, 2022, cc by sa 4.0
Bild 76 „Spielwürfel", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

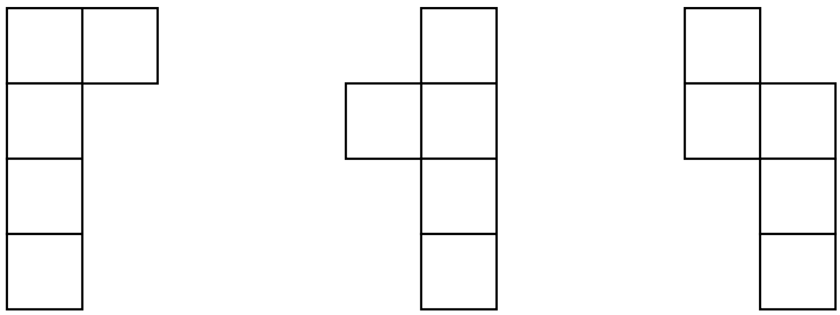
Ergänzen von Abbildungen zu vollständigen Würfelnetzen **65**

Material: *Spielwürfel*

Hier siehst du verschiedene Abbildungen.

- Ergänze jeweils die fehlende Fläche so, dass ein Würfelnetz entsteht.
- Überprüfe durch Kippen mit einem Spielwürfel, ob es klappt.

Tipp: Manchmal gibt es mehrere Möglichkeiten!



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

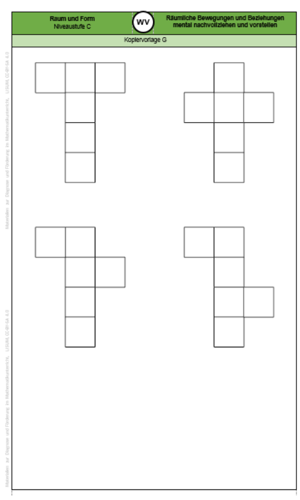
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Markieren von sich gegenüberliegenden Flächen im Würfelnetz **66**

Material: *Kopiervorlage G (Würfelnetze bereits ausgeschnitten)*

- Falte die Netze jeweils zu einem Würfel.
- Markiere die gegenüberliegenden Flächen in der gleichen Farbe.
- Klappe den Würfel wieder zum Netz auf.
- Beschreibe die Lage der gegenüberliegenden Flächen im Netz.



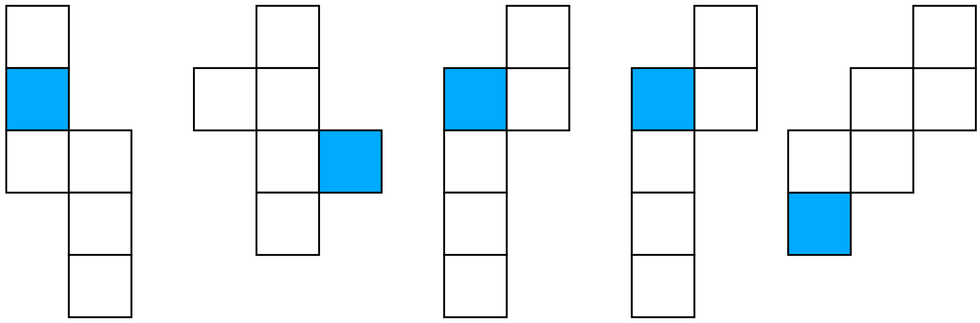
Kopiervorlage G

Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Finden der Fläche im Würfelnetz, die der markierten Fläche gegenüberliegt	67

In jedem Würfelnetz ist ein Quadrat markiert.

- Zeige das Quadrat, das im Würfel der markierten Fläche gegenüberliegt.

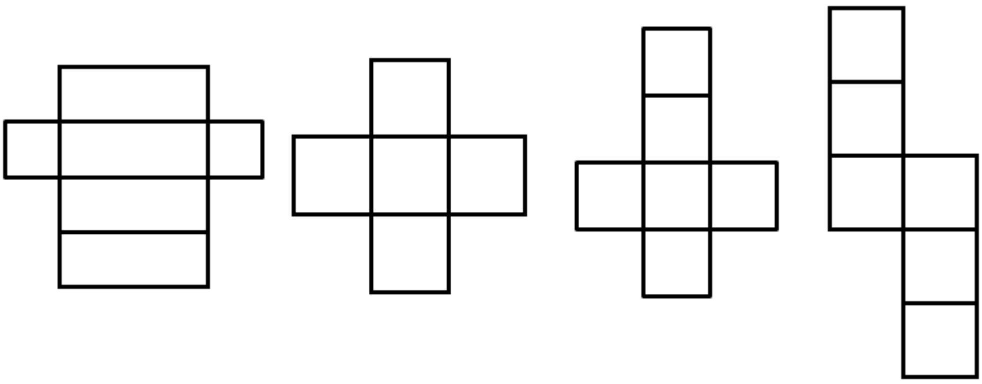


Raum und Form Niveaustufe C	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erkennen von Würfelnetzen	68

Welche Abbildungen sind Würfelnetze?

- Begründe deine Entscheidung.

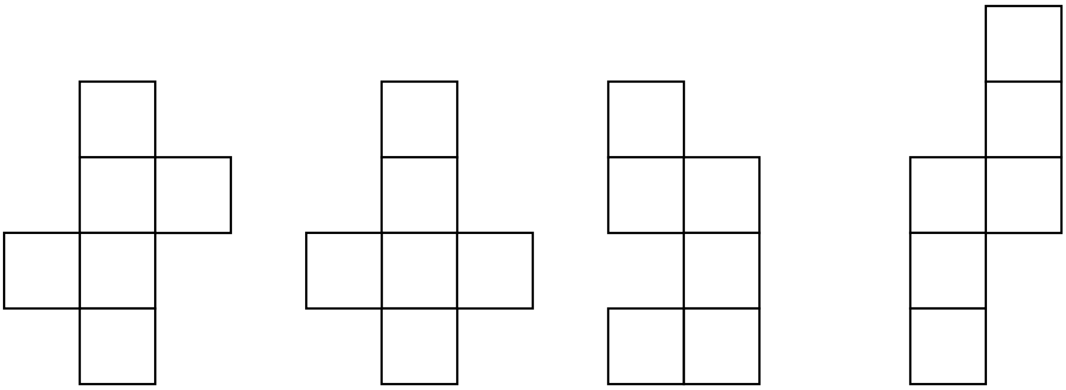


Ermitteln von Würfelnetzen durch gedankliches Zusammenfalten

69

Sind das Würfelnetze?

- Überprüfe, indem du sie gedanklich zusammenfaltest.
- Welches ist kein Netz? Erkläre, warum es kein Netz ist.



Herstellen eines Quadernetzes aus einer quaderförmigen Verpackung

70

***Material:** leere Verpackungen aus Pappe in Form eines Quaders*

- Beschreibe die Verpackung. Benutze die Begriffe **Seitenfläche**, **Ecke** und **Kante**
- Schneide die Verpackung so auf, dass die Flächen miteinander verbunden bleiben.
  Es entsteht ein Körpernetz.
- Lege die aufgeschnittene Schachtel auf ein Blatt Papier und zeichne die Umrisse nach.
- Ergänze die fehlenden Linien zwischen den Flächen.

Herstellen von verschiedenen Quadernetzen | **71**

Material: *„Klickies"*

- Baue mit jeweils sechs Klickies fünf gleiche Quader.
- Löse die Klickies wieder so voneinander, dass ein Quadernetz entsteht.
  Erstelle aus jedem Quader ein Quadernetz. Jedes Netz soll anders aussehen.
- Untersuche, ob alle Netze eine unterschiedliche Form haben oder ob ein Netz durch Drehen oder Spiegeln eines anderen Netzes entstehen kann.

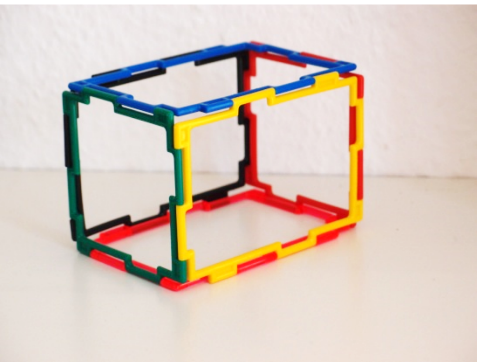
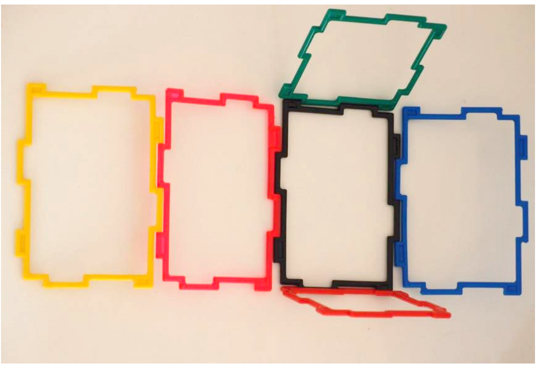



Bild 78 und 79 „Quader", „Quadernetz", Foto Brinkmann für LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Herstellen eines Quadernetzes durch Kippen einer quaderförmigen Verpackung | **72**

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Material: *leere Verpackungen in Form eines Quaders (Lehrkraft malt auf jede Seite einen Punkt in einer anderen Farbe)*

- Lege den Quader auf ein weißes Blatt Papier und umrande die untere Fläche.
  Kennzeichne diese Fläche mit dem passenden farbigen Punkt.
- Kippe nun die Verpackung über eine Kante auf eine anliegende Seitenfläche.

  Umrande die neue Fläche und markiere sie mit dem passenden farbigen Punkt.
- Kippe die Verpackung so oft auf die anliegende Seitenfläche, bis du alle Flächen genau einmal umrandet und farbig markiert hast.

Achtung: Du darfst die Verpackung nur über die Kanten kippen.

Nun ist auf deinem Blatt ein Quadernetz entstanden.

Dieses könnte man ausschneiden und zu einem neuen Quader falten.

- Wiederhole das Ganze noch einmal auf einem neuen Blatt.

  Erstelle durch Kippen ein weiteres Netz, das sich vom ersten Netz unterscheidet.

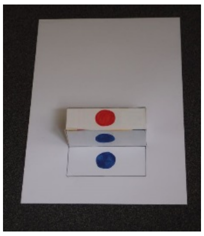
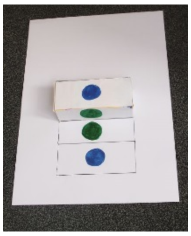



Bild 80 und 81 „Verpackung 1", „Verpackung 2", Foto Brinkmann für LISUM, cc by sa 4,0

Raum und Form
Niveaustufe C

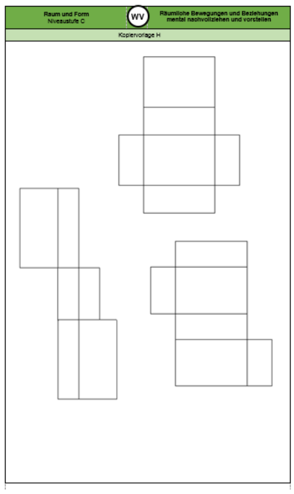
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Überprüfen, ob Abbildungen Quadernetze sind | **73**

Material: *Kopiervorlage H (Darstellungen von der Lehrkraft ausgeschnitten)*

- Beschreibe die Abbildungen.
- Überprüfe durch Falten, aus welchen Abbildungen ein Quader hergestellt werden kann.



Kopiervorlage H

Raum und Form
Niveaustufe C

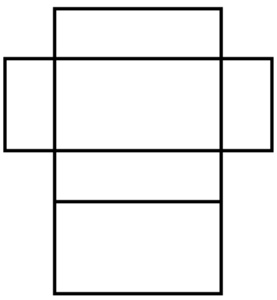
WV

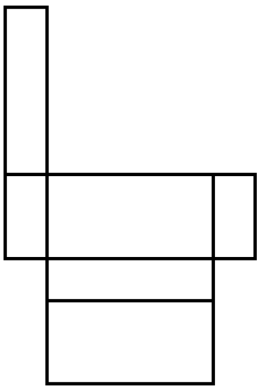
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Identifizieren gleicher Flächen am Bild und an Quadernetzen | **74**

Sara baut einen Quader aus einem Quadernetz.
Hier siehst du den halb fertigen Quader. Die Flächen bestehen aus bunten Papierstreifen.

- Färbe an den beiden Quadernetzen jeweils die entsprechenden Flächen in gleicher Farbe.





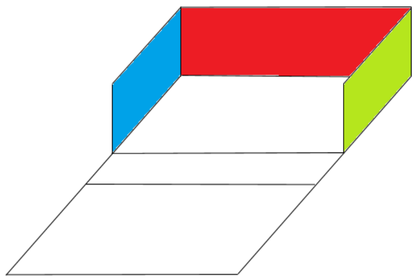


Bild 82 „halbfertiger Quader“, Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

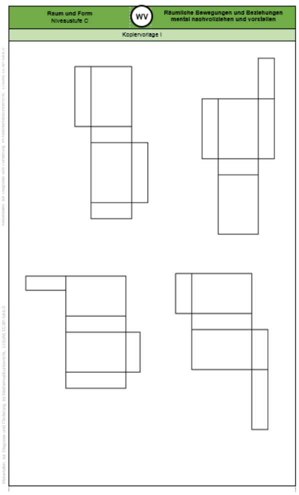
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Identifizieren gegenüberliegender Flächen am Quadernetz durch Falten eines Quaders | **75**

Material: *Kopiervorlage I (von der Lehrkraft ausgeschnitten)*

- Falte die Quadernetze jeweils zu einem Quader.
- Markiere die gegenüberliegenden Flächen in der gleichen Farbe.
- Klappe den Quader wieder zum Netz auf.
- Beschreibe die Lage der gegenüberliegenden Flächen im Netz.



Kopiervorlage I

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

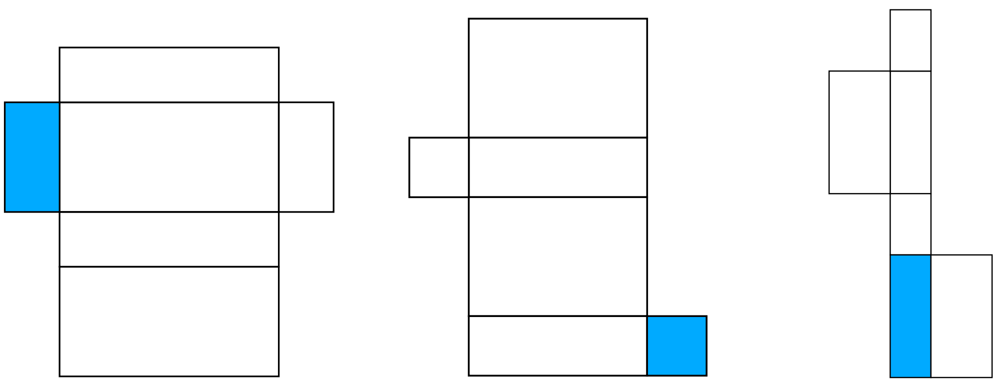
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Identifizieren gegenüberliegender Flächen am Quadernetz | **76**

In jedem Quadernetz ist eine Fläche markiert.

- Zeige die Fläche, die der markierten Fläche im Quader gegenüberliegt.



Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Identifizieren von Flächen und Linien am Quadernetz | **77**

Am Quader ist eine Kante rot markiert und eine Seitenfläche blau.

- Zeige an beiden Quadernetzen, wo sich die blaue Fläche befinden könnte.
- Zeige an beiden Quadernetzen, wo sich die rote Kante befinden könnte.

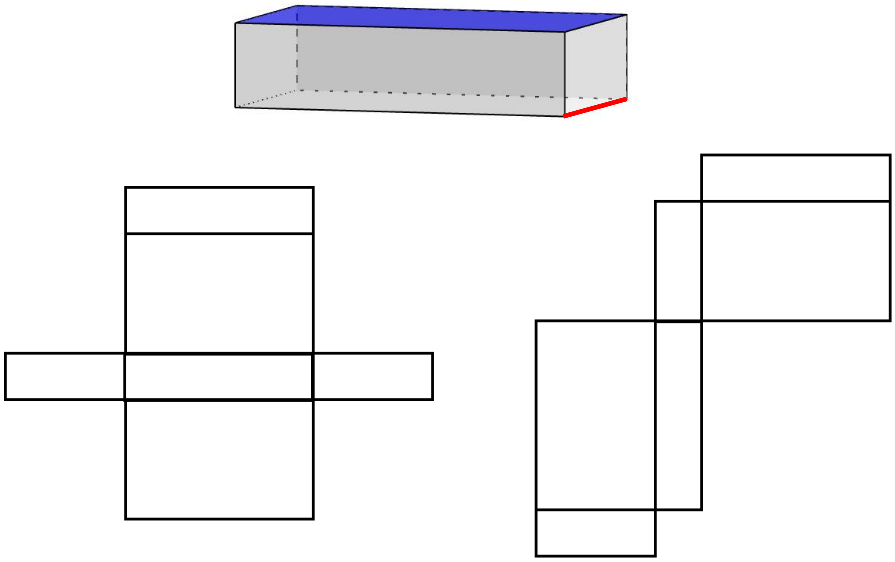


Bild 83 „Quader“, Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc-by-sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

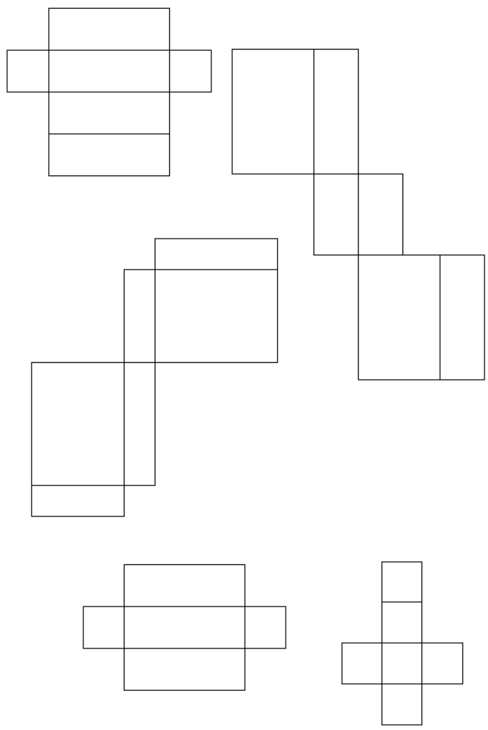
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Überprüfen durch mentales Falten, ob Abbildungen Quadernetze sind | **78**

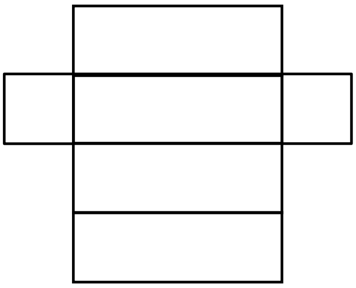
Welche Netze ergeben einen Quader?

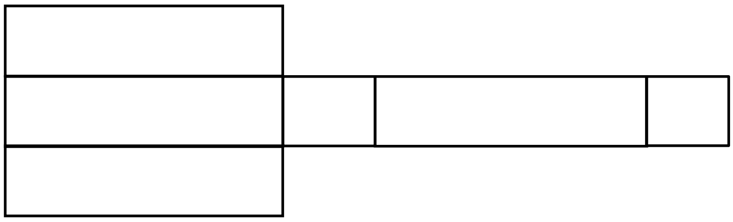
- Überprüfe, indem du die Netze gedanklich faltest.
- Begründe deine Entscheidung.



Markieren der beiden Seiten im Quadernetz, die beim Zusammenfalten eine Kante bilden | **79**

- Markiere an den Quadernetzen jeweils die beiden Seiten mit gleicher Farbe, die beim Zusammenfalten eine Kante bilden.
- Erkläre, wie du darauf kommst.





Raum und Form
Niveaustufe C

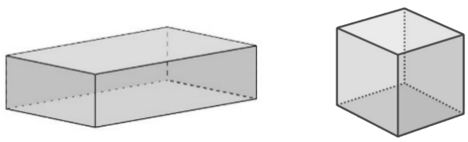
WV

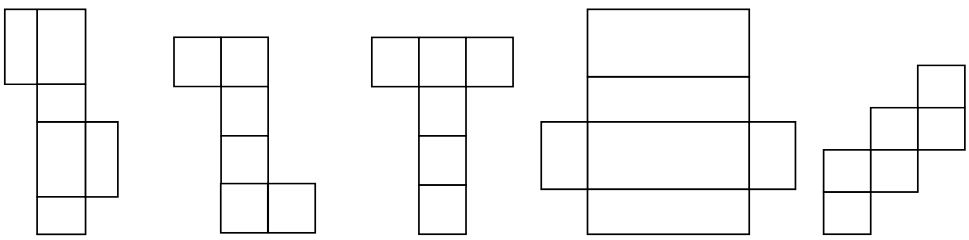
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Identifizieren und Abgrenzen von Quadernetzen und Würfelnetzen | **80**

Welches Netz passt zu welchem Körper?

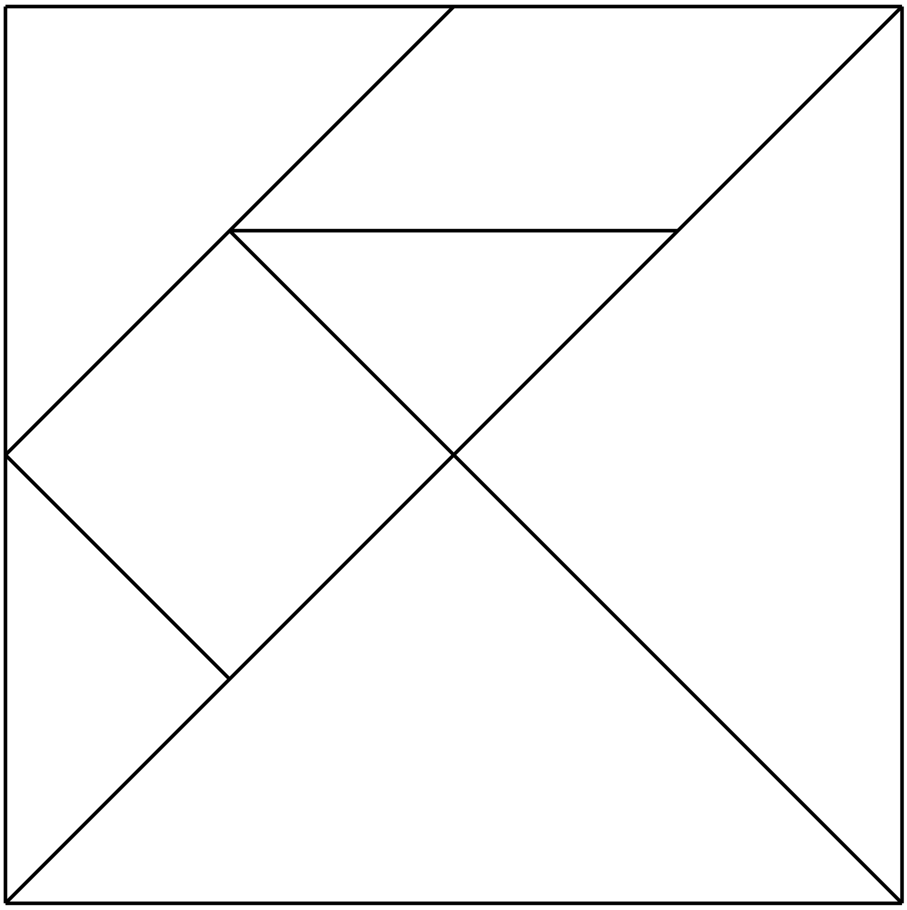
- Verbinde.





Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage A



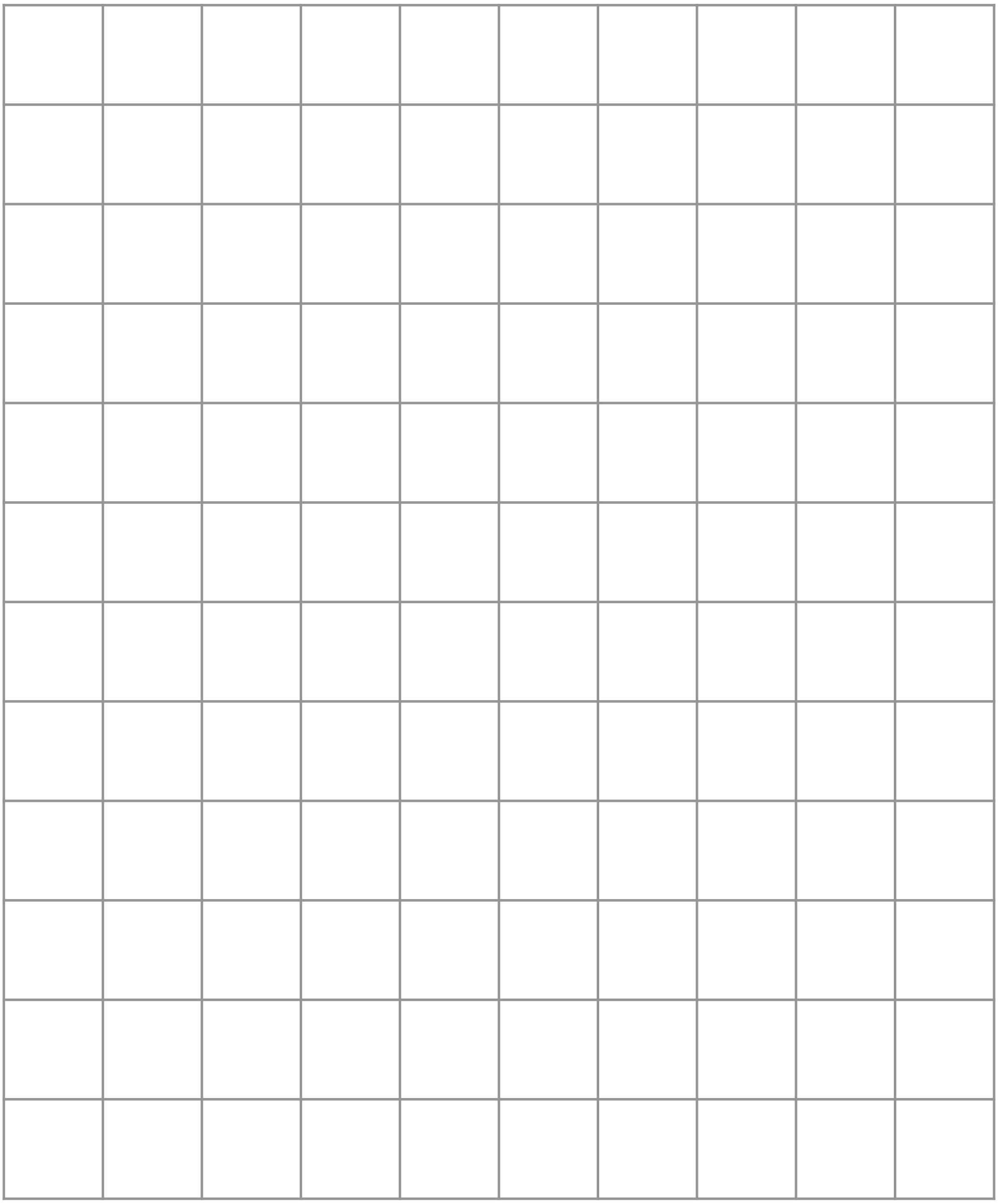
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe C

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Kopiervorlage B



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage C

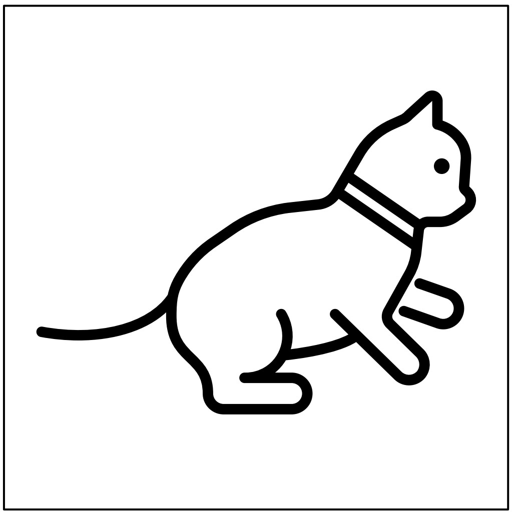
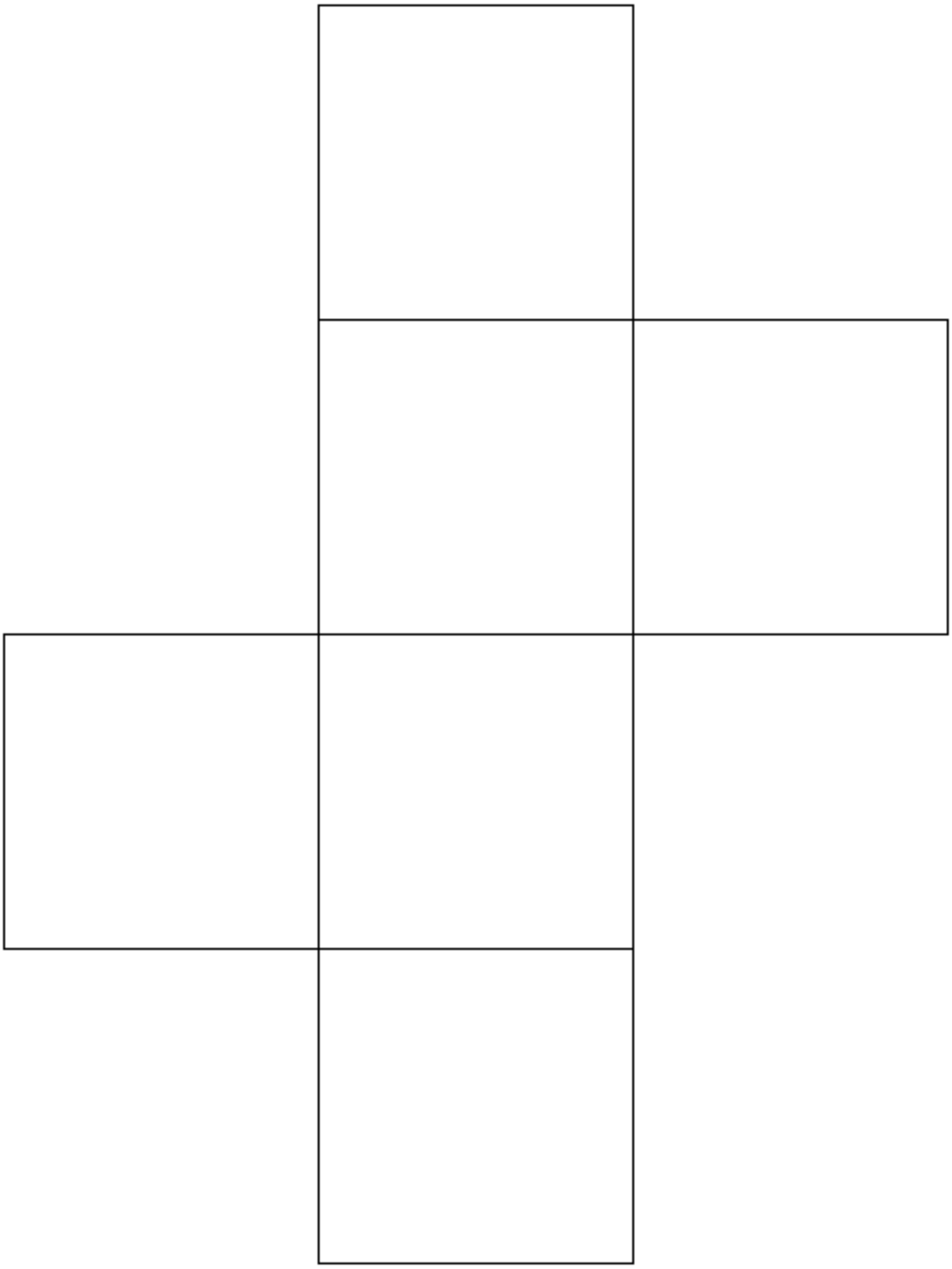


Bild 56 „Katze“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

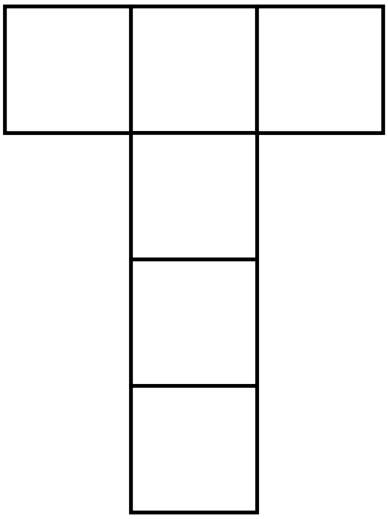
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

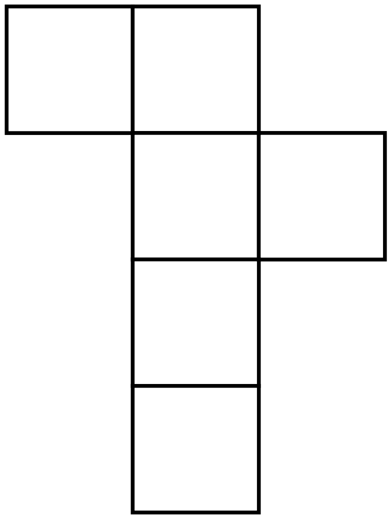
Kopiervorlage D

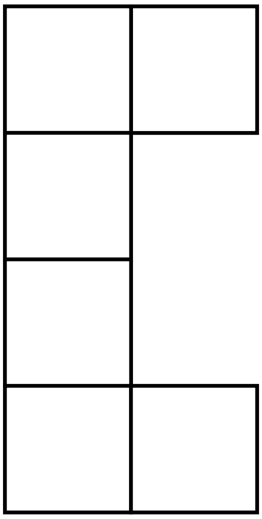


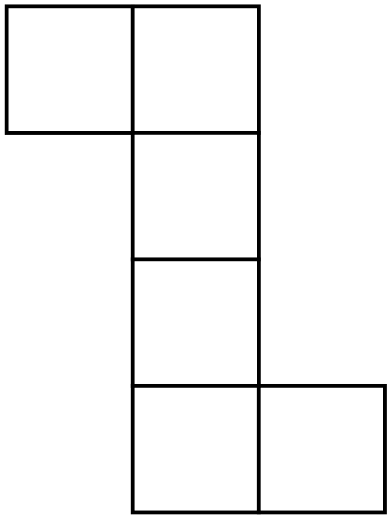
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

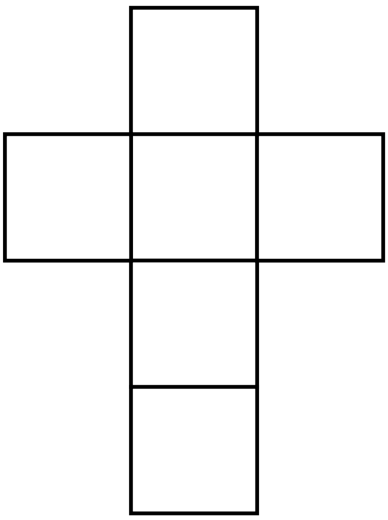
Kopiervorlage E

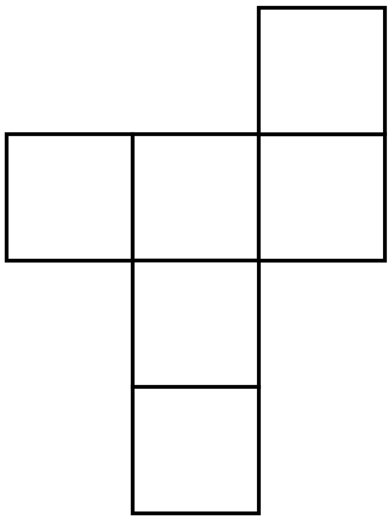












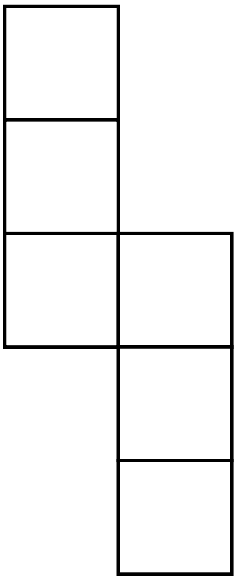
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

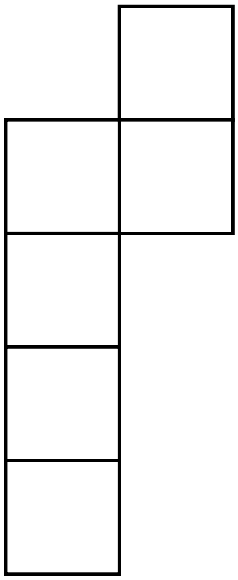
Raum und Form
Niveaustufe C

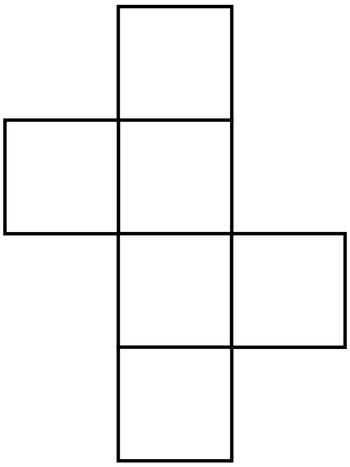
WV

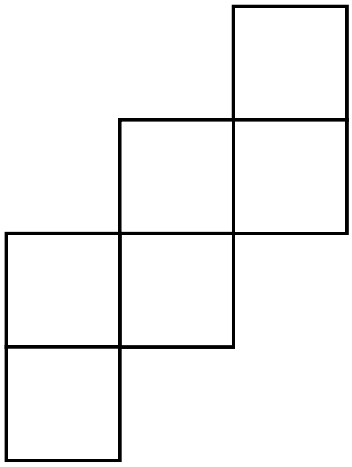
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

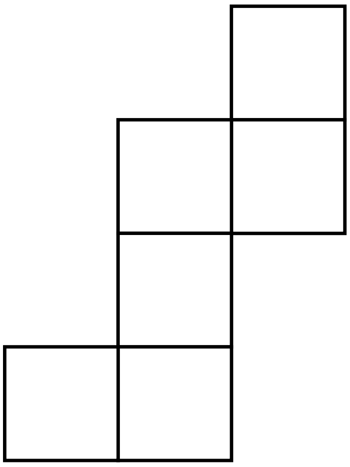
Kopiervorlage F





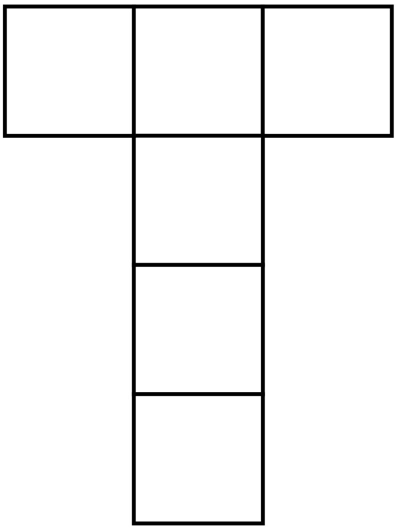


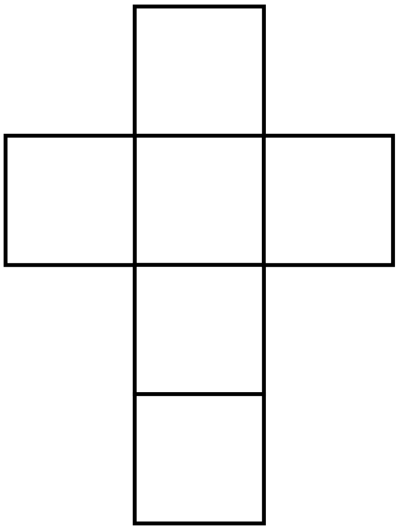


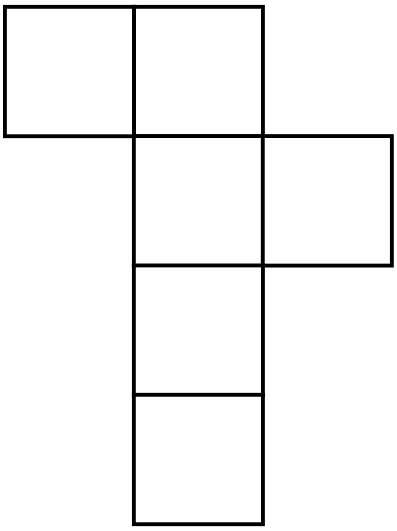


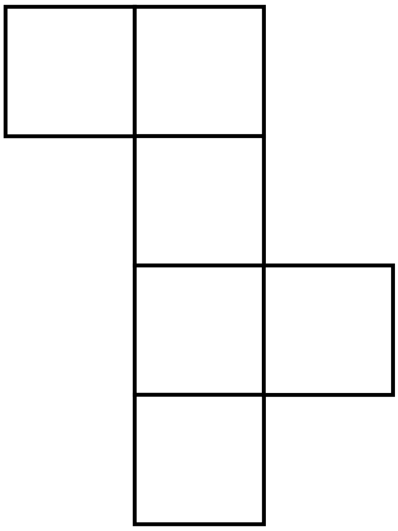
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage G









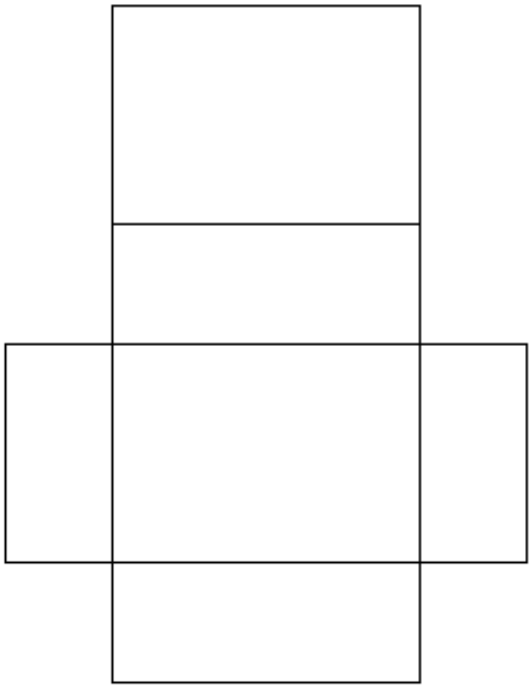
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

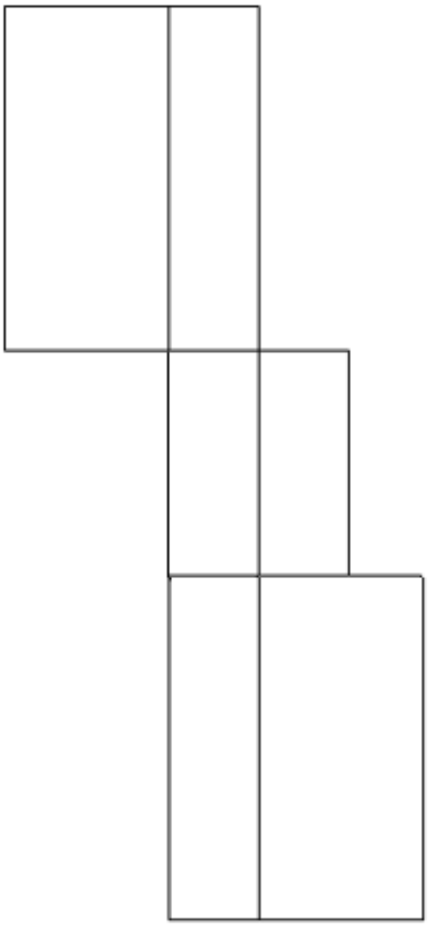
Raum und Form
Niveaustufe C

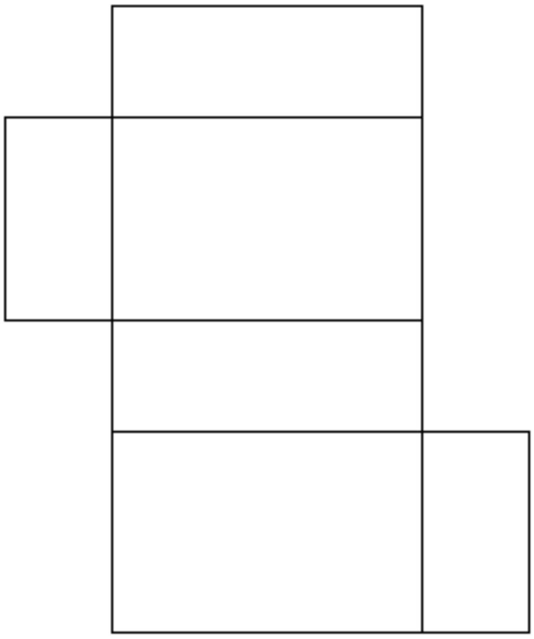
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Kopiervorlage H

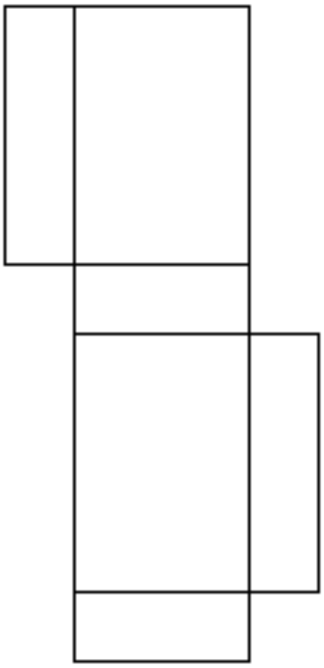


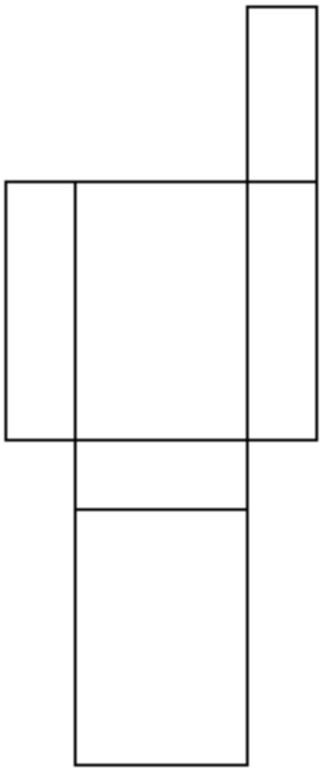


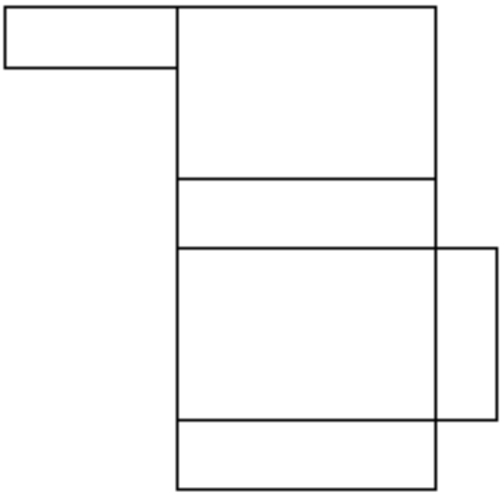


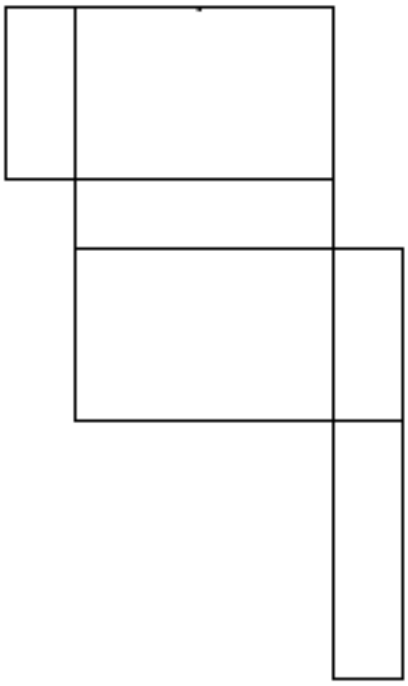
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage I





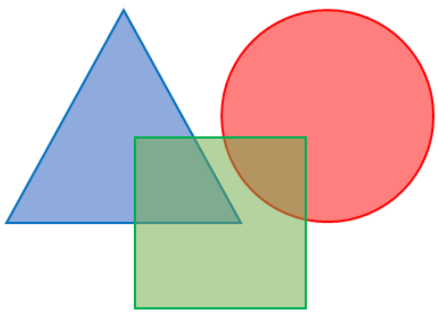
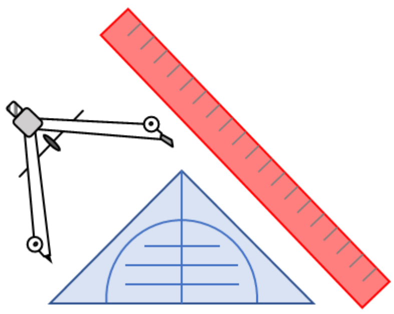
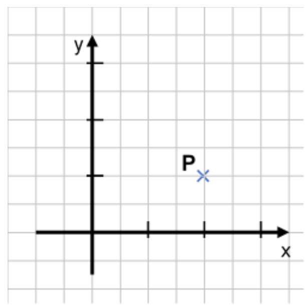




Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Förderaufgaben für die Grundschule

Niveaustufe D

Darum geht es

„Geometrische Begriffe beschreiben die Einteilung ebener und räumlicher Objekte. „Wir sprechen von einem Begriff, wenn damit nicht nur ein einzelner Gegenstand [...] bezeichnet wird, sondern eine Kategorie, eine Klasse assoziiert wird, in die der konkrete Gegenstand einzuordnen ist.“ (Franke, 2001, S. 72)
Im geometrischen Kontext können Objekte, Eigenschaften und Relationen in Begriffsklassen beschrieben werden (Franke & Reinhold, 2016, S. 126). Diese sind:

- *Objektbegriffe z. B. Quadrat, Würfel, Prisma, Raute, Pyramide, Scheitelwinkel,*
- *Eigenschaftsbegriffe z. B. quadratisch, rechtwinklig, parallel, gleichschenklig, gleichseitig, drehsymmetrisch,*
- *Relationsbegriffe z. B. gleich lang, senkrecht auf, parallel zu, deckungsgleich mit.*

Charakteristisch für die Begriffsbildung ist die Organisation der Begriffe in hierarchische Beziehungen (Breidenbach, 1964).
Das Begriffsverständnis kann in Stufen unterteilt werden (Franke & Reinhold, 2016, S. 130; Weigand, 2014, S. 120):

- *Intuitives Begriffsverständnis: Orientierung an Prototypen, Beispiele und Gegenbeispiele können intuitiv identifiziert werden.*
- *Inhaltliches Begriffsverständnis: Eigenschaften und Beziehungen werden zur Identifikation, Beschreibung und Konstruktion genutzt.*
- *Integriertes Begriffsverständnis: Beziehungen zwischen Begriffen werden hergestellt, es entsteht ein Begriffsnetz, ober- und unter- und nebengeordnete Begriffe können am konkreten Beispiel in Beziehung gesetzt werden (Beispiel: „Haus der Vierecke“).*
- *Formales Begriffsverständnis: Begriffsklärung über formale Definitionen, Repräsentanten müssen zur Identifikation von Zusammenhängen und Beziehungen nicht mehr vorliegen.*

Auf der Niveaustufe D wird im Bereich „Geometrische Körper und Figuren“ und in den Bereichen „Symmetrien und Winkelbeziehungen“ ein mindestens integriertes Begriffsverständnis erwartet. Das formale Begriffsverständnis sollte in Ansätzen angebahnt sein. Auch die grundlegenden Eigenschafts- und Relationsbegriffe sollten auf diesem Niveau verstanden sein.
Ohne ein Begriffsverständnis ist eine Kommunikation über geometrische Objekte nicht zielführend (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 176-178). Auch sind zahlreiche Begriffe grundlegend für die Begriffsbildung weiterer geometrischer Objekte. Insbesondere werden Körper und Figuren häufig durch die Eigenschaften und Beziehungen ihrer Begrenzungsflächen und -seiten beschrieben.“ (LISUM, 2019. Handbuch ILeA plus, cc by nd 4.0, S. 182 bis 183)

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Unterscheiden von ebenen geometrischen Figuren und Körpern
2. Erkennen eines Fehlers beim Sortieren nach ebenen geometrischen Figuren und Körpern
3. Zuordnen von Fachbegriffen zu ebenen Figuren und geometrischen Körpern
4. Erkennen von Flächen, Ecken und Kanten an Modellen und Abbildungen
5. Erkennen und Unterscheiden von ebenen und gekrümmten Flächen bei Körpern
6. Zuordnen und Verbinden von Körpern und deren Grund- und Seitenflächen
7. Benennen der Seitenflächen verschiedener geometrischer Körper
8. Erkennen und Zeigen der Grund-, Deck- und Seitenflächen bei geometrischen Körpern
9. Zuordnen von Fachbegriffen zur Abbildung eines vierseitigen Prismas
10. Erkennen von Eigenschaften der Grund- und Deckfläche bei Quadern und Würfeln
11. Erkennen und Unterscheiden verschiedener Prismen anhand ihrer Grund- und Deckfläche
12. Beschreiben der Eigenschaften von Prismen
13. Zeigen von Grund-, Deck- und rechteckigen Seitenflächen bei Prismen
14. Unterscheiden verschiedener Prismen nach der Anzahl der Seitenflächen
15. Erkennen der Eigenschaften von Prismen, Würfeln und Quadern
16. Erkennen von Würfeln und Quadern als spezielle Prismen
17. Unterscheiden von Prismen und anderen geometrischen Körpern
18. Herstellen verschiedener Prismen (Kantenmodell)
19. Erkennen von Prismen in der Umwelt
20. Benennen von Gemeinsamkeiten und Unterschieden verschiedener Pyramiden
21. Zuordnen von Eigenschaften verschiedener Pyramiden
22. Unterscheiden von Pyramiden, Prismen und Kugel
23. Ermitteln der Anzahl von Seitenflächen einer Pyramide anhand der Grundfläche
24. Herstellen eines Kantenmodells einer Pyramide
25. Erkennen und Zeigen der Eigenschaften eines Kegels
26. Vergleichen von Kegel und Pyramide
27. Erkennen von Zylindern in verschiedenen Darstellungen

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

28. Erkennen von Zylindern mit unterschiedlichen Eigenschaften
29. Erkennen verschiedener geometrischer Körper
30. Erkennen von geometrischen Körpern anhand vorgegebener Eigenschaften
31. Zuordnen von Bezeichnungen und Eigenschaften zu verschiedenen Körpern (a)
32. Zuordnen von Bezeichnungen und Eigenschaften zu verschiedenen Körpern (b)
33. Beschreiben eines geometrischen Körpers mithilfe von Fachbegriffen
34. Ertasten und Beschreiben eines geometrischen Körpers
35. Erkennen spezieller Eigenschaften von geometrischen Körpern
36. Erkennen geometrischer Körper im Raum
37. Erkennen von geometrischen Körpern in der Umwelt (a)
38. Erkennen von geometrischen Körpern in der Umwelt (b)
39. Identifizieren von Dreiecken
40. Klassifizieren von Dreiecken
41. Klassifizieren von Dreiecken hinsichtlich der Winkel
42. Zuordnen von Fachbegriffen zu Abbildungen
43. Erkennen von Eigenschaften rechtwinkliger Dreiecke
44. Erkennen der Eigenschaften von Dreiecken
45. Erkennen von Eigenschaften gleichseitiger Dreiecke
46. Erkennen von Eigenschaften gleichschenkliger Dreiecke
47. Erkennen des Zusammenhangs zwischen gleichseitigen und gleichschenkligen Dreiecken
48. Zuordnen von Fachbegriffen zu Abbildungen und Beschreibungen von Dreiecken
49. Zuordnen von Fachbegriffen zur Klassifizierung von Dreiecken
50. Klassifizierung von Dreiecken nach Seiten und Winkeln
51. Zuordnen passender Bezeichnungen zu verschiedenen Dreiecken
52. Zuordnen der passenden Bezeichnung und Beschreibung zur Abbildung von Dreiecken
53. Sortieren verschiedener Dreiecke nach Seiten und Winkeln
54. Erkennen spezieller Eigenschaften gleichseitiger Dreiecke durch Legen von Stäbchen
55. Legen verschiedener gleichschenkliger Dreiecke mit stumpfen Winkeln
56. Spannen verschiedener rechtwinkliger Dreiecke am Geobrett
57. Spannen verschiedener stumpfwinkliger Dreiecke am Geobrett
58. Zeichnen von Dreiecken mit unterschiedlichen Eigenschaften
59. Erkennen der Winkelsumme der Innenwinkel im Dreieck durch eine Handlung
60. Erkennen der Innenwinkelsumme im Dreieck durch Berechnen
61. Ermitteln der Größe eines Winkels mithilfe des Innenwinkelsummensatzes
62. Berechnen der fehlenden Winkelgröße
63. Berechnen fehlender Winkel mithilfe des Innenwinkelsummensatzes
64. Vergleichen der Größe von Innenwinkeln in einem gleichseitigen Dreieck durch eine Handlung
65. Erkennen der Winkelgröße in einem gleichschenkligen Dreieck
66. Nutzen der Eigenschaften eines gleichseitigen Dreiecks zum Ermitteln von Winkelgrößen

Übersicht über die Kopiervorlagen

Kopiervorlage A
Kopiervorlage B
Kopiervorlage C
Kopiervorlage D
Kopiervorlage E
Kopiervorlage F
Kopiervorlage G

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Unterscheiden von ebenen geometrischen Figuren und Körpern | **1**

- Sortiere alle Objekte: Ist es eine ebene Figur oder ein Körper?
- Beschreibe, woran du das erkennst.

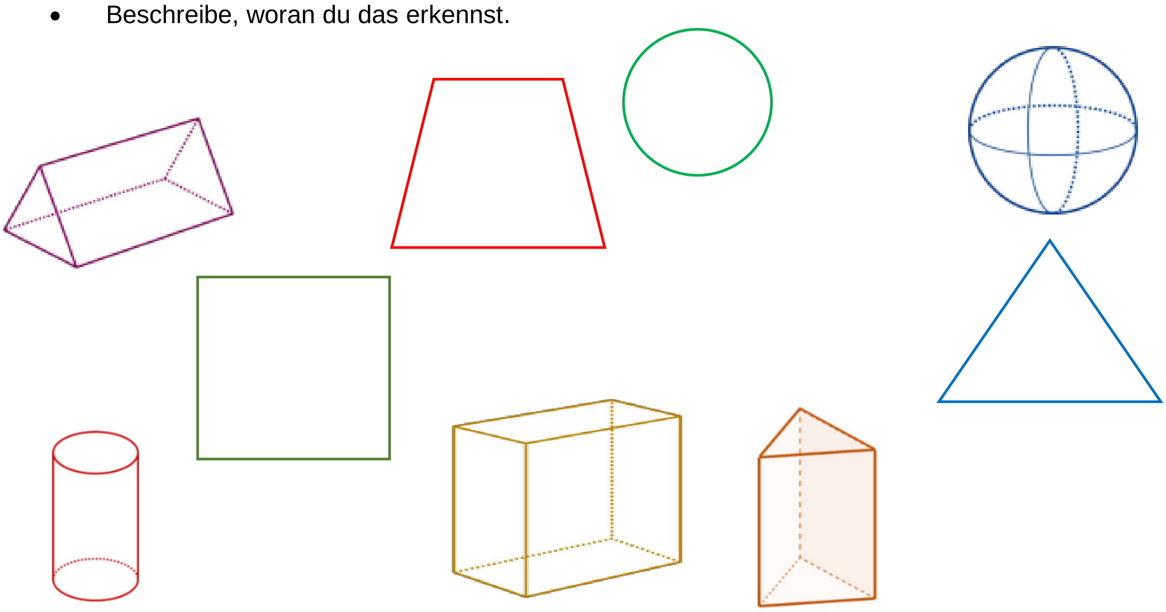


Bild 1 bis 4 „Prisma“, „Kugel“, „Quader“, „Zylinder“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0
Bild 5 „dreiseitiges Prisma“, Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen eines Fehlers beim Sortieren nach ebenen geometrischen Figuren und Körpern | **2**

Ein Objekt passt nicht zu den anderen.

- Finde es und erkläre, warum es nicht passt.

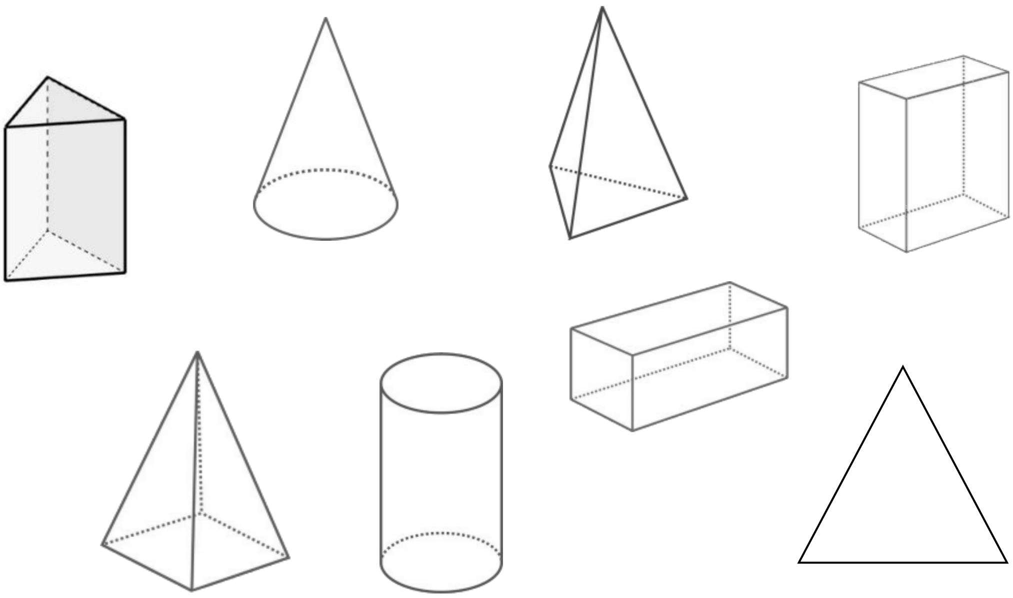


Bild 6 „dreiseitiges Prisma“, Brinkmann für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0; Bild 7 bis 12 „Kegel“, „Pyramide“, „Zylinder“, „Quader 1“, „Quader 2“, „Dreieckspyramide“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	**BE**	**Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen**
Zuordnen von Fachbegriffen zu ebenen Figuren und geometrischen Körpern		**3**

Material: *Kopiervorlage A*

- Entscheide, ob die Begriffe zu einer ebenen Figur oder zu einem Körper gehören.
  Sortiere die Kärtchen.
- Begründe deine Entscheidung.

ebene Figur	Körper

Dreieck	Quader
Kugel	Raute
Kreis	Fünfeck
Würfel	Viereck
Quadrat	Rechteck
Kegel	Trapez

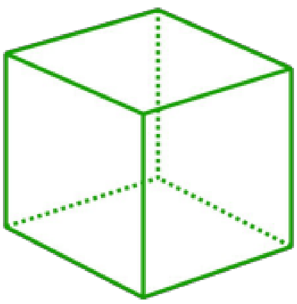
Kopiervorlage A

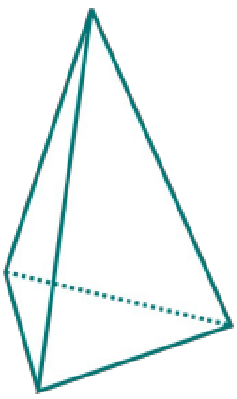
Raum und Form Niveaustufe D	**BE**	**Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen**
Erkennen von Flächen, Ecken und Kanten an Modellen und Abbildungen		**4**

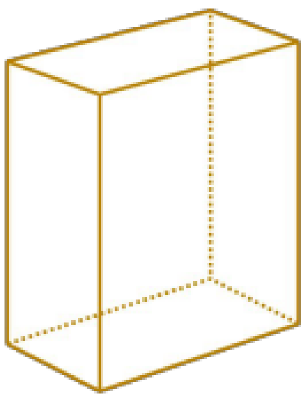
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Material: *Modelle der geometrischen Körper Würfel, Quader, Pyramide*

- Zeige an den Modellen: Flächen, Ecken, Kanten.
- Zeige auch an den Abbildungen: Flächen, Ecken und Kanten.







Erkennen und Unterscheiden von ebenen und gekrümmten Flächen bei Körpern | **5**

Material: *Modelle geometrischer Körper*

Ein Körper ist eine räumliche Figur, die durch ebene oder gekrümmte Flächen begrenzt wird.

- Zeige ebene Flächen am Modell und an den Abbildungen der Körper.
- Zeige eine gekrümmte Fläche.

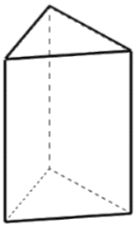
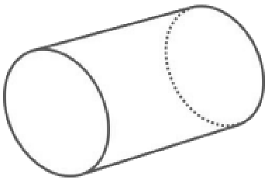
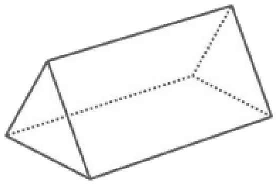
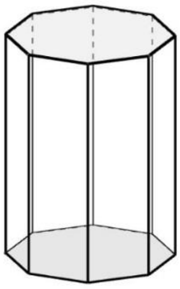





Bild 16 und 17 „dreiseitiges Prisma“, „achtseitiges Prisma“, Brinkmann für LISUM, 2022 erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0
Bild 18 und 19 „Zylinder“, „dreiseitiges Prisma“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

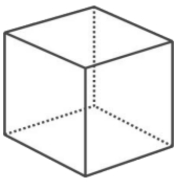
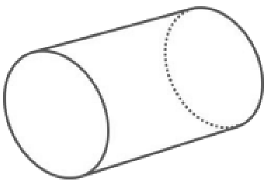
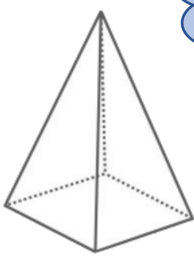
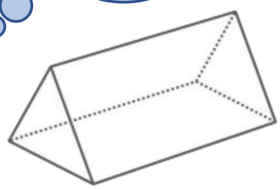
Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zuordnen und Verbinden von Körpern und deren Grund- und Seitenflächen | **6**

Stelle dir vor, man würde die Flächen dieser Körper mit Farbe bestreichen und dann damit stempeln.

- Ordne zu: Welche ebene Figur ist mit welchem der Körper gestempelt worden?
- Benenne die ebene Figur.

Bei einigen Figuren gibt es mehrere Möglichkeiten.

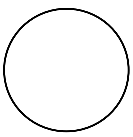
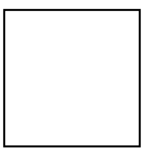
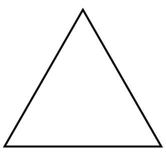
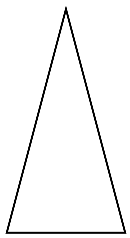
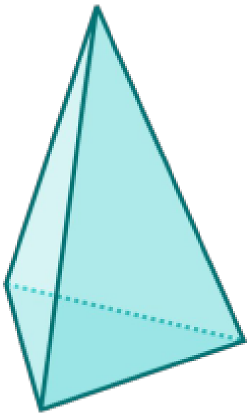





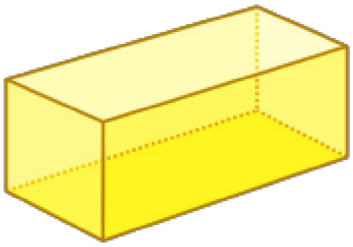
Bild 20 bis 23 „Würfel“, „Zylinder“, „Pyramide“, „Prisma“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen
Benennen der Seitenflächen verschiedener geometrischer Körper		7

Stelle dir vor, man würde die Flächen dieser Körper mit Farbe bestreichen und damit stempeln.

- Welche ebene(n) Figur(en) kann man mit dem jeweiligen Körper stempeln? Skizziere sie.
- Benenne die Figuren.





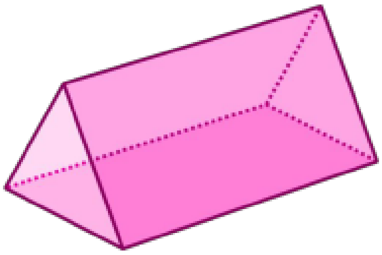


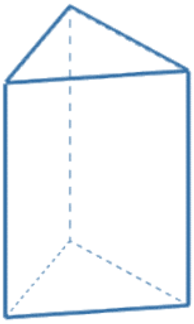
Bild 24 bis 26 „Pyramide“, „Quader“, „Dreiseitiges Prisma“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

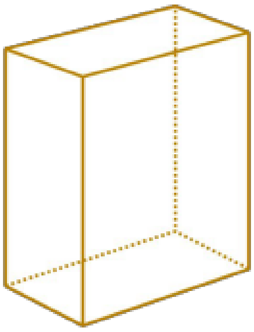
Raum und Form Niveaustufe D	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen
Erkennen und Zeigen der Grund-, Deck- und Seitenflächen bei geometrischen Körpern		8

Material: *Modelle geometrischer Körper: Prismen und Quader, Zylinder*

Diese geometrischen Körper werden durch mehrere Flächen begrenzt.
Sie werden als Grundfläche, Deckfläche und Seitenflächen bezeichnet.
Bei den Körpern, die du unten siehst, sind Grund- und Deckfläche kongruent und parallel zueinander.

- Zeige an den Modellen und an den Abbildungen Grundfläche und Deckfläche der Körper.
- Zeige die Seitenflächen.





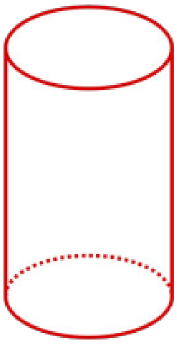


Bild 27 „dreiseitiges Prisma“, Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0
Bild 28 und 29 „Quader“, „Zylinder“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zuordnen von Fachbegriffen zur Abbildung eines vierseitigen Prismas	9

- Ordne die Begriffe zu.

Deckfläche	Ecke	Kante
	Seitenfläche	Grundfläche

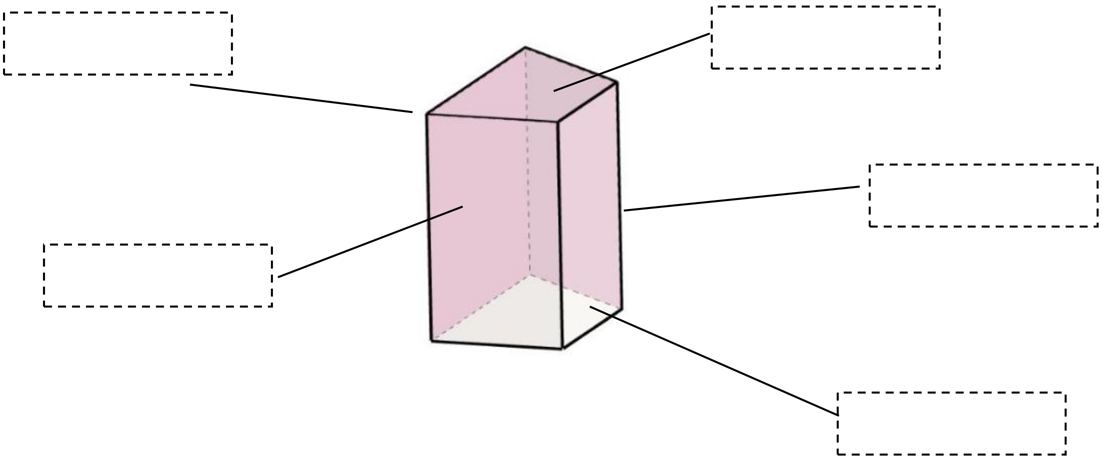


Bild 30 „Prisma“, Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen von Eigenschaften der Grund- und Deckfläche bei Quadern und Würfeln	10

Material: *Modelle von Würfel und Quader*

Zeige die Grundfläche und die Deckfläche der Körper am Modell und in der Abbildung.

- Erkläre, warum auch andere Flächen Grund- und Deckfläche sein können.

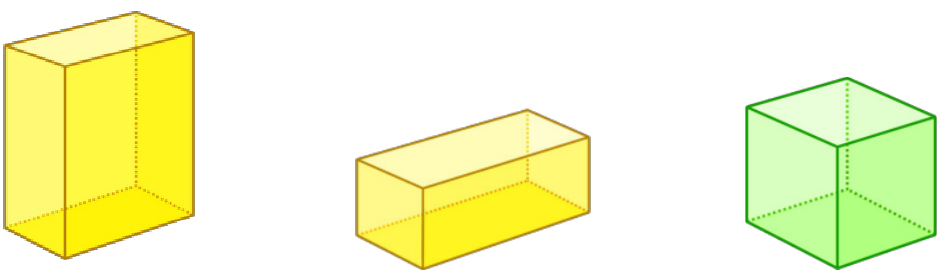


Bild 31 bis 33 „Quader 1“, „Quader 2“, „Würfel“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

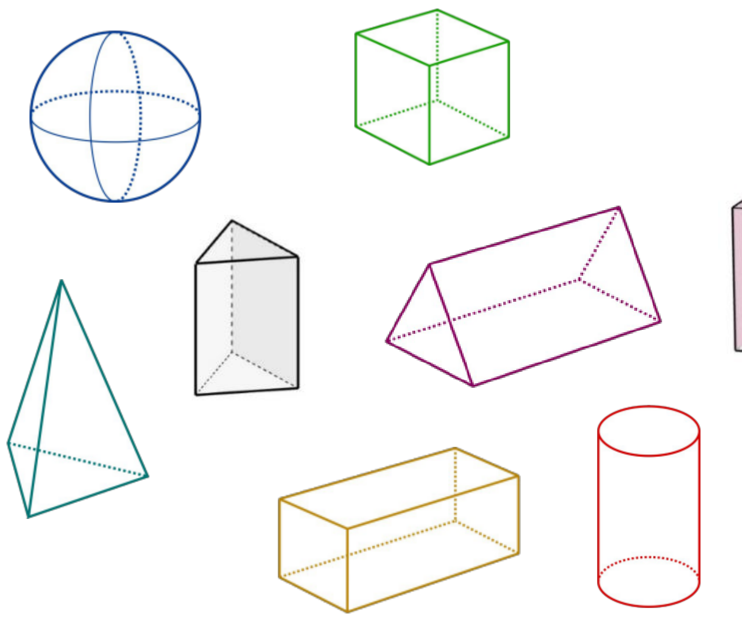
Erkennen und Unterscheiden verschiedener Prismen anhand ihrer Grund- und Deckfläche

11

Auf welche der abgebildeten Objekte passt die Beschreibung?

- Erkläre.

Grund- und Deckfläche sind parallele, kongruente Vielecke (Dreiecke, Vierecke, Fünfecke…).



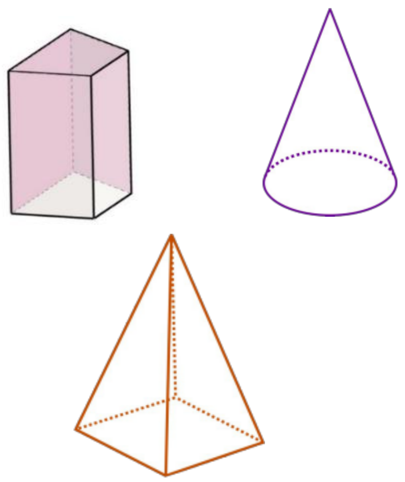


Bild 34 und 35 „dreiseitiges Prisma“, „vierseitiges Prisma“, Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0; Bild 36 bis 43 „Kugel“, „Prisma“, „Pyramide“, „Quader“, „Zylinder“, „Würfel“, „Pyramide“, „Kegel“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Beschreiben der Eigenschaften von Prismen

12

Material: *Modelle von Prismen*

- Schaue dir die verschiedenen Modelle und Abbildungen genau an.
- Welche Eigenschaften haben alle gemeinsam? Beschreibe.

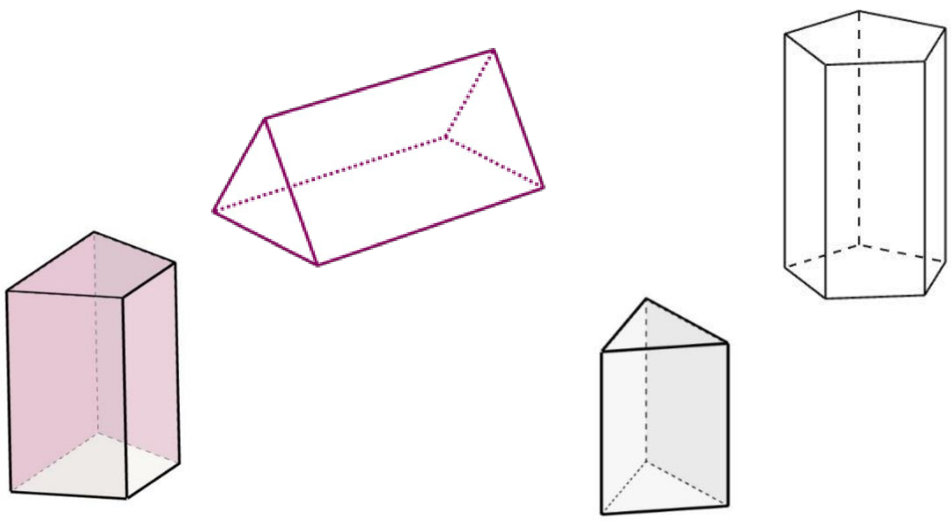


Bild 44 bis 46 „dreiseitiges Prisma“, „vierseitiges Prisma“, „fünfseitiges Prisma“, Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0
Bild 47 „Prisma“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zeigen von Grund-, Deck- und rechteckigen Seitenflächen bei Prismen | **13**

Ein Prisma ist ein geometrischer Körper, bei dem Grund- und Deckfläche parallele und kongruente Vielecke (Dreiecke, Vierecke, Fünfecke…) sind. Alle Seitenflächen sind Rechtecke.

- Zeige bei den Prismen, die hier abgebildet sind, die Grundfläche und die Deckfläche, die zueinander parallel sind.
- Zeige die rechteckigen Seitenflächen.

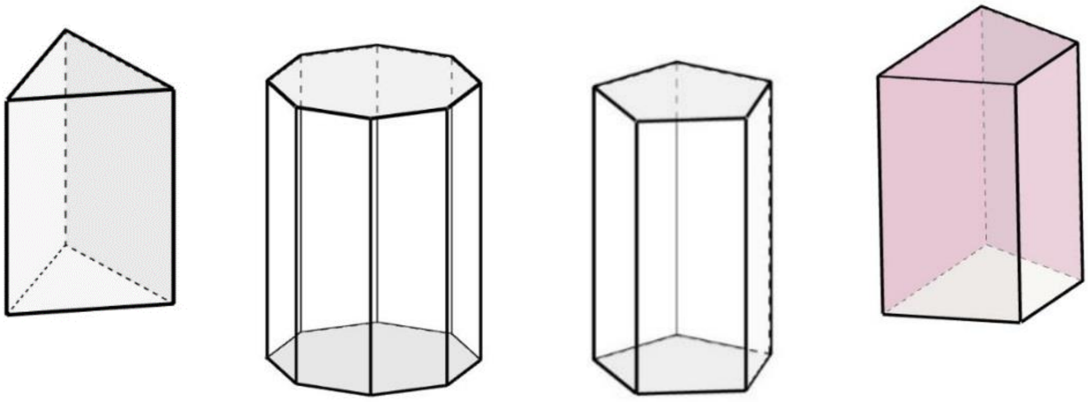


Bild 48 bis 51 „dreiseitiges Prisma", „vierseitiges Prisma", „fünfseitiges Prisma", „achtseitiges Prisma", Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Unterscheiden verschiedener Prismen nach der Anzahl der Seitenflächen | **14**

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Prismen werden nach der Anzahl der Seiten der Grund- und Deckfläche benannt.

- Ordne jedem Prisma eine Bezeichnung zu.

achtseitiges Prisma	vierseitiges Prisma
dreiseitiges Prisma	fünfseitiges Prisma

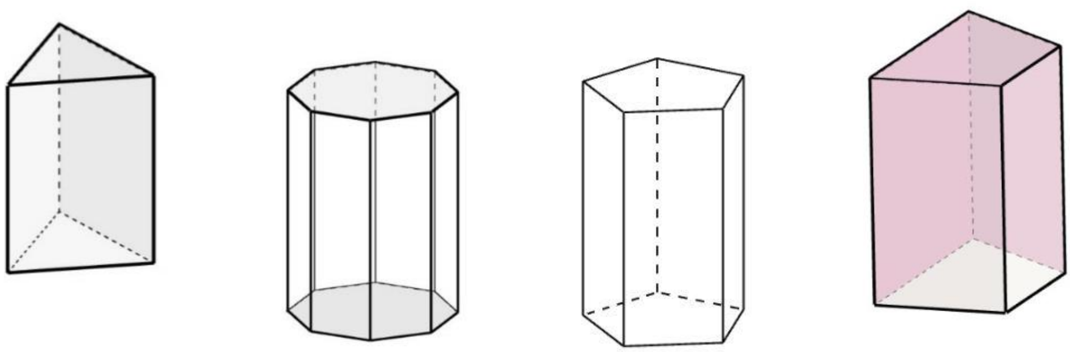
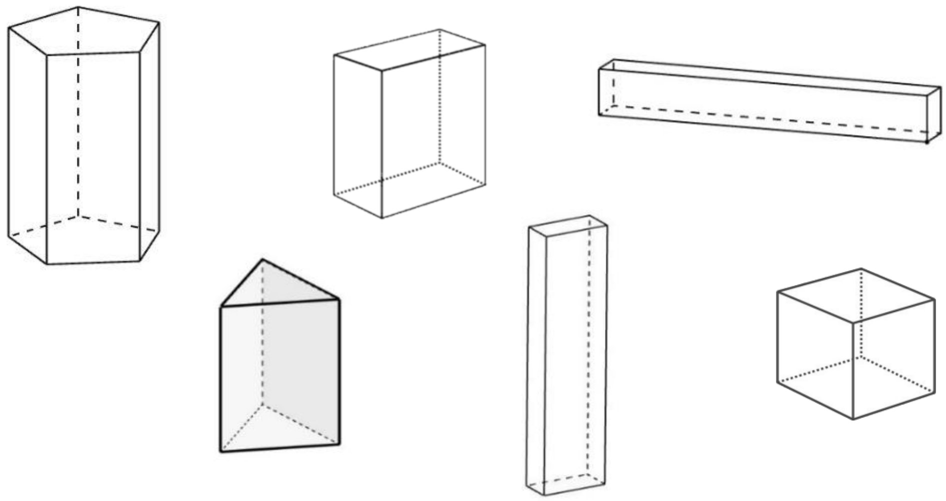


Bild 52 bis 55 „dreiseitiges Prisma", „vierseitiges Prisma", „fünfseitiges Prisma", „achtseitiges Prisma", Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	**BE**	**Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen**

Erkennen der Eigenschaften von Prismen, Würfeln und Quadern	**15**

- Zeige an den abgebildeten Körpern jeweils die Grund- und die Deckfläche.
- Bestimme die Anzahl der Seitenflächen.
- Benenne die Körper.
- Bei welchen Körpern gibt es mehrere treffende Bezeichnungen? Erkläre.

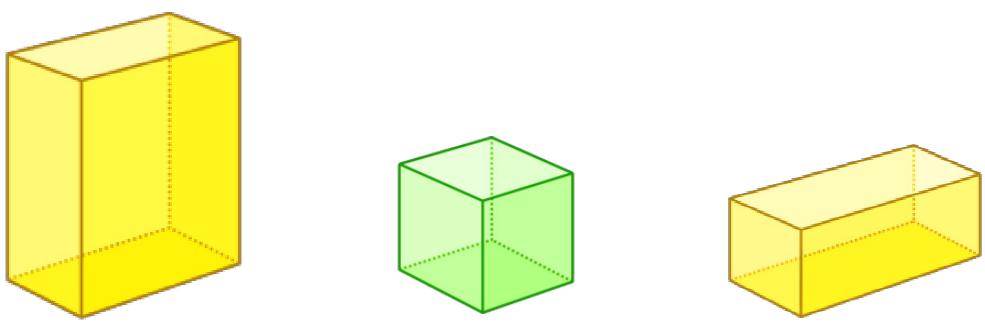


Raum und Form Niveaustufe D	**BE**	**Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen**

Erkennen von Würfeln und Quadern als spezielle Prismen	**16**

Luisa sagt: „Das sind alles Prismen!“

- Hat Luisa Recht? Begründe.
- Benenne die Körper so genau wie möglich.



Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Unterscheiden von Prismen und anderen geometrischen Körpern | **17**

Welche dieser Körper sind Prismen, welche nicht?

- Begründe deine Entscheidung.

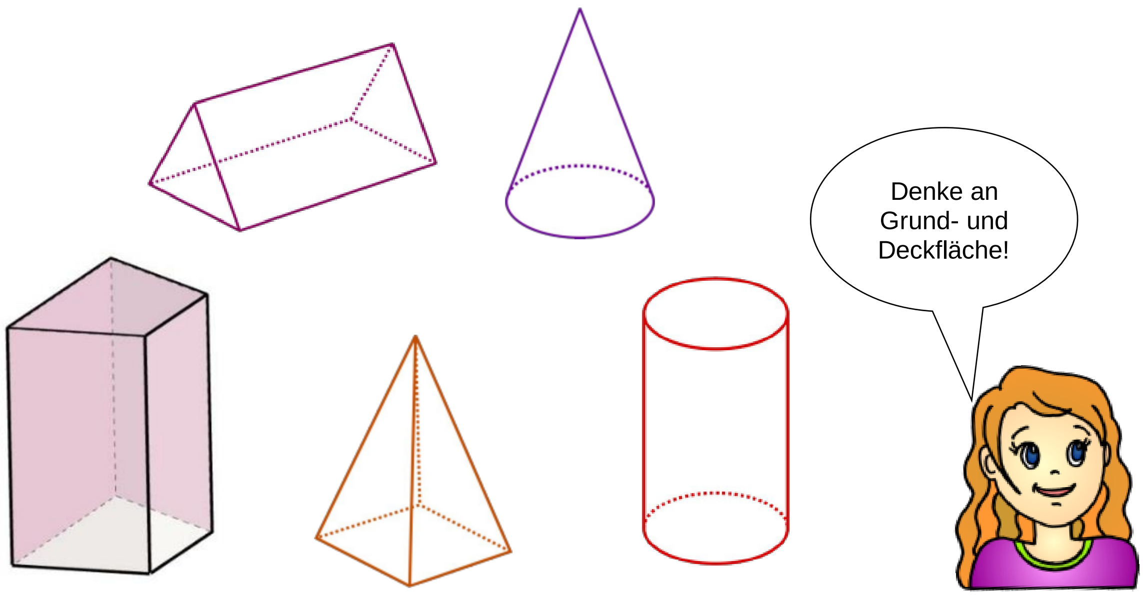


Bild 66 „vierseitiges Prisma", Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0
Bild 67 bis 71 „dreiseitiges Prisma", „Kegel", „Zylinder", „Pyramide", „Mädchen", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

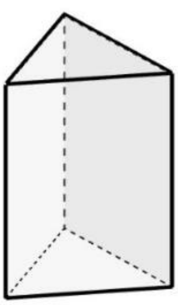
Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

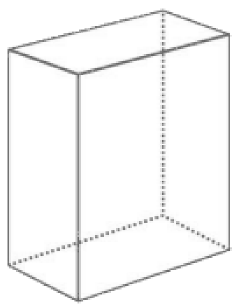
Herstellen verschiedener Prismen (Kantenmodell) | **18**

Material: *Holzstäbchen und Knete*

In der Abbildung siehst du zwei verschiedene Prismen.

- Baue sie mit Knete und Holzstäbchen nach. Du brauchst Holzstäbchen in verschiedenen Längen.
- Wie viele verschiedene Längen brauchst du für das Prisma jeweils?





- Zeige die Kanten, die in der Abbildung gestrichelt dargestellt sind, an deinem Modell. Was haben diese Kanten gemeinsam?
- Zeige an deinem Modell zueinander parallele Kanten.

Bild 72 „dreiseitiges Prisma", Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0
Bild 73 „Quader", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

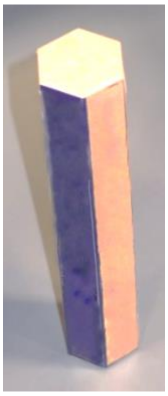
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen von Prismen in der Umwelt | **19**

Welche dieser Verpackungen haben die Form eines Prismas?

- Begründe.



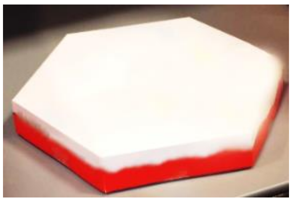
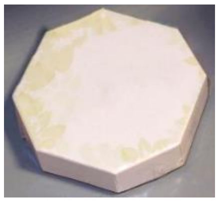




Bild 74 bis 78 „Verpackung 1 bis 5“, Foto Brinkmann für LISUM, 2022, bearbeitet mit Photoshop, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Benennen von Gemeinsamkeiten und Unterschieden verschiedener Pyramiden | **20**

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

- Begründe, warum die abgebildeten Körper keine Prismen sind.
- Welche Gemeinsamkeiten haben diese Körper?
- Welche Unterschiede gibt es?

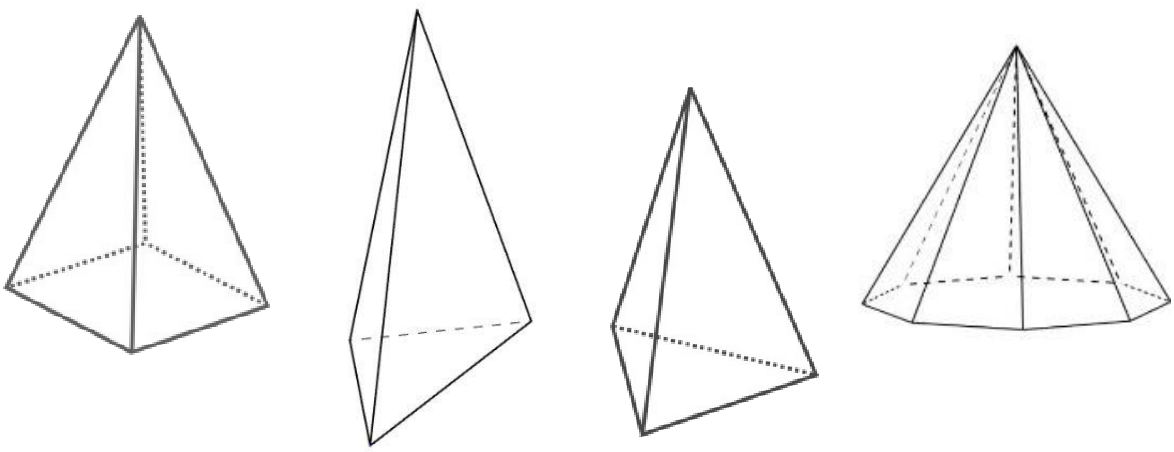
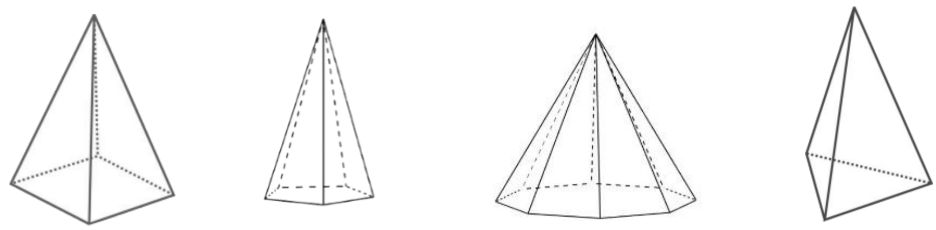


Bild 79 und 80 „dreiseitige Pyramide 1“, „achtseitige Pyramide“, Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0
Bild 81und 82 „dreiseitige Pyramide 2“, „vierseitige Pyramide“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Zuordnen von Eigenschaften verschiedener Pyramiden | **21**

Material: *verschiedene Pyramiden-Modelle*

Eine Pyramide ist ein geometrischer Körper, dessen Grundfläche ein Vieleck (Dreieck, Viereck, Fünfeck usw.) ist. Die Seitenflächen sind Dreiecke, die in einer gemeinsamen Spitze enden.



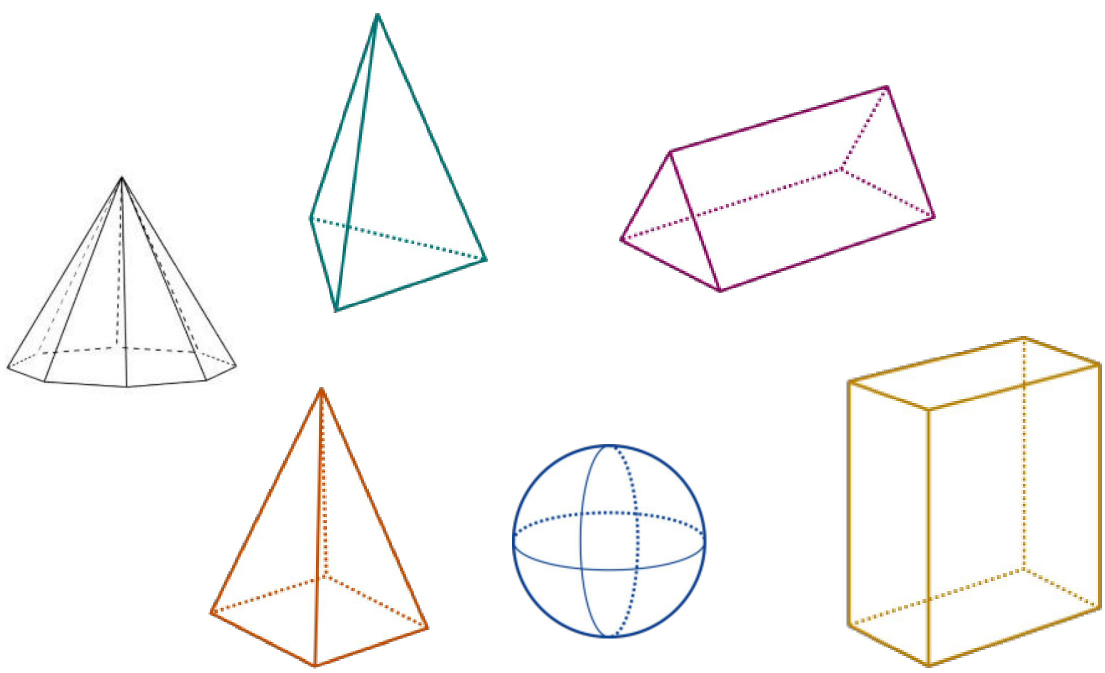
- Ordne den Modellen und den Abbildungen den jeweils richtigen Begriff zu.

Pyramide mit dreieckiger Grundfläche	Pyramide mit viereckiger Grundfläche	Pyramide mit fünfeckiger Grundfläche	Pyramide mit achteckiger Grundfläche

- Zeige am Modell und an der Abbildung die Seitenflächen.
- Bestimme für jede Pyramide die Anzahl der Seitenflächen. Was fällt dir auf?

Unterscheiden von Pyramiden, Prismen und Kugel | **22**

- Welche dieser Körper sind Pyramiden?
- Begründe deine Entscheidung.



Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Ermitteln der Anzahl von Seitenflächen einer Pyramide anhand der Grundfläche	**23**

Die abgebildeten geometrischen Figuren sind Grundflächen von Pyramiden.

- Gib jeweils die Anzahl der Seitenflächen an.
- Welche geometrische Form haben die Seitenflächen einer Pyramide?

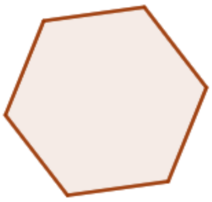
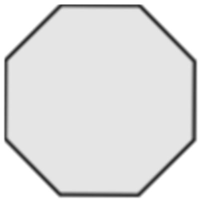
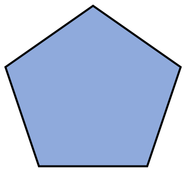
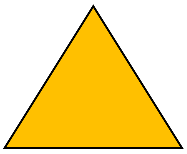
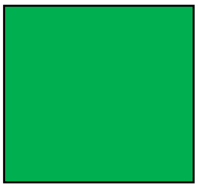







Bild 93 „Kinder“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Herstellen eines Kantenmodells einer Pyramide	**24**

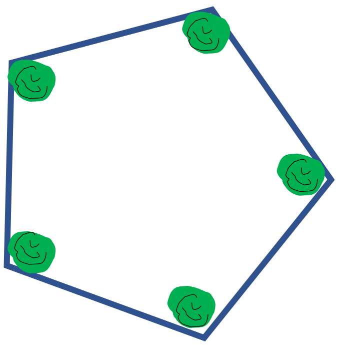
Material: *Karton für die Grundfläche, Schere, Knete, Holzstäbchen (Lehrkraft schneidet die Grundfläche aus, Kopiervorlage B)*

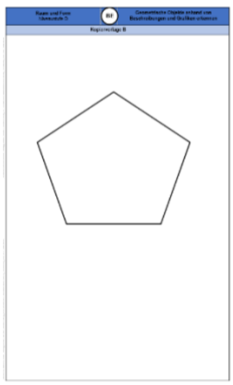
- Stelle selbst eine Pyramide her, indem du auf die Ecken der Grundflächen Knetmassekugeln setzt. In die Kugeln steckst du gleichlange Holzstäbchen und verbindest sie oben mit einer Knetkugel.

- Benenne die Grundfläche mit dem richtigen Begriff.

- Was passiert, wenn du ein Stäbchen verwendest, das kürzer ist als die anderen?

- Was passiert, wenn du statt 5 nur 4 Stäbchen benutzt?
  Ist dein Bauwerk dann immer noch eine Pyramide?





Kopiervorlage B

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen und Zeigen der Eigenschaften eines Kegels | **25**

Material: *verschiedene Kegelmodelle*

Ein Kegel ist ein geometrischer Körper, dessen Grundfläche ein Kreis ist. Der Kegel hat eine Spitze.

- Zeige an den Modellen und an der Abbildung die kreisförmige Grundfläche des Kegels.
- Zeige die Spitze.
- Nenne Gegenstände aus dem Alltag, die die Form eines Kegels haben?

Bild 94 „Kegel", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

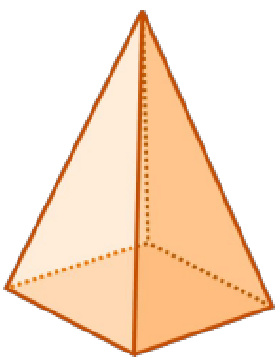
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Vergleichen von Kegel und Pyramide | **26**

Material: *Kegelmodelle und Pyramidenmodelle*

- Vergleiche die geometrischen Körper **Kegel** und **Pyramide**.
- Nenne Gemeinsamkeiten und Unterschiede.



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Bild 95 und 96 „Kegel", „Pyramide", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Erkennen von Zylindern in verschiedenen Darstellungen | 27

Ein Zylinder ist ein geometrischer Körper, dessen Grund- und Deckfläche kongruente und parallele Kreise sind.

- Welche dieser Körper sind Zylinder? Begründe.

Bild 97 bis 100 „Halbkugel“, „Sanduhr“, „Glas“, „Zylinder 1“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0; Bild 101 bis 103 „Quader“, „Prisma“, „Zylinder 2“, Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0; Bild 104 „Verpackung“, Foto Brinkmann für LISUM, bearbeitet mit Photoshop, cc by sa 4.0; Bild 105 „Silos“, https://s.bsbb.eu/silos, Zugriff: 29.04.2022, CC0 Public Domain; Bild 106 „Röhre“, https://s.bsbb.eu/roehre, wikimedia.org, Zugriff: 29.04.2022, cc by sa 4.0

Erkennen von Zylindern mit unterschiedlichen Eigenschaften | 28

- Überprüfe, ob alle Abbildungen Zylinder sind.
- Worin unterscheiden sich diese Körper? Nenne Unterschiede.

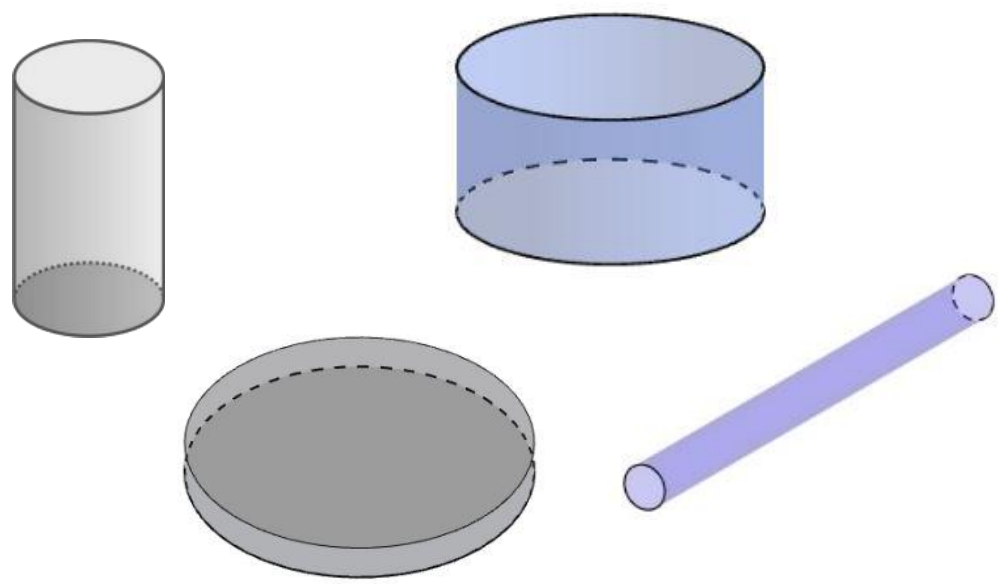


Bild 107 „Zylinder 1“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0
Bild 108 bis 110 „Zylinder 2“, „Zylinder 3“, „Zylinder 4“, Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Erkennen verschiedener geometrischer Körper | **29**

- Ordne die Begriffe dem richtigen Körper zu.

Zylinder

Prisma

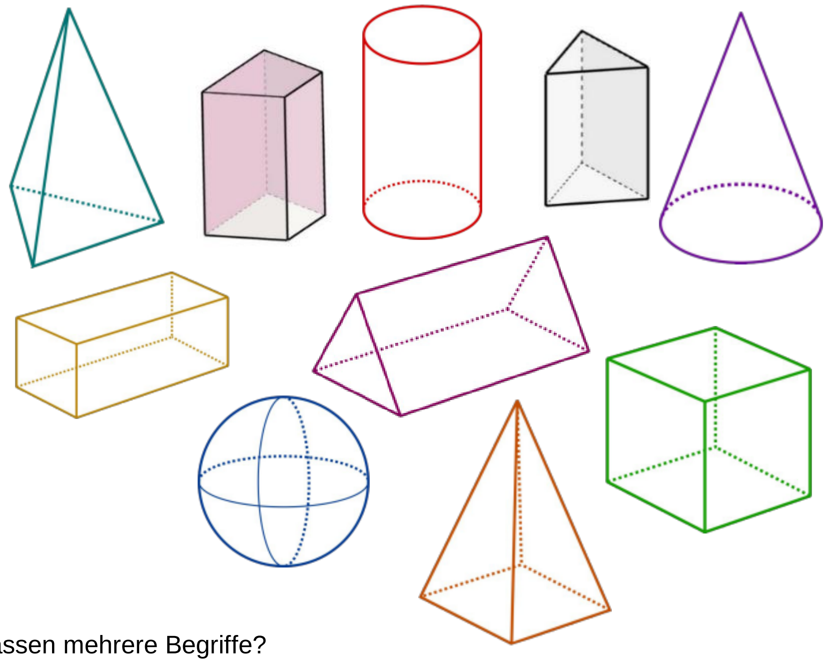
Würfel

Quader

Pyramide

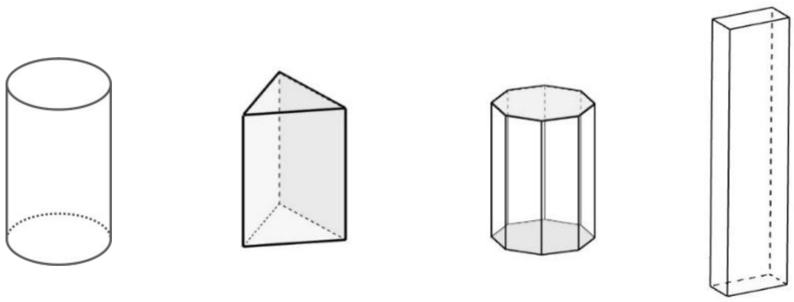
Kegel

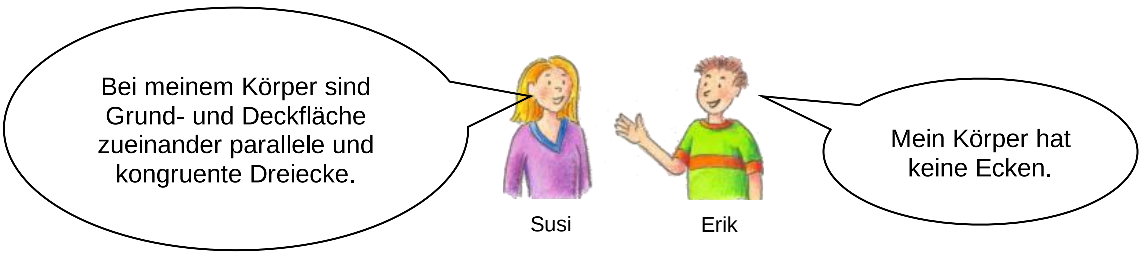
Kugel



- Zu welchen Körpern passen mehrere Begriffe?

Erkennen von geometrischen Körpern anhand vorgegebener Eigenschaften | **30**

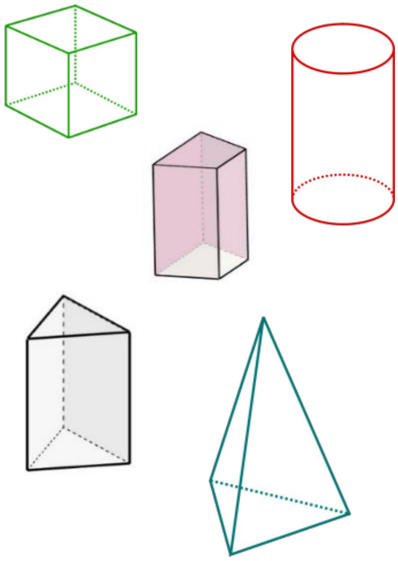




- Schau dir die oben abgebildeten geometrischen Körper an.
Welchen der Körper meint Susi, welchen meint Erik?

Zuordnen von Bezeichnungen und Eigenschaften zu verschiedenen Körpern (a) | **31**

- Ordne jedem Körper eine Beschreibung und einen Begriff zu.
  Tipp: Eine Beschreibung passt zu mehr als einem Körper.



Mein Körper besteht aus 12 Kanten und 8 Ecken.

Mein Körper besteht aus 4 Flächen.

Mein Körper besteht aus 9 Kanten und 6 Ecken.

Mein Körper hat keine Ecke.

Würfel

vierseitiges Prisma

Pyramide

Zylinder

dreiseitiges Prisma

Bild 126 bis 128 „Würfel“, „Zylinder“, „Pyramide“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0; Bild 129 und 130 „dreiseitiges Prisma“, „vierseitiges Prisma“, Brinkmann für LISUM, 2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

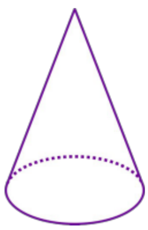
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zuordnen von Bezeichnungen und Eigenschaften zu verschiedenen Körpern (b) | **32**

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

- Ordne jedem Körper eine Beschreibung und einen Begriff zu.

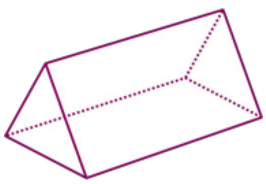


Der Körper hat eine Spitze und keine Ecke.

Prisma

Der Körper hat rechteckige Seitenflächen und 6 Ecken.

Pyramide



Der Körper hat nur dreieckige Flächen.

Kegel

Bild 131 bis 133 „Kegel“, „Pyramide“, „dreiseitiges Prisma“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

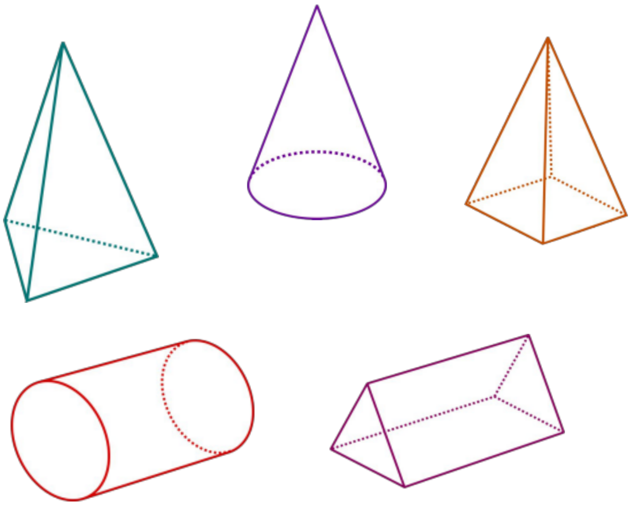
Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Beschreiben eines geometrischen Körpers mithilfe von Fachbegriffen | 33

- Wähle einen der geometrischen Körper aus. Schau ihn dir genau an.
- Beschreibe deinen Körper. Nutze die Begriffe.



Kante

Ecke

Seitenfläche

Deckfläche

Grundfläche

kongruent

parallel

Bild 134 bis 138 „dreiseitige Pyramide“, „Kegel“, „vierseitige Pyramide“, „Zylinder“, „dreiseitiges Prisma“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Ertasten und Beschreiben eines geometrischen Körpers | 34

Material: *Modelle verschiedener geometrischer Körper, undurchsichtiger Beutel*

- Ertaste den Körper in dem Beutel. Welcher Körper ist es?
- Beschreibe deinen Körper, ohne ihn aus dem Beutel zu nehmen. Nutze die Begriffe.

Deckfläche

parallel

Ecke

Kante

Grundfläche

deckungsgleich

Seitenfläche

Raum und Form Niveaustufe D	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen spezieller Eigenschaften von geometrischen Körpern	35

Welche geometrischen Körper kannst du mit Knetmasse und Holzstäbchen **nicht** bauen?

Lisa hat so angekreuzt.

☐ Prisma
☐ Würfel
☐ Pyramide
☐ Quader
☒ Kegel
☐ Zylinder
☒ Kugel

- Finde eine Erklärung zu Lisas Lösung. Hat sie ein Kreuz vergessen?

Raum und Form Niveaustufe D	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen geometrischer Körper im Raum	36

Du kennst viele verschiedene geometrische Körper.

☐ Prisma
☐ Würfel
☐ Pyramide
☐ Quader
☐ Kegel
☐ Zylinder
☐ Kugel

- Schau dich im Raum um.
Welche Gegenstände haben annähernd die Form eines geometrischen Körpers?
Beschreibe den Gegenstand.
- Benenne den jeweiligen Körper.

Bild 139 „Toilettenpapier“, Foto Brinkmann für LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen von geometrischen Körpern in der Umwelt (a)	**37**

Diese Verpackungen haben annähernd die Form eines geometrischen Körpers.

- Benenne die Körper.





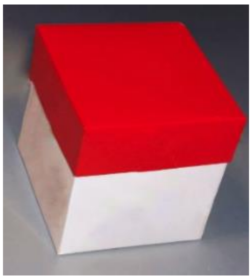


Bild 140 bis 144 „Verpackung 1“, „Verpackung 2“, „Verpackung 3“, „Verpackung 4“, „Verpackung 5“, Foto Brinkmann für LISUM, 2022, bearbeitet mit Photoshop, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen von geometrischen Körpern in der Umwelt (b)	**38**

Diese Verpackungen haben annähernd die Form eines geometrischen Körpers.

- Benenne die Körper.





Bild 145 bis 149 „Verpackung 1“, „Verpackung 2“, „Verpackung 3“, „Verpackung 4“, „Verpackung 5“, Foto Brinkmann für LISUM, 2022, bearbeitet mit Photoshop, cc by sa 4.0

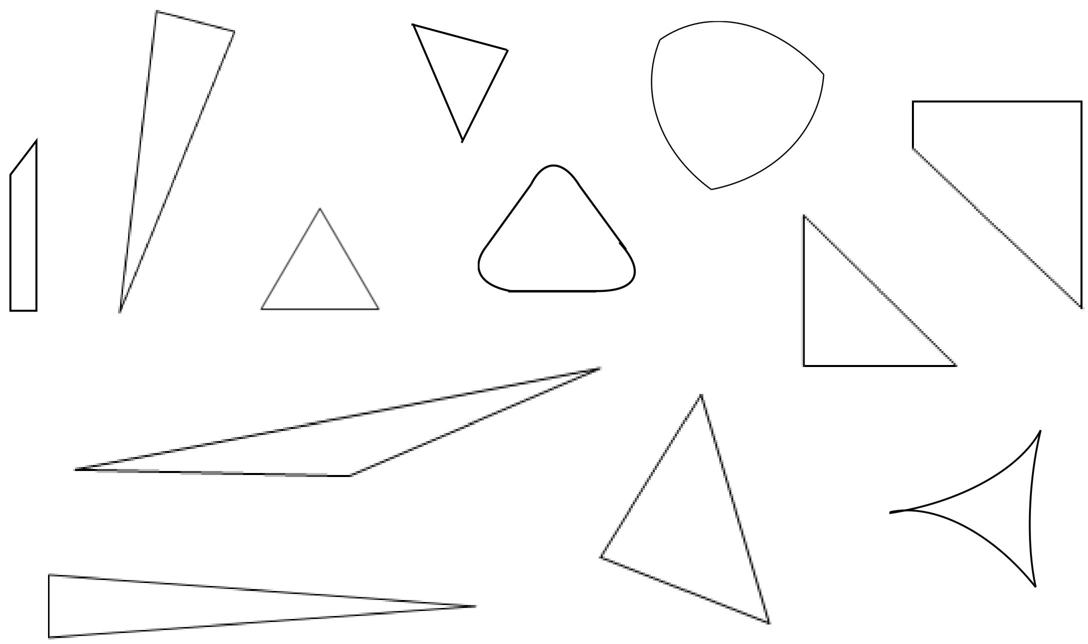
Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Identifizieren von Dreiecken | **39**

- Welche ebenen Figuren sind keine Dreiecke? Begründe deine Entscheidung.



Raum und Form
Niveaustufe D

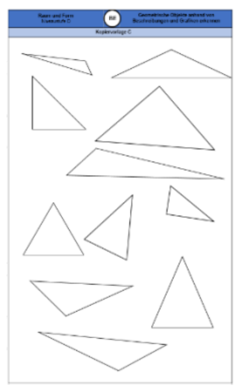
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Klassifizieren von Dreiecken | **40**

Material: *Kopiervorlage C (Dreiecke bereits ausgeschnitten), Geodreieck*

- Sortiere die Dreiecke sinnvoll. Finde verschiedene Möglichkeiten.
- Beschreibe, wonach du sortiert hast.

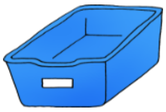


Kopiervorlage C

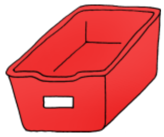
Raum und Form Niveaustufe D	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen
Klassifizieren von Dreiecken hinsichtlich der Winkel		41

Material: *bereits ausgeschnittene Dreiecke aus der Kopiervorlage C, Geodreieck, drei offene Behälter, drei Kärtchen, beschriftet mit „stumpfwinkliges Dreieck“, „rechtwinkliges Dreieck“, „spitzwinkliges Dreieck“, Kopiervorlage D*

rechtwinklige Dreiecke



spitzwinklige Dreiecke



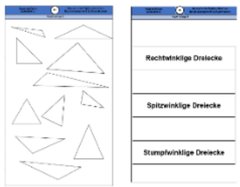
stumpfwinklige Dreiecke

Ein Dreieck mit einem rechten Winkel nennt man **rechtwinkliges Dreieck**.

- Suche aus den ausgeschnittenen Dreiecken diejenigen heraus, die einen rechten Winkel besitzen. Überprüfe mit dem Geodreieck. Lege sie in den passenden Behälter.
- Suche alle Dreiecke heraus, die einen stumpfen Winkel besitzen. Sortiere sie in den richtigen Behälter.

Die übrig gebliebenen Dreiecke sind spitzwinklige Dreiecke.

- Sortiere sie in den passenden Behälter.
- Untersuche, wie viele spitze Winkel jedes spitzwinklige Dreieck besitzt.



Kopiervorlagen C und D

Bild 150 bis 152 „Körbchen grün“, „Körbchen blau“, „Körbchen rot“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen
Zuordnen von Fachbegriffen zu Abbildungen		42

Material: *Geodreieck*

- Ordne jedem Dreieck die passende Bezeichnung zu. Begründe deine Zuordnung.

rechtwinkliges Dreieck	stumpfwinkliges Dreieck	spitzwinkliges Dreieck

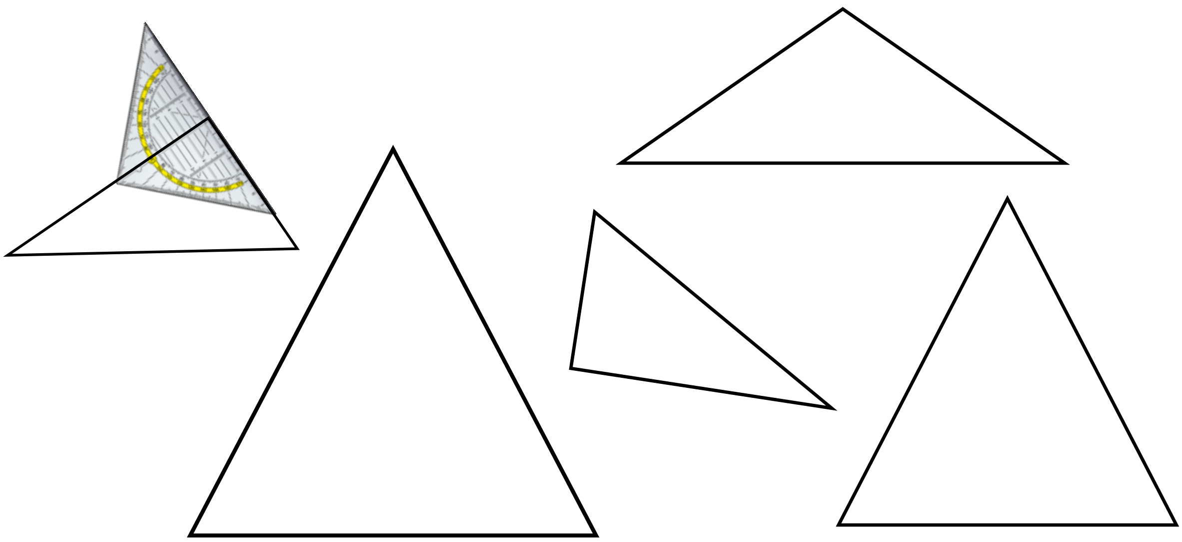
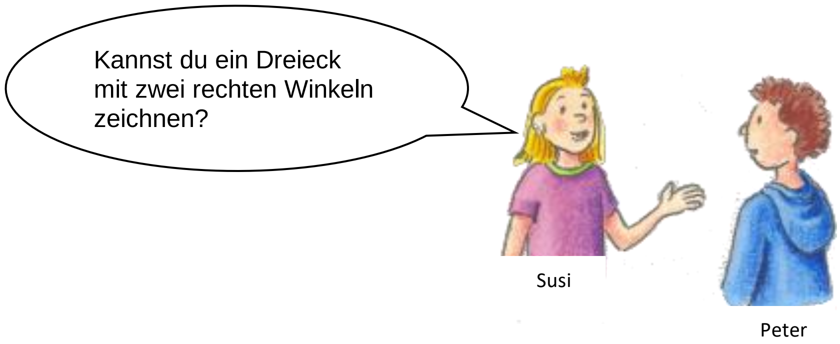


Bild 153 „Geodreieck“, © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Raum und Form Niveaustufe D	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen
Erkennen von Eigenschaften rechtwinkliger Dreiecke		43

Material: *kariertes Papier, Geodreieck*



- Probiere es aus.
- Was stellst du fest? Begründe.

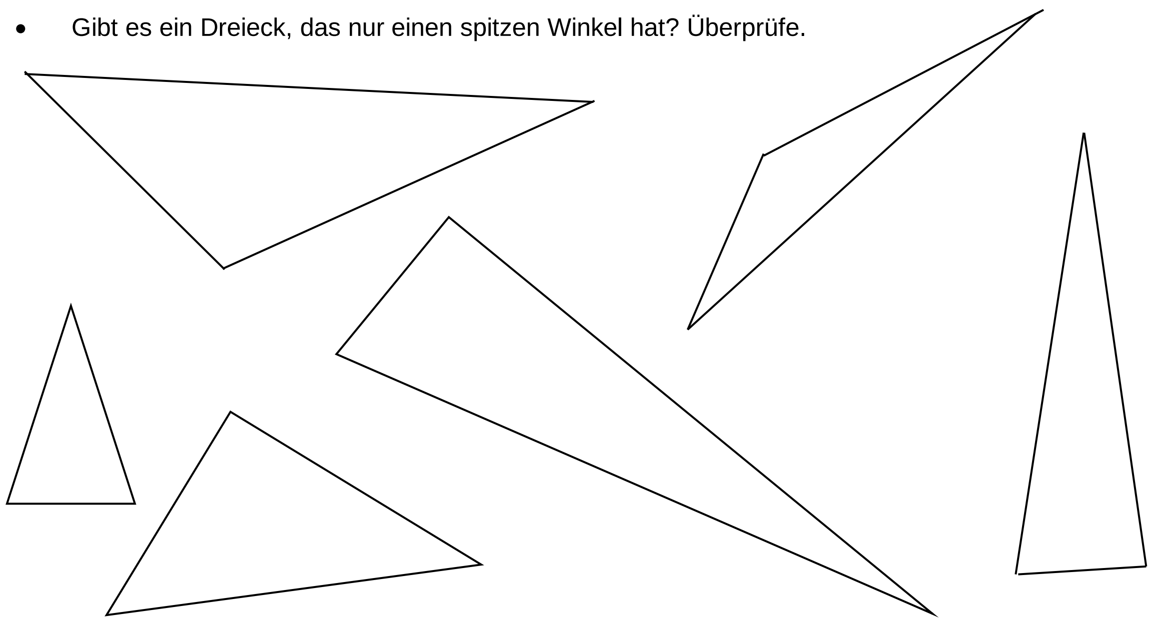
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen
Erkennen der Eigenschaften von Dreiecken		44

Material: *Geodreieck*

Julius sagt: „Jedes Dreieck hat mindestens zwei spitze Winkel." Hat er Recht?

- Markiere in jedem Dreieck die spitzen Winkel farbig.
- Gibt es ein Dreieck, das nur einen spitzen Winkel hat? Überprüfe.



Raum und Form
Niveaustufe D

BE

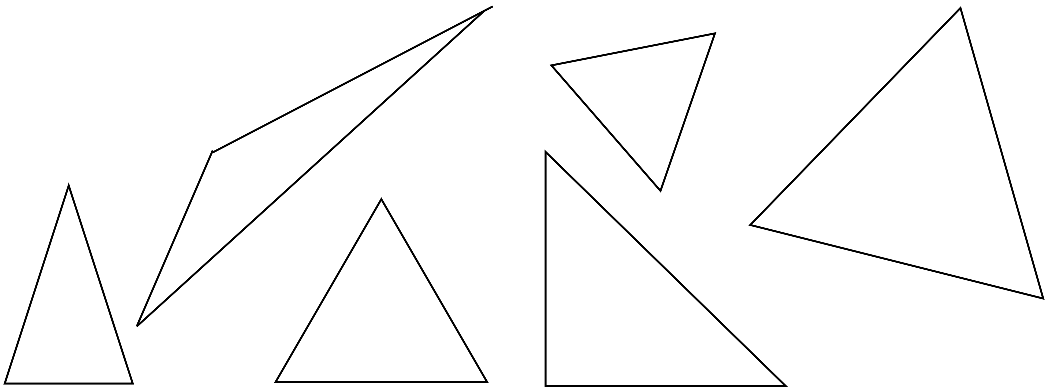
Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen von Eigenschaften gleichseitiger Dreiecke | **45**

Material: *Geodreieck*

Ich habe ein Dreieck gezeichnet.
Es hat drei gleich lange Seiten und
heißt **gleichseitiges Dreieck**.

- Suche alle gleichseitigen Dreiecke heraus.
- Miss die Länge der Seiten nach.



Raum und Form
Niveaustufe D

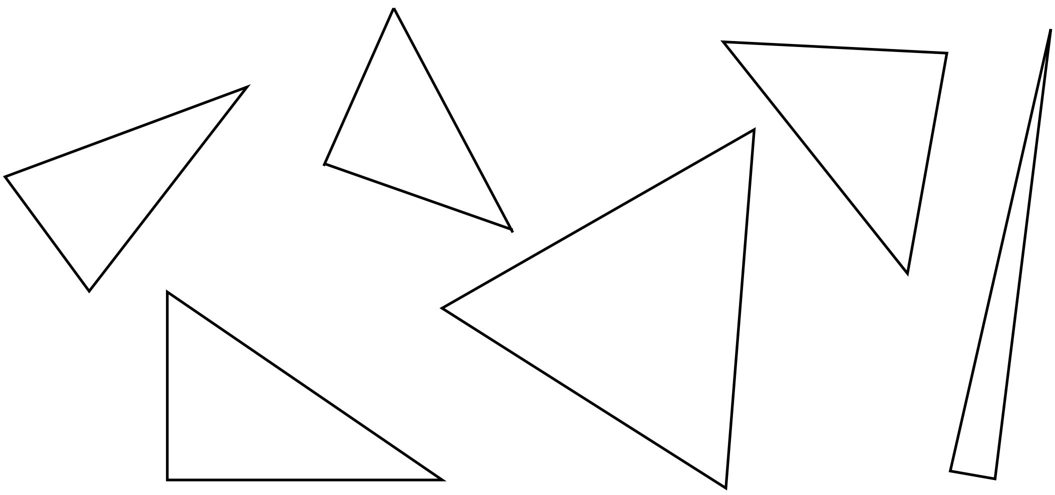
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen von Eigenschaften gleichschenkliger Dreiecke | **46**

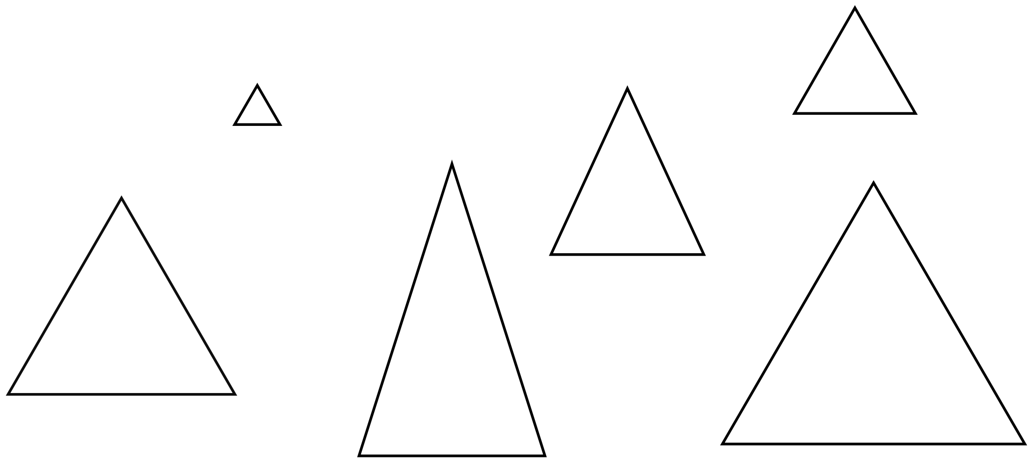
Ich stelle mir ein Dreieck vor. Es hat genau zwei gleich
lange Seiten. Man nennt es **gleichschenkliges Dreieck**.

- Suche alle gleichschenkligen Dreiecke heraus.
- Finde eine Erklärung, warum der Begriff „gleichschenkliges Dreieck“ passend ist.



Erkennen des Zusammenhangs zwischen gleichseitigen und gleichschenkligen Dreiecken	**47**

- Zeige alle gleichschenkligen Dreiecke.
- Zeige alle gleichseitigen Dreiecke.
- Erkläre, warum alle gleichseitigen Dreiecke auch gleichschenklige Dreiecke sind.



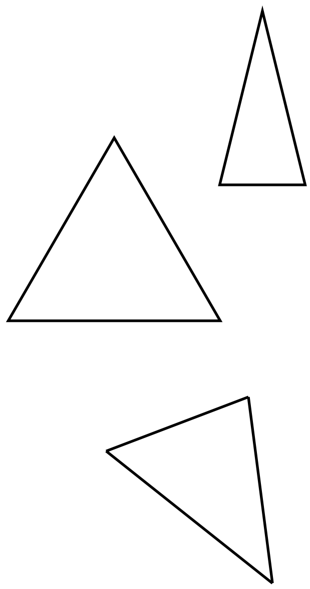
Zuordnen von Fachbegriffen zu Abbildungen und Beschreibungen von Dreiecken	**48**

- Verbinde jede Bezeichnung mit der passenden Abbildung und der passenden Beschreibung.

gleichseitiges Dreieck

gleichschenkliges Dreieck

unregelmäßiges Dreieck



Zwei Seiten sind gleich lang.

Alle drei Seiten sind unterschiedlich lang.

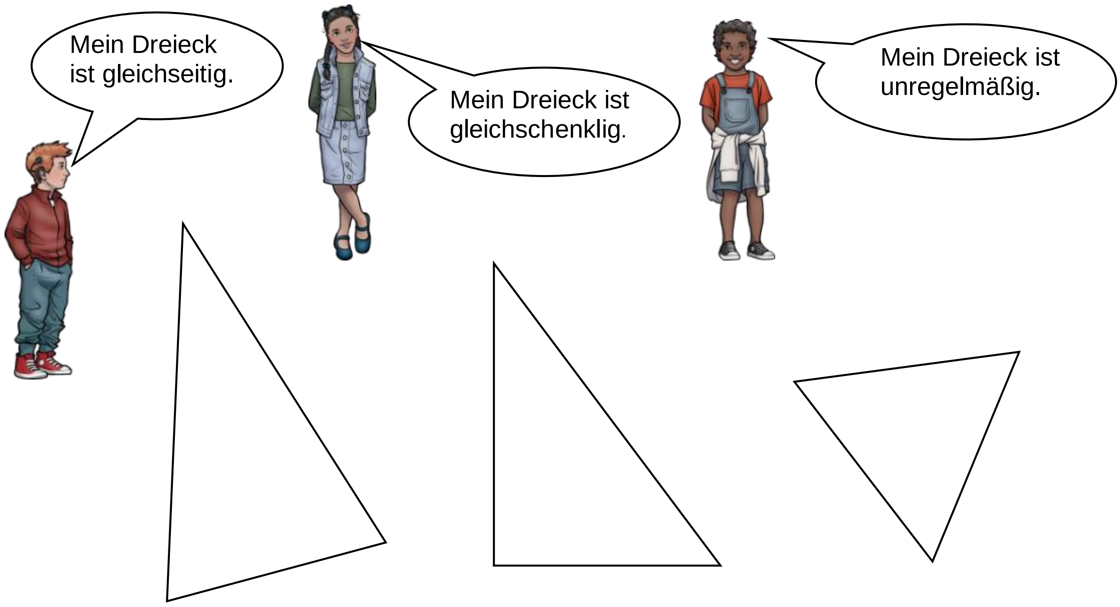
Alle drei Seiten sind gleich lang.

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zuordnen von Fachbegriffen zur Klassifizierung von Dreiecken | **49**



- Miss die Längen der Seiten nach.
- Ordne jedem Kind das richtige Dreieck zu.
- Erkläre für jedes Kind, warum die Bezeichnung passt.

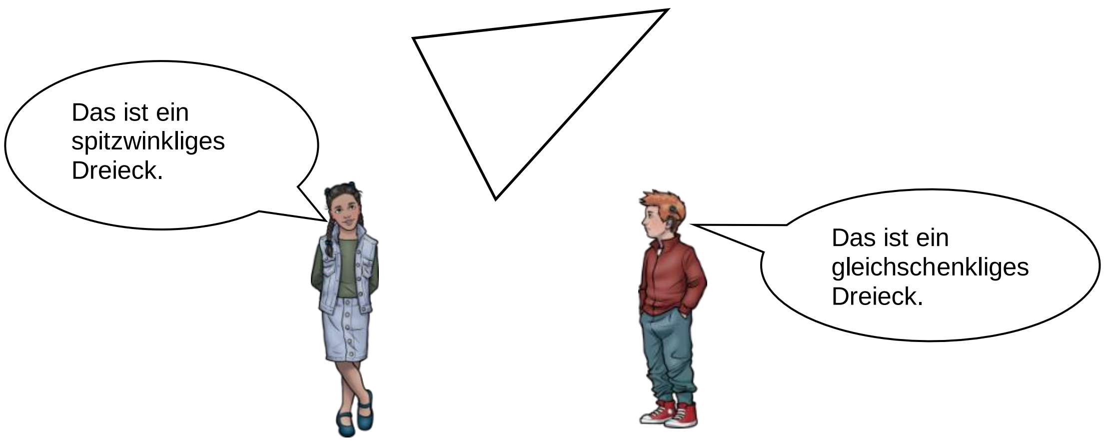
Bild 157 bis 159 „Junge 1“, „Mädchen“, „Junge 2“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Klassifizierung von Dreiecken nach Seiten und Winkeln | **50**



- Warum haben beide Kinder Recht? Erkläre.

Bild 160 und 161 „Junge“, „Mädchen“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

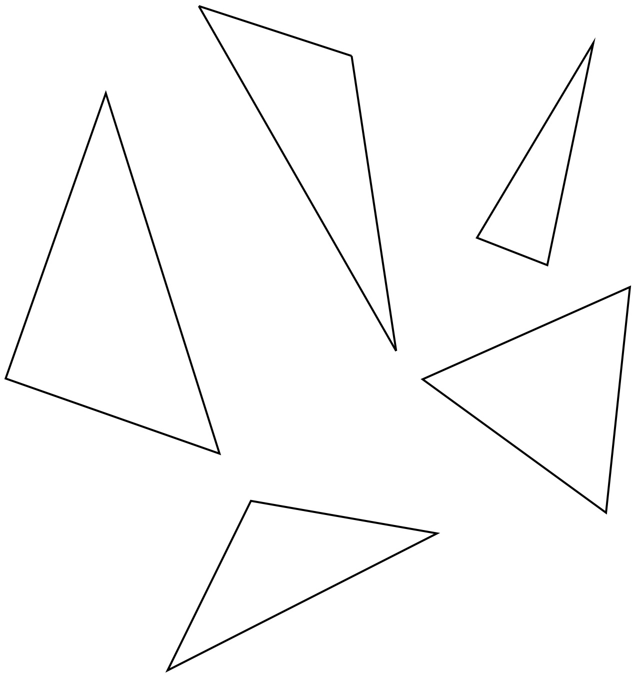
Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zuordnen passender Bezeichnungen zu verschiedenen Dreiecken | **51**

- Ordne jedem Dreieck immer ein gelbes und ein grünes Feld passend zu.



gleichseitiges Dreieck
gleichschenkliges Dreieck
unregelmäßiges Dreieck
rechtwinkliges Dreieck
stumpfwinkliges Dreieck
spitzwinkliges Dreieck

Raum und Form
Niveaustufe D

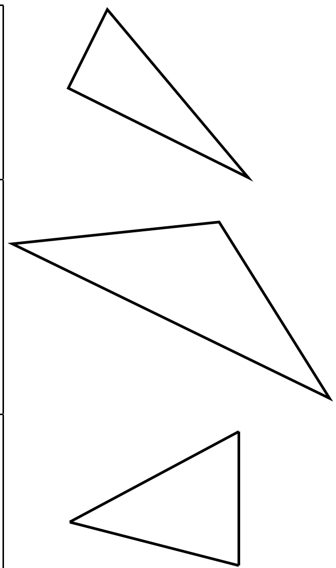
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Zuordnen der passenden Bezeichnung und Beschreibung zur Abbildung von Dreiecken | **52**

- Verbinde jede Abbildung mit der passenden Bezeichnung und der passenden Beschreibung.

gleichschenkliges, stumpfwinkliges Dreieck	Alle Seiten sind verschieden lang. Alle Winkel sind spitze Winkel.
unregelmäßiges, spitzwinkliges Dreieck	Zwei Seiten sind gleich lang. Es gibt einen stumpfen Winkel.
unregelmäßiges, rechtwinkliges Dreieck	Alle Seiten sind verschieden lang. Es gibt einen rechten Winkel.



Raum und Form
Niveaustufe D

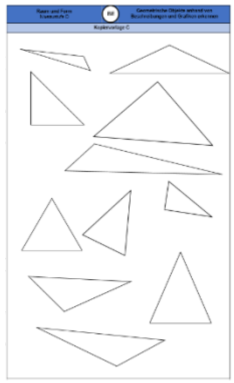
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Sortieren verschiedener Dreiecke nach Seiten und Winkeln | **53**

Material: *bereits ausgeschnittene Dreiecke aus der Kopiervorlage C, Geodreieck*

- Suche aus den ausgeschnittenen Dreiecken ein gleichschenkliges Dreieck heraus, das auch rechtwinklig ist.
- Suche ein unregelmäßiges, stumpfwinkliges Dreieck heraus.
- Suche ein gleichschenkliges, spitzwinkliges Dreieck heraus.



Kopiervorlage C

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

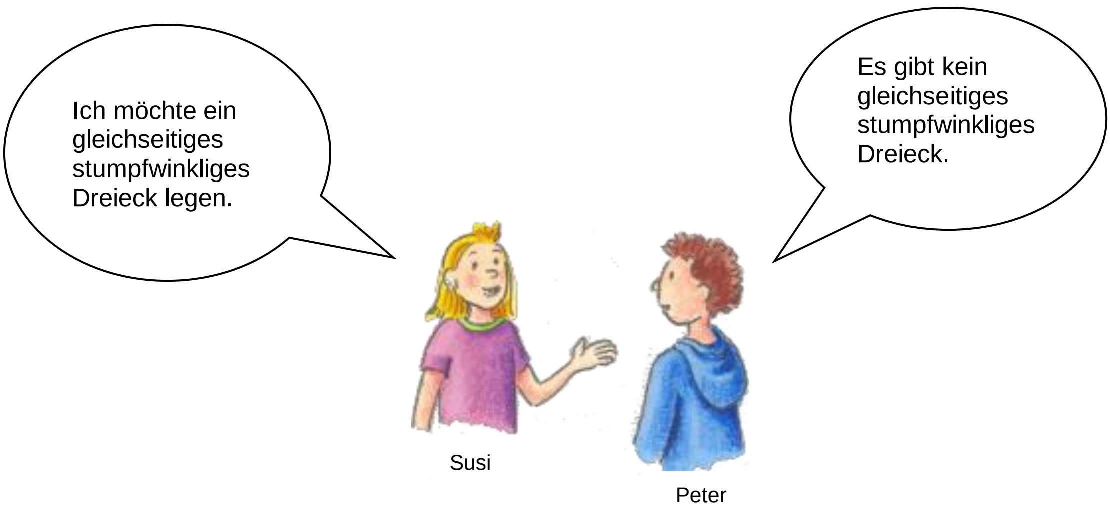
Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen spezieller Eigenschaften gleichseitiger Dreiecke durch Legen von Stäbchen | **54**

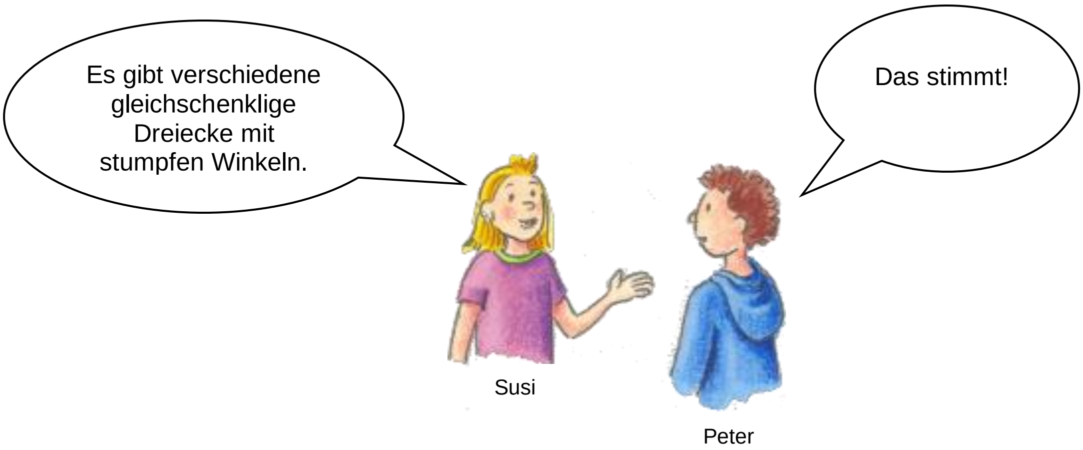
Material: *kariertes Papier, gleich lange Stäbchen*



- Versuche das Dreieck für Susi zu legen. Was stellst du fest?

Legen verschiedener gleichschenkliger Dreiecke mit stumpfen Winkeln **55**

Material: *verschieden lange Stäbchen*

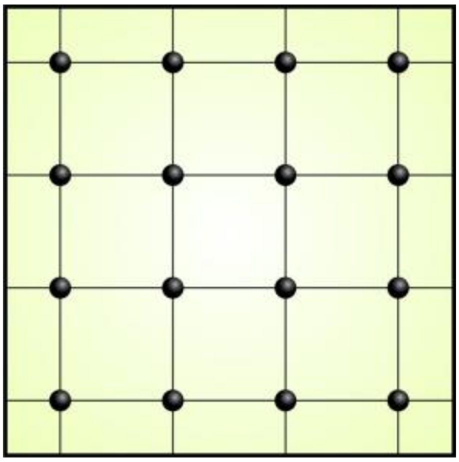


- Lege mithilfe der Stäbchen verschiedene passende Dreiecke.

Spannen verschiedener rechtwinkliger Dreiecke am Geobrett **56**

Material: *Geobrett, Gummibänder*

- Spanne auf dem Geobrett ein rechtwinkliges, gleichschenkliges Dreieck.
- Verändere es so, dass ein anderes rechtwinkliges, gleichschenkliges Dreieck entsteht.
- Spanne noch einmal so um, dass ein rechtwinkliges, unregelmäßiges Dreieck entsteht.



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Spannen verschiedener stumpfwinkliger Dreiecke am Geobrett

57

Material: *Geobrett, Gummibänder*

- Spanne auf dem Geobrett ein stumpfwinkliges Dreieck.
  Untersuche, ob es gleichschenklig, gleichseitig oder unregelmäßig ist.
- Spanne ein spitzwinkliges, gleichschenkliges Dreieck.
- Verändere es an nur einer Ecke so, dass es rechtwinklig wird.
- Untersuche, ob dein rechtwinkliges Dreieck jetzt noch gleichschenklig ist.

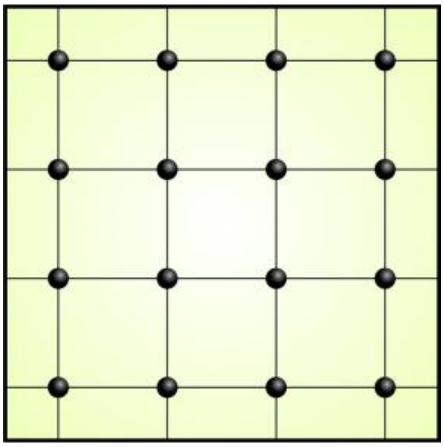


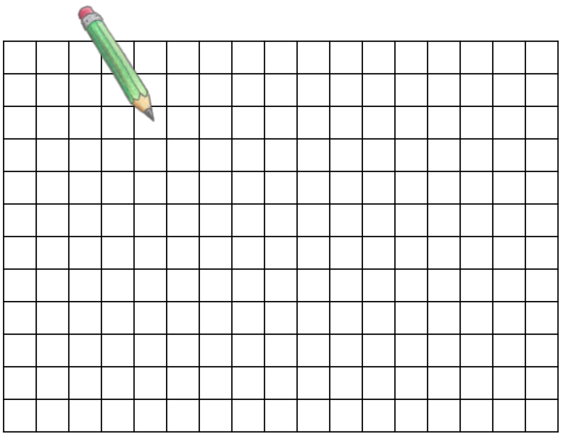
Bild 165 „Geobrett", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Zeichnen von Dreiecken mit unterschiedlichen Eigenschaften

58

Material: *Kariertes Papier, Lineal*

- Beschreibe, was du beim Zeichnen eines **rechtwinkligen, gleichschenkligen** Dreiecks beachten musst.
- Zeichne es.
- Beschreibe nun, was du beim Zeichnen eines **unregelmäßigen, stumpfwinkligen** Dreiecks beachten musst.
- Zeichne es.



Orientiere dich am Rasterpapier!

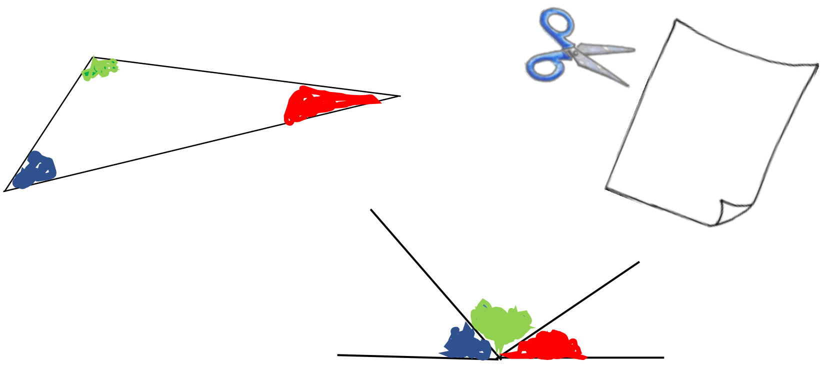
Bild 166 „Stift auf Rasterpapier", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Erkennen der Winkelsumme der Innenwinkel im Dreieck durch eine Handlung

59

***Material**: Papier, Schere, Buntstifte*

- Schneide ein Dreieck aus. Markiere die drei Winkel des Dreiecks farbig.
- Reiße die drei Ecken des Dreiecks vorsichtig ab.
- Lege die drei Ecken so aneinander, dass die Spitzen der Ecken sich berühren. Was stellst du fest?



- Ergänze den Satz:

  Die drei Winkel bilden zusammen einen ____________________Winkel.
- Zeichne ein weiteres Dreieck und wiederhole die Schritte.
- Überprüfe, ob der Satz auch für dieses Dreieck gilt.

Raum und Form
Niveaustufe D

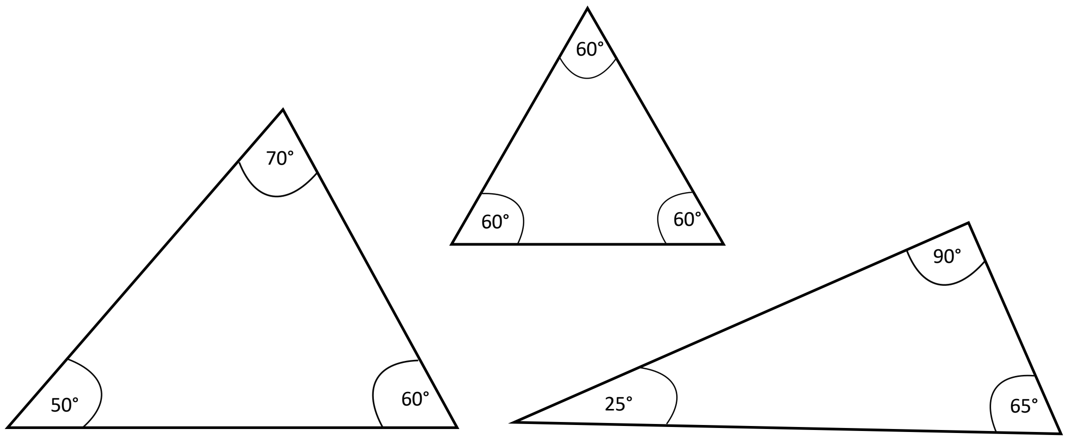
BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Erkennen der Innenwinkelsumme im Dreieck durch Berechnen

60

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

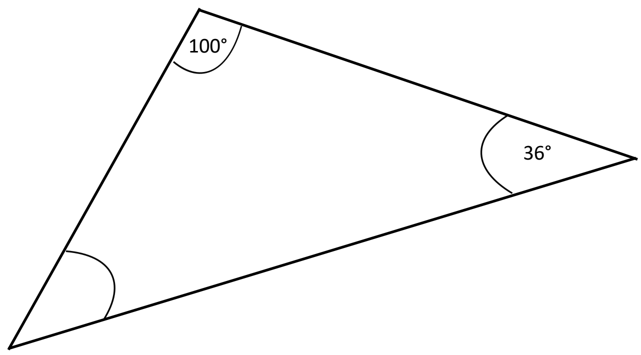


- Addiere in jedem Dreieck die drei Winkelgrößen.
- Was fällt dir auf? Beschreibe.
- Ergänze den Satz im Kasten.

> **Winkelsumme im Dreieck**
> Die Winkel im Dreieck nennt man **Innenwinkel**.
> Die Summe aller Innenwinkel im Dreieck beträgt immer __________°.

Ermitteln der Größe eines Winkels mithilfe des Innenwinkelsummensatzes

61



54°

60°

44°

34°

- Berechne die Größe des dritten Winkels im Dreieck.
  Denke an die Innenwinkelsumme im Dreieck. Wähle das richtige Ergebnis aus.
- Miss anschließend nach und vergleiche.

Berechnen der fehlenden Winkelgröße

62

In meinem Dreieck gibt es einen
Winkel von 30° und einen von 50°.

Susi

- Berechne die fehlende Winkelgröße in Susis Dreieck.

Mein Dreieck ist rechtwinklig
und ein Winkel ist 55°.

Peter

- Berechne die fehlende Winkelgröße in Peters Dreieck.

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Berechnen fehlender Winkel mithilfe des Innenwinkelsummensatzes | **63**

α, β und γ sind Innenwinkel in einem Dreieck.

- Bestimme die fehlenden Winkel.
- Beschreibe, wie du rechnest.

Dreieck 1:	α = 30°	β =	γ = 70°
Dreieck 2:	α = 25°	β= 125°	γ =
Dreieck 3:	α =	β = 16°	γ = 84°
Dreieck 4:	α = 77°	β = 53°	γ =

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Vergleichen der Größe von Innenwinkeln in einem gleichseitigen Dreieck durch eine Handlung | **64**

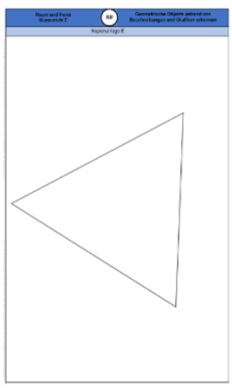
Material: *Kopiervorlage E*

Betrachte das Dreieck.

- Wähle den richtigen Begriff aus und ergänze den Satz passend.

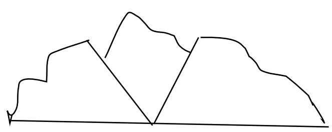
gleichschenklig	gleichseitig	unregelmäßig

Das Dreieck ist ______________________________ .



Kopiervorlage E

- Schneide nun das Dreieck aus und reiße die Ecken des Dreiecks ab.
- Lege die drei Winkel des Dreiecks aufeinander.
  Was stellst du fest? Beschreibe.
- Lege die drei Winkel jetzt aneinander wie in der Abbildung.



Wie groß ist jeder Winkel in diesem Dreieck?

- Erkläre.

Raum und Form Niveaustufe D	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen
Erkennen der Winkelgröße in einem gleichschenkligen Dreieck		65

Material: *Kopiervorlage F, Lehrkraft schneidet das Dreieck aus*

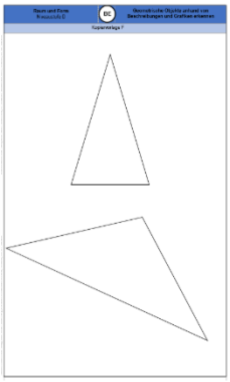
- Wähle den passenden Begriff aus, der auf beide Dreiecke zutrifft.

gleichseitig	gleichschenklig	unregelmäßig

- Ergänze den Satz:

  Die Dreiecke sind________________________________ .

- Zeige durch Falten, dass es in jedem dieser Dreiecke genau zwei gleich große Winkel gibt.



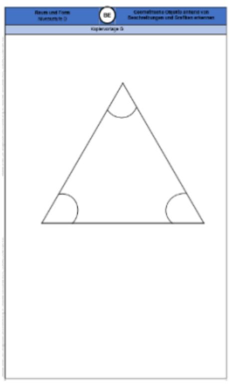
Kopiervorlage F

Raum und Form Niveaustufe D	BE	Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen
Nutzen der Eigenschaften eines gleichseitigen Dreiecks zum Ermitteln von Winkelgrößen		66

Material: *Kopiervorlage G (Dreieck ausgeschnitten durch Lehrkraft)*

Dieses Dreieck ist gleichseitig.

- Trage die Größe der Winkel in das Dreieck ein.
- Falte das Dreieck so in der Mitte, dass beide Hälften genau übereinanderliegen.
- Betrachte die entstandenen Winkel. Wie heißt das Dreieck?
- Beschreibe nun, wie du die Winkel ohne Messen ermitteln kannst.
- Trage deine ermittelten Winkel in das Dreieck ein.
- Miss nach und vergleiche mit deinen eingetragenen Winkeln.

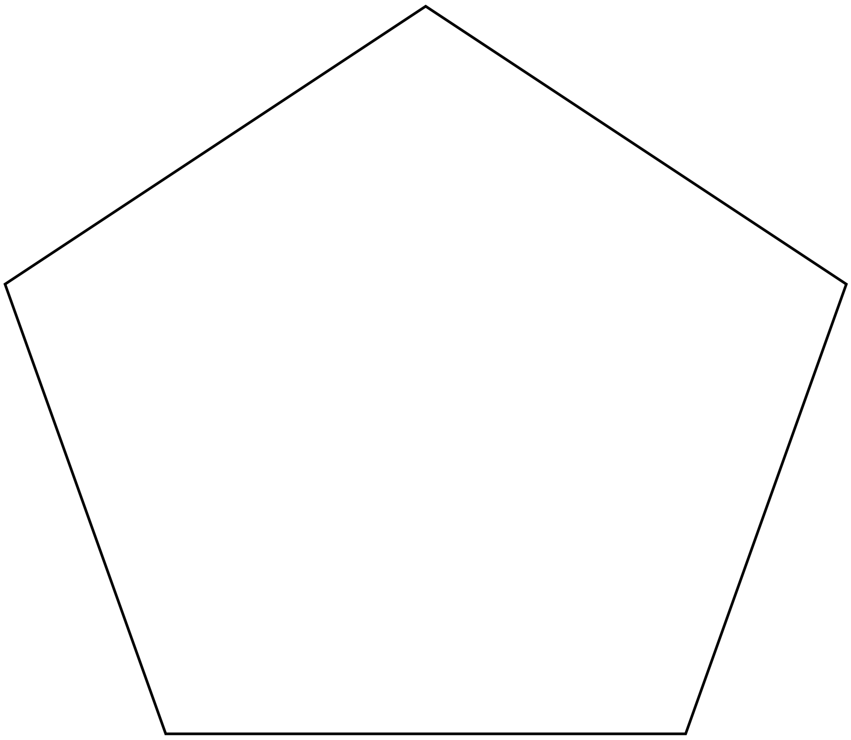


Kopiervorlage G

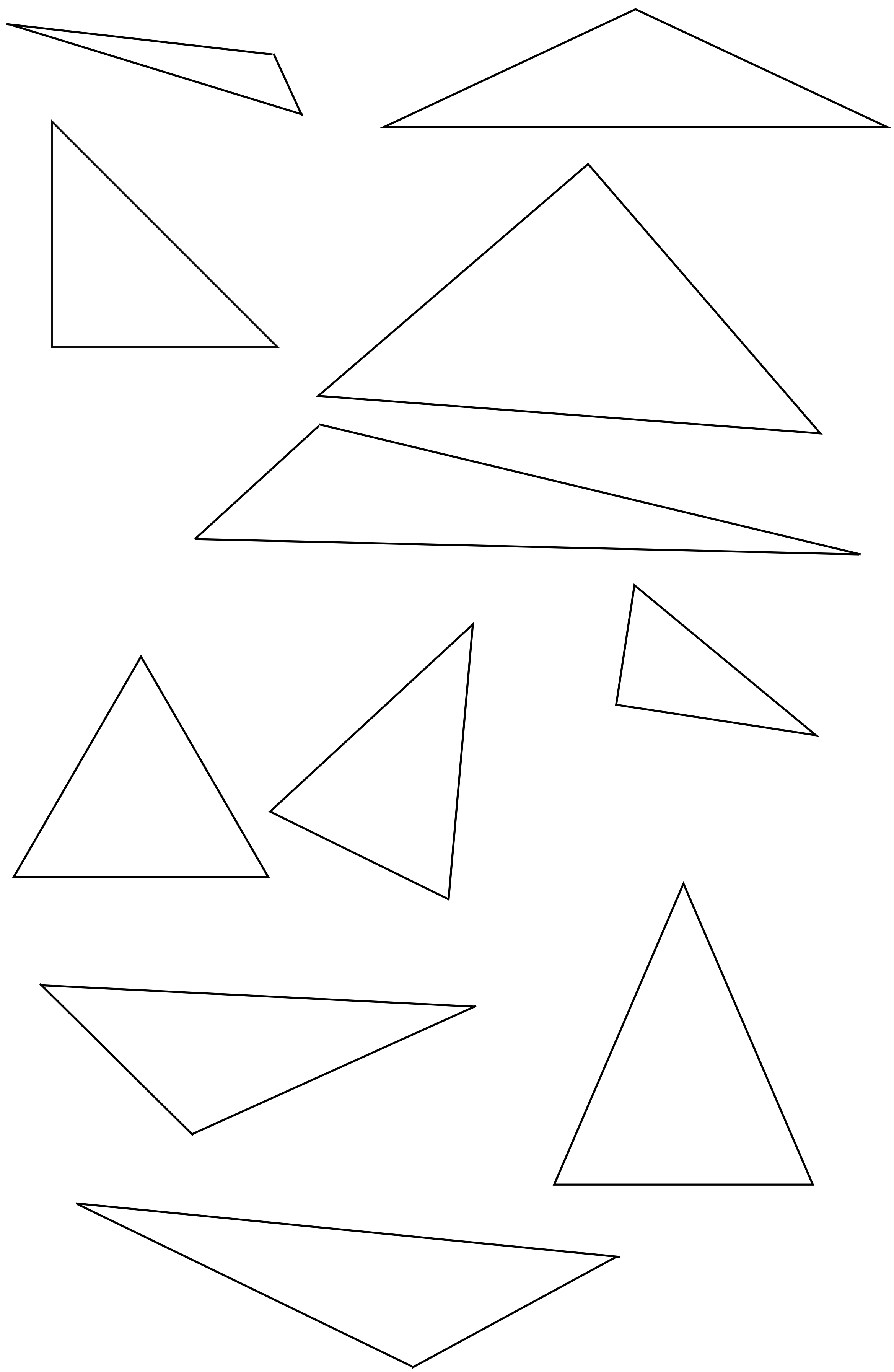
Dreieck	**Quader**
Kugel	**Raute**
Kreis	**Fünfeck**
Würfel	**Viereck**
Quadrat	**Rechteck**
Kegel	**Trapez**

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage B



Kopiervorlage C



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Rechtwinklige Dreiecke
Spitzwinklige Dreiecke
Stumpfwinklige Dreiecke

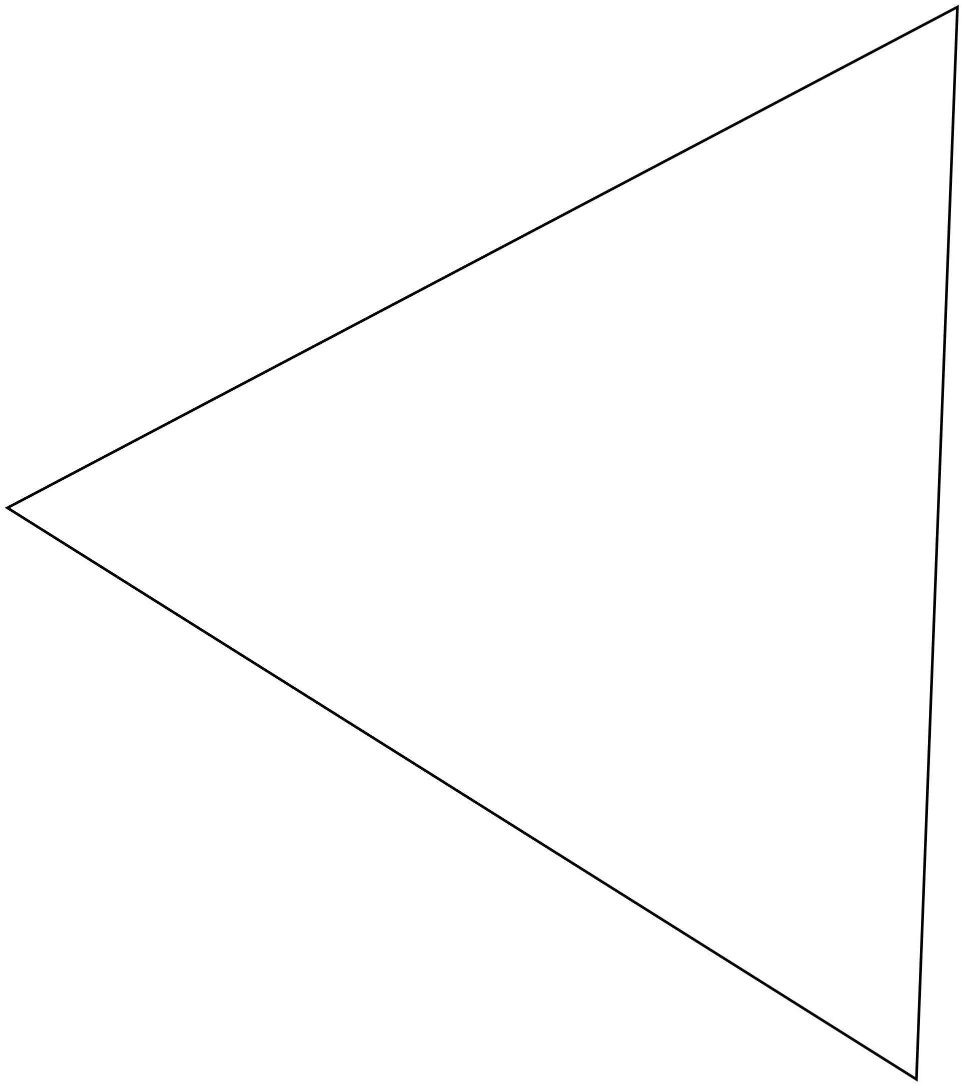
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

Kopiervorlage E

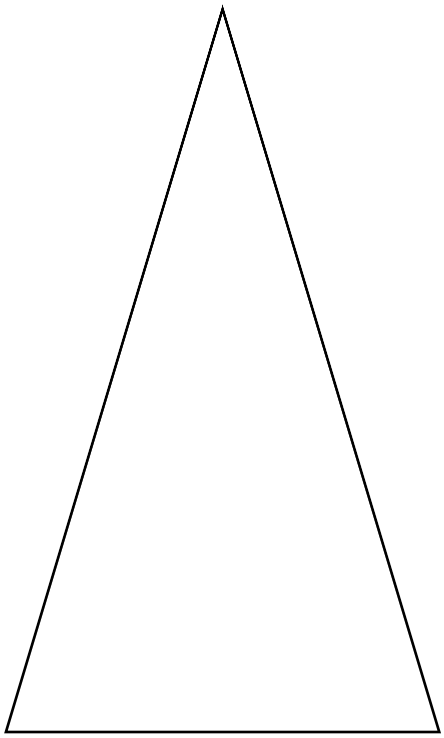


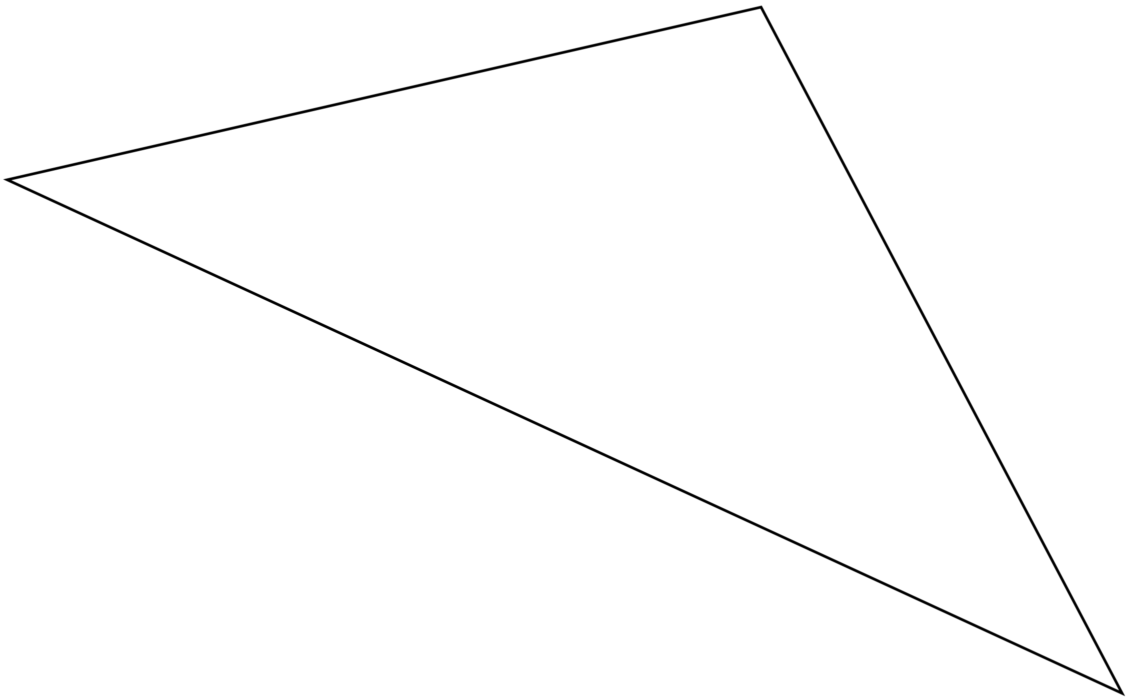
Raum und Form
Niveaustufe D

BE

Geometrische Objekte anhand von Beschreibungen und Grafiken erkennen

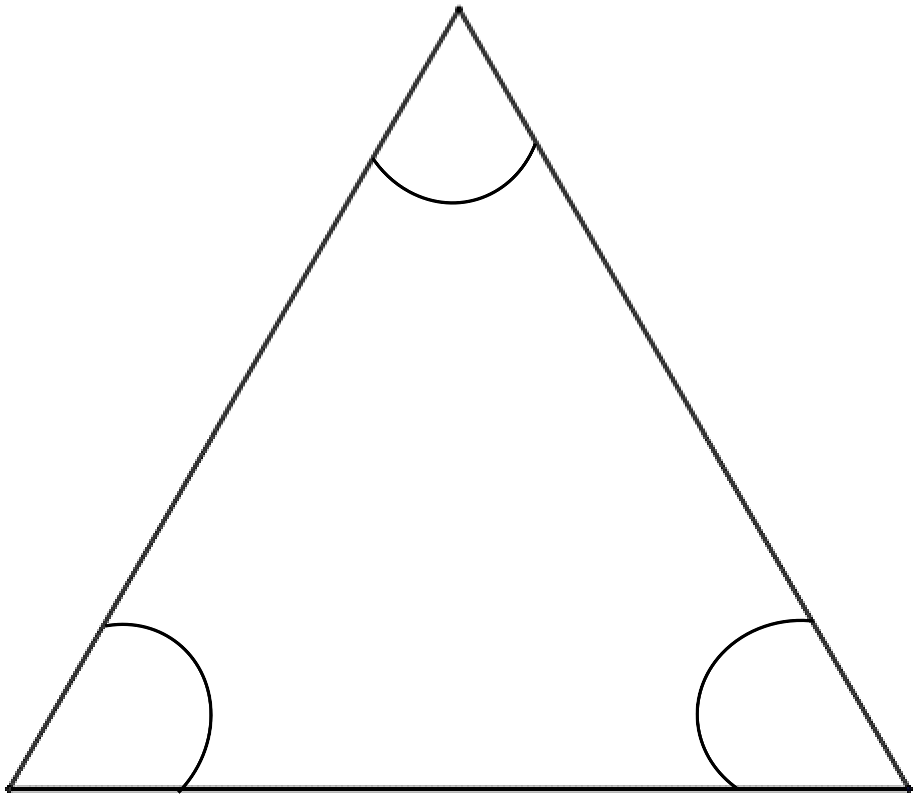
Kopiervorlage F





Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage G



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Darum geht es

„Die Entwicklung eines Symmetrieverständnisses ist von zentraler Bedeutung. Dies hat vor allem zwei Gründe:

- *Die Eigenschaft der Symmetrie kann zahlreiche geometrische Objekte charakterisieren und ist somit zentraler Bestandteil für die Begriffsbildung.*
- *Die Achsenspiegelung ist die erste und grundlegende Kongruenzabbildung. Alle Kongruenzabbildungen können auf Achsenspiegelungen zurückgeführt werden.*

Die Kongruenzabbildungen sind: Achsenspiegelung, Punktspiegelung, Drehungen, Verschiebungen und deren Verkettungen (Schmidt-Thieme & Weigand, 2014, S. 187).
Ein tragfähiges Symmetrieverständnis wird angenommen, wenn die Untersuchung geometrischer Objekte auf Symmetrien und die Durchführung symmetrischer Abbildungen gelingt.
In Niveaustufe D geht es vor allem auch darum, Achsen-, Dreh- und Schubsymmetrie und deren Eigenschaften zu erkennen und voneinander unterscheiden zu können. Darüber hinaus soll an Achsen verschiedener Lage (horizontal, vertikal, schräg) gespiegelt werden. Ohne Symmetrieverständnis können Objekte nicht sicher auf Symmetrie untersucht werden. Dies ist sehr problematisch für die Objektbegriffsentwicklung. Auch der Zusammenhang zwischen Kongruenzabbildungen und Spiegelungen kann ohne Symmetrieverständnis nicht erkannt und genutzt werden. Ebenso wenig gelingt das Führen von Beweisen unter Nutzung von Symmetrien und Kongruenzen (Schmidt-Thieme & Weigand, 2014, S. 191-194).“ (LISUM, 2019. Handbuch ILeA plus, cc by nd 4.0, S. 186)

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Erkennen von Regelmäßigkeiten in Bandornamenten
2. Fortsetzen von Mustern zu Bandornamenten
3. Herstellen von Bandornamenten
4. Untersuchen symmetrischer Würfelbauwerke
5. Untersuchen von Würfelbauwerken auf Symmetrie
6. Ergänzen zu einem symmetrischen Würfelbauwerk
7. Verbinden von halben und vollständigen symmetrischen Würfelbauwerken
8. Herstellen drehsymmetrischer Figuren
9. Vervollständigen drehsymmetrischer Figuren in Gedanken
10. Untersuchen drehsymmetrischer Figuren
11. Untersuchen von Buchstaben auf Drehsymmetrie
12. Untersuchen von Verkehrszeichen auf Drehsymmetrie

Übersicht über die Kopiervorlagen

Kopiervorlage A

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

SY

Symmetrie ebener Figuren und Körper

Erkennen von Regelmäßigkeiten in Bandornamenten	**1**

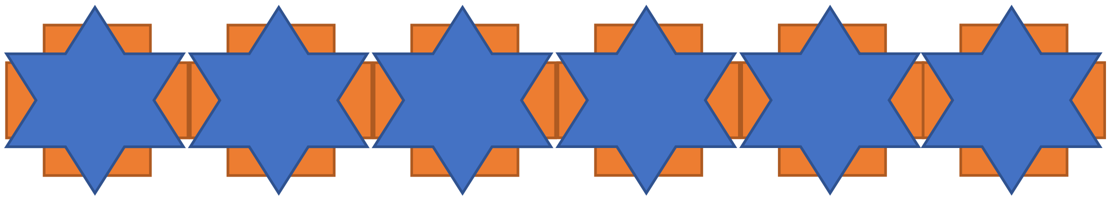
Joris sagt: „Wenn man eine Figur mehrmals in die gleiche Richtung verschiebt, dann erhält man ein Bandornament.“

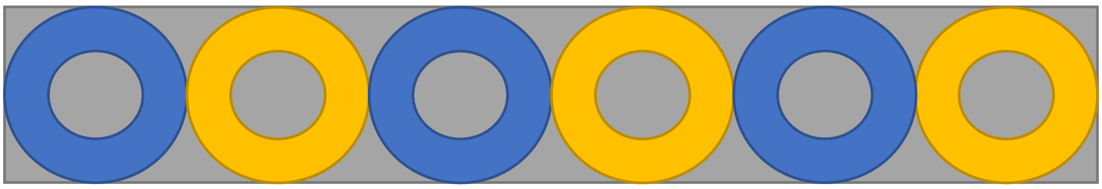
Aus welcher Ausgangsfigur ist das Bandornament jeweils entstanden?

- Zeige sie.

Wie oft wurde die Figur verschoben?

- Zähle.





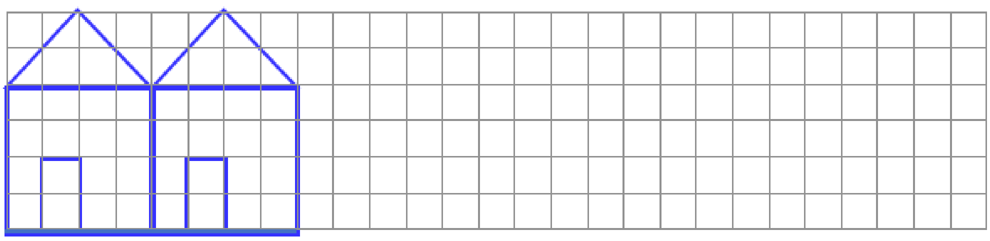
Raum und Form
Niveaustufe D

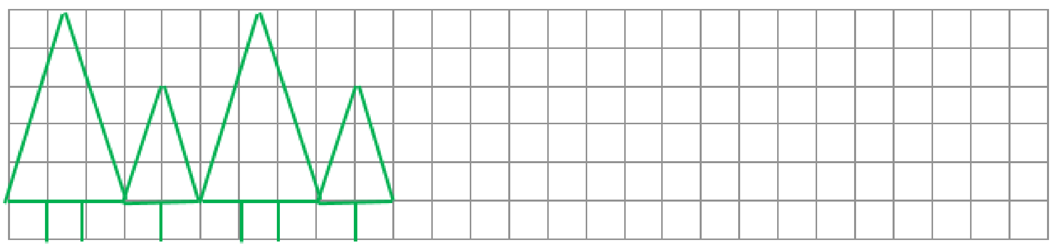
SY

Symmetrie ebener Figuren und Körper

Fortsetzen von Mustern zu Bandornamenten	**2**

- Setze das Muster fort, sodass ein Bandornament entsteht.





Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

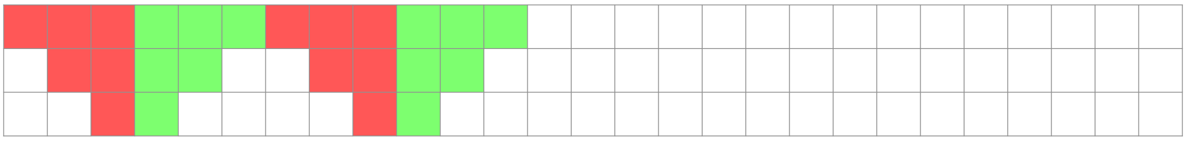
SY

Symmetrie ebener Figuren und Körper

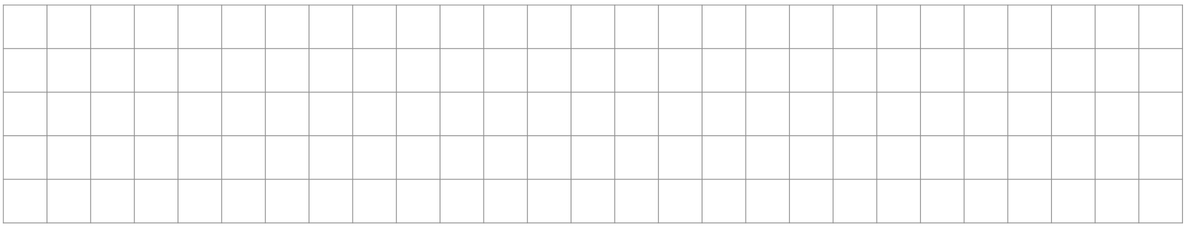
Herstellen von Bandornamenten | **3**

Wie sieht die Ausgangsfigur aus?

- Umfahre sie mit deinem Finger.
- Vervollständige das Bandornament. Verschiebe dafür die Ausgangsfigur zweimal mithilfe des Rasters.



- Erstelle dein eigenes Bandornament. Nutze das Raster.



Raum und Form
Niveaustufe D

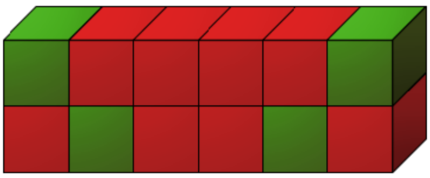
SY

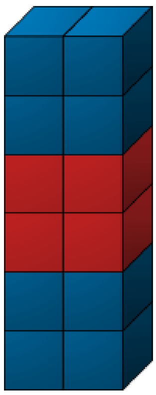
Symmetrie ebener Figuren und Körper

Untersuchen symmetrischer Würfelbauwerke | **4**

Material: *Spiegel*

Diese Bauwerke sind symmetrisch.



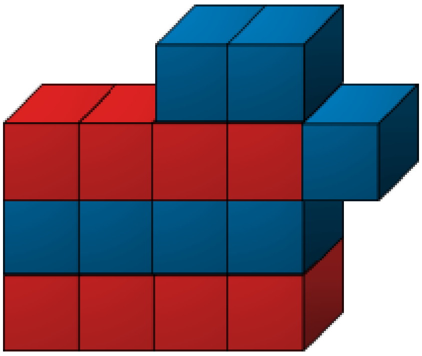


- Überlege, an welche Stellen du einen Spiegel stellen könntest, um zu überprüfen, ob die Bauwerke symmetrisch sind.
- Überprüfe mit dem Spiegel.

Raum und Form Niveaustufe D	SY	Symmetrie ebener Figuren und Körper

Untersuchen von Würfelbauwerken auf Symmetrie	5

- Erkläre, warum diese Bauwerke nicht symmetrisch sind.



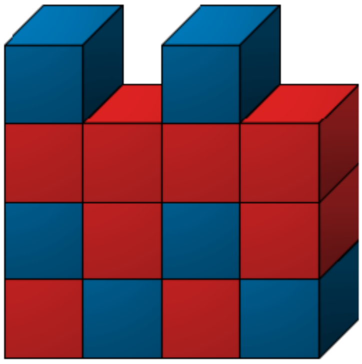


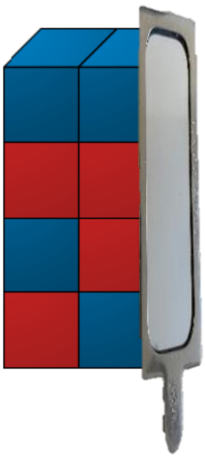
Bild 3 und 4 „Würfelbauwerk", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	SY	Symmetrie ebener Figuren und Körper

Ergänzen zu einem symmetrischen Würfelbauwerk	6

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Hier siehst du ein halbes Würfelbauwerk und einen Spiegel.



- Baue es nach und ergänze es zu einem achsensymmetrischen Bauwerk.

Bild 5 „Würfelbauwerk", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0
Bild 6 „Spiegel" Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	SY	**Symmetrie ebener Figuren und Körper**

Verbinden von halben und vollständigen symmetrischen Würfelbauwerken — 7

In der ersten Reihe sind die Bauwerke halbiert.
In der zweiten Reihe sind sie vollständig.

- Verbinde jedes „halbe" Bauwerk mit dem vollständigen symmetrischen Bauwerk.

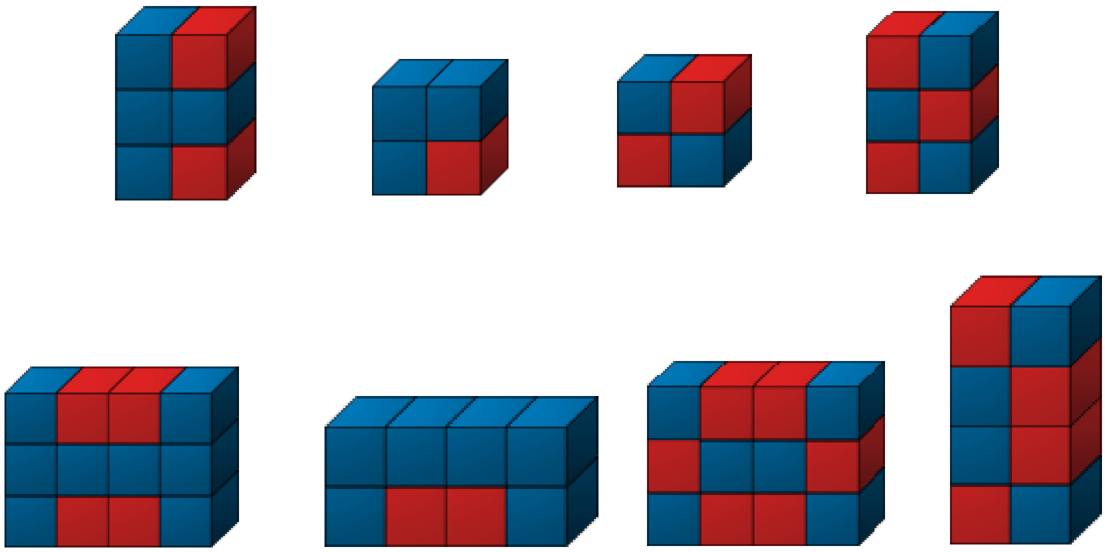
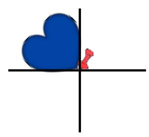


Bild 7 bis 14 „Würfelbauwerk", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

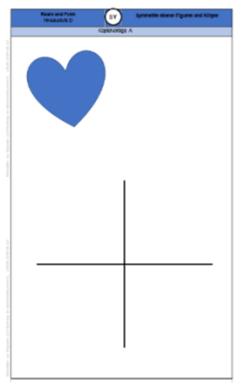
Raum und Form Niveaustufe D	SY	**Symmetrie ebener Figuren und Körper**

Herstellen drehsymmetrischer Figuren — 8

Material: *Kopiervorlage A, Schere, Pinnnadel*



- Schneide das Herz aus der Kopiervorlage aus.
- Vermute, welche Figur entsteht, wenn das Herz mehrmals um die Pinnnadel gedreht wird.
- Lege das Herz auf das Raster der Kopiervorlage, pinne es fest (wie im Bild).
- Drehe es mehrmals und zeichne die Konturen nach jeder Drehung nach.
- Beschreibe, was entstanden ist.
- Erkläre, warum man die entstandene Figur drehsymmetrisch nennt.



Kopiervorlage A

Raum und Form
Niveaustufe D

SY

Symmetrie ebener Figuren und Körper

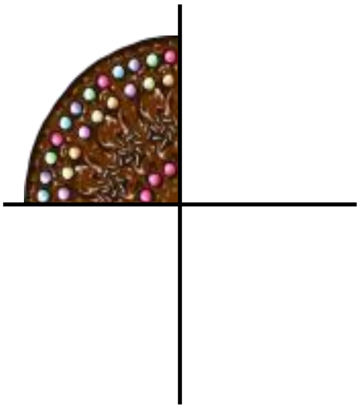
Vervollständigen drehsymmetrischer Figuren in Gedanken | 9

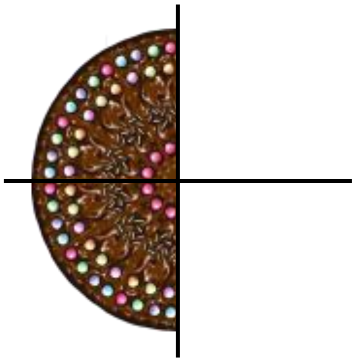
Wie oft musst du das abgebildete Stück Kuchen drehen, bis ein vollständiger Kuchen entsteht?

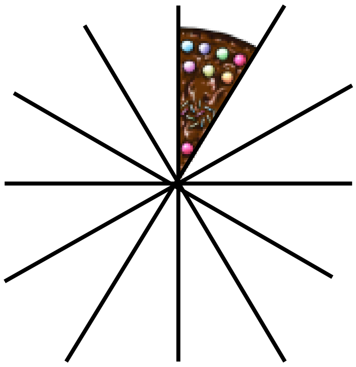
- Beschreibe, wie du vorgehst.

Um welchen Punkt musst du drehen?

- Zeige.







Den Punkt, um den du drehst, nennt man **Drehpunkt**.

Bild 15 bis 17 „Tortenstück“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

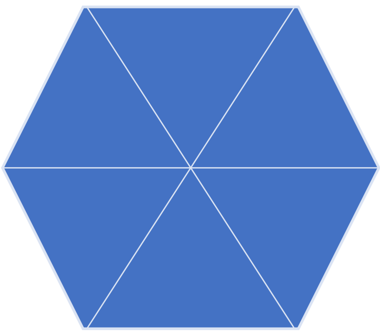
SY

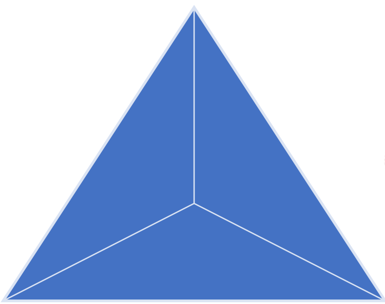
Symmetrie ebener Figuren und Körper

Untersuchen drehsymmetrischer Figuren | 10

Diese Figuren sind drehsymmetrisch.

- Erkläre, warum das so ist.
- Male den Abschnitt der Figur, der mehrmals gedreht wurde, farbig an.
- Überlege, wie oft der farbige Abschnitt in der Figur gedreht wurde.
- Markiere den Drehpunkt.





- Findest du weitere Eigenschaften in den Figuren?

Bild 18 „Waffelherzen“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

SY

Symmetrie ebener Figuren und Körper

Untersuchen von Buchstaben auf Drehsymmetrie	**11**

Welche Buchstaben sind drehsymmetrisch?

- Begründe deine Entscheidung.
- Zeige den entsprechenden Abschnitt, der gedreht wurde.

Tipp: Du kannst dazu Hilfslinien einzeichnen.

An welcher Stelle befindet sich der Drehpunkt bei den drehsymmetrischen Buchstaben?

- Zeige.

X K O A I H

Raum und Form
Niveaustufe D

SY

Symmetrie ebener Figuren und Körper

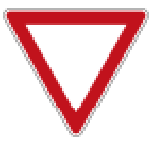
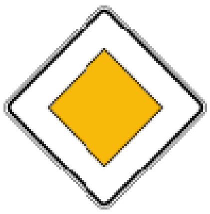
Untersuchen von Verkehrszeichen auf Drehsymmetrie	**12**

Sind die Verkehrszeichen drehsymmetrisch?

- Begründe.
- Zeige den entsprechenden Abschnitt, der gedreht wurde.

Tipp: Du kannst dazu Hilfslinien einzeichnen.

Wie oft kannst du den Abschnitt drehen, bis er wieder auf dem Ausgangsabschnitt liegt?


Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Darum geht es

„Das Orientieren an Skalen und in Koordinatensystemen spielt im täglichen Leben der Schülerinnen und Schüler eine große Rolle. Hierzu gehört das Ablesen von (analogen) Thermometern, Maßskalen auf Messbechern, analogen Waagen, Linealen (eindimensionale Koordinaten), aber auch das Lesen von Stadtplänen oder Diagrammen, z.B. Wachstumsdiagrammen etc. (zweidimensionale Koordinaten) (Malle, 2005, S. 4).
Die Grundidee bei der Orientierung in zweidimensionalen (analog auch in dreidimensionalen) Koordinatensystemen besteht darin, dass ein gegebenes Zahlenpaar (Zahlentripel) als Punkt in der Ebene (im Raum) dargestellt werden kann und umgekehrt ein Punkt in der Ebene (im Raum) durch ein Zahlenpaar (Zahlentripel) beschrieben werden kann – und diese Zuordnung ist eindeutig (Malle, 2005, S. 5).
Doch auch innermathematisch ist die Orientierung in Koordinatensystemen höchst relevant, nämlich im Zusammenhang mit Zuordnungen, Funktionen und Vektoren (Malle, 2005). Probleme bei der Orientierung in Koordinatensystemen und ihrer Nutzung können einerseits dazu führen, dass viele Darstellungen des alltäglichen Lebens nicht sicher gedeutet werden können (s.o.), und andererseits zur Folge haben, dass das Koordinatensystem z.B. auch im Inhaltsbereich „Zuordnungen und Funktionen“ nicht angemessen genutzt werden kann. Ein erfolgreiches Weiterlernen in diesem Bereich wäre somit erheblich erschwert.“
(LISUM, 2019. Handbuch ILeA plus, cc by nd 4.0, S. 189)

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Einfärben von Streifen in einem Raster
2. Herleiten der Lagebestimmung von Feldern im Raster
3. Zuordnen von Lagebezeichnungen zu markierten Feldern
4. Beschreiben von Fehlern und Bezeichnen der Lage von Feldern
5. Zuordnen von Lagebezeichnungen zu Feldern in einem Raster
6. Bestimmen von Start- und Zielfeldern mithilfe von Handlungsanweisungen
7. Ermitteln und Benennen von Zielfeldern nach Beschreibungen
8. Vergleichen eines Koordinatensystems mit einem Raster
9. Vervollständigen eines Lückentextes zum Aufbau eines Koordinatensystems
10. Beschriften des Koordinatensystems
11. Finden von Fehlern beim Beschriften von Koordinatensystemen
12. Ergänzen von Koordinatensystemen mit unterschiedlichen Skalierungen
13. Ermitteln von Punkten im Koordinatensystem durch Legen von Holzstäbchen
14. Beschreiben der Abfolge beim Bestimmen von Punkten im Koordinatensystem
15. Zuordnen von Punkten im Koordinatensystem zu Beschreibungen
16. Bestimmen der Koordinaten von Punkten
17. Ablesen der Koordinaten von Punkten
18. Eintragen von Punkten mithilfe von Koordinatenangaben
19. Beschreiben von Fehlern beim Eintragen von Punkten anhand ihrer Koordinaten
20. Verändern von Koordinaten durch Bewegungen im Koordinatensystem
21. Ergänzen von Punkten im Koordinatensystem zu einem Rechteck
22. Eintragen und Verbinden von Punkten im Koordinatensystem zu einer Figur
23. Erstellen eines Koordinatensystems und Bestimmen der Koordinaten der Punkte

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

KS

Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

Einfärben von Streifen in einem Raster | **1**

Ich soll einen Streifen zeichnen, indem ich alle Felder über dem Buchstaben D einfärbe.

Ich soll einen Streifen zeichnen und alle Felder neben der Zahl 5 einfärben.

Beide Kinder haben angefangen, ihre Streifen zu zeichnen.

- Ergänze alle weiteren Felder, die zum Buchstaben D gehören.
- Ergänze alle weiteren Felder, die zur Zahl 5 gehören.
- Was fällt dir auf? Beschreibe.

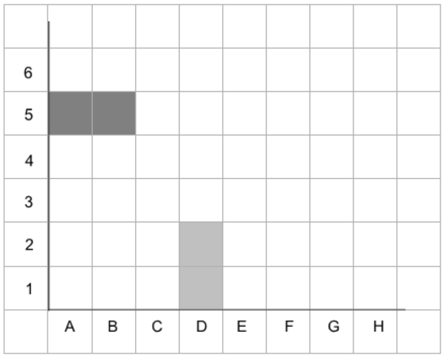


Bild 1 „Mädchen und Junge“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

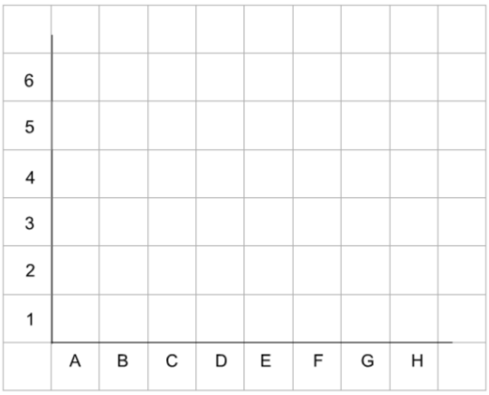
Raum und Form
Niveaustufe D

KS

Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

Herleiten der Lagebestimmung von Feldern im Raster | **2**

- Fahre mit deinem Zeigefinger über den Streifen, der zum Buchstaben B gehört.
- Fahre mit dem Finger über den Streifen, der zur Zahl 2 gehört.



Welches Feld hast du doppelt gezeigt?

- Markiere es.

Joris sagt: „Das Feld, das doppelt gezeigt wurde, ist das Feld **B2.**“

- Erkläre, was Joris meint.

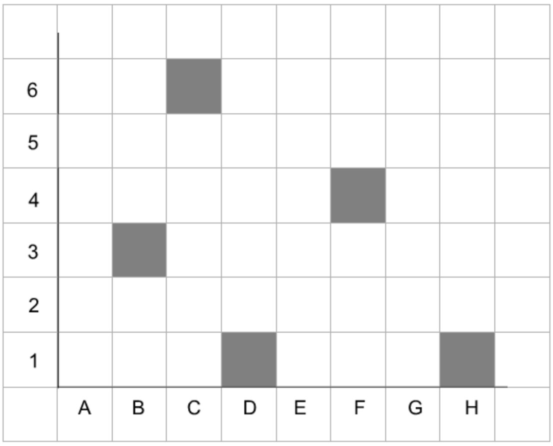
Bild 2 „Junge“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	KS	Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

Zuordnen von Lagebezeichnungen zu markierten Feldern	3

Zu jedem gefärbten Feld gehört eine Karte.

- Zeige für jede Karte das passende Feld.



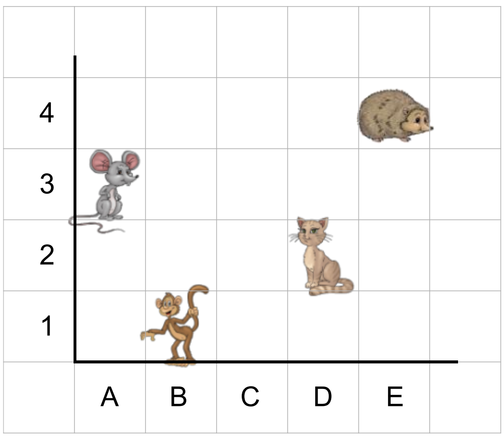
H1 **C6** **B3** **D1** **F4**

Raum und Form Niveaustufe D	KS	Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

Beschreiben von Fehlern und Bezeichnen der Lage von Feldern	4

Marie sagt: „Die Katze sitzt im Feld **D3.**“

- Beschreibe, was Marie falsch gemacht hat.



Auf welchen Feldern befinden sich die einzelnen Tiere?

- Ergänze die Felder:  ____  ____  ____  ____

Raum und Form
Niveaustufe D

KS

Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

Zuordnen von Lagebezeichnungen zu Feldern in einem Raster | **5**

Auf den Karten sind verschiedene Felder vorgegeben, die gefärbt werden sollen.

- Färbe die passenden Felder.

6									
5									
4									
3									
2									
1									
	A	B	C	D	E	F	G	H	

E2 C6 D2 E4 F2 G6

Bild 7 „Pinsel“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

KS

Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

Bestimmen von Start- und Zielfeldern mithilfe von Handlungsanweisungen | **6**

Material: *Plättchen*

- Lege das Plättchen auf das Startfeld **A3.** Verschiebe es vier Felder nach rechts. In welchem Zielfeld liegt das Plättchen jetzt? Ergänze die Tabelle passend.
- Lege das Plättchen auf das Feld **F6**. Verschiebe es fünf Felder nach unten. Ergänze die Tabelle.
- Lege das Plättchen auf das Feld **G4**. Verschiebe das Plättchen fünf Felder nach links. Trage passend in die Tabelle ein.

Startfeld	Zielfeld
A3	

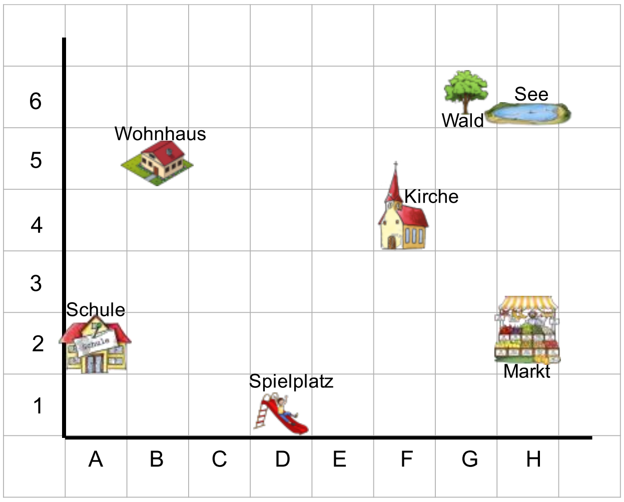
6							
5							
4							
3							
2							
1							
	A	B	C	D	E	F	G

- Vergleiche immer das Startfeld mit dem Zielfeld. Was stellst du fest?

Raum und Form Niveaustufe D	KS	Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

Ermitteln und Benennen von Zielfeldern nach Beschreibungen	7

- Laufe in Gedanken die Wege aus den Beschreibungen nach. Wo kommst du an?
- Nenne das Feld.



Beschreibung 1:
Ich starte am Wohnhaus und gehe drei Felder nach unten, vier Felder nach rechts und zwei Felder nach oben.

Beschreibung 2:
Starte auf dem Feld A1. Laufe ein Feld nach rechts und ein Feld nach oben. Dann läufst du noch sechs Felder nach rechts.

Beschreibung 3:
Starte am See. Laufe drei Felder nach unten, sieben Felder nach links und ein Feld nach unten.

- Überlege dir weitere Beschreibungen.

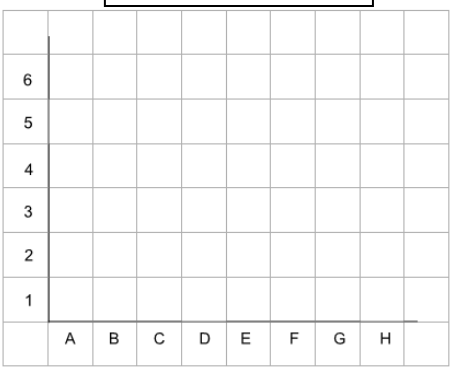
Raum und Form Niveaustufe D	KS	Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

Vergleichen eines Koordinatensystems mit einem Raster	8

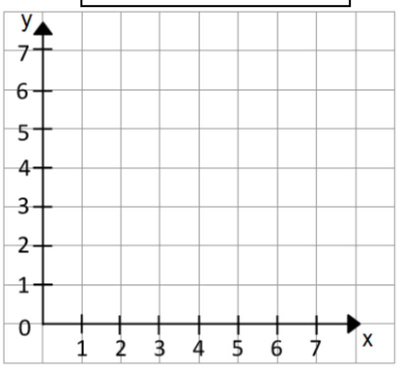
Marie sagt:

Das **Koordinatensystem** sieht so ähnlich aus wie das Raster mit den Feldern.

Raster



Koordinatensystem

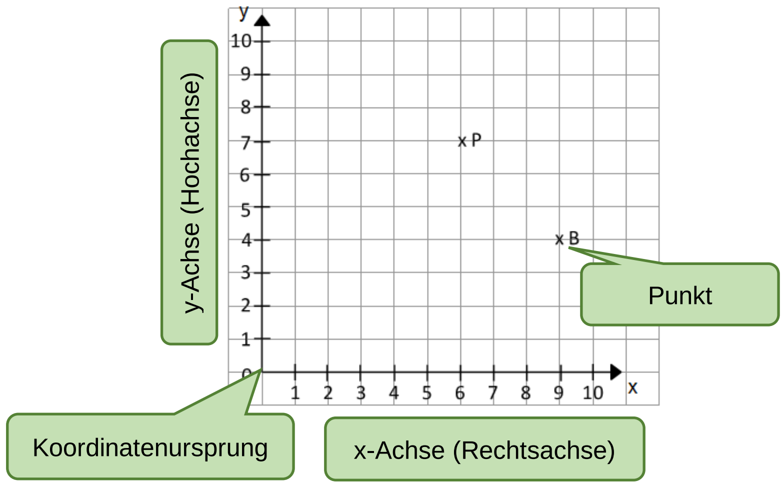


- Vergleiche das Raster mit den Feldern mit dem Koordinatensystem.
  Welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede findest du?
- Benenne und zeige sie.

Raum und Form Niveaustufe D	**KS**	**Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen**
Vervollständigen eines Lückentextes zum Aufbau eines Koordinatensystems		**9**

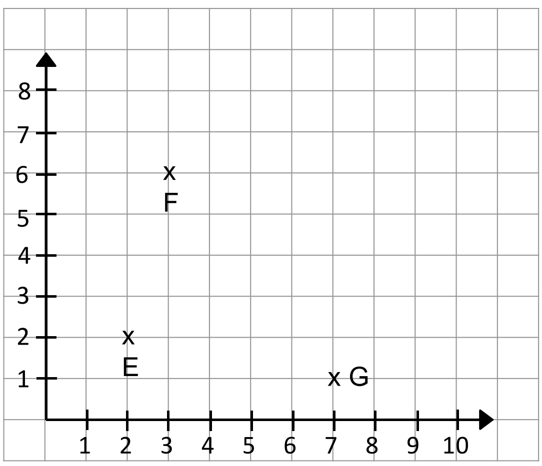
- Setze die Begriffe aus dem Bild passend in den Lückentext ein.

*Das **Koordinatensystem** besteht aus einer **x-Achse** und einer **y-Achse.***
Die ________________ verläuft waagerecht von links nach rechts.
Die _______________ verläuft senkrecht von unten nach oben.
*Beide Achsen beginnen im ________________________________. Dieser wird mit **0** gekennzeichnet.*
Ein ___________ wird mit einem Kreuz dargestellt und einem Großbuchstaben bezeichnet.



Raum und Form Niveaustufe D	**KS**	**Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen**
Beschriften des Koordinatensystems		**10**

- Löse die Aufgaben zum Koordinatensystem.



- Zeige und beschrifte die beiden Achsen im Koordinatensystem.
- Zeige und beschrifte den Koordinatenursprung.
- Zeige die Punkte im Koordinatensystem mit einem spitzen Bleistift.
- Wie wurden sie dargestellt und bezeichnet?
- Was bedeuten die Pfeile an den Achsen?

- Finde weitere Aufgaben zu diesem Koordinatensystem.
- Stelle sie einem Partner oder einer Partnerin.

Raum und Form
Niveaustufe D

KS

Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

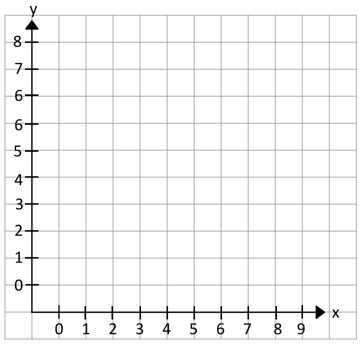
Finden von Fehlern beim Beschriften von Koordinatensystemen	**11**

Ein Koordinatensystem hat immer den gleichen Aufbau.

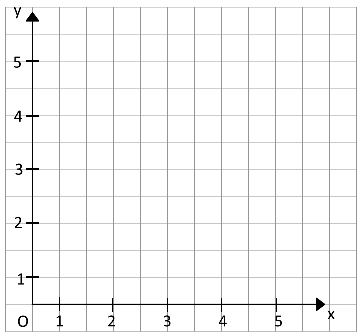
Beim Beschriften des Koordinatensystems sind den Kindern Fehler passiert.

- Was haben die Kinder falsch gemacht? Beschreibe.

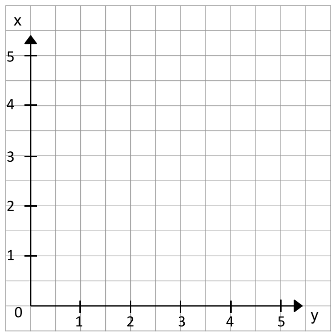
Susi zeichnet:



Hassan zeichnet:



Olli zeichnet:



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

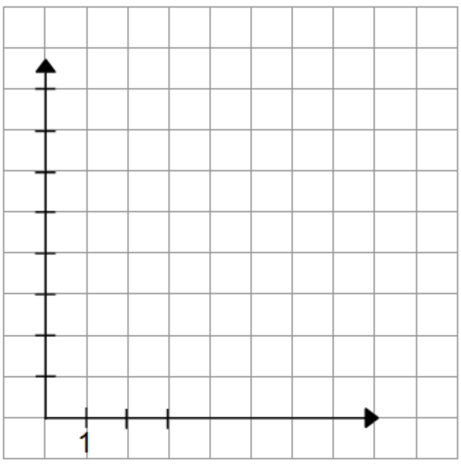
KS

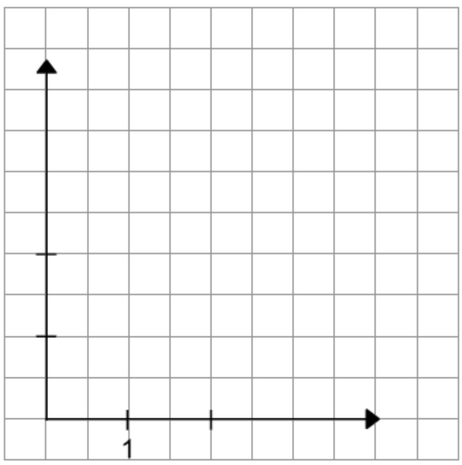
Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

Ergänzen von Koordinatensystemen mit unterschiedlichen Skalierungen	**12**

Ergänze die beiden Koordinatensysteme.

Denke an …
1. den Koordinatenursprung,
2. die einheitliche Einteilung der Achsen mit Zahlen und
3. die Beschriftung der x- und y-Achse.

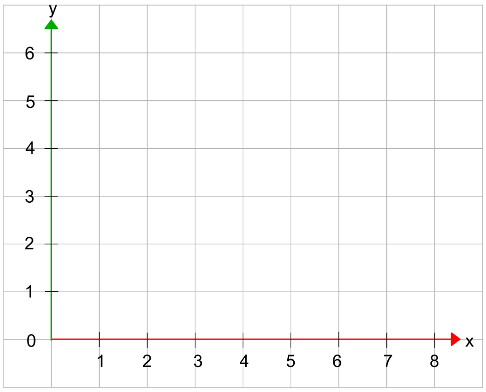




Ermitteln von Punkten im Koordinatensystem durch Legen von Holzstäbchen | 13

Material: *dünne Holzstäbchen (zum Beispiel Zahnstocher)*

- Suche die 4 auf der x-Achse.
  Lege von dort das Holzstäbchen **senkrecht** auf die Gitternetzlinie.
- Suche die 2 auf der y-Achse.
  Lege dort ein zweites Stäbchen **waagerecht** auf die Gitternetzlinie.
- Zeige den Punkt, in dem sich beide Holzstäbchen treffen.
- Markiere die Stelle mit einem kleinen Kreuz.



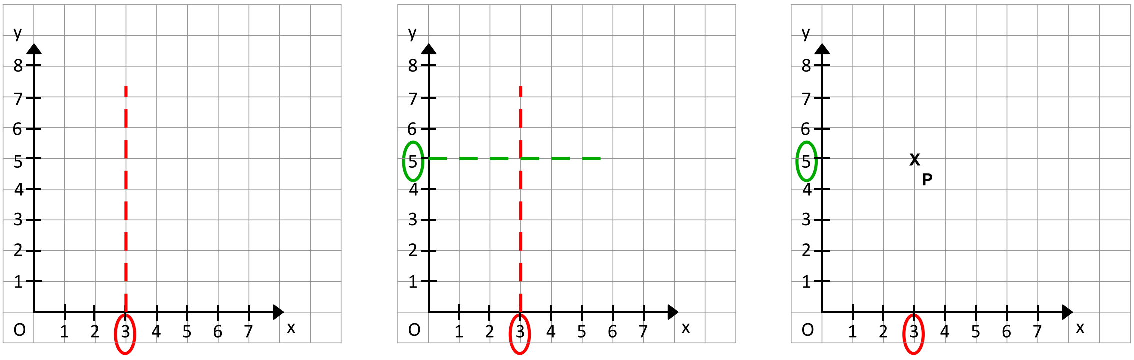
- Suche die 6 auf der x-Achse. Lege von dort das Holzstäbchen **senkrecht** auf die Gitternetzlinie.
- Suche die 3 auf der y-Achse. Lege dort ein zweites Stäbchen **waagerecht** auf die Gitternetzlinie.
  Wo treffen sich beide Stäbchen?
- Markiere den Punkt wieder mit einem Kreuz.

Beschreiben der Abfolge beim Bestimmen von Punkten im Koordinatensystem | 14

Fabio sagt: „Punkte im Koordinatensystem werden mit Koordinaten angegeben.
Koordinaten werden immer durch zwei Zahlen beschrieben.
Die erste Zahl ist die x-Koordinate. Die zweite Zahl ist die y-Koordinate.
Man schreibt: P (x-Koordinate | y-Koordinate), zum Beispiel P (3|5).“

Fabio zeigt auf den Bildern, wie er die Koordinate P (3|5) im Koordinatensystem findet.

- Beschreibe mithilfe der Bilder, wie Fabio die Koordinate P (3|5) findet.

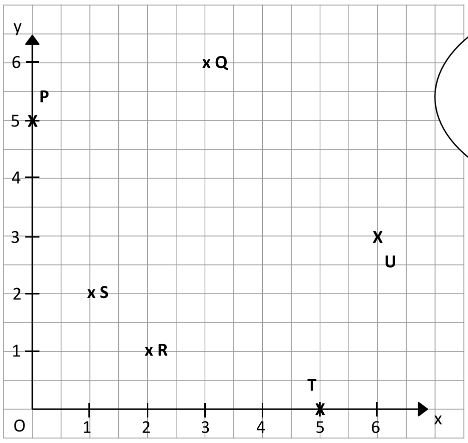


Zuordnen von Punkten im Koordinatensystem zu Beschreibungen	**15**

Die Kinder beschreiben ihre Punkte.

Welche Beschreibung passt zu welchem Punkt im Koordinatensystem?

- Bewege deinen Finger so, wie es in der Sprechblase beschrieben wird.
- Ordne den Beschreibungen die passenden Punkte zu.



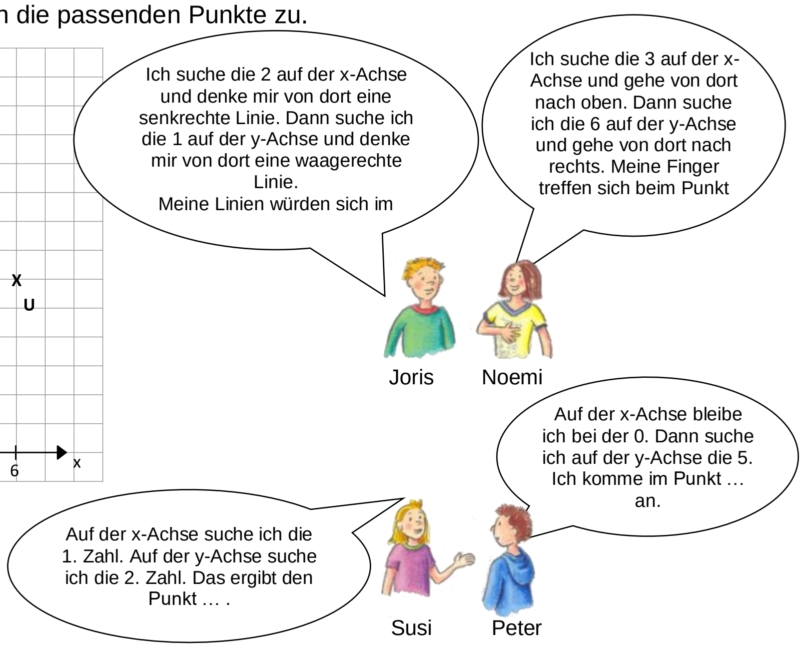
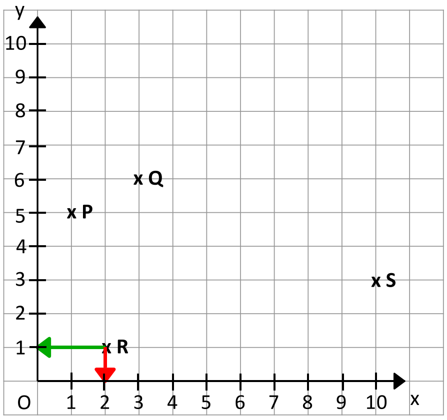


Bild 18 und 19 „Kinder 1“, „Kinder 2“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Bestimmen der Koordinaten von Punkten	**16**

Emilio beschreibt: „Wenn ich vom Punkt R zur x-Achse schaue, sehe ich die 2.
Wenn ich vom Punkt R zur y-Achse schaue, sehe ich die 1.“

Lina antwortet: „Dann hat dein Punkt R die **Koordinaten** (2|1).



- Trage die Koordinaten der Punkte P, Q und S ein.

Auf der x-Achse sehe ich …, auf der y-Achse sehe ich …

P (__ | __)   Q (__ | __)   S (__ | __)

Bild 20 „Mädchen mit Glühbirne“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	KS	Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen
Ablesen der Koordinaten von Punkten		17

- Lies die Koordinaten der Punkte im Koordinatensystem ab.
- Trage die fehlenden Koordinaten der Punkte passend ein.

A (5 | __)

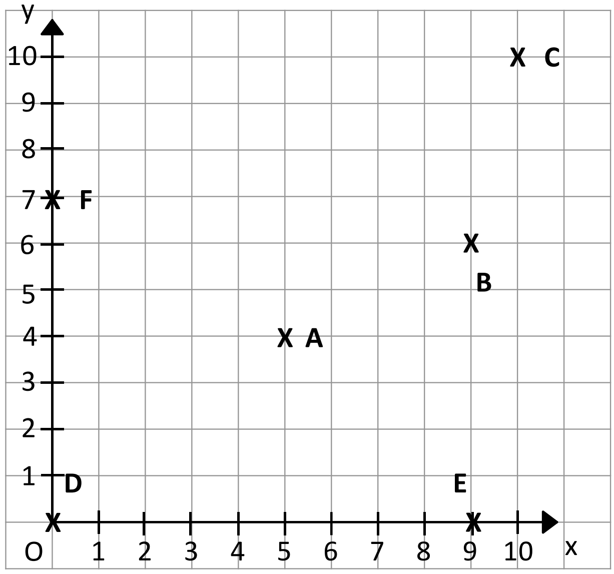
B (__ | 6)

C (__ | __)

D (__ | __)

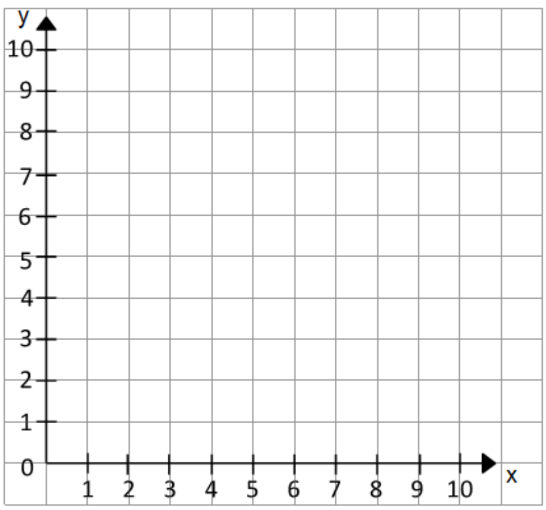
E (__ | __)

F (__ | __)



Raum und Form Niveaustufe D	KS	Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen
Eintragen von Punkten mithilfe von Koordinatenangaben		18

- Beschreibe, wie man den Punkt P (4|7) findet.
- Trage den Punkt P mit einem Kreuz und dem Buchstaben P in das Koordinatensystem ein.



- Trage auch die Punkte S (1|5), T (8|2), Q (10|0) und R (0|5) ein.

Raum und Form
Niveaustufe D

KS

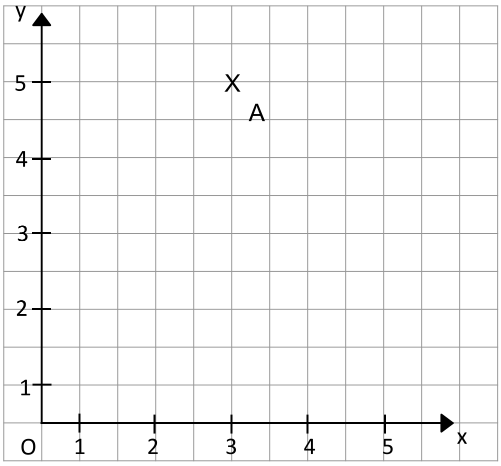
Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

Beschreiben von Fehlern beim Eintragen von Punkten anhand ihrer Koordinaten	**19**

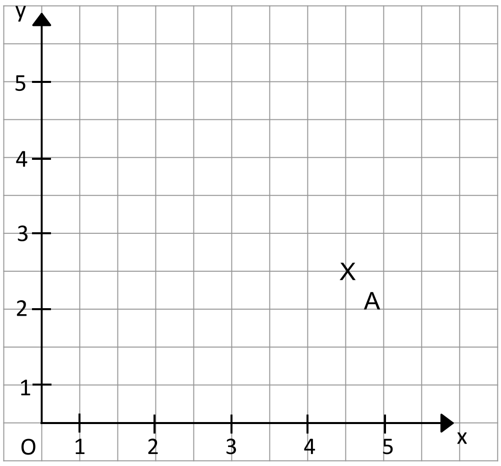
Elias und Theo haben ein Koordinatensystem gezeichnet und den Punkt A (5|3) eingetragen.
Was haben sie falsch gemacht?

- Beschreibe.

Elias:



Theo:



Raum und Form
Niveaustufe D

KS

Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

Verändern von Koordinaten durch Bewegungen im Koordinatensystem	**20**

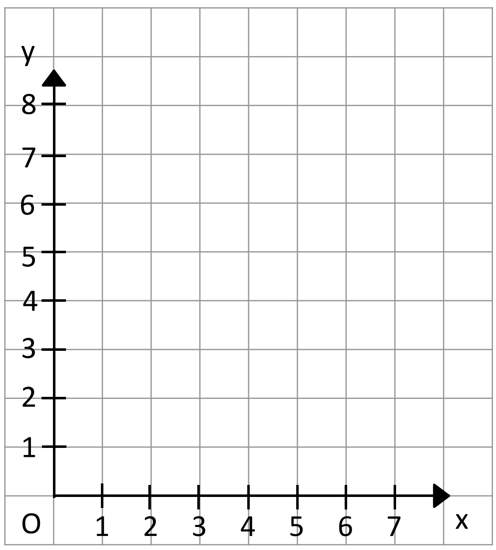
- Trage den Punkt A (3|7) in das Koordinatensystem ein.
  Gehe von diesem Punkt 5 Einheiten nach unten zum Punkt B.
  Wie heißen die Koordinaten von Punkt B? Notiere. B (___ | ___)

- Vergleiche die Koordinaten der Punkte A und B.
  Was stellst du fest?
  Erkläre, warum das so ist.

- Trage den Punkt C (1|1) ein.

- Gehe vom Punkt C (1|1) 6 Einheiten nach rechts zum Punkt D.
  Notiere die Koordinaten von D. D (___ | ___)

- Vergleiche die Koordinaten von C und D.
  Was stellst du jetzt fest? Erkläre wieder.



Raum und Form
Niveaustufe D

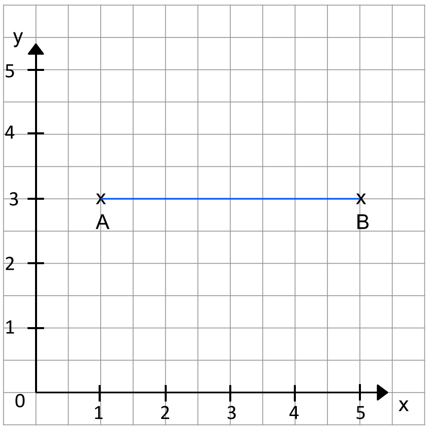
KS

Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

Ergänzen von Punkten im Koordinatensystem zu einem Rechteck	**21**

In dem Koordinatensystem soll ein Rechteck entstehen.
Moritz hat bereits die Punkte A und B vom Rechteck eingetragen und sie miteinander verbunden.

- Zeichne die Punkte C (5|5) und D (1|5) vom Rechteck ein.
- Zeichne die Figur vom Punkt B weiter, bis du wieder bei A angekommen bist.



- Finde noch andere Punkte, die verbunden mit A und B ein Rechteck ergeben würden.

Bild 21 „Sprechender Junge", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

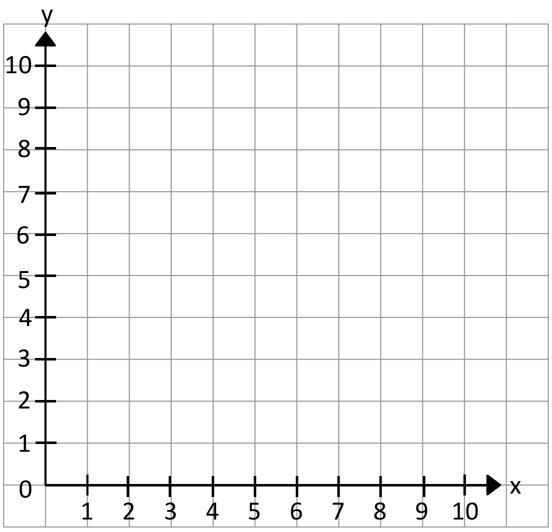
KS

Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

Eintragen und Verbinden von Punkten im Koordinatensystem zu einer Figur	**22**

- Trage die Koordinaten in das Koordinatensystem ein.

  A (3|1) B (5|1) C (5|4) D (7|4) E (7|6) F (1|6) G (1|4) H (3|4)



- Verbinde die Punkte nach ihrer Reihenfolge im Alphabet und zum Schluss noch A mit H.
  Welche Figur ist entstanden?
- Beschreibe.

Raum und Form
Niveaustufe D

KS

Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

Erstellen eines Koordinatensystems und Bestimmen der Koordinaten der Punkte | **23**

- Zeichne ein Koordinatensystem. Eine Einheit soll der Länge von zwei Kästchen entsprechen.
- Zeichne ein beliebiges Dreieck in das Koordinatensystem.
  Beschrifte die Eckpunkte mit A, B und C.
- Gib die Koordinaten für die Punkte A, B und C an.

A (__ | __)

B (__ | __)

C (__ | __)

Raum und Form
Niveaustufe D

KS

Punkte im Koordinatensystem auffassen und darstellen

24

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Darum geht es

„Winkelmessung spielt eine wichtige Rolle im Geometrieunterricht der Sekundarstufe, denn „der Winkelbegriff ist für die (ebene) Geometrie von fundamentaler Bedeutung und bildet ein zentrales Konzept für die Ausbildung und Entwicklung geometrischen Wissens und Denkens" (Dohrmann & Kuzle, 2015, S. 29). Die Kenntnis über die Zusammenhänge von Gleichheit, Summen und Differenzen von Winkeln sowie ein tragfähiges Begriffsverständnis des Winkels als Objekt-, Relations- und Maßbegriff sind für die gesamte (Schul-)Geometrie relevant (vgl. ebd.).
Wichtige Kompetenzen auf der Niveaustufe D sind in diesem Zusammenhang:

- *das Erkennen bzw. Schätzen von typischen Winkeln (45°, 60°, 90°) und anderen Winkeln in Relation zu diesen,*
- *die Kenntnis relevanter Begriffe (spitz, rechtwinklig, stumpf, überstumpf),*
- *das Zeichnen und Ausmessen von Winkeln,*
- *die Kenntnis und Nutzung der Winkelbeziehungen (Scheitel-, Neben-, Stufenwinkel),*
- *das Nutzen dieser Beziehungen zur Beschreibung von Drei- und Vierecken.*

Probleme beim Erkennen, Messen und Konstruieren von Winkeln können dazu führen, dass Zusammenhänge von und Beziehungen zwischen Winkeln nicht erkannt und genutzt werden können. Diese wiederum sind die Grundlage für eine Vielzahl mathematischer Aktivitäten (Beweisführungen, Definitionen, Trigonometrie, etc.). Fehlen die beschriebenen Kompetenzen, wird ein geometrisches Weiterlernen erheblich gestört." (LISUM. Handbuch ILeA plus, cc by nd 4.0, S. 191)

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Herstellen eines rechten Winkels durch Falten
2. Finden von rechten Winkeln mit dem Faltwinkel
3. Herstellen von Winkeln mit anderer Größe als 90° durch Falten
4. Zeigen von Winkeln in ebenen Figuren und Körpern
5. Auswählen von Figuren mit Winkeln
6. Zeigen von Winkeln an ausgewählten Körpermodellen
7. Zeigen von Winkeln an alltäglichen Objekten und Verändern der Winkel durch Bewegung
8. Herstellen verschiedener Winkel durch Drehbewegung am Modell
9. Herstellen eines Winkelbogens mithilfe eines Winkelmodells
10. Kennzeichnen von Winkeln im Bild mithilfe eines Winkelbogens
11. Erkennen und Markieren von Winkeln in Kreisausschnitten
12. Einstellen von verschiedenen Winkelgrößen an der Winkelscheibe
13. Markieren aller Winkel in Kreisausschnitten
14. Zeigen der Winkelteile und Kennzeichnen der entstandenen Winkel
15. Nachspuren griechischer Buchstaben zum Bezeichnen von Winkeln
16. Zuordnen von griechischen Buchstaben zur passenden Bezeichnung
17. Erkennen von gleich großen Winkeln
18. Sortieren von Kreisausschnitten nach ihrer Winkelgröße
19. Sortieren von Winkeln mithilfe von Kreisabschnitten
20. Verstehen der Skalierung und Beschreiben des Winkelmessers
21. Ablesen und Eintragen von einfachen Winkelgrößen am Winkelmesser
22. Ablesen und Eintragen von Winkelgrößen am Winkelmesser
23. Zeigen und Einzeichnen von Winkeln in den Winkelmesser
24. Einzeichnen von Winkeln in den Winkelmesser
25. Kennenlernen verschiedener Vorgehensweisen beim Einzeichnen von Winkeln
26. Einzeichnen und Bestimmen von Winkelgrößen in den Winkelmesser
27. Zeichnen von Winkeln mithilfe des Winkelmessers
28. Beschreiben der Vorgehensweise beim Zeichnen von Winkeln
29. Bestimmen der Größe eines rechten Winkels
30. Erkennen und Kennzeichnen von rechten Winkeln
31. Bestimmen der Eigenschaften von spitzen Winkeln
32. Herstellen von spitzen Winkeln
33. Unterscheiden von spitzen Winkeln und nicht spitzen Winkeln
34. Bestimmen der Eigenschaften von gestreckten Winkeln

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

35. Bestimmen der Größe verschiedener stumpfer Winkel
36. Finden von Fehlern beim Kennzeichnen eines stumpfen Winkels
37. Erstellen von stumpfen Winkeln und Ablesen der entstandenen Winkelgrößen
38. Bestimmen der Eigenschaften von überstumpfen Winkeln
39. Kennzeichnen von überstumpfen Winkeln und Ableiten weiterer Winkelarten
40. Zuordnen der Winkelart zum Bild und zur Eigenschaft
41. Zuordnen der passenden Winkelart zum Bild
42. Darstellen verschiedener Winkelarten mithilfe der Winkelscheibe
43. Ablesen der Winkelgröße am Winkelmesser und am Geodreieck
44. Zeigen der einzelnen Bestandteile des Geodreiecks
45. Messen von Winkeln mit dem Geodreieck mithilfe von Beschreibungen
46. Finden von Fehlern beim Anlegen des Geodreiecks am Winkel
47. Einstellen von Winkelgrößen am Geodreieck durch Drehbewegung
48. Ablesen von Winkelgrößen
49. Auswählen und Begründen korrekter Vorgehensweisen beim Ablesen eines Winkels
50. Bestimmen der Winkelart und der Winkelgröße
51. Messen von Winkeln und Zuordnen passender Größenangaben
52. Bestimmen von Winkelarten im Dreieck und Abmessen der Winkelgrößen
53. Finden von Fehlern beim Messen von Winkeln und Bestimmen der Winkelgrößen im Fünfeck
54. Beschreiben des Vorgehens beim Zeichnen von Winkeln
55. Zeichnen eines Winkels nach vorgegebener Schrittfolge
56. Beschreiben des Vorgehens beim Zeichnen eines Winkels und Ergänzen des Winkels
57. Ergänzen des Winkels und Beschreiben der Vorgehensweise
58. Zeichnen vorgegebener Winkel und Erkennen von Besonderheiten
59. Herstellen von Scheitelwinkeln durch Falten und Erkennen von Besonderheiten
60. Ermitteln von gleich großen Winkeln in einer Abbildung
61. Erkennen von Scheitelwinkeln an geschnittenen Geraden und Zuordnen passender Aussagen
62. Finden von Scheitelwinkelpaaren an sich schneidenden Geraden
63. Bestimmen von Winkelgrößen anhand der Eigenschaften von Scheitelwinkeln
64. Finden von Winkelpaaren, die zusammen einen gestreckten Winkel ergeben
65. Erkennen von Nebenwinkeln an geschnittenen Geraden und Ergänzen der Eigenschaft
66. Hinterfragen von Aussagen zu Scheitel- und Nebenwinkeln
67. Zuordnen der passenden Eigenschaften von Neben- und Scheitelwinkeln
68. Erkennen von Neben- und Scheitelwinkeln an sich schneidenden Geraden
69. Bestimmen von Winkelgrößen anhand der Eigenschaften von Neben- und Scheitelwinkeln
70. Bestimmen von Winkelgrößen an senkrechten Geraden und Beschreiben von Besonderheiten
71. Bestimmen von Winkelgrößen durch Erkennen von Winkelbeziehungen
72. Beschreiben der Lage von Stufenwinkeln an geschnittenen Geraden
73. Markieren von Stufenwinkeln
74. Messen der Größe von Stufenwinkeln und Auswählen passender Eigenschaften
75. Zuordnen von Aussagen zu abgebildeten Winkeln und Bestimmen der Winkelgrößen
76. Erkennen von Winkelbeziehungen an Geradenkreuzungen und Ableiten der Winkelgrößen

Übersicht über die Kopiervorlagen

Kopiervorlage A
Kopiervorlage B
Kopiervorlage C
Kopiervorlage D
Kopiervorlage E

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

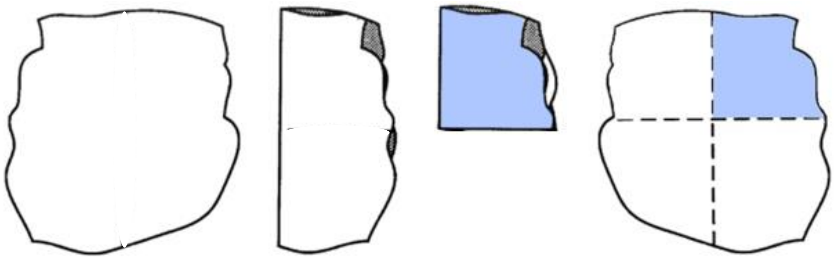
Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Herstellen eines rechten Winkels durch Falten	**1**

Material: *Reißpapier (Papier ohne gerade Kanten)*

- Falte das Papier so, wie auf den Bildern vorgegeben.
- Male die obere Fläche farbig an.
- Falte anschließend das Blatt auseinander.

> Achte darauf, dass die Kanten beim Falten genau aufeinanderliegen.



Marie sagt: „Wenn zwei Geraden senkrecht aufeinander stehen, entsteht ein rechter Winkel."

- Zeige an deinem Blatt, was Marie meint.
- Wie viele rechte Winkel kannst du auf deinem Blatt sehen? Zeige sie.

Bild 1 „Reißpapier mit rechtem Winkel", LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 2016, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

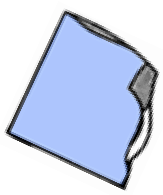
Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Finden von rechten Winkeln mit dem Faltwinkel	**2**

Material: *Faltwinkel aus Papier*

In welchen Figuren findest du rechte Winkel?

- Zeige sie und überprüfe mit dem Faltwinkel.



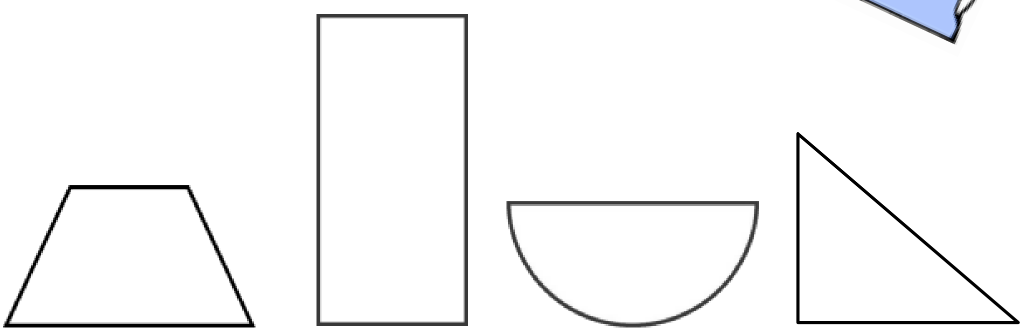
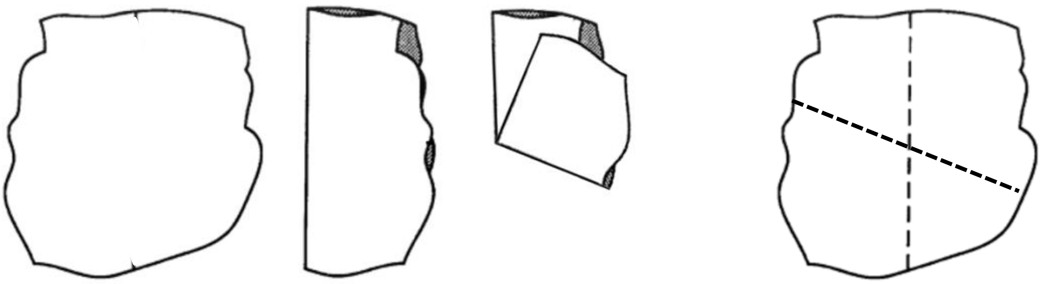


Bild 2 „Faltwinkel", LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 2016, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	**WI**	**Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen**
Herstellen von Winkeln mit anderer Größe als 90° durch Falten		**3**

Material: *Reißpapier (Papier ohne gerade Kanten)*

- Falte das Papier so, wie auf den Bildern vorgegeben.



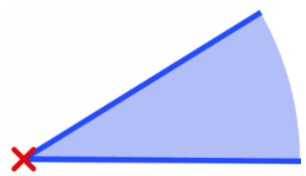
- Falte das Blatt auseinander.
- Erkläre, warum jetzt keine rechten Winkel entstanden sind.

Bild 3 „Reißpapier“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 2016, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	**WI**	**Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen**
Zeigen von Winkeln in ebenen Figuren und Körpern		**4**

Ein Winkel wird durch zwei **Schenkel** mit einem gemeinsamen Anfangspunkt gebildet.
Der gemeinsame Anfangspunkt heißt **Scheitelpunkt**.

- Zeige an der Abbildung die Schenkel und den Scheitelpunkt.



- Wähle an jedem Objekt einen Winkel aus und zeige bei jedem Winkel die zwei Schenkel und ihren Scheitelpunkt.

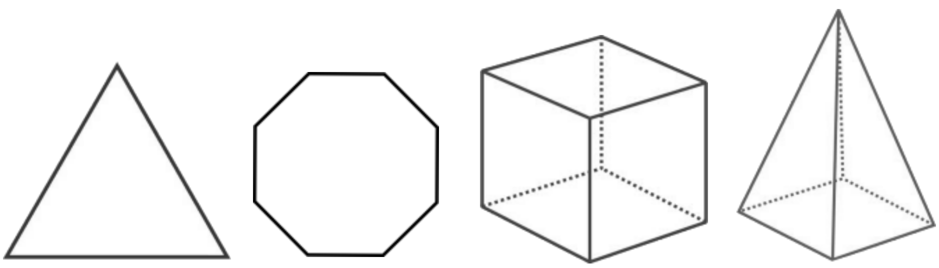


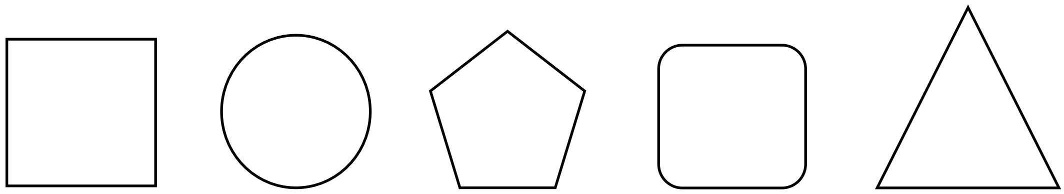
Bild 4 und 5 „Würfel“, „Pyramide“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	**WI**	**Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen**

Auswählen von Figuren mit Winkeln	**5**

In welchen dieser ebenen geometrischen Figuren siehst du Winkel?

- Zeige die Schenkel und den Scheitelpunkt.
- Bei welchen Figuren siehst du keine Winkel? Begründe.



Raum und Form Niveaustufe D	**WI**	**Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen**

Zeigen von Winkeln an ausgewählten Körpermodellen	**6**

Material: *Modelle eines Würfels, einer Kugel, eines Quaders*

- Bei welchen Körpern siehst du Winkel? Zeige die Schenkel und den Scheitelpunkt am Modell.
- Wo siehst du keine Winkel? Begründe.

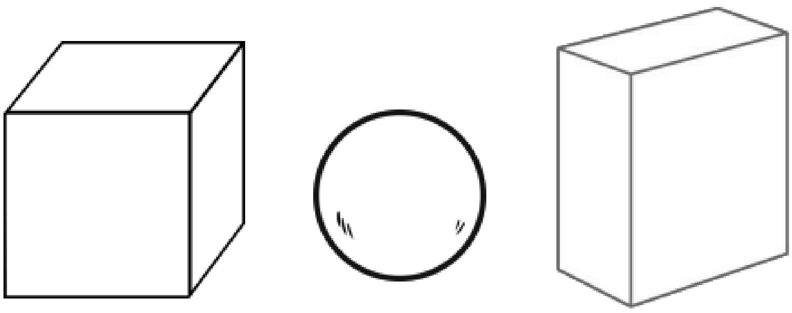


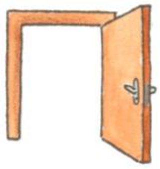
Bild 6 „Körper“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Zeigen von Winkeln an alltäglichen Objekten und Verändern der Winkel durch Bewegung | 7

Material: *Tür, Uhr, Schere, Buch, …*

Bei allen Objekten lassen sich Winkel finden.

- Zeige an jedem Objekt die Schenkel und den Scheitelpunkt des Winkels.



- Zeige an den Objekten, dass man die Größe der Winkel verändern kann.
- Finde weitere Objekte, an denen man durch Bewegen der Schenkel den Winkel verändern kann.

Bild 7 bis 10 „Tür“, „Buch“, „Uhr“, „Schere“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Herstellen verschiedener Winkel durch Drehbewegung am Modell | 8

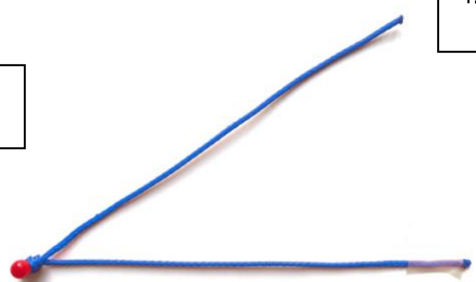
Material: *zwei ungefähr gleich lange Schnüre, eine Reißzwecke, Klebeband und dicke Pappe*

Winkel entstehen durch das Bewegen eines Schenkels.

- Stelle ein Modell eines Winkels her.

4. Die andere Schnur bleibt beweglich.

1. Knote zwei Schnüre an einem Ende zusammen.



2. Befestige den Knoten mit einer Reißzwecke auf der Pappunterlage.

3. Ziehe die eine Schnur straff und befestige sie mit Klebeband auf der Pappe.

- Zeige an deinem Winkelmodell die zwei Schenkel und den Scheitelpunkt.
- Lege beide Schenkel übereinander.
  Stelle durch Drehbewegung des **beweglichen** Schenkels verschiedene Winkel her.
  Achtung: Die Schnur muss dabei straff gespannt bleiben.

Bild 11 „Reißzwecke mit Schnüren“, Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Herstellen eines Winkelbogens mithilfe eines Winkelmodells	9

Material: *zwei ungefähr gleich lange Schnüre, eine Reißzwecke, Klebeband und dicke Pappe*, *Stift*

- Knote am beweglichen Schenkel des Winkelmodells eine Schlinge.
- Stecke einen Stift hinein.
- Lege beide Schenkel übereinander.
- Bewege dann den Schenkel mit dem Stift. Der Stift zeichnet dabei eine Linie.
  Achtung: Die Schnur muss straff gespannt bleiben.

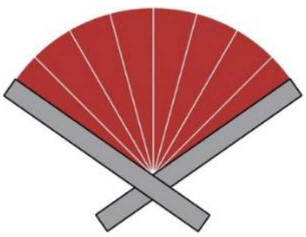
- Beschreibe die entstandene Linie mit eigenen Worten.
- In der Fachsprache heißt die entstandene Linie **Winkelbogen**. Vermute warum.

Bild 12 „Reißzwecke mit Schnüren und Bleistift", Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

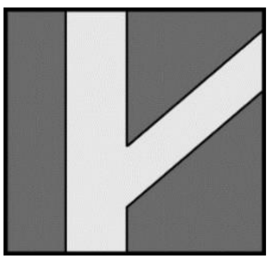
Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Kennzeichnen von Winkeln im Bild mithilfe eines Winkelbogens	10

- Zeige in jeder Abbildung einen Winkel.
- Kennzeichne jeden Winkel mit einem Winkelbogen.



Fächer



Abzweigung bei einer Straße

Schere

Bei welchem Objekt ist der Winkel fest und bei welchem Objekt lässt sich der Winkel verändern?

- Begründe deine Entscheidung.

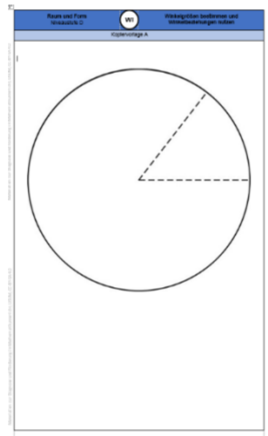
Bild 13 und 14 „Fächer", „Straßenabzweigung", LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0
Bild 15 „Schere", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Erkennen und Markieren von Winkeln in Kreisausschnitten	11

Material: *Kopiervorlage A*, *Schere*

- Schneide den Kreis auf der Kopiervorlage aus.
- Schneide anschließend den kleinen Kreisausschnitt entlang der gestrichelten Linien heraus.
- Zeige nun in beiden Kreisteilen die Winkel.
- Markiere jeweils die Winkelbögen.



Kopiervorlage A

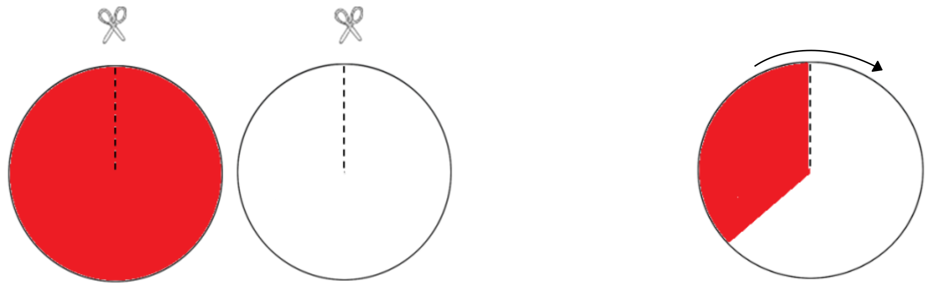
Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Einstellen von verschiedenen Winkelgrößen an der Winkelscheibe	12

Material: *zwei gleich große Kreise (rot und weiß) für die Winkelscheibe, Schere*

Stelle eine Winkelscheibe her.

- Schneide jeden Kreis bis zur Mittellinie ein. Dann stecke die beiden Kreise ineinander.



- Stelle deine Winkelscheibe so ein, dass …

  - der weiße Winkel kleiner ist als der rote Winkel.

  - der rote Winkel kleiner ist als der weiße Winkel.

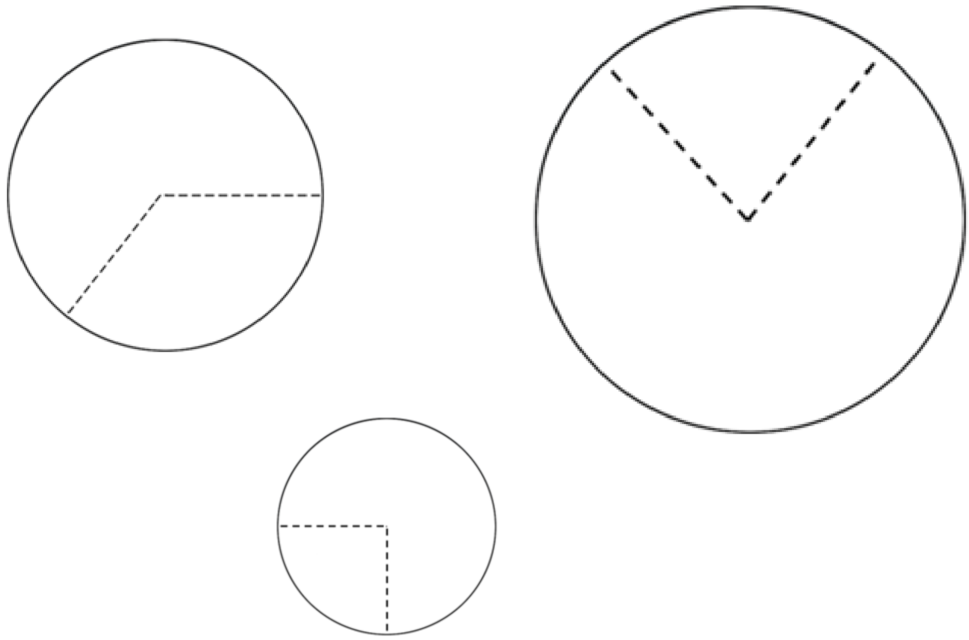
  - beide Winkel gleich groß sind.

Bild 16 „Winkelscheibe aus Kreisen“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Markieren aller Winkel in Kreisausschnitten	13

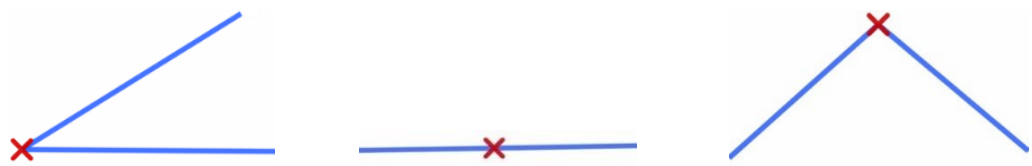
- Markiere in jeder Abbildung immer beide Winkel mit Winkelbögen.
  Nutze zwei verschiedene Farben.



Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Zeigen der Winkelteile und Kennzeichnen der entstandenen Winkel	14

- Zeige in jedem Bild die Schenkel und den Scheitelpunkt.



- Zeige an jedem Bild die beiden Winkel.
- Kennzeichne jeden Winkel mit einem Winkelbogen.

Nachspuren griechischer Buchstaben zum Bezeichnen von Winkeln

Winkel werden mit kleinen griechischen Buchstaben bezeichnet.

α: sprich **Alpha** β: sprich **Beta** γ: sprich **Gamma** δ: sprich **Delta**

- Spure nach. Beginne immer am Punkt.

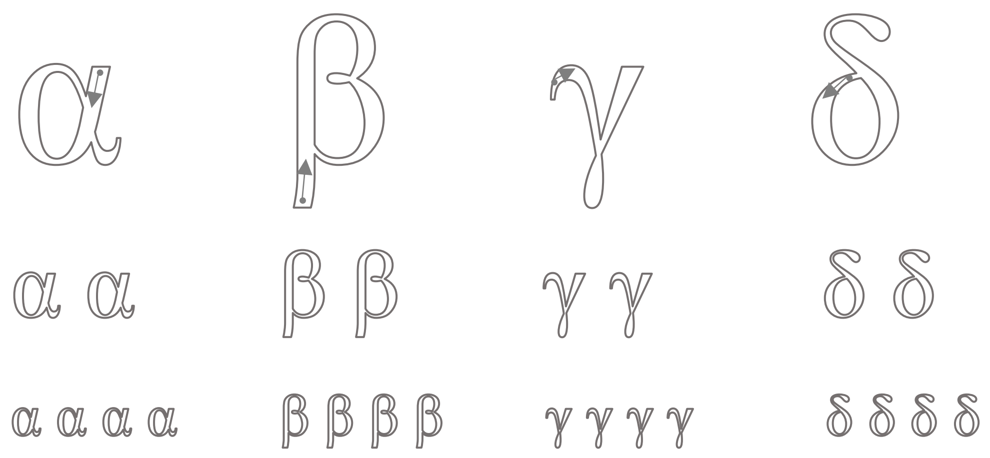


Bild 17 „Griechische Buchstaben“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Zuordnen von griechischen Buchstaben zur passenden Bezeichnung

Ordne den griechischen Buchstaben ihre Namen zu.

- Verbinde passend.

α	Gamma
β	Alpha
γ	Delta
δ	Beta

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen
Erkennen von gleich großen Winkeln		17

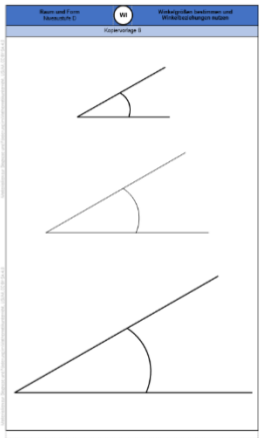
Material: *Kopiervorlage B, Schere*

Die Winkel auf der Kopiervorlage sind alle gleich groß.

- Schneide die Winkel auf der Kopiervorlage aus.

Wie kannst du überprüfen, dass die Winkel gleich groß sind?

- Beschreibe dein Vorgehen.

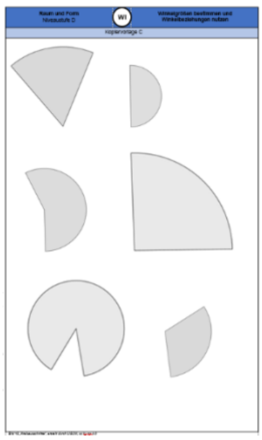


Kopiervorlage B

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen
Sortieren von Kreisausschnitten nach ihrer Winkelgröße		18

Material: *Kopiervorlage C, Schere*

- Schneide die verschiedenen Kreisausschnitte auf der Kopiervorlage aus.
- Sortiere die Winkel nach ihrer Größe.
  Beginne mit dem größten Winkel.
- Beschreibe, wie du vorgehst.



Kopiervorlage C

Bild 18 „Kopiervorlage C“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Sortieren von Winkeln mithilfe von Kreisabschnitten	**19**

- Sortiere die rot eingefärbten Winkel nach ihrer Größe. Beginne mit dem größten Winkel.
- Beschreibe, wie du vorgehst.

Tipp! Nutze die Anzahl der Kreisabschnitte als Orientierung.

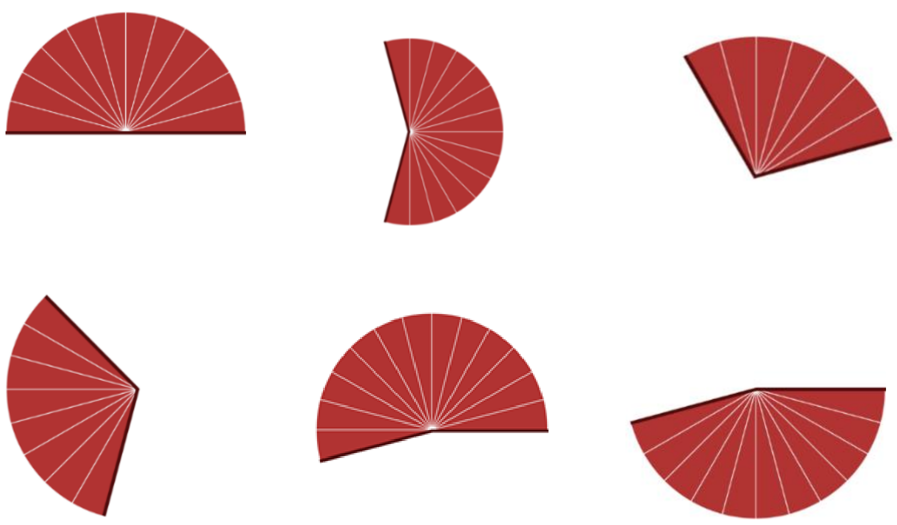


Bild 19 „Kreisteile mit Kreisabschnitten“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

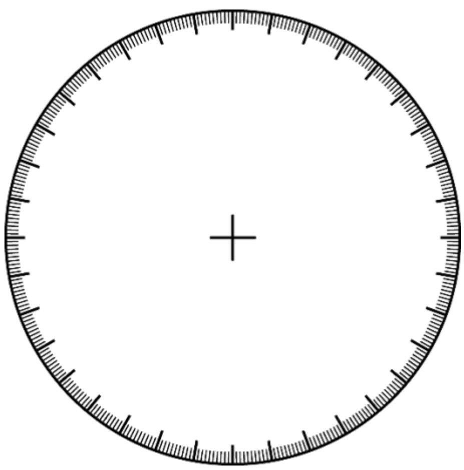
WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Verstehen der Skalierung und Beschreiben des Winkelmessers	**20**

Der Kreis wird in 360 gleich große Abschnitte unterteilt.
So lässt sich die Größe eines Winkels am Kreis messen (Winkelmesser).

- Zeige diese gleich großen Abschnitte im Kreis.



360 Kreisabschnitte bilden einen Kreis.
Ein Kreisabschnitt ist 1 Grad groß.
Man schreibt: 1°.

- Ergänze passend.

Der Kreis wurde in ______ Kreisabschnitte eingeteilt.

Zwischen den dicken, langen Strichen liegen immer _____ Grad.

Bild 20 „Skalierter Kreis“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Ablesen und Eintragen von einfachen Winkelgrößen am Winkelmesser	21

- Trage die passenden Winkelgrößen in die Kästchen am Winkelmesser ein.

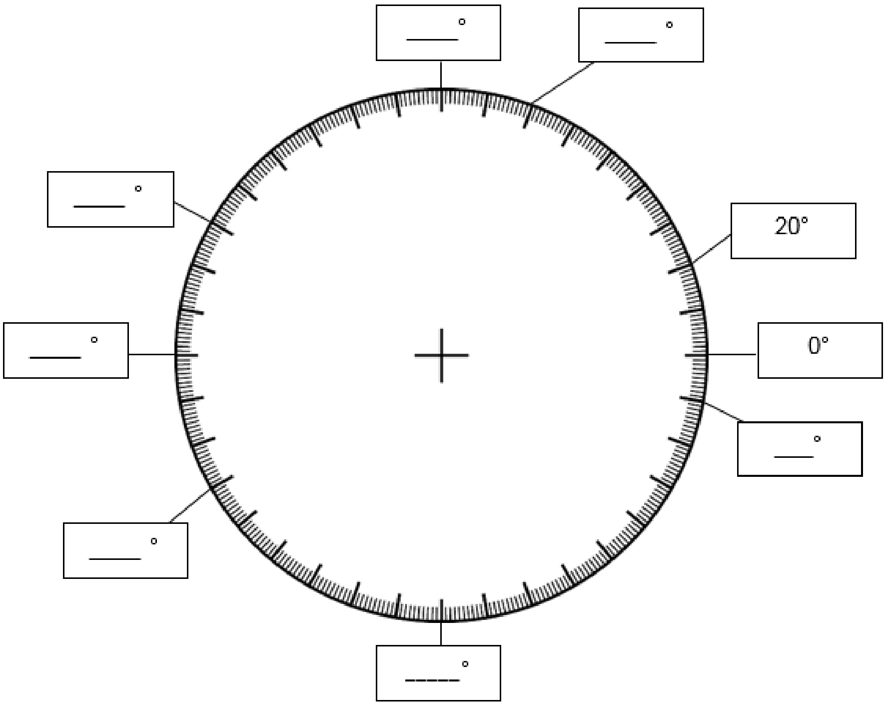


Bild 21 „Skalierter Kreis", LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Ablesen und Eintragen von Winkelgrößen am Winkelmesser	22

- Trage die passenden Winkelgrößen in die Kästchen ein.
  Denke an die Angabe des Grad-Zeichens (°).

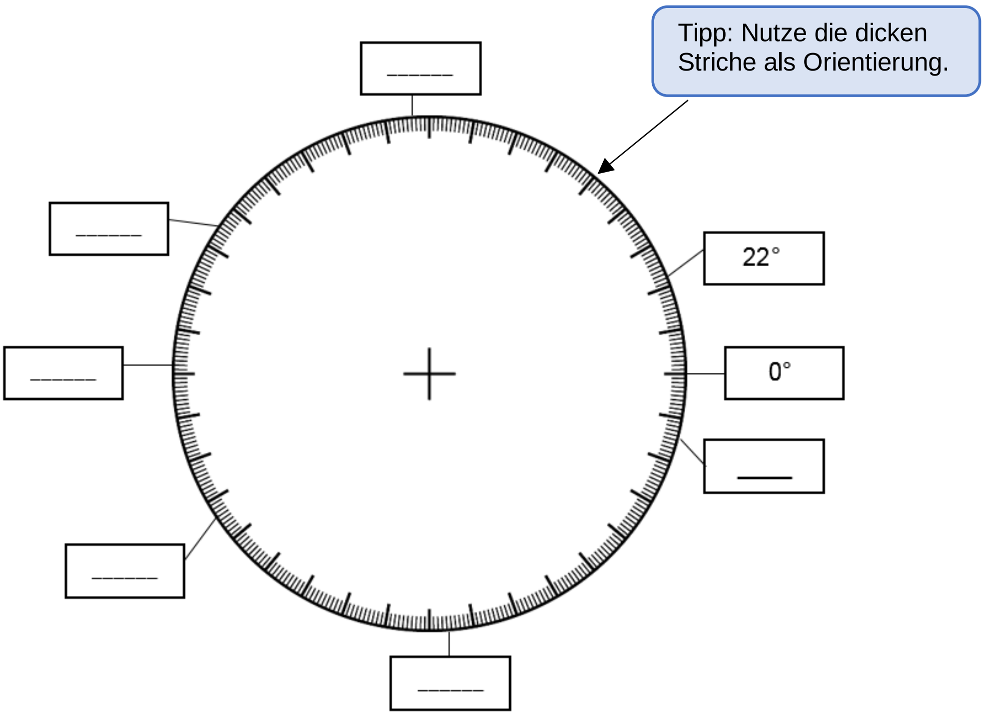


Bild 22 „Skalierter Kreis", LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Zeigen und Einzeichnen von Winkeln in den Winkelmesser	**23**

Lisa möchte mithilfe des Winkelmessers Winkel zeichnen.

Der **Mittelpunkt des Winkelmessers** ist immer der **Scheitelpunkt** des Winkels.

Sie hat den ersten Schenkel des Winkels gezeichnet.

Wo muss Lisa den zweiten Schenkel einzeichnen, wenn der Winkel 40 Grad (40°) groß sein soll?

- Zeige ihn zuerst und zeichne dann ein. Denke auch an den Winkelbogen.

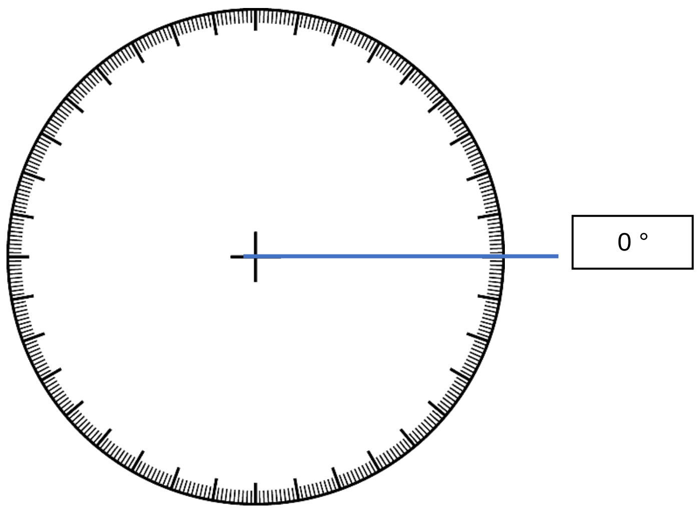


Bild 23 „Skalierter Kreis“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Einzeichnen von Winkeln in den Winkelmesser	**24**

- Zeichne die angegebenen Winkel und Winkelbögen in den Winkelmesser ein.

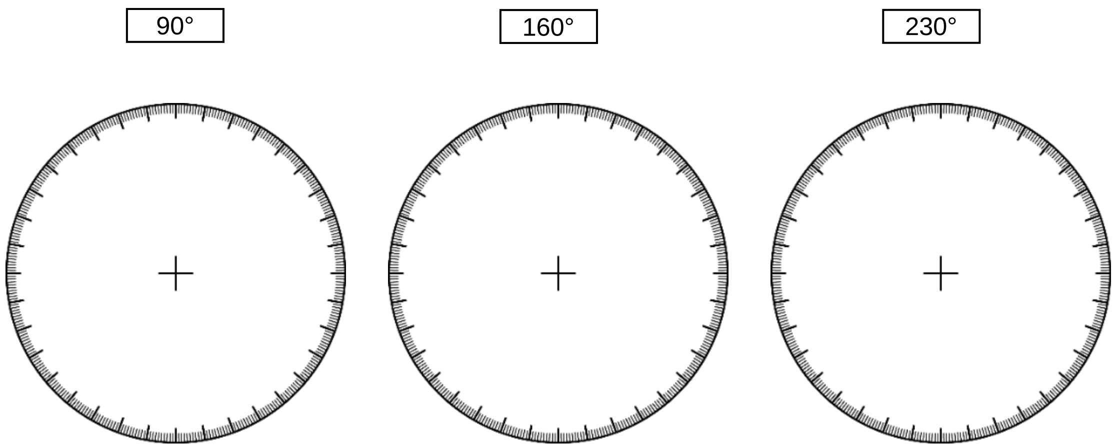
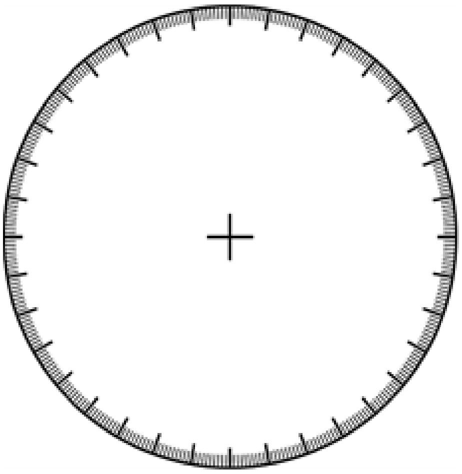


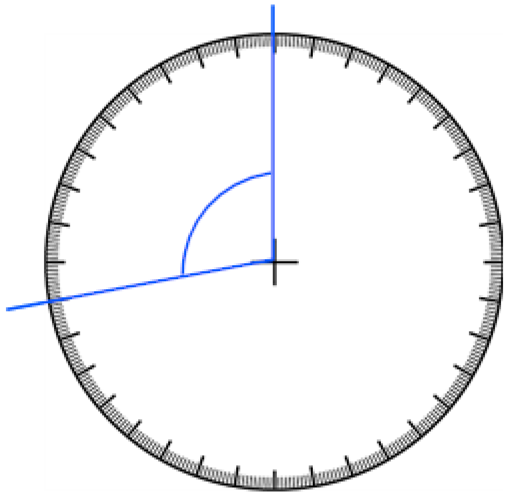
Bild 24 „Skalierte Kreise“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen
Kennenlernen verschiedener Vorgehensweisen beim Einzeichnen von Winkeln		25

- Zeichne in den Winkelmesser einen 100° großen Winkel ein.



Tim zeichnet so:



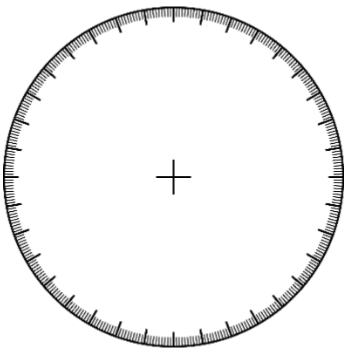
Tim hat ebenfalls einen 100° großen Winkel gezeichnet.

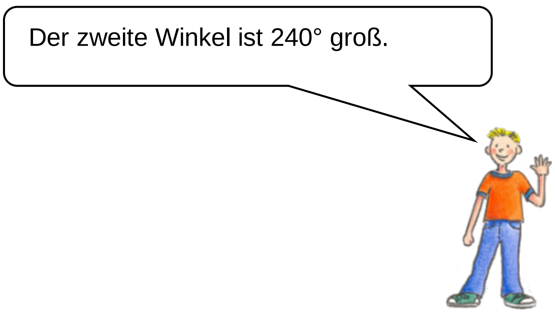
- Erkläre, warum das richtig ist.

Bild 25 und 26 „Skalierter Kreis“, „skalierter Kreis mit Winkel“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen
Einzeichnen und Bestimmen von Winkelgrößen in den Winkelmesser		26

- Zeichne einen 120° großen Winkel ein.





Joris

- Zeige den zweiten Winkel, der ebenfalls entstanden ist.
- Zeige an deinem Bild, dass Joris Recht hat.

Bild 27 „Skalierter Kreis“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0
Bild 28 „Blonder Junge“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

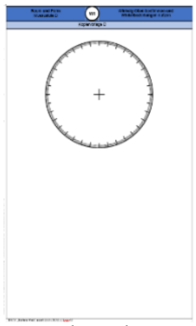
Raum und Form
Niveaustufe D

WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Zeichnen von Winkeln mithilfe des Winkelmessers | **27**

Material: *Kopiervorlage D - Winkelmesser (auf durchsichtiger Folie ausgedruckt und ausgeschnitten), weißes Papier*



Kopiervorlage D

Auf einem weißen Blatt soll ein 60° großer Winkel entstehen.

Zeichne den ersten Schenkel so:

Ergänze deine Zeichnung so, dass ein 60° großer Winkel entsteht.

- Lege dazu die Winkelscheibe so auf den Schenkel, dass der Mittelpunkt der Scheibe auf dem Scheitelpunkt des Winkels liegt.
- Prüfe dann, ob dein Schenkel durch einen der dick gekennzeichneten Kreisabschnitte verläuft.
- Lies nun ab, wo sich 60° auf dem Winkelmesser befindet.
- Markiere die Stelle am Rand des Winkelmessers mit einem kleinen Strich.
- Verbinde den kleinen Strich nun mit dem Scheitelpunkt, sodass ein zweiter Schenkel entsteht.
- Ergänze zuletzt den Winkelbogen.

Bild 29 „Skalierter Kreis", LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

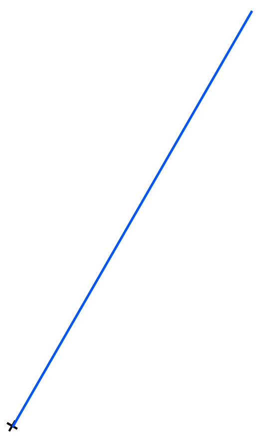
Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

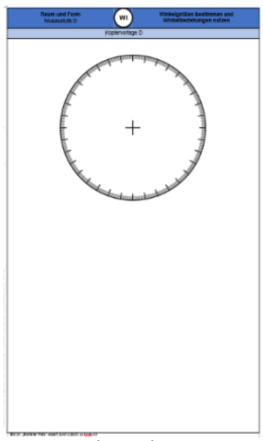
Beschreiben der Vorgehensweise beim Zeichnen von Winkeln | **28**

Material: *Kopiervorlage D - Winkelmesser (auf durchsichtiger Folie ausgedruckt und ausgeschnitten)*

Wie musst du vorgehen, um an diesen Schenkel einen 80° Winkel zu zeichnen?

- Probiere und beschreibe dein Vorgehen.





Kopiervorlage D

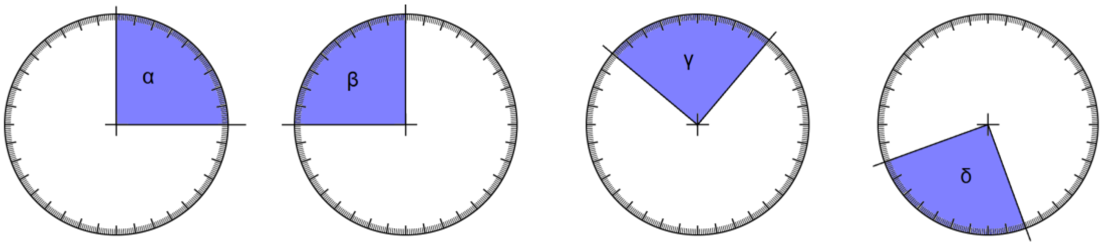
Bild 30 „Skalierter Kreis", LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	**WI**	**Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen**

Bestimmen der Größe eines rechten Winkels	**29**

Die Winkel in den Abbildungen nennt man **rechte Winkel**.

- Ermittle die Größe der Winkel und trage sie ein.



α = ______ ° β = ______ ° γ = ______ ° δ = ______ °

- Ergänze: *Ein **rechter Winkel** ist immer* ___________ *groß.*

Rechte Winkel werden immer mit einem Punkt gekennzeichnet.

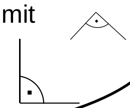


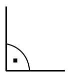
Bild 31 „Skalierte Kreise mit Winkeln“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0
Bild 32 „Blondes Mädchen“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	**WI**	**Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen**

Erkennen und Kennzeichnen von rechten Winkeln	**30**

Welche Winkel sind **rechte Winkel**?

- Begründe deine Entscheidung.
- Kennzeichne rechte Winkel mithilfe eines Punktes.



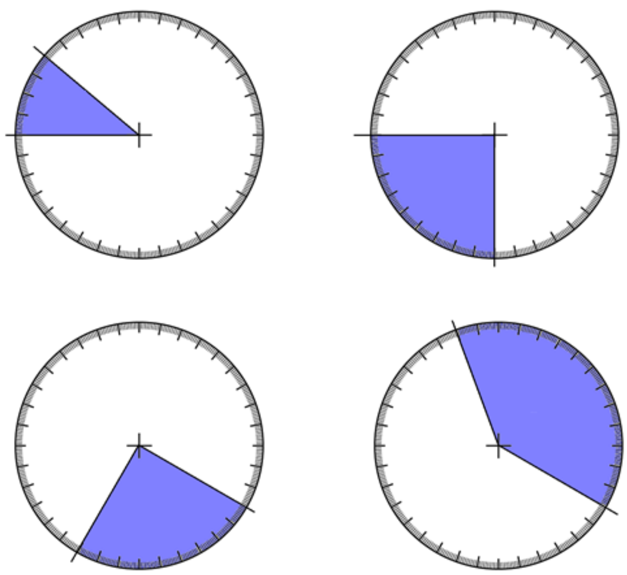


Bild 33 „Skalierte Kreise mit Winkeln“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

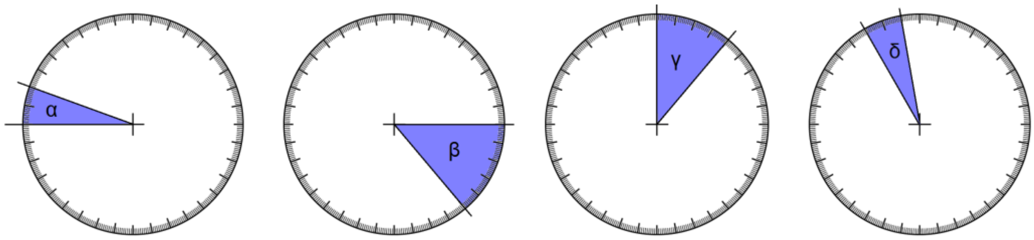
Raum und Form
Niveaustufe D

WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Bestimmen der Eigenschaften von spitzen Winkeln | **31**

- Bestimme die Größe der abgebildeten Winkel und ergänze die Winkelgrößen.



α = ______ °   β = ______ °   γ = ______ °   δ = ______ °

Diese Winkel werden **spitze Winkel** genannt.

- Vermute, warum sie spitze Winkel genannt werden.
- Welche Beschreibung passt zu spitzen Winkeln? Kreuze an.

☐ *Spitze Winkel sind alle gleich groß.*

☐ *Spitze Winkel sind größer als 0° und kleiner als 90°.*

☐ *Spitze Winkel sind größer als 90° und kleiner als 180°.*

Bild 34 „Skalierte Kreise mit Winkeln", LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

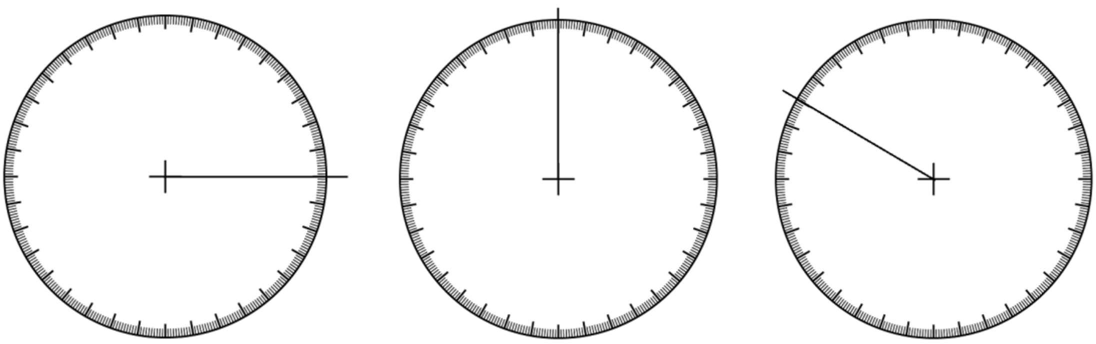
Raum und Form
Niveaustufe D

WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Herstellen von spitzen Winkeln | **32**

- Ergänze in jeder Abbildung den zweiten Schenkel des Winkels so, dass drei verschiedene **spitze Winkel** entstehen.
- Was musst du beim Erstellen des Winkels beachten? Beschreibe.



__________   __________   __________

- Ergänze jeweils die Größe deiner eingezeichneten Winkel.

Bild 35 „Skalierte Kreise mit einem Schenkel", LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Folgende Winkel sind keine **spitzen Winkel**.

- Zeige an den Beispielen, woran du das erkennen kannst.

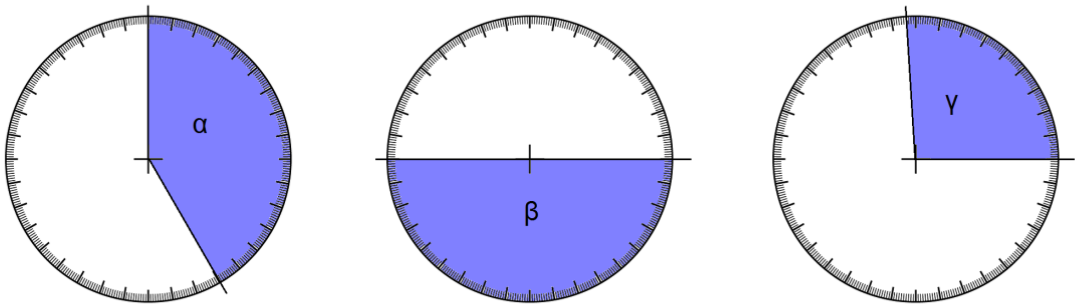
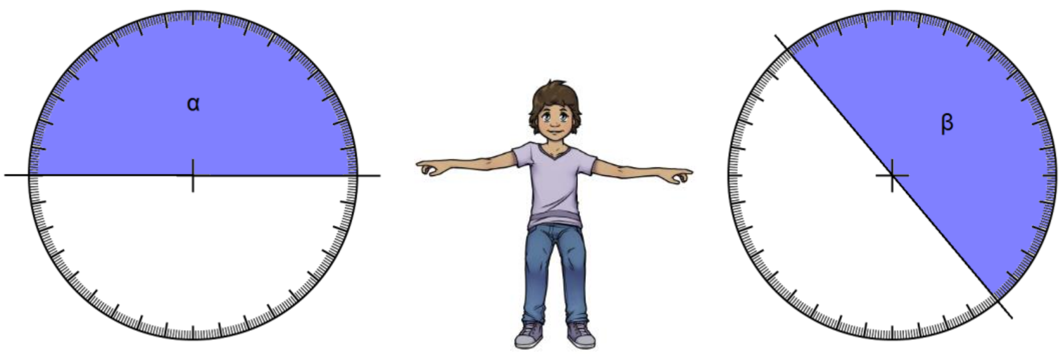


Bild 36 „Skalierte Kreise mit Winkeln", LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Diese Winkel werden **gestreckte Winkel** genannt.

- Vermute, warum diese Winkel gestreckte Winkel genannt werden.
- Auch hier gibt es zwei Schenkel und einen Scheitelpunkt. Zeige sie in jeder Abbildung.



Wie groß sind gestreckte Winkel immer?

- Lies ab und ergänze den Satz passend.

***Gestreckte Winkel** sind immer _______________ groß.*

Bild 37 „Skalierte Kreise mit gestreckten Winkeln", LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0
Bild 38 „Junge", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

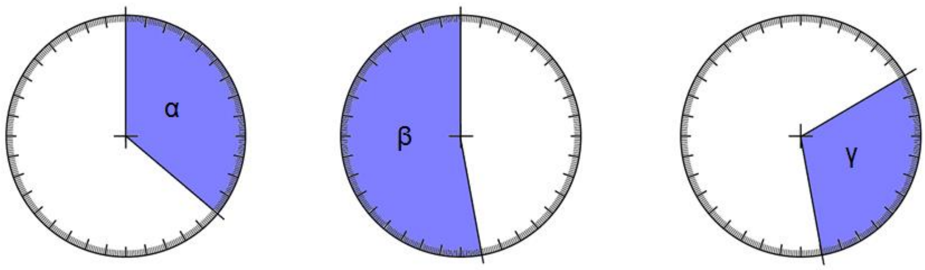
Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Bestimmen der Größe verschiedener stumpfer Winkel	**35**

Marie sagt:

Es gibt auch **stumpfe Winkel**. Man erkennt sie daran, dass sie größer als 90° und kleiner als 180° sind.

- Lies die Größe der einzelnen Winkel ab und ergänze.



α = ________ β = ________ γ = ________

- In welchen Abbildungen sind stumpfe Winkel dargestellt? Begründe.

Bild 39 „Mädchen“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0
Bild 40 „Skalierte Kreise mit Winkeln“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

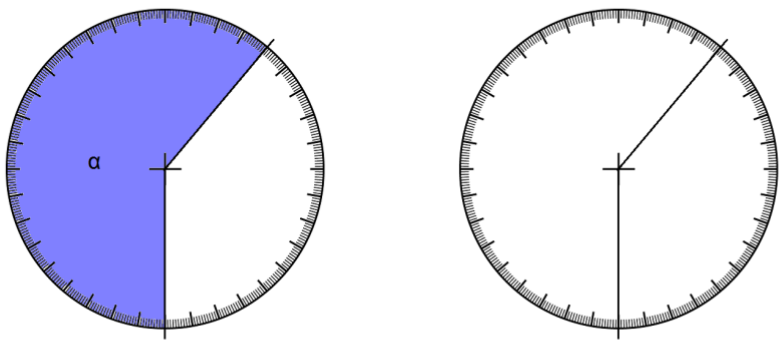
WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Finden von Fehlern beim Kennzeichnen eines stumpfen Winkels	**36**

Marlon hat einen stumpfen Winkel gezeichnet und farbig markiert.

- Erkläre, was er falsch gemacht hat.



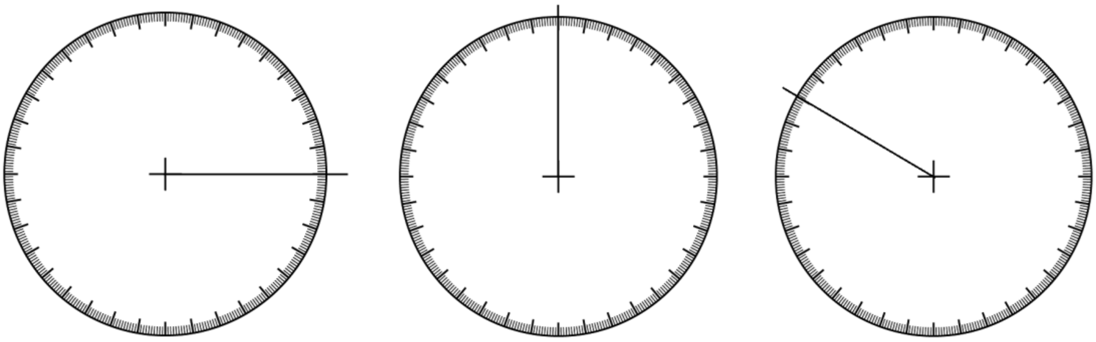
- Ergänze die zweite Abbildung so, dass man den stumpfen Winkel erkennt.

Bild 41 „Skalierte Kreise mit Winkeln“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Erstellen von stumpfen Winkeln und Ablesen der entstandenen Winkelgrößen **37**

- Ergänze in jeder Abbildung den zweiten Schenkel des Winkels so, dass drei verschiedene **stumpfe Winkel** entstehen.
- Was musst du beim Erstellen des Winkels beachten? Beschreibe.



__________ __________ __________

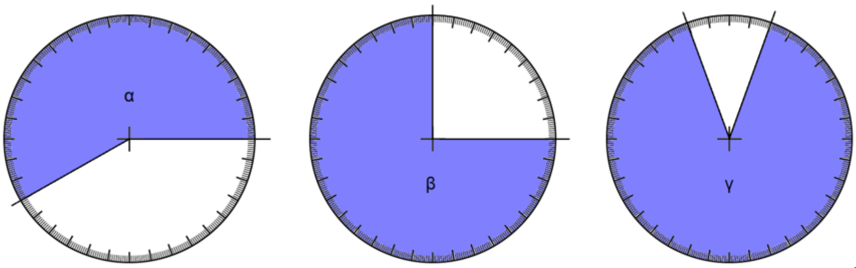
- Trage jeweils die Größe deiner eingezeichneten Winkel ein.
- Überprüfe, ob alle Winkel größer als 90° und kleiner als 180° sind.

Bild 42 „Skalierte Kreise mit einem Schenkel“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Bestimmen der Eigenschaften von überstumpfen Winkeln **38**

- Lies die Größe der Winkel ab und ergänze.



α = ________ β = ________ γ = ________

Diese Winkel werden **überstumpfe Winkel** genannt.

- Was fällt dir an der Größe der Winkel auf? Beschreibe.
- Welche Aussagen treffen zu? Kreuze an.

☐ *Überstumpfe Winkel sind immer kleiner als 180°.*

☐ *Überstumpfe Winkel sind immer größer als 180°.*

☐ *Überstumpfe Winkel sind größer als gestreckte Winkel.*

☐ *Überstumpfe Winkel sind kleiner als gestreckte Winkel.*

Bild 43 „Skalierte Kreise mit Winkeln“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

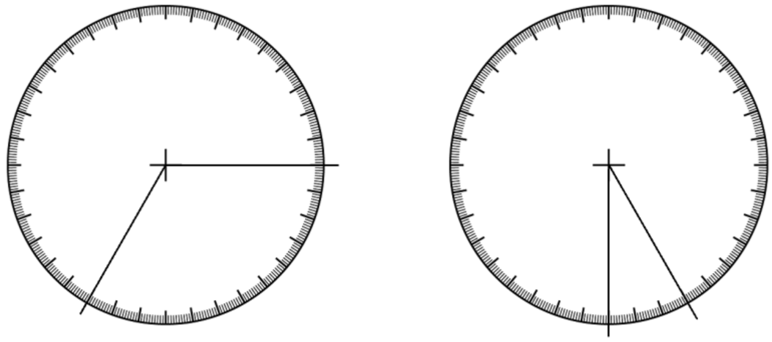
WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Kennzeichnen von überstumpfen Winkeln und Ableiten weiterer Winkelarten

39

- Kennzeichne in jeder Abbildung den überstumpfen Winkel farbig.



Welche weiteren Winkelarten kannst du in den Abbildungen noch erkennen?

- Zeige und benenne sie.

Bild 44 „Skalierte Kreise mit Winkeln", LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Zuordnen der Winkelart zum Bild und zur Eigenschaft

40

Immer drei Felder gehören zusammen.

- Verbinde sie miteinander.

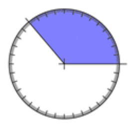
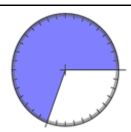
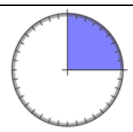
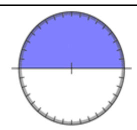
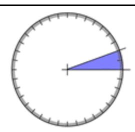
spitzer Winkel		... 180° groß
rechter Winkel		… kleiner als 90°
stumpfer Winkel		… größer als 180° und kleiner als 360°
gestreckter Winkel		… 90° groß
überstumpfer Winkel		… größer als 90° und kleiner als 180°

Bild 45 „Skalierte Kreise mit Winkeln", LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Zuordnen der passenden Winkelart zum Bild	41

- Schau dir in jeder Abbildung die grau eingefärbten Winkel genau an.
- Umkreise sie mit der passenden Farbe.

spitze Winkel: blau **rechte Winkel: rot**

stumpfe Winkel: grün **gestreckte Winkel: schwarz**

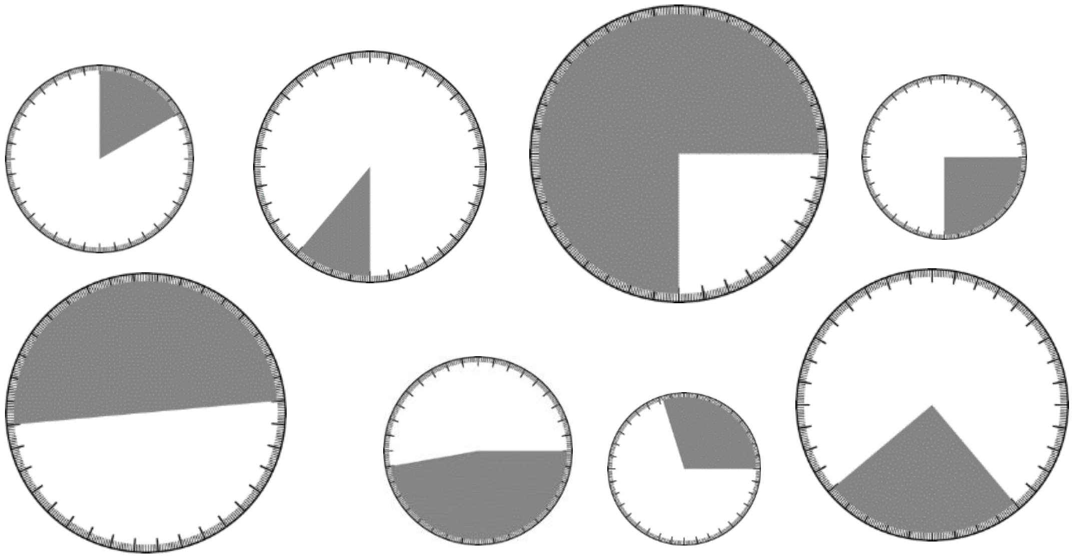


Bild 46 „Skalierte Kreise mit eingefärbten Winkeln", LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Darstellen verschiedener Winkelarten mithilfe der Winkelscheibe	42

Material: *fertig vorbereitete Winkelscheibe aus zwei gleich großen Kreisen*

- Stelle die Winkelscheibe so ein, …

- dass der rote Winkel ein spitzer Winkel ist.
- dass der rote Winkel ein rechter Winkel ist.
- dass der rote Winkel ein stumpfer Winkel ist.
- dass der rote Winkel ein gestreckter Winkel ist.
- dass der rote Winkel ein überstumpfer Winkel ist.

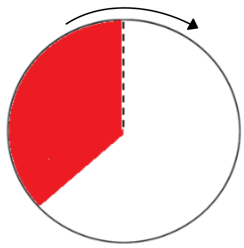
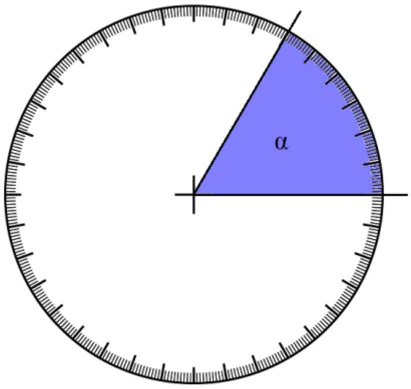


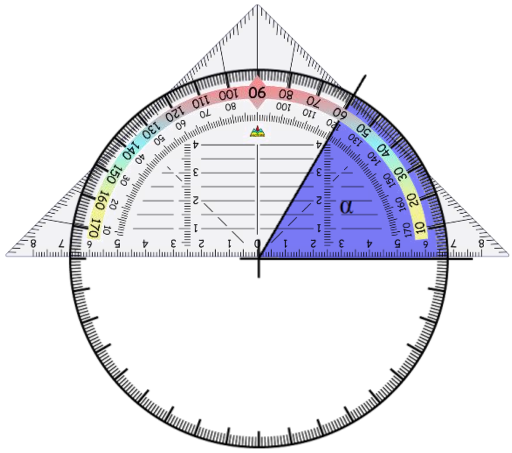
Bild 47 „Winkelscheibe", LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Ablesen der Winkelgröße am Winkelmesser und am Geodreieck

Material: *Geodreieck*

- Wie groß ist der Winkel in der Abbildung? Lies am Winkelmesser ab.





Max hat ein Geodreieck auf den Winkelmesser gelegt.

- Vergleiche nun die Größe deines abgelesenen Winkels mit den Angaben auf dem Geodreieck. Was stellst du fest?
- Probiere selbst. Lege dein Geodreieck auf den ersten Winkelmesser und lies die Zahl ab.

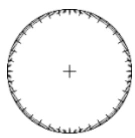
Bild 48 „Skalierte Kreise mit eingefärbten Winkeln“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0
Bild 49 „Geodreieck“, © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

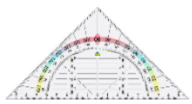
Zeigen der einzelnen Bestandteile des Geodreiecks

Material: *Geodreieck*

Man kann mit jedem Geodreieck die Größe von Winkeln messen,
da jedes Geodreieck einen Winkelmesser beinhaltet.

- Zeige den Winkelmesser am Geodreieck.





Die innere oder äußere Skala über dem Winkelmesser helfen dir, die Größe der Winkel zu bestimmen. Diese beiden Skalen gehen immer von **0° bis 180°**.

- Zeige die innere Skala und die äußere Skala des Winkelmessers am Geodreieck.
- Wo befindet sich bei jeder Skala 0° und wo 180°?
- Zeige an der äußeren Skala 70°.

  Fahre mit dem Finger den Winkelbogen von 0° bis 70° nach.
- Zeige auch 140° und fahre den Winkelbogen nach.
- Zeige an der inneren Skala 55° (110°, 160°).

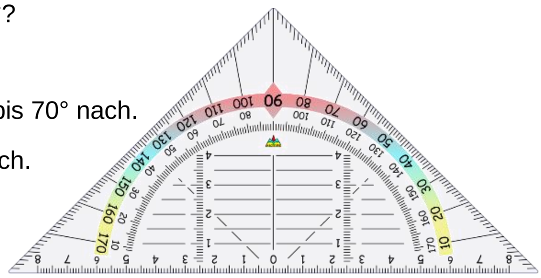


Bild 50 „Skalierter Kreis“, LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0
Bild 51 „Geodreieck“, https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726/, Zugriff: 07.09.2022

Messen von Winkeln mit dem Geodreieck mithilfe von Beschreibungen | **45**

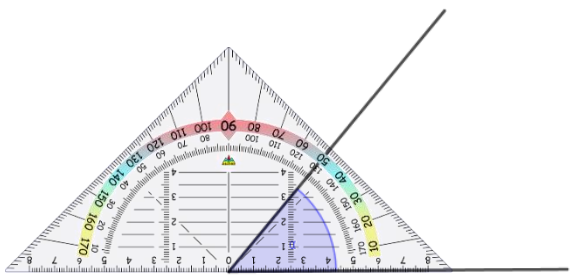
Material: *Geodreieck*

Luan sagt: „Wenn ich einen Winkel mit einem Geodreieck messe, muss ich darauf achten, dass die Null beim Geodreieck immer auf dem Scheitelpunkt des Winkels liegt."

- Zeige im ersten Bild, was Luan meint.

Anna antwortet: „Das stimmt. Du musst aber auch beachten, dass die untere Kante deines Geodreiecks genau auf einem Schenkel liegt und sich der Winkel innerhalb deines Geodreiecks befindet."

- Zeige im ersten Bild, was Anna meint.
- Lege dein Geodreieck so auf den zweiten Winkel, wie Luan und Anna es beschrieben haben.



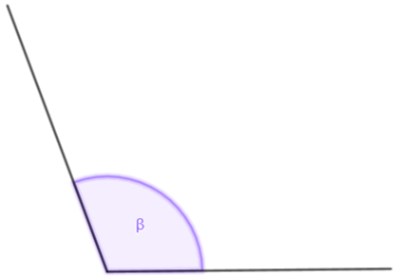


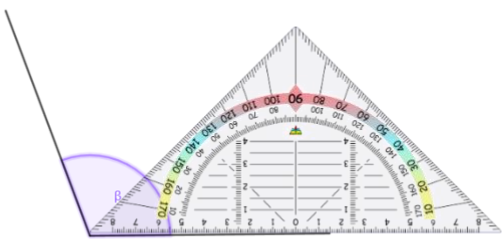
Bild 52 „Winkender Junge", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0
Bild 53 „Geodreieck", © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Finden von Fehlern beim Anlegen des Geodreiecks am Winkel | **46**

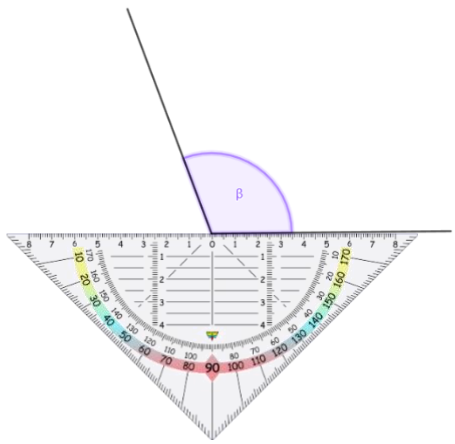
Ben, Joris und Hanna wollen die Größe der Winkel mithilfe des Geodreiecks bestimmen.

- Beschreibe, was die Kinder falsch gemacht haben.

Ben



Joris



Hanna

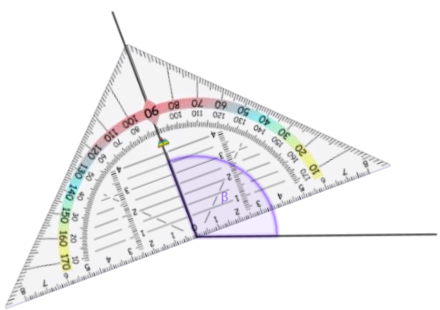
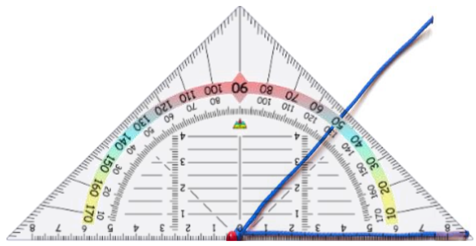


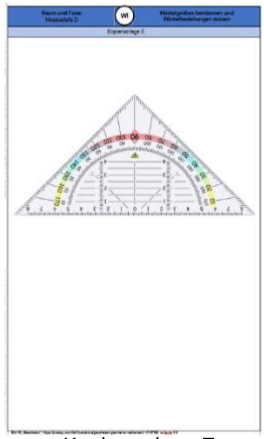
Bild 54 „Geodreiecke", © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Einstellen von Winkelgrößen am Geodreieck durch Drehbewegung

Material: *Kopiervorlage E, zwei gleich lange Schnüre, Reißzwecke, Pappe als Unterlage, Klebeband*

- Knote die beiden Schnüre aneinander und stecke die Reißzwecke durch den Knoten wie im Bild.
- Befestige die Reißzwecke auf dem Nullpunkt des abgebildeten Geodreiecks.
- Klebe eine Schnur (Schenkel) an der unteren Kante des Geodreiecks fest.
- Lege beide Schnüre (Schenkel) übereinander. Sie liegen beide bei 0°.
- Stelle nun durch Drehbewegung des freien Schenkels …
  - einen 50° großen Winkel ein.
  - einen 90° großen Winkel ein.
  - einen 140° großen Winkel ein.
- Welche Skala hast du dazu genutzt? Zeige sie.





Kopiervorlage E

Bild 55 „Geodreieck", © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726
Bild 56 „Reißzwecke mit Schnüren", Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Ablesen von Winkelgrößen

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Alex behauptet: „Ich kann die Größe des Winkels auch ablesen, wenn ich die Schnur an der unteren Kante in die linke Richtung befestige."

- An welcher Skala muss Alex nun die Größe seiner eingestellten Winkel ablesen? Beschreibe.
- Wie groß ist der Winkel, den Alex eingestellt hat? Lies ab.

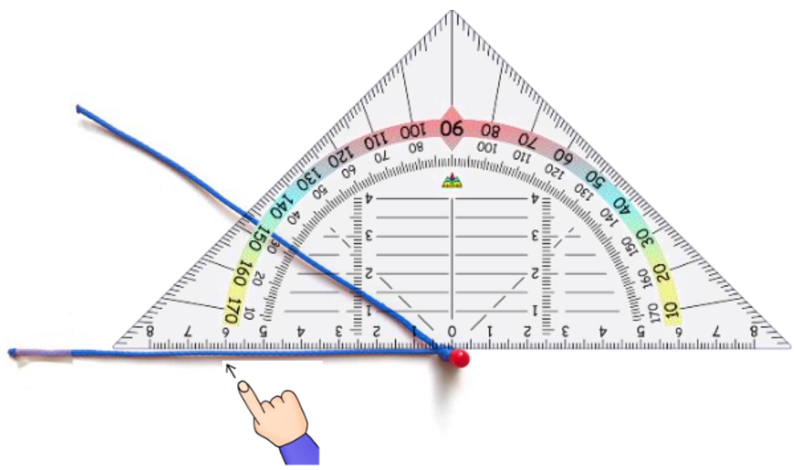


Bild 57 „Geodreieck", © mbnachhilfe_de, 2015 Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726
Bild 58 „ Reißzwecke mit Schnüren", Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0; Bild 59 „Zeigefinger", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

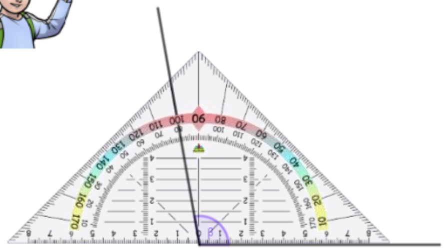
Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Auswählen und Begründen korrekter Vorgehensweisen beim Ablesen eines Winkels	**49**

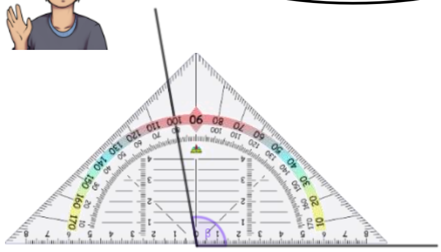
Luan und Anna wollen die Größe des **stumpfen Winkels** mithilfe des Geodreiecks ablesen.

- Was weißt du über die Größe von stumpfen Winkeln? Erzähle.

Luan sagt: Der Winkel ist 100° groß.



Anna sagt: Der Winkel ist 80° groß.



- Wer hat richtig abgelesen? Erkläre.

Bild 60-61 „Junge1“, „Junge 2“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0
Bild 62 „Geodreiecke“, © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Raum und Form
Niveaustufe D

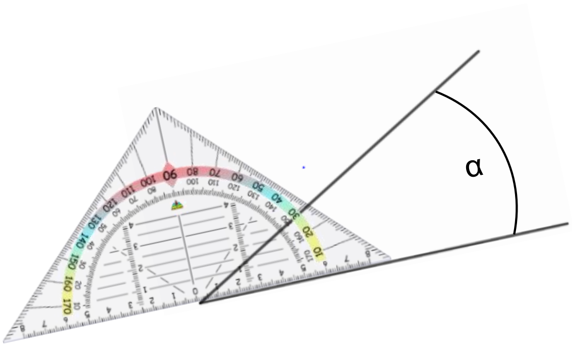
WI

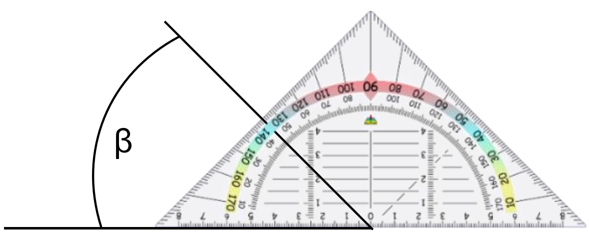
Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Bestimmen der Winkelart und der Winkelgröße	**50**

Wie groß sind die einzelnen Winkel?

- Gib für jeden Winkel zuerst die Winkelart an.
- Entscheide anhand der Winkelart, welche Skala du zum Ablesen nutzen musst.
- Gib die Größe der Winkel an.





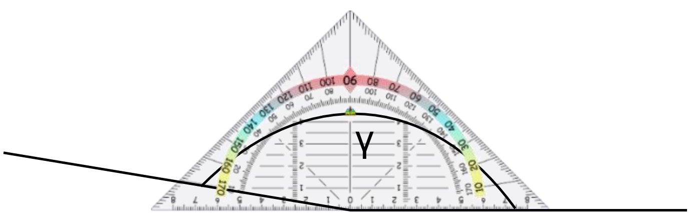


Bild 63 „Geodreiecke“, © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Raum und Form
Niveaustufe D

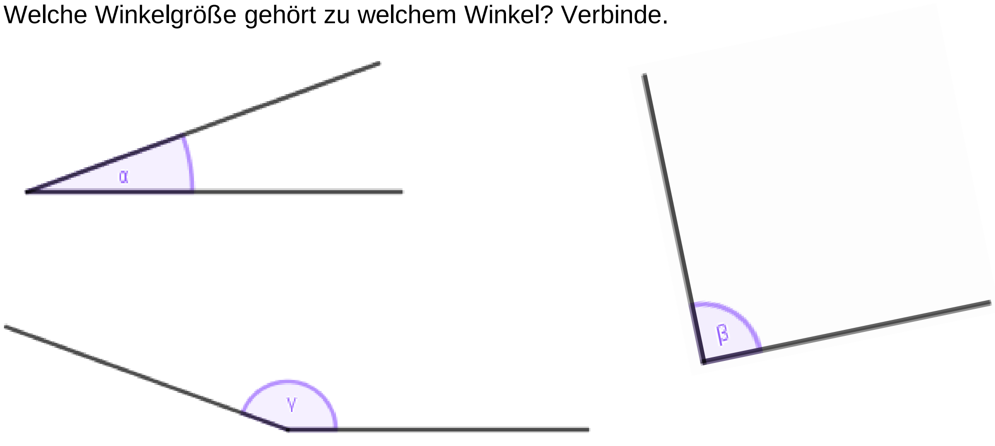
WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Messen von Winkeln und Zuordnen passender Größenangaben | **51**

Material: *Geodreieck*

- Miss mithilfe deines Geodreiecks die Größe der Winkel.
- Welche Winkelgröße gehört zu welchem Winkel? Verbinde.



160°	90°	30°	150°	20°

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Bestimmen von Winkelarten im Dreieck und Abmessen der Winkelgrößen | **52**

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Winkel kann man auch in geometrischen Figuren messen.

- Notiere zuerst für α, β und γ die Winkelart.
- Zeige, wie du das Geodreieck anlegen musst, um die anderen Winkel zu messen.
- Ergänze die Winkelgrößen.
- Überprüfe, ob deine Winkelgrößen mit der Winkelart übereinstimmen.

α ist ein ______________ Winkel.
α = _______ °

β ist ein ______________ Winkel.
β = _______ °

γ ist ein ______________ Winkel.
γ = _______ °

Bild 64 „Geodreieck“, © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Raum und Form
Niveaustufe D

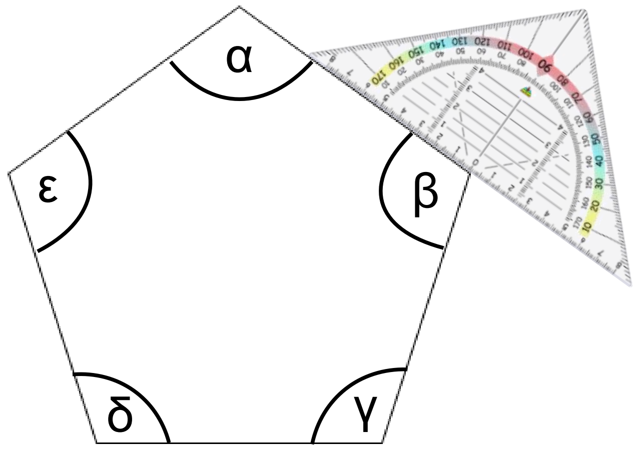
WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Finden von Fehlern beim Messen von Winkeln und Bestimmen der Winkelgrößen im Fünfeck	**53**

Max möchte die Größe der einzelnen Winkel im Fünfeck bestimmen.

- Beschreibe, was Max falsch gemacht hat.



- Miss die Größe der Winkel richtig. Trage die Größe der Winkel passend ein.

α = ______ β = ______ γ = ______ δ = ______ ε = ______

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

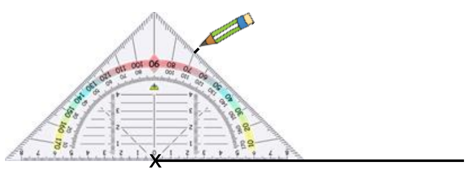
Beschreiben des Vorgehens beim Zeichnen von Winkeln	**54**

Lea möchte einen 70° großen Winkel zeichnen.

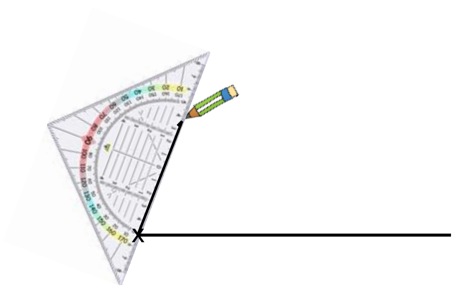
- Beschreibe anhand der Bilder, wie Lea den Winkel zeichnet.

1. Schritt:

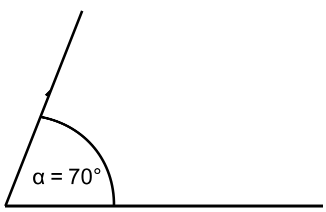
2. Schritt:



3. Schritt:



4. Schritt:



Zeichnen eines Winkels nach vorgegebener Schrittfolge

Material: *Geodreieck*

- Zeichne einen 150° Winkel nach den vorgegebenen Schritten.

1. Zeichne einen beliebig langen Schenkel und markiere den Scheitelpunkt.
2. Lege nun dein Geodreieck mit dem Nullpunkt am Scheitelpunkt und mit der unteren Kante am Schenkel an.
3. Suche an der passenden Skala 150°. Markiere die Stelle mit einem kleinen Strich.
4. Verbinde deinen gezeichneten Strich mit dem Scheitelpunkt, sodass ein zweiter Schenkel entsteht.
5. Markiere den entstandenen Winkel mit einem Winkelbogen.

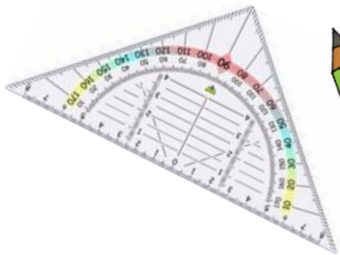


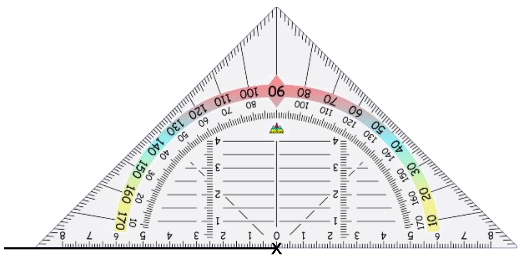
Bild 68 „Geodreieck", © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726
Bild 69 „Bleistift", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Beschreiben des Vorgehens beim Zeichnen eines Winkels und Ergänzen des Winkels

Material: *Geodreieck*

Mara möchte einen 85° großen Winkel zeichnen.

- Wie musst du beim Abmessen und Zeichnen vorgehen, wenn der Scheitelpunkt rechts am Schenkel liegt? Beschreibe am Bild.



- Ergänze das Bild zu einem 85°-Winkel.

x

Bild 70 „Geodreieck", © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726

Ergänzen des Winkels und Beschreiben der Vorgehensweise

57

Material: *Geodreieck*

- Ergänze das Bild zu einem 110° großen Winkel.
  Überlege vorher, an welcher Skala du ablesen musst.

- Beschreibe, wie du vorgehst.

Zeichnen vorgegebener Winkel und Erkennen von Besonderheiten

58

Material: *Geodreieck*

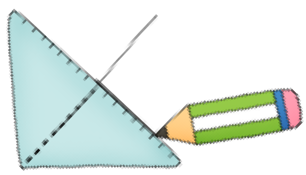
- Zeichne die verschiedenen Winkel.

20°

100°

180°

95°



Was fällt dir beim Zeichnen des 180°–Winkels auf.

- Beschreibe.

Bild 71 „Bleistift am Dreieck", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

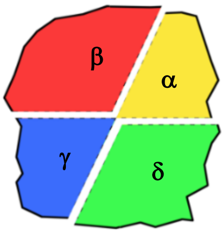
WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Herstellen von Scheitelwinkeln durch Falten und Erkennen von Besonderheiten	**59**

Material: *Reißpapier (Papier ohne gerade Kanten) und Buntstifte*

- Falte einen Winkel, der **nicht** rechtwinklig ist.
- Falte das Blatt auseinander.
- Färbe jeden Winkel unterschiedlich ein.
- Benenne die Winkel wie in der Vorlage mit Alpha (α), Beta (β), Gamma (γ) und Delta (δ).
- Schneide das Blatt an den Faltlinien auseinander.



- Sortiere die Winkel nach ihrer Größe. Was stellst du fest?
- Überprüfe deine Feststellung durch Ausmessen der Winkel.
  Trage die Winkelgrößen ein.

α = ______ β = ______ γ = ______ δ = ______

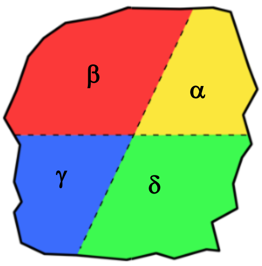
Bild 72 „Reißpapier“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Ermitteln von gleich großen Winkeln in einer Abbildung	**60**



- Welche Winkel sind gleich groß? Kreuze an.

☐ α und β
☐ α und γ
☐ α und δ
☐ β und γ
☐ β und δ
☐ γ und δ

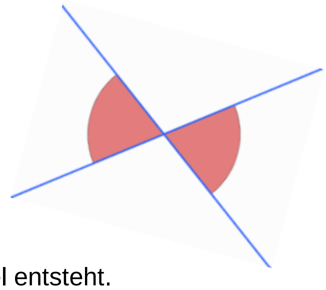
- Beschreibe die Lage der gleich großen Winkel.

Bild 73 „Reißpapier“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	**WI**	**Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen**
Erkennen von Scheitelwinkeln an geschnittenen Geraden und Zuordnen passender Aussagen		**61**

Material: *Lineal und Bleistift*

Wenn zwei Geraden sich schneiden, entstehen vier Winkel.
Die gegenüberliegenden Winkel heißen **Scheitelwinkel**.



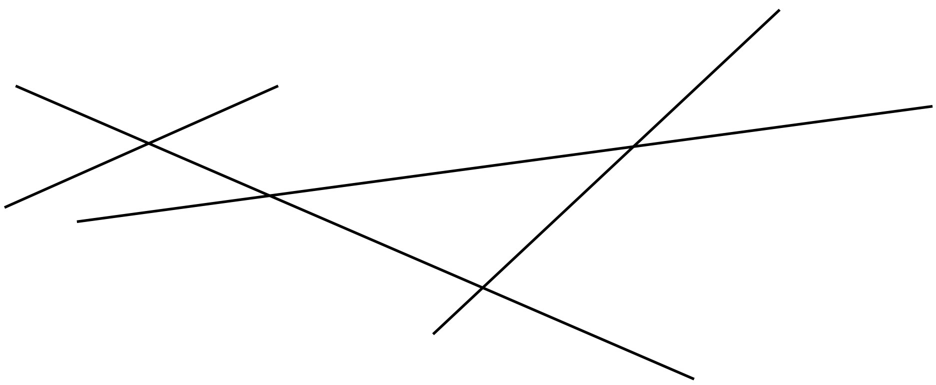
- Zeichne zwei sich schneidende Geraden so, dass kein rechter Winkel entsteht.
- Welche Winkel bilden Scheitelwinkel? Markiere diese Winkel mit der gleichen Farbe.
- Wie viele Scheitelwinkelpaare gibt es an zwei sich schneidenden Geraden?
- Welche Aussagen über die Winkelgröße von Scheitelwinkeln stimmen? Kreuze sie an.

  ☐ Die nebeneinanderliegenden Winkel sind gleich groß.
  ☐ Die gegenüberliegenden Winkel sind gleich groß.
  ☐ Scheitelwinkel haben einen gemeinsamen Schenkel.
  ☐ Scheitelwinkel haben den gleichen Scheitelpunkt.

Raum und Form Niveaustufe D	**WI**	**Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen**
Finden von Scheitelwinkelpaaren an sich schneidenden Geraden		**62**

Finde möglichst viele Scheitelwinkelpaare.

- Färbe jedes Scheitelwinkelpaar in einer anderen Farbe.



Raum und Form
Niveaustufe D

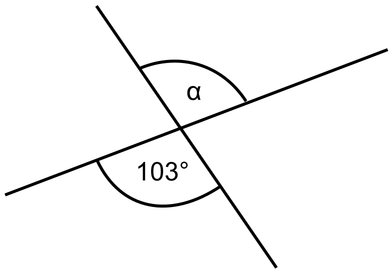
WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

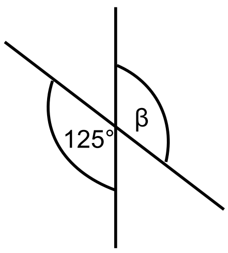
Bestimmen von Winkelgrößen anhand der Eigenschaften von Scheitelwinkeln	**63**

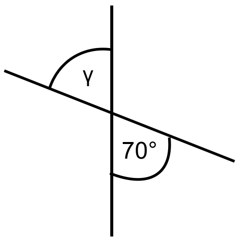
Anton sagt: „Ich weiß die Größe des Winkels Alpha (α), ohne den Winkel zu messen.“

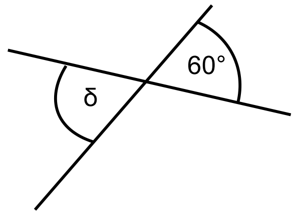
- Erkläre, was Anton meint.



- Gib die Winkelgrößen für Beta (β), Gamma (γ) und Delta (δ) an, ohne zu messen.





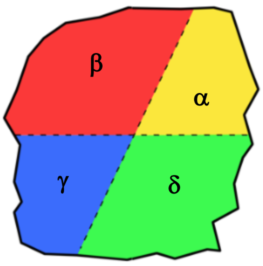


Raum und Form
Niveaustufe D

WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Finden von Winkelpaaren, die zusammen einen gestreckten Winkel ergeben	**64**



In der Abbildung gibt es immer zwei Winkel, die **zusammen 180°** groß sind.

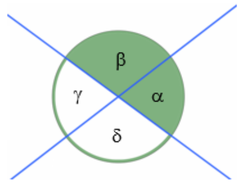
- Welche Winkel sind zusammen 180 Grad groß?
  Zeige sie und beschreibe, woran du das erkannt hast.
- Kreuze die richtigen Aussagen an.

☐ α + β = 180°
☐ α + γ = 180°
☐ α + δ = 180°
☐ β + γ = 180°
☐ β + δ = 180°
☐ γ + δ = 180°

Bild 74 „Reißpapier“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word, cc by sa 4.0
Bild 75 „Junge“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Erkennen von Nebenwinkeln an geschnittenen Geraden und Ergänzen der Eigenschaft | **65**

Material: *Lineal und Bleistift*



Wenn zwei Geraden sich schneiden, entstehen vier Winkel.
Die nebeneinanderliegenden Winkel heißen **Nebenwinkel**.

- Zeichne zwei sich schneidende Geraden so, dass kein rechter Winkel entsteht.
- Benenne die Winkel mit Alpha (α), Beta (β), Gamma (γ) und Delta (δ).
- Welche Winkel bilden Nebenwinkel? Schreibe alle Nebenwinkelpaare auf.
- Ergänze den Satz passend.

Nebenwinkel sind zusammen immer ____________ groß.

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

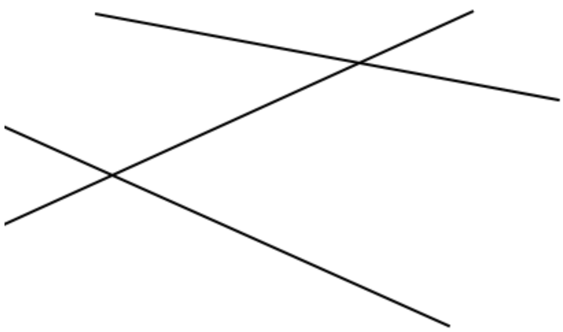
Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Hinterfragen von Aussagen zu Scheitel- und Nebenwinkeln | **66**

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Jan möchte **alle** Nebenwinkelpaare in der gleichen Farbe einfärben.

Sarah sagt: Man kann **alle** Scheitelwinkelpaare in der **gleichen** Farbe einfärben. Bei den Nebenwinkelpaaren geht das nicht.



- Probiere, alle Nebenwinkelpaare in der gleichen Farbe zu färben.
- Was stellst du fest? Nimm Bezug zu Sarahs Aussage.

Raum und Form Niveaustufe D	**WI**	**Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen**

Zuordnen der passenden Eigenschaften von Neben- und Scheitelwinkeln	**67**

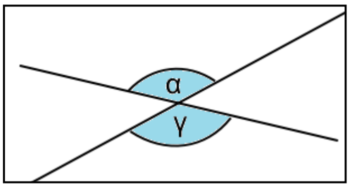
- Verbinde passend.

Nebenwinkel …

Scheitelwinkel …

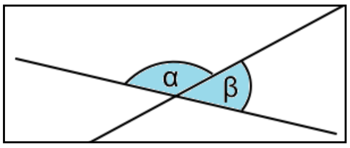
liegen sich gegenüber.

sind zusammen 180°.



liegen nebeneinander.

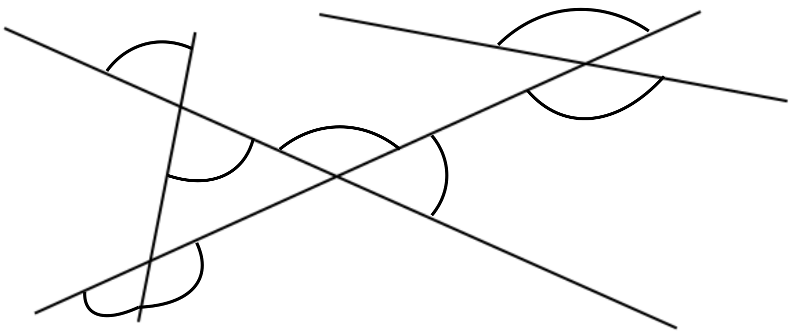
sind gleich groß.



Raum und Form Niveaustufe D	**WI**	**Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen**

Erkennen von Neben- und Scheitelwinkeln an sich schneidenden Geraden	**68**

An den sich schneidenden Geraden wurden einige Winkel durch einen Winkelbogen markiert.



Welche der gekennzeichneten Winkel sind Scheitelwinkel?

- Färbe die Scheitelwinkel gelb.

Welche der gekennzeichneten Winkel sind Nebenwinkel?

- Färbe die Nebenwinkel grün.
- Finde weitere Scheitelwinkel und Nebenwinkel an den sich schneidenden Geraden. Zeige und benenne sie.

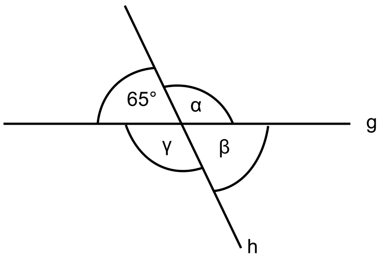
Raum und Form
Niveaustufe D

WI

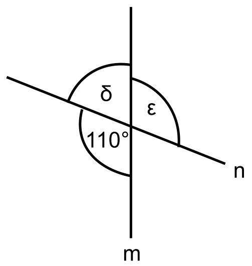
Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Bestimmen von Winkelgrößen anhand der Eigenschaften von Neben- und Scheitelwinkeln | **69**

- Gib die Größen der Winkel an, ohne zu messen.
- Erkläre, wie du die Winkelgrößen ermitteln kannst.



α = ______ β = ______ γ = ______



δ = ______ ε = ______

Raum und Form
Niveaustufe D

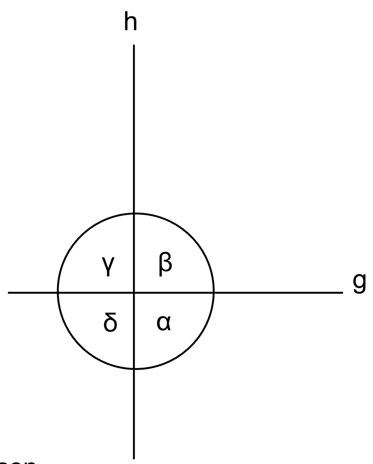
WI

Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Bestimmen von Winkelgrößen an senkrechten Geraden und Beschreiben von Besonderheiten | **70**

Zwei Geraden stehen senkrecht zueinander.

- Zeige die Scheitelwinkel.
- Zeige die Nebenwinkel.



- Gib die Größe der Winkel an, ohne zu messen.
- Was stellst du fest?

Raum und Form
Niveaustufe D

WI

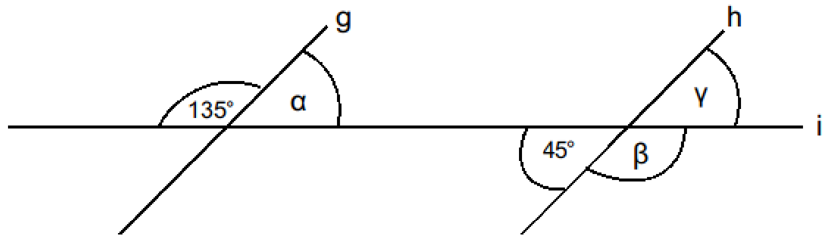
Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Bestimmen von Winkelgrößen durch Erkennen von Winkelbeziehungen | **71**

Zwei **parallele Geraden** g und h schneiden die Gerade i.

Wie groß sind die Winkel α, β und γ?

- Gib ihre Größen an, ohne zu messen.
- Beschreibe, wie du vorgehst.



α = __________ β = __________ γ = __________

- Markiere die fehlenden Winkel und gib ebenfalls ihre Größe an.
- Vergleiche alle Winkelgrößen miteinander.
  Was stellst du fest?

Raum und Form
Niveaustufe D

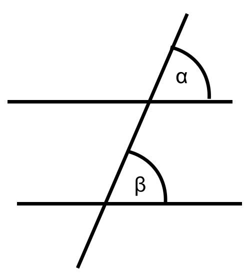
WI

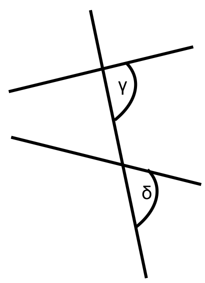
Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen

Beschreiben der Lage von Stufenwinkeln an geschnittenen Geraden | **72**

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Werden zwei Geraden von einer weiteren Geraden geschnitten, so entstehen Stufenwinkel.





Alpha und Beta sind Stufenwinkel.

Delta und Gamma sind ebenfalls Stufenwinkel.

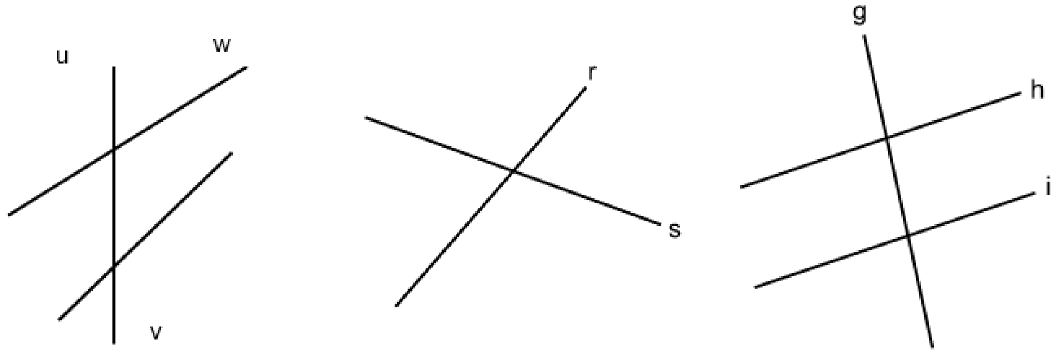
- Vermute, warum diese Winkel Stufenwinkel genannt werden.
- Beschreibe die Lage von Stufenwinkeln.

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen
Markieren von Stufenwinkeln		73

Material: *Geodreieck*

In welcher der Abbildungen gibt es Stufenwinkel? Zeichne sie ein.

- Begründe deine Entscheidung.

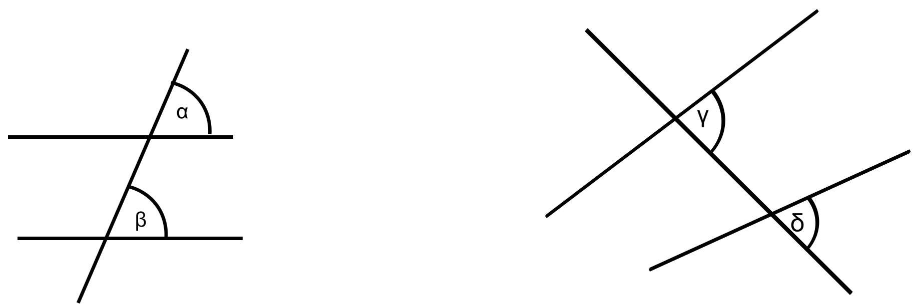


- Markiere alle Stufenwinkel in der gleichen Farbe.
- In welcher Abbildung sind die Stufenwinkel gleich groß? Finde eine Erklärung.

Raum und Form Niveaustufe D	WI	Winkelgrößen bestimmen und Winkelbeziehungen nutzen
Messen der Größe von Stufenwinkeln und Auswählen passender Eigenschaften		74

Material: *Geodreieck*

- Miss die Größe der Stufenwinkel.

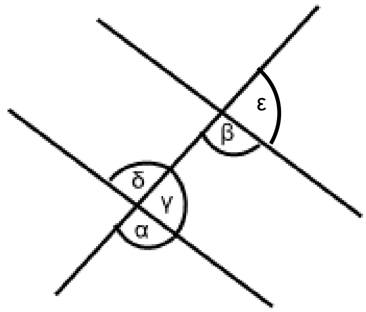


α = ______ und β = ______ γ = ______ und δ = ______

- Welche Aussage stimmt? Markiere sie farbig.

Zuordnen von Aussagen zu abgebildeten Winkeln und Bestimmen der Winkelgrößen | **75**

- Ordne die Aussagen der Kinder den passenden Winkeln zu.



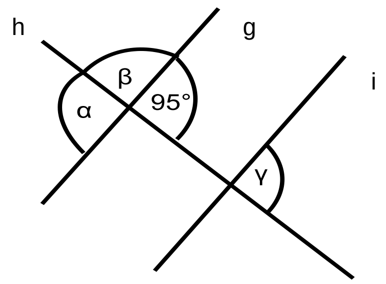
- Bestimme die Größe der anderen drei Winkel.

α = 100° β = ______ γ = ______ δ = ______ ε = _____

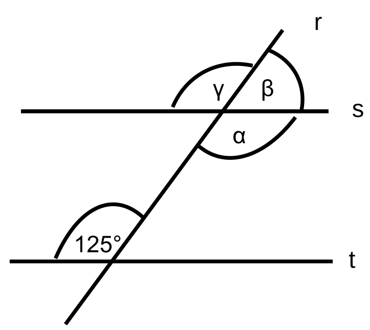
Bild 78 „Mädchen“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Erkennen von Winkelbeziehungen an Geradenkreuzungen und Ableiten der Winkelgrößen | **76**

- Ermittle die Winkelgrößen ohne zu messen und schreibe sie auf.



g ∥ i

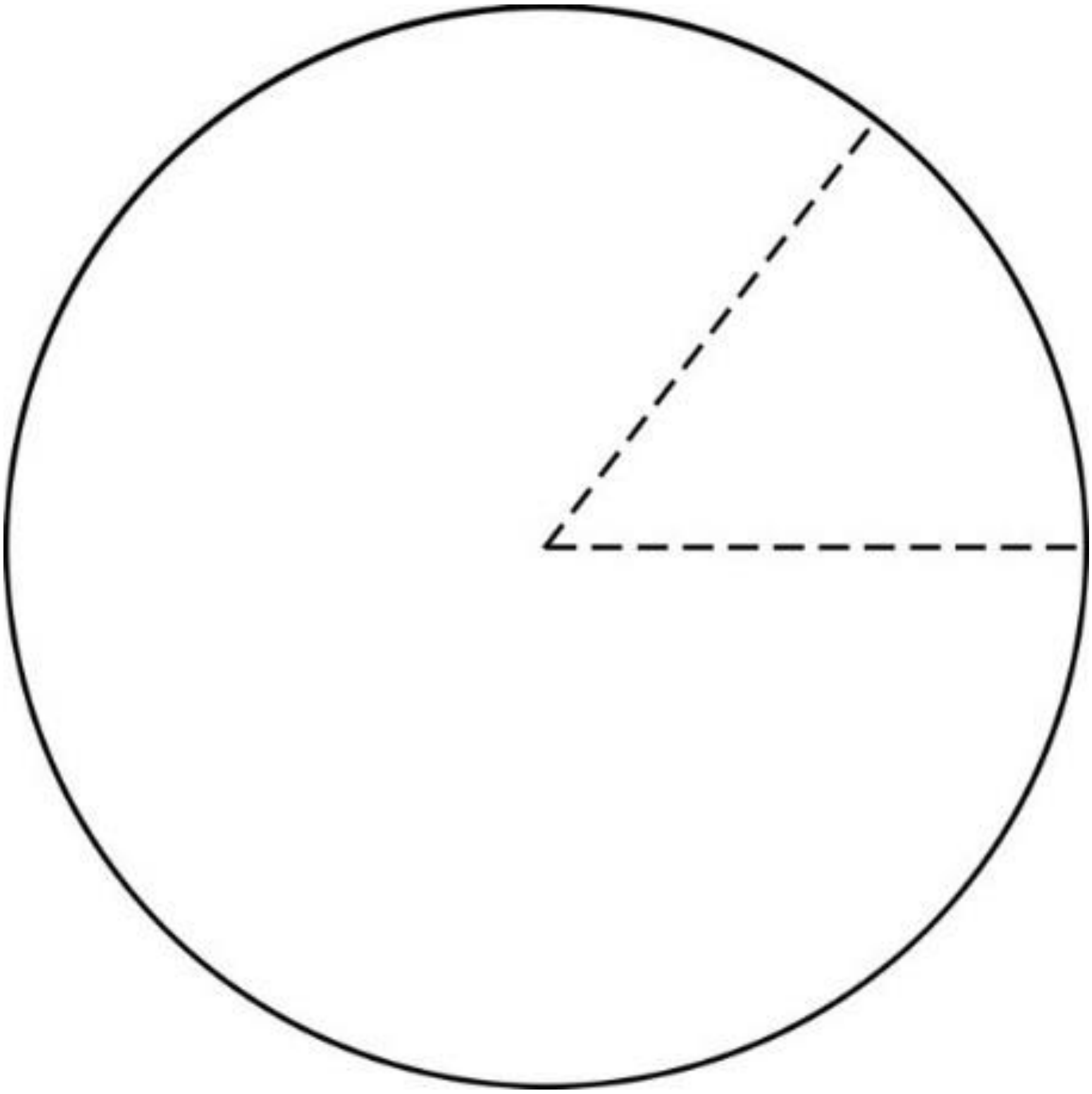


s ∥ t

α = _____   α = _____

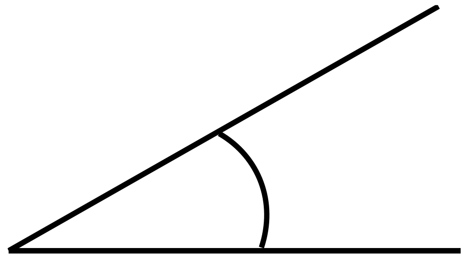
β = _____   β = _____

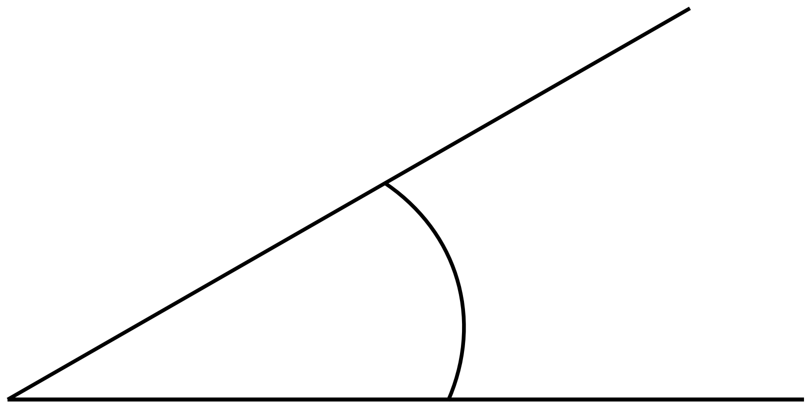
γ = _____   γ = _____

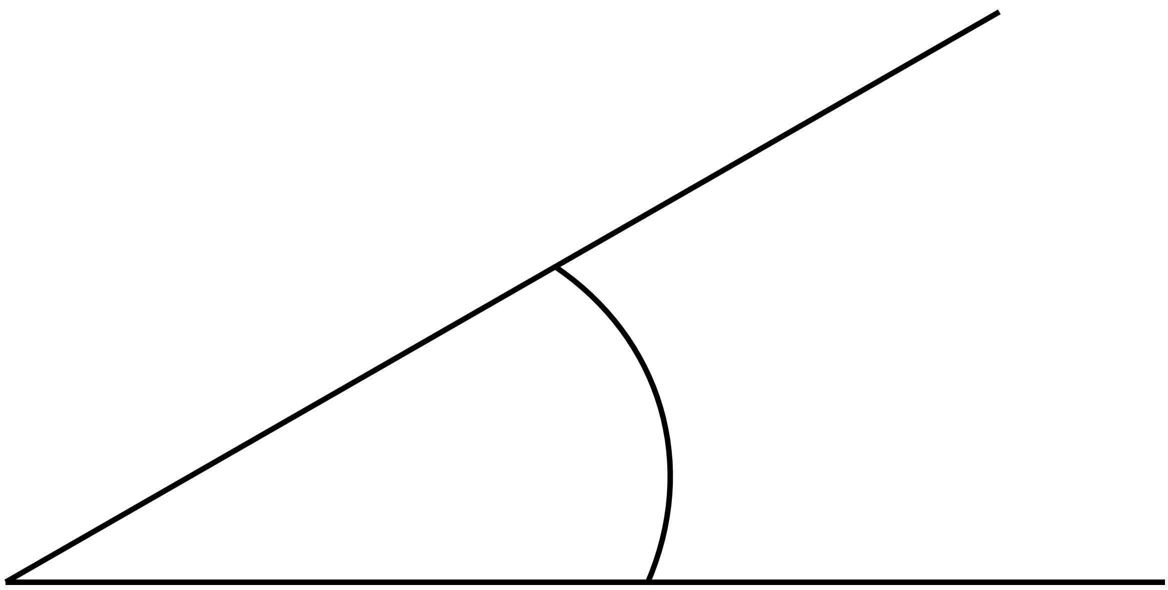


Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage B

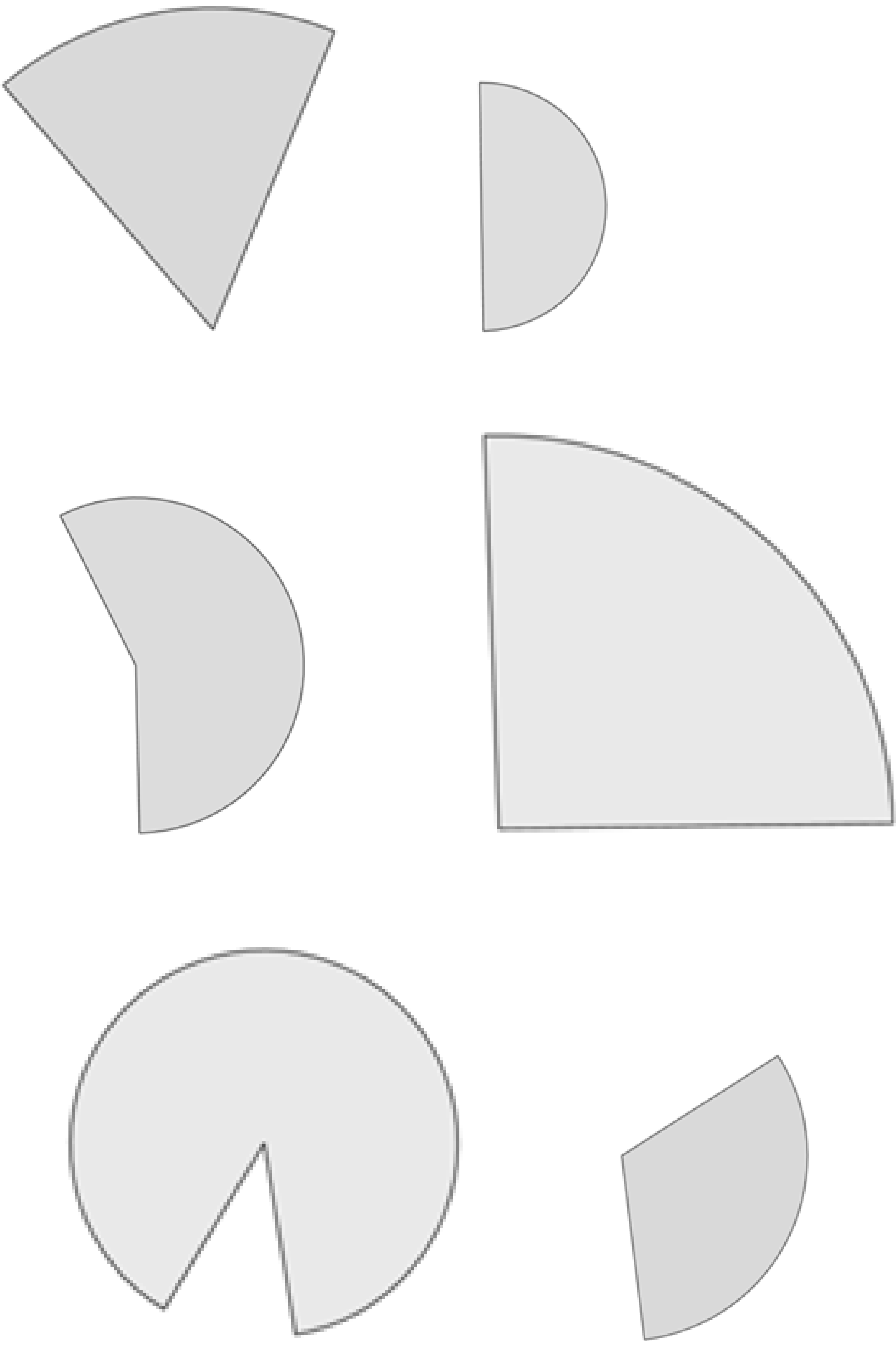






Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

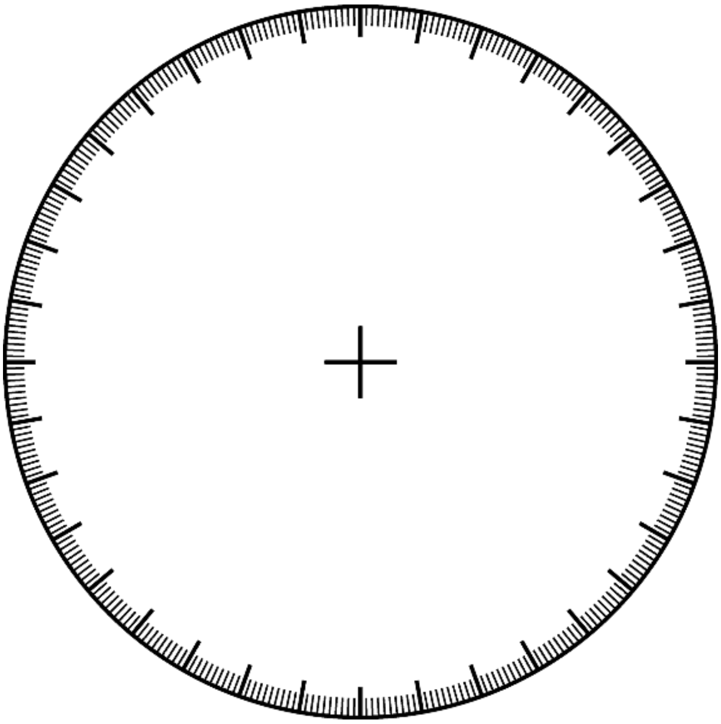
Kopiervorlage C



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Bild 13 „Kreisausschnitte", erstellt durch LISUM, cc by sa 4.0

Kopiervorlage D



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Bild 20 „Skalierter Kreis", LISUM, 2022, erstellt mit Photoshop und MS Word, cc by sa 4.0

Kopiervorlage E

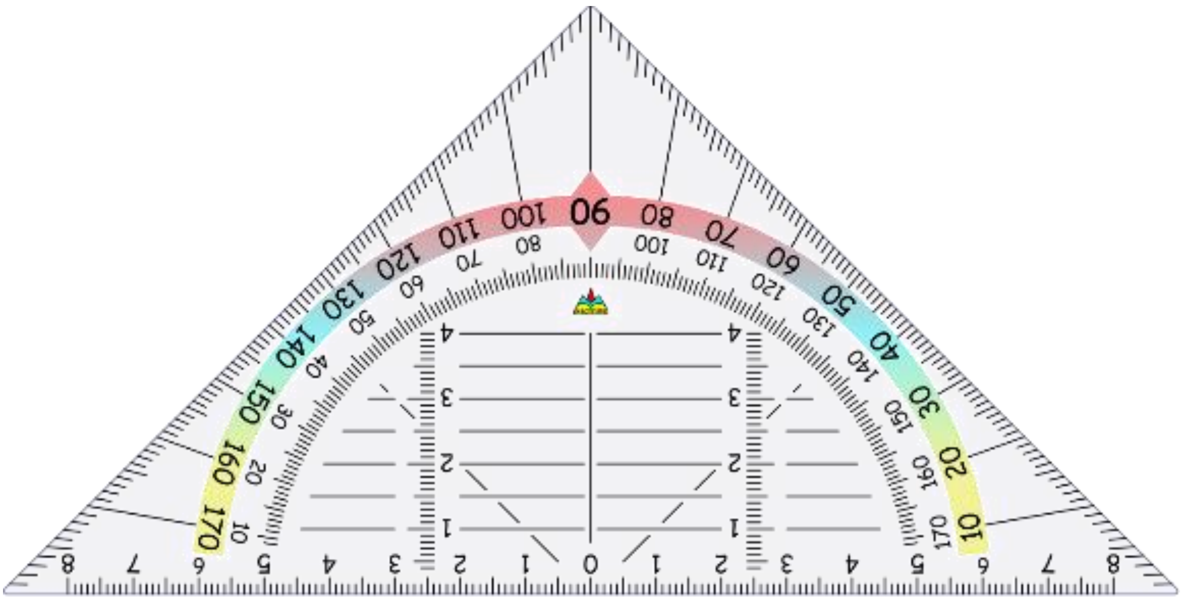


Bild 49 *„Geodreieck“*, © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726, Zugriff: 07.09.2022

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Darum geht es

„Die Fähigkeiten, den Raum und räumliche Objekte wahrzunehmen, sich darin und mit ihnen zu orientieren sowie konkret und gedanklich im Raum und mit räumlichen Objekten zu operieren, ist grundlegend für einen erfolgreichen Umgang in alltäglichen und schulischen Situationen. Insbesondere „stellt die Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens eines der Hauptziele des Geometrieunterrichts dar“ (Franke & Reinhold, 2016, S. 39).
Beim räumlichen Vorstellungsvermögen werden räumliche Objekte gedanklich repräsentiert und verändert. Räumliche Fähigkeiten können vor allem in drei Bereiche gegliedert werden (Schulz, 2015, S. 23). Diese hängen zusammen und können – beispielsweise zur Gestaltung von Fördermaßnahmen – noch weiter spezifiziert werden:

- *Beziehungen zwischen Objekten werden erfasst bzw. vorgestellt. Wurde ein Objekt (gedanklich) gedreht oder gespiegelt? Beispiele: Überprüfen auf Schubsymmetrie (über gedankliches Verschieben der Grundfigur), auf Drehsymmetrie (durch gedankliches Rotieren).*
- *Gedankliches Operieren mit Objekten (Falten, Zerlegen, Verschieben), die somit ihre räumliche Beziehung zu anderen Objekten ändern. Beispiele: Eine Figur durch mentale Drehung drehsymmetrisch ergänzen, gedankliches Umbauen eines Würfelbauwerks, gedankliches Aufklappen eines Körpernetzes.*

Räumliches Orientieren: Orientierung im wahrgenommenen Raum sowie gedankliches Hineinversetzen in andere Perspektiven. Beispiele: Wo sehe ich das Fenster? Wo sieht mein Gegenüber das Fenster: rechts oder links? Orientierung auf Lageplänen. Ohne Raumvorstellung sind grundlegende Situationen des Alltags nicht zu bewältigen: Wie wird sich ein fahrendes Auto weiterbewegen? Wie gelingt eine Orientierung auf Landkarten und Plänen? Auch im Unterricht greifen Inhalte jenseits des Mathematikunterrichts auf räumliche Kompetenzen zurück: Im Sachunterricht werden räumliche Situationen zweidimensional im Bild dargestellt, beim Sport findet eine Orientierung an Markierungen etc. statt. Selbstverständlich sind tragfähige Kompetenzen zur Raumvorstellung unverzichtbar für ein erfolgreiches Weiterlernen im Geometrieunterricht. Das konkrete und zunehmend auch gedankliche In-Beziehung-Stellen geometrischer Objekte ist ein Leitgedanke des Geometrieunterrichts (Franke & Reinhold, 2016, S. 80).“ (LISUM, 2019. Handbuch ILeA plus, cc by nd 4.0, S. 193 bis 194)

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Nachbauen von Bauwerken und Umlegen zu einem Würfel
2. Nachbauen eines Bauwerks und Ergänzen zu einem Würfel
3. Nachbauen eines Bauwerks und Ergänzen zu einem Quader
4. Auslegen eines Quadrats mit verschiedenen Würfelbausteinen
5. Auslegen eines quadratischen Kartons mit verschiedenen Würfelbausteinen
6. Erkennen deckungsgleicher ebener Figuren
7. Überprüfen ebener Figuren auf Kongruenz
8. Unterscheiden kongruenter und nicht kongruenter Bilder
9. Erkennen der Kongruenz von Original und Bild bei Spiegelung, Verschiebung und Drehung
10. Erkennen des Erhaltens der Kongruenz beim Verschieben, Spiegeln und Drehen
11. Überprüfen verschiedener Buchstaben auf Kongruenz
12. Herstellen eines Prismanetzes und Beschreiben seiner Eigenschaften
13. Beschreiben des Netzes eines dreiseitigen Prismas mit geeigneten Begriffen
14. Falten eines Prismanetzes und Beschreiben des Vorgehens mit vorgegebenen Wortbausteinen
15. Erkennen der Eigenschaften von Prismen und ihren Netzen
16. Erkennen der Eigenschaften von Prismanetzen
17. Überprüfen von Eigenschaften eines Prismanetzes und Finden von Fehlern
18. Erstellen eines Prismanetzes aus ebenen Figuren
19. Erkennen korrekter Netze eines dreiseitigen Prismas
20. Erkennen der Eigenschaften von Netzen sechsseitiger Prismen
21. Zuordnen verschiedener Körpernetze zu den dazugehörigen Prismen
22. Erkennen der Grund- und Deckfläche bei Netzen verschiedener Prismen
23. Ergänzen und Vervollständigen von Körpernetzen verschiedener Prismen
24. Erkennen korrekter Prismanetze
25. Falten und Vergleichen verschiedener Kegel
26. Zuordnen verschiedener Körpernetze zu den dazugehörigen Kegeln
27. Erkennen korrekter Kegelnetze
28. Falten eines Pyramidennetzes
29. Erkennen der Eigenschaften von Pyramiden und ihren Netzen
30. Erkennen korrekter Pyramidennetze

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

31. Ergänzen und Vervollständigen von Körpernetzen verschiedener quadratischer Pyramiden
32. Zuordnen verschiedener Körpernetze zu den dazugehörigen Körpern
33. Herstellen eines Zylinders und des zugehörigen Zylindernetzes
34. Ergänzen und Vergleichen verschiedener Zylindernetze
35. Erkennen korrekter Zylindernetze
36. Zuordnen verschiedener Körpernetze zu den dazugehörigen Zylindern

Übersicht über die Kopiervorlagen

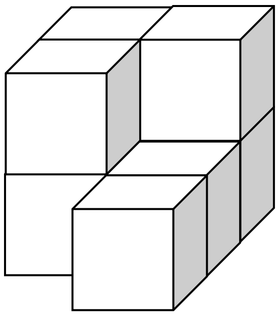
Kopiervorlage A
Kopiervorlage B
Kopiervorlage C
Kopiervorlage D
Kopiervorlage E
Kopiervorlage F
Kopiervorlage G

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Nachbauen von Bauwerken und Umlegen zu einem Würfel	**1**

Material: *Würfel*

- Baue die Bauwerke mit den Würfeln nach.
- Lege Würfel so um, dass ein großer Würfel entsteht.



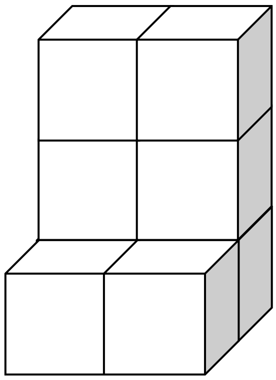


Bild 1 „ Würfelbauwerke“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Nachbauen eines Bauwerks und Ergänzen zu einem Würfel	**2**

Material: *Würfel*

- Baue das Würfelbauwerk nach.
- Ergänze es zu einem Würfel.
- Worauf musst du achten? Beschreibe.

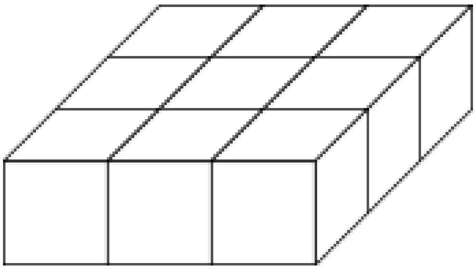


Bild 2 „Würfelbauwerk“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Nachbauen eines Bauwerks und Ergänzen zu einem Quader | **3**

Material: *Würfel*

- Baue das Würfelbauwerk nach.
- Ergänze es zu einem Quader.
- Benutze möglichst wenig Würfel.

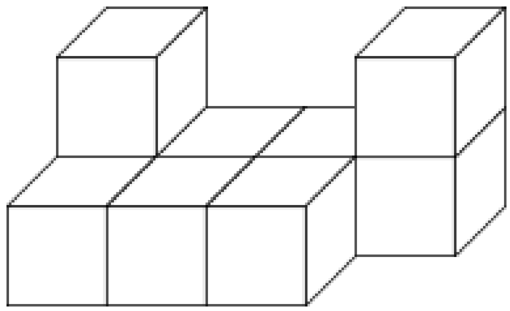


Bild 3 „Würfelbauwerk“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

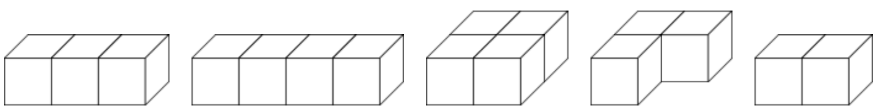
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

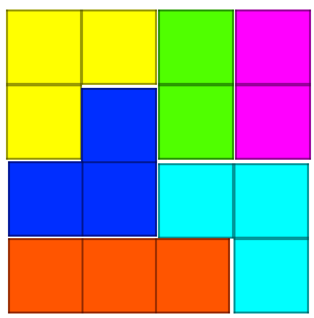
Auslegen eines Quadrats mit verschiedenen Würfelbausteinen | **4**

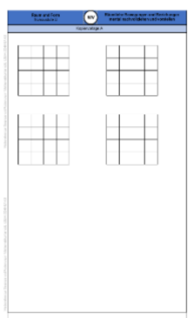
Material: *Kopiervorlage A*

Hier siehst du verschiedene Bausteine, die aus fest verbundenen Würfeln bestehen.
Mia hat einige Bausteine in einen Karton gelegt. Manche Bausteine hat sie mehrmals verwendet.



Das ist Mias Ansicht von oben in den Karton:





Kopiervorlage A

- Welche Teile hat Mia benutzt? Zeige.
- Finde andere Möglichkeiten, den Karton auszufüllen.
- Nutze die Kopiervorlage und zeichne die einzelnen Teile ein.
  Verwende verschiedene Farben für die einzelnen Teile.

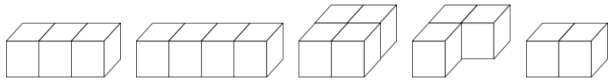
Bild 4 „ Würfelbauwerke“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	**WV**	**Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen**

Auslegen eines quadratischen Kartons mit verschiedenen Würfelbausteinen	**5**

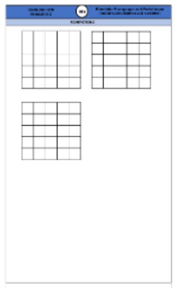
Material: *Kopiervorlage B*



Hier siehst du verschiedene Bausteine.

In einen Karton passen insgesamt 25 kleine Würfel.

Tipp:
Jeder Baustein darf mehrfach benutzt werden.



Kopiervorlage B

- Finde Möglichkeiten, den Karton auszufüllen.
- Zeichne die einzelnen Teile auf das 5x5 Raster in der Kopiervorlage ein. Verwende verschiedene Farben für die einzelnen Teile.

Bild 5 „Würfelbauwerke", LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0
Bild 6 „Würfelkisten", Foto LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

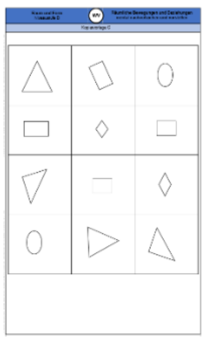
Raum und Form Niveaustufe D	**WV**	**Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen**

Erkennen deckungsgleicher ebener Figuren	**6**

Material: *Kopiervorlage C (bereits ausgeschnittene Figuren)*

Welche ebenen Figuren kannst du genau übereinanderlegen, ohne dass etwas übersteht?

- Überprüfe.



Kopiervorlage C

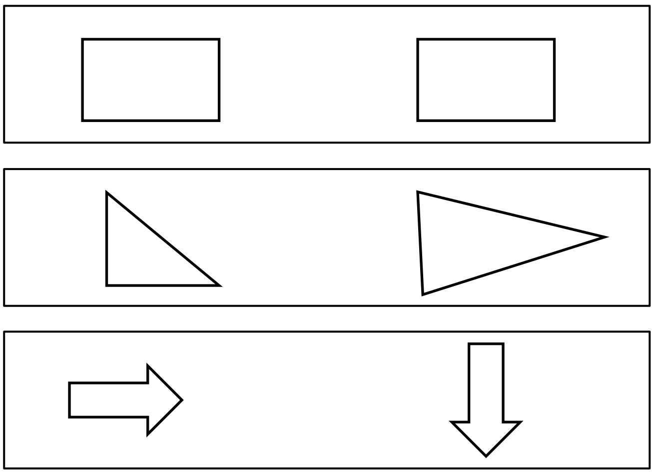
Raum und Form Niveaustufe D	**WV**	**Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen**

Überprüfen ebener Figuren auf Kongruenz	**7**

Susi sagt: „Wenn man die ebenen Figuren genau aufeinanderlegen kann, ohne dass etwas übersteht, dann nennt man sie **deckungsgleich** (kongruent).“

- Entscheide, ob diese ebenen Figuren kongruent sind. Begründe.

kongruent bedeutet **deckungsgleich**



Raum und Form Niveaustufe D	**WV**	**Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen**

Unterscheiden kongruenter und nicht kongruenter Bilder	**8**

Das ist Fred, der kleine Fisch. Schau dir die Bilder genau an.

- Kreise alle kongruenten Bilder von Fred rot ein.
- Begründe, warum die anderen Bilder nicht kongruent sind.

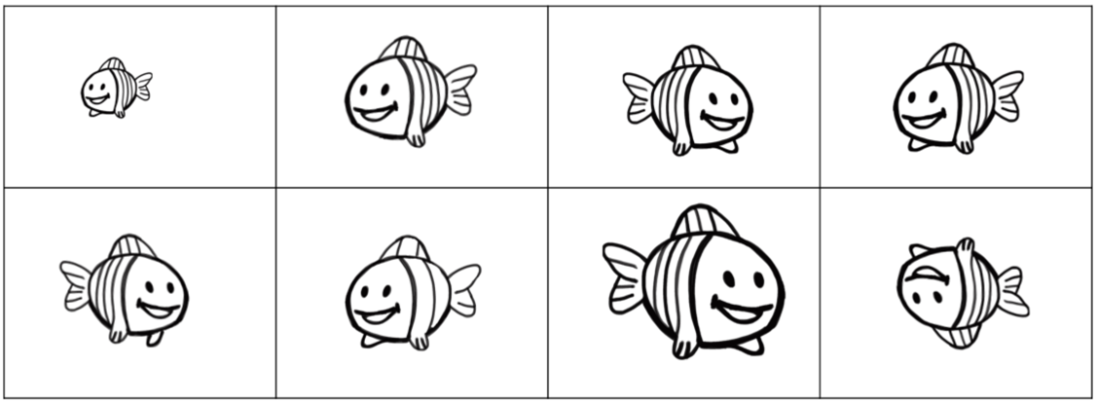
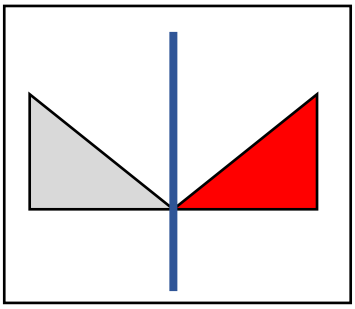
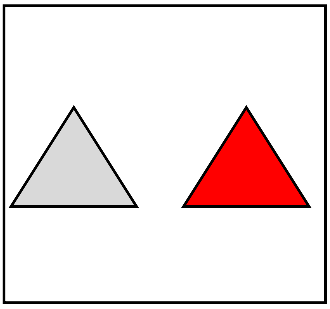
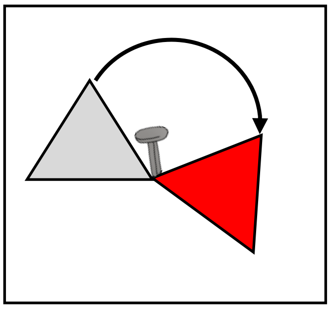


Bild 7 „Fische“, LISUM, 2022, erstellt mit MS Word 16.64, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erkennen der Kongruenz von Original und Bild bei Spiegelung, Verschiebung und Drehung	9

- Vergleiche in jeder Abbildung das graue Dreieck (Original) mit dem roten Dreieck (Bild).
- Überprüfe, ob Original und Bild kongruent (deckungsgleich) sind.

- Ergänze die Sätze und zeige die passende Abbildung:

  Wenn eine Figur gespiegelt wurde, dann sind Original und Bild ____________________ .

  Wenn eine Figur gedreht wurde, dann sind Original und Bild ____________________ .

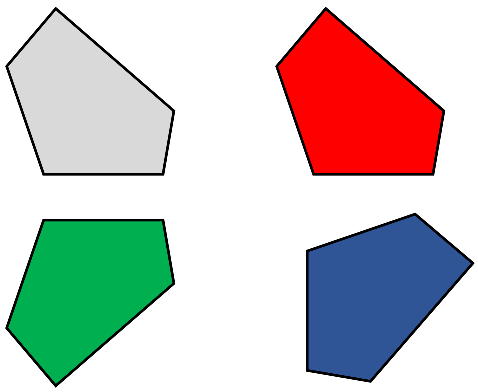
  Wenn eine Figur verschoben wurde, dann sind Original und Bild ____________________ .

Raum und Form Niveaustufe D	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erkennen des Erhaltens der Kongruenz beim Verschieben, Spiegeln und Drehen	10

Ole behauptet: „Alle ebenen Figuren sind zur grauen Figur kongruent.“

- Hat Ole Recht? Begründe.



- Ergänze.

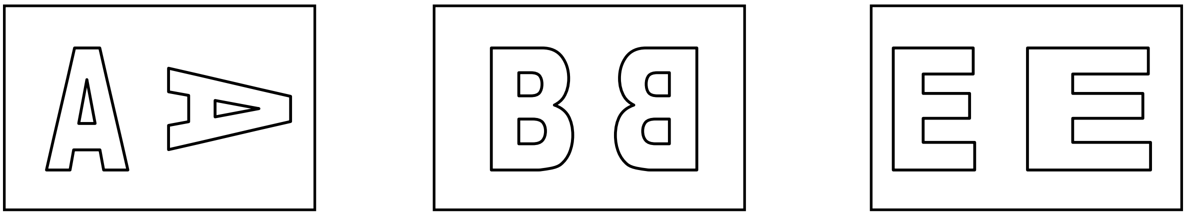
  Wenn man die graue ebene Figur _________, erhält man die rote Figur.

  Wenn man die graue ebene Figur _________, erhält man die grüne Figur.

  Wenn man die graue ebene Figur _________, erhält man die blaue Figur.

Raum und Form Niveaustufe D	**WV**	**Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen**
Überprüfen verschiedener Buchstaben auf Kongruenz		**11**

- Untersuche jedes Buchstabenpaar.
- Sind sie kongruent (deckungsgleich)? Begründe.



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	**WV**	**Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen**
Herstellen eines Prismanetzes und Beschreiben seiner Eigenschaften		**12**

***Material**: leere Verpackungen (Prismen), von der Lehrkraft aufgeschnitten, sodass jeweils Prismanetze entstehen, diese werden dann erneut zu Prismen gefaltet und mit Klebeband fixiert*

- Zeige die Grund- und Deckfläche. Welche Form haben sie?
- Zeige die Seitenflächen des Prismas.
- Welche geometrische Form haben die Seitenflächen jeweils?

- Klappe nun den Körper auf. Du erhältst jeweils ein Körpernetz.
- Lege das Körpernetz auf ein Blatt Papier und zeichne die Umrisse nach.
- Ergänze fehlende Linien, sodass jede Seitenfläche vollständig umrandet ist.
- Beschreibe, was man unter einem Körpernetz versteht.

Bild 9 „Verpackungen", Foto Brinkmann für LISUM, 2022, bearbeitet mit Photoshop, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Beschreiben des Netzes eines dreiseitigen Prismas mit geeigneten Begriffen **13**

Material: *Kopiervorlage D (Körpernetz wird zuvor von der Lehrkraft ausgeschnitten)*

- Beschreibe das Körpernetz. Diese Begriffe können dir helfen.

Rechtecke

besteht aus _____ Flächen

sind miteinander an den Seiten verbunden

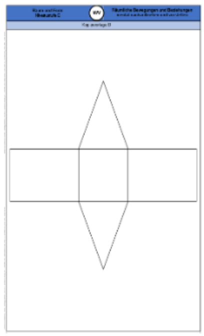
Quadrat

Dreiecke

sind kleiner

sind größer

sind gleich groß


Kopiervorlage D

Raum und Form
Niveaustufe D

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Falten eines Prismanetzes und Beschreiben des Vorgehens mit vorgegebenen Wortbausteinen **14**

Material: *Kopiervorlage D, (Körpernetz zuvor von der Lehrkraft ausgeschnitten), Klebeband*

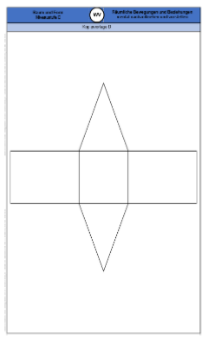
- Falte das Netz zu einem Körper und fixiere die Kanten mit Klebeband.
- Beschreibe bei jedem Schritt genau, was du machst.
  Diese Begriffe können dir helfen.

klappen der Flächen nach oben

schließen des Körpers

Kanten fixieren

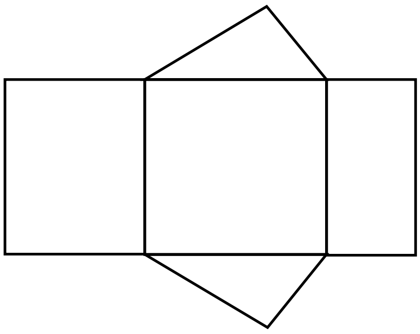
falten an den Kanten

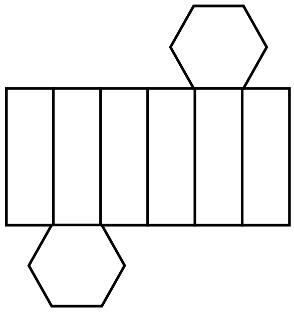

Kopiervorlage D

Raum und Form Niveaustufe D	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erkennen der Eigenschaften von Prismen und ihren Netzen	15

- Falte in Gedanken an den schwarzen Linien, sodass ein Körper entsteht.
- Zeige Grundfläche und Deckfläche. Zeige die Seitenflächen.
- Zähle bei jedem Netz die Anzahl der Kanten von Grund- und Deckfläche.
- Zähle bei jedem Netz die Anzahl der Seitenflächen.
- Vergleiche die beiden Netze. Was ist gleich, was ist verschieden?





- Ergänze den Text.

Die Anzahl der Kanten der Grundfläche _______________ der Anzahl der Seitenflächen.

Alle Seitenflächen bei einem Prisma haben die Form eines _____________.

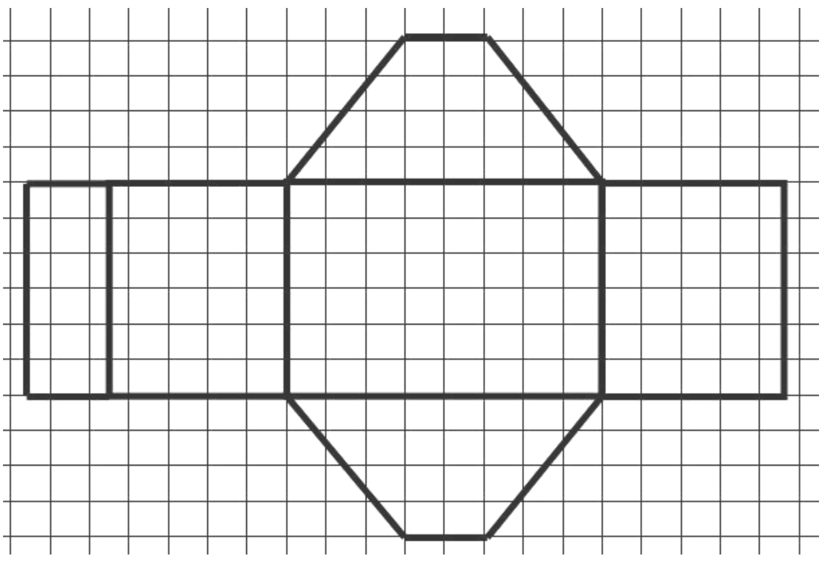
Raum und Form Niveaustufe D	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erkennen der Eigenschaften von Prismanetzen	16

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Diese Abbildung zeigt das Netz eines Prismas.

- Finde immer die beiden Seiten, die beim Falten eine Kante bilden.
- Markiere sie in der gleichen Farbe.
- Überprüfe, ob sie die gleiche Länge haben.



Raum und Form
Niveaustufe D

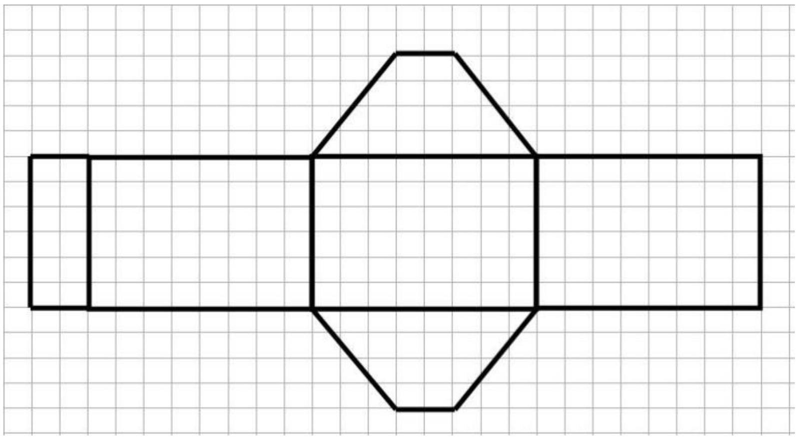
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Überprüfen von Eigenschaften eines Prismanetzes und Finden von Fehlern	**17**

Das ist kein Körpernetz.

- Zeige und erkläre, warum sich aus dem Netz kein Prisma falten lässt.
- Beschreibe, woran du es erkannt hast.



Raum und Form
Niveaustufe D

WV

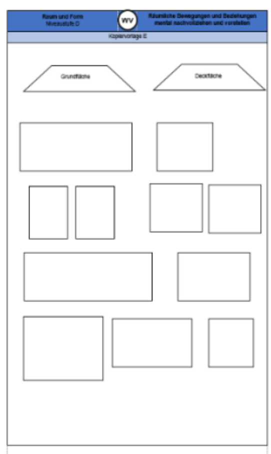
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erstellen eines Prismanetzes aus ebenen Figuren	**18**

***Material**: Kopiervorlage E (Flächen werden zuvor durch die Lehrkraft ausgeschnitten)*

Aus verschiedenen geometrischen Figuren sollst du das Netz eines vierseitigen Prismas zusammenlegen.

- Wähle die passenden Seitenflächen. Sage zuvor, wie viele du brauchst.
- Lege alle Flächen als Netz zusammen.
- Worauf musst du achten? Beschreibe.



Kopiervorlage E

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

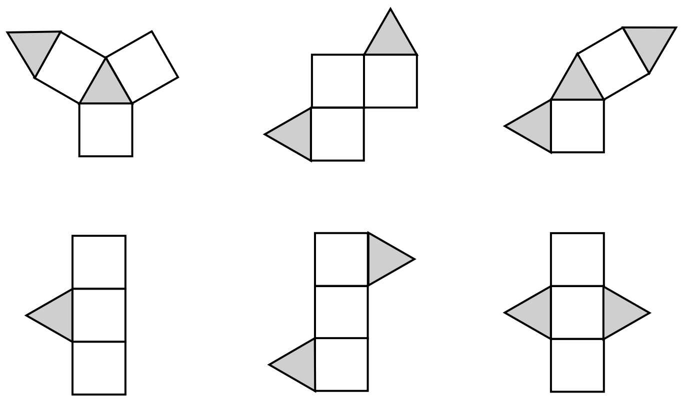
Erkennen korrekter Netze eines dreiseitigen Prismas	**19**

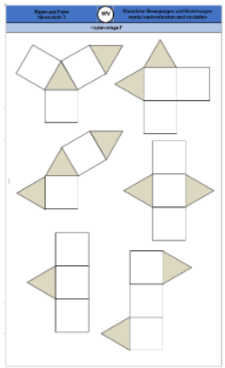
Material: *Kopiervorlage F, (Lehrkraft schneidet die Figuren zuvor aus)*

Einige der Figuren sind Netze eines dreiseitigen Prismas.

Bei welchen Netzen erkennst du sofort, dass es kein dreiseitiges Prisma sein kann?

- Begründe.
- Überprüfe die übrigen Netze durch Falten.
- Wenn du kein Prisma falten kannst, dann begründe jeweils, warum nicht.





Kopiervorlage F

Raum und Form
Niveaustufe D

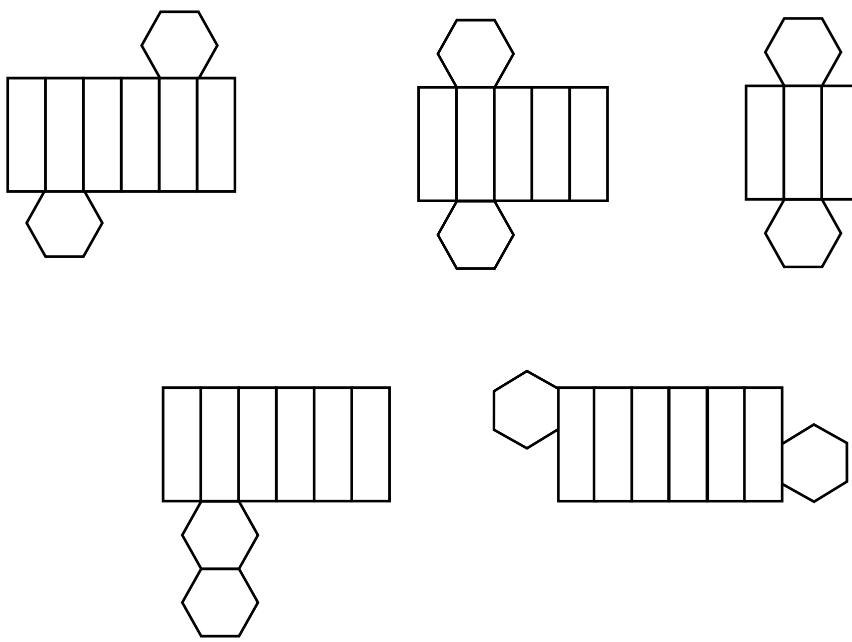
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erkennen der Eigenschaften von Netzen sechsseitiger Prismen	**20**

Welche Abbildungen sind Netze von Prismen?

- Begründe, warum die anderen Abbildungen kein Prisma ergeben.



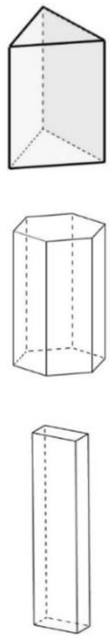
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

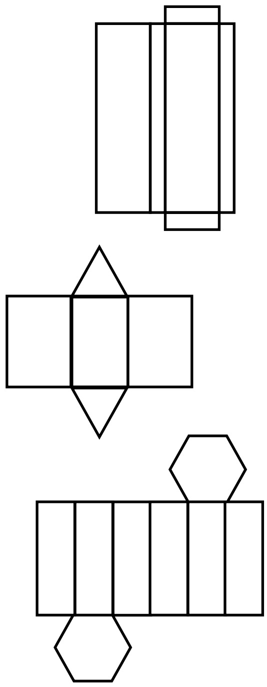
Raum und Form Niveaustufe D	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Zuordnen verschiedener Körpernetze zu den dazugehörigen Prismen	21

Schau dir bei jedem Körper die Grund- und die Deckfläche genau an.

- Ordne jedem Körper ein Netz und eine Bezeichnung zu.





vierseitiges Prisma

sechsseitiges Prisma

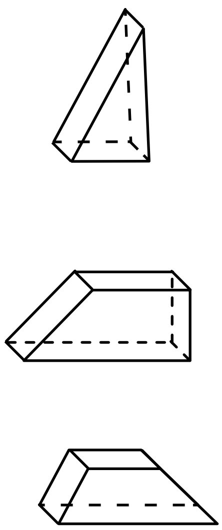
dreiseitiges Prisma

Bild 10 bis 12 „dreiseitiges Prisma“, „sechsseitiges Prisma“, „Quader“, Brinkmann für LISUM,2022, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erkennen der Grund- und Deckfläche bei Netzen verschiedener Prismen	22

- Ordne die Netze den Prismen zu. Begründe deine Entscheidung.
- Kennzeichne Grund- und Deckfläche im Netz farbig.



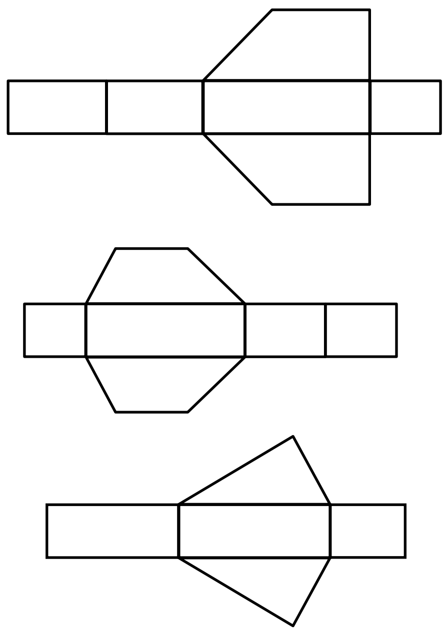


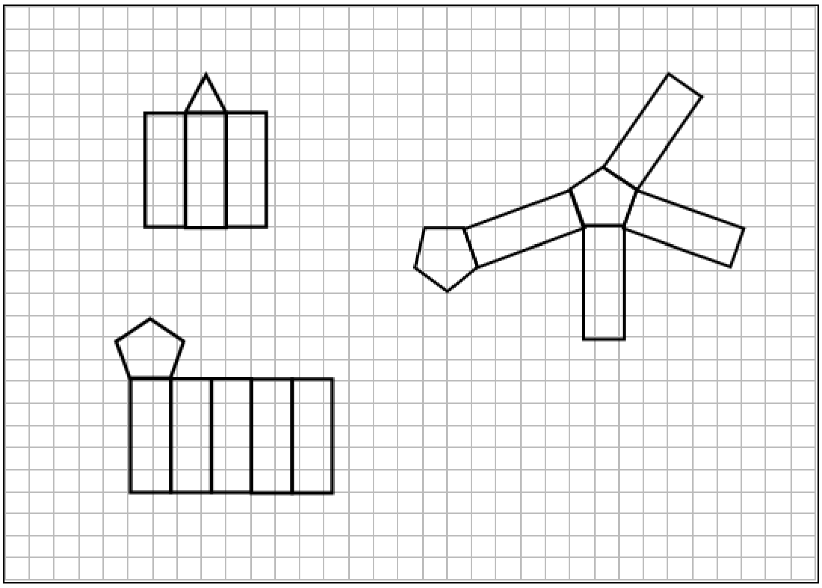
Bild 13 bis 15 „Prisma 1“, „Prisma 2“, „Prisma 3“, Brinkmann für LISUM, 2022,cc by sa 4.0

Raum und Form Niveaustufe D	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Ergänzen und Vervollständigen von Körpernetzen verschiedener Prismen	23

Bei diesen Körpernetzen von Prismen fehlt immer eine Begrenzungsfläche.

- Ergänze die Abbildungen so, dass es vollständige Netze werden.
- Beschreibe die Lage und die Form der ergänzten Fläche.

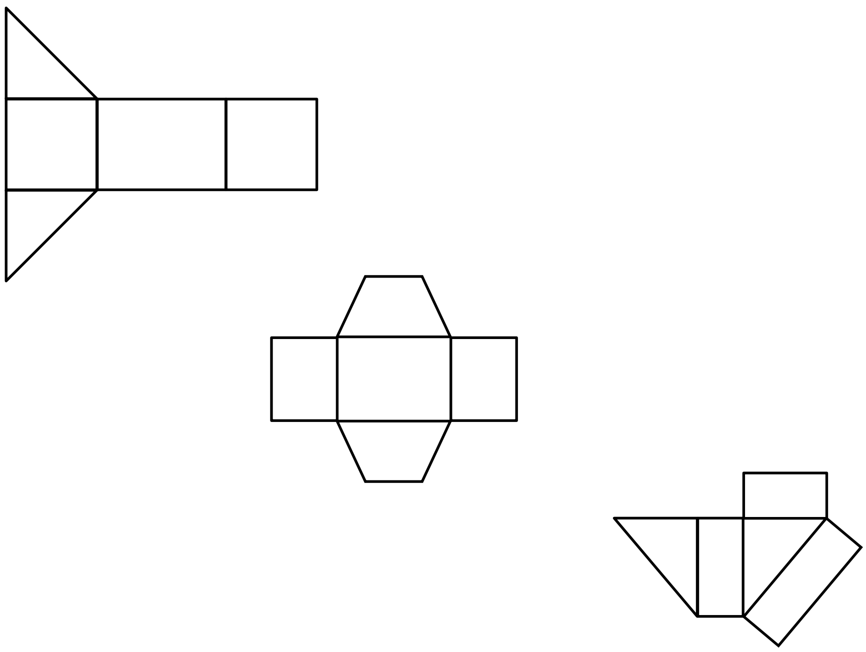


Raum und Form Niveaustufe D	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erkennen korrekter Prismanetze	24

Welche Figuren lassen sich zu einem Prisma falten?

- Begründe, welche Figuren **keine** Prismennetze sind.

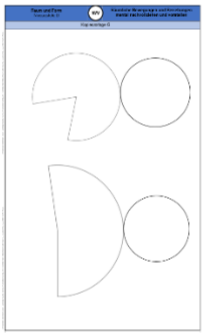


Raum und Form Niveaustufe D	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Falten und Vergleichen verschiedener Kegel	25

Material: *Kopiervorlage G, Netze zuvor von der Lehrkraft ausgeschnitten, Klebeband*

- Rolle die Seitenflächen jeweils zu einem Kegel.
- Klebe sie mit Klebeband so fest, dass die Kegel fixiert sind.
- Knicke die Grundfläche ab, sodass der Kegel geschlossen ist.
- Vergleiche die beiden Kegel. Worin unterscheiden sie sich? Was ist gleich?

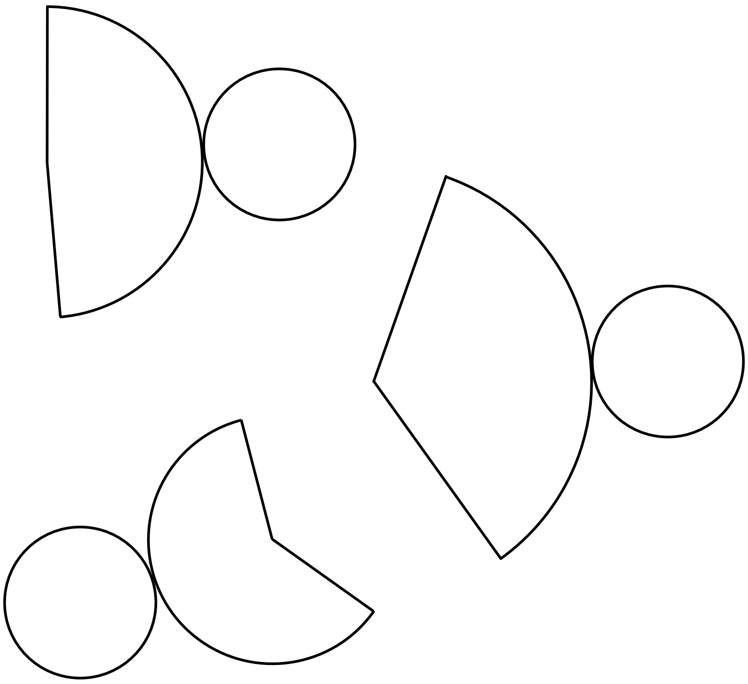


Kopiervorlage G

Raum und Form Niveaustufe D	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Zuordnen verschiedener Körpernetze zu den dazugehörigen Kegeln	26

- Welches Körpernetz gehört zu welchem Kegel? Ordne zu. Erkläre.



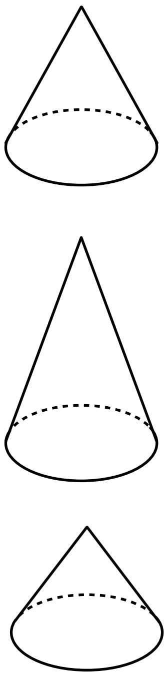


Bild 16 bis 18 „Kegel 1“, „Kegel 2“, „Kegel 3“ LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

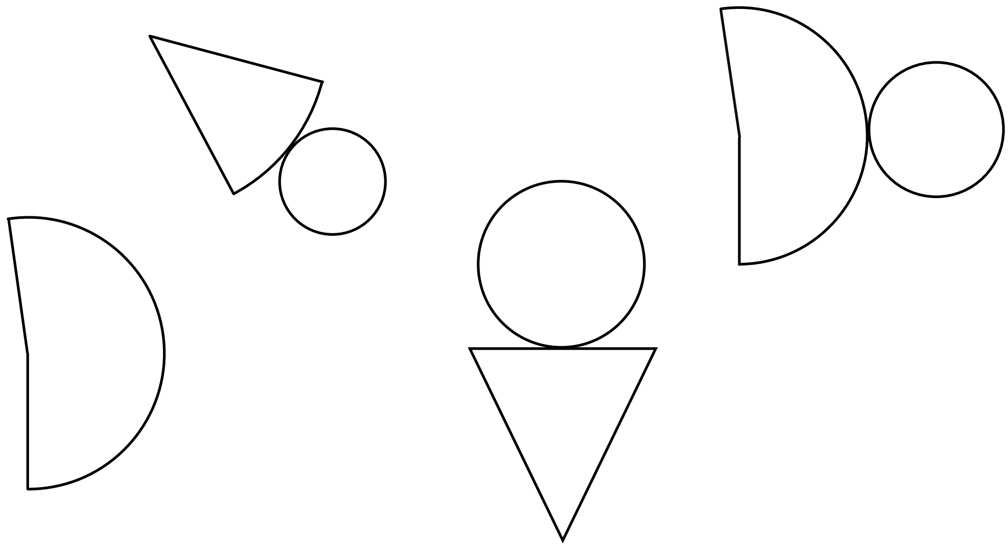
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Erkennen korrekter Kegelnetze | **27**

Emre möchte ein Kegelnetz zeichnen. Unten siehst du verschiedene Versuche.
Nur eine Abbildung zeigt ein korrektes Kegelnetz.

- Zeige dieses Kegelnetz.
- Erkläre jeweils, warum die übrigen Abbildungen keine Kegelnetze sind.



Raum und Form
Niveaustufe D

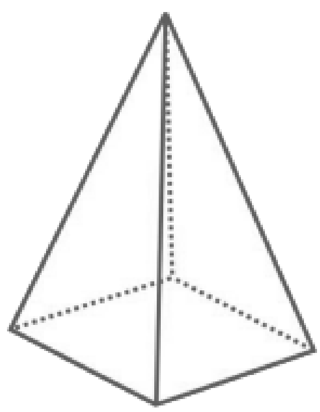
WV

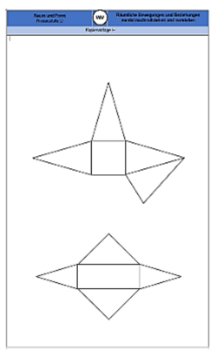
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Falten eines Pyramidennetzes | **28**

Material: *Kopiervorlage H, von der Lehrkraft bereits ausgeschnitten*

- Falte die Pyramidennetze so, dass eine Pyramide entsteht.
- Beschreibe die Pyramidennetze.



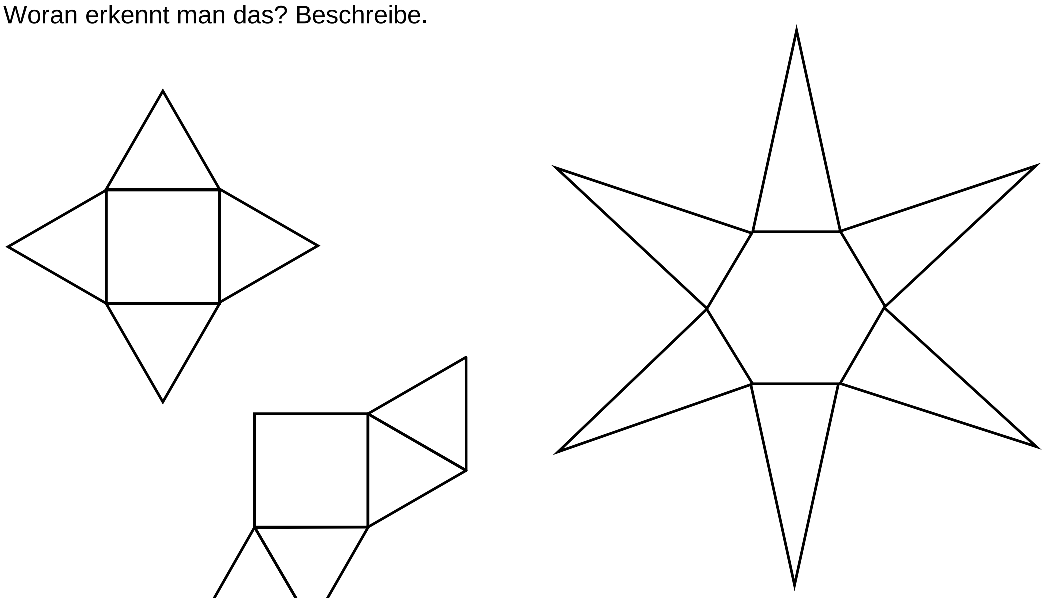


Kopiervorlage H

Raum und Form Niveaustufe D	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen
Erkennen der Eigenschaften von Pyramiden und ihren Netzen		29

Hier siehst du Netze von Pyramiden.

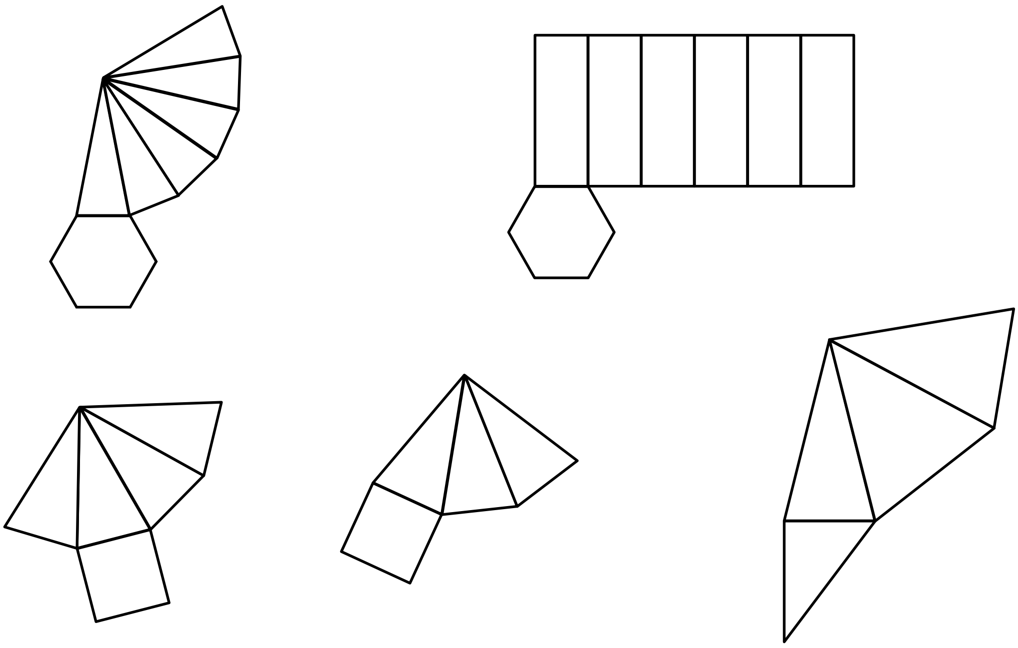
- Woran erkennt man das? Beschreibe.



Raum und Form Niveaustufe D	WV	Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen
Erkennen korrekter Pyramidennetze		30

Welche dieser Abbildungen ergeben zusammengefaltet eine Pyramide? Welche nicht?

- Begründe deine Entscheidungen.

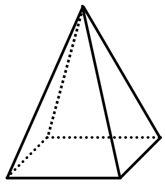


Raum und Form
Niveaustufe D

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

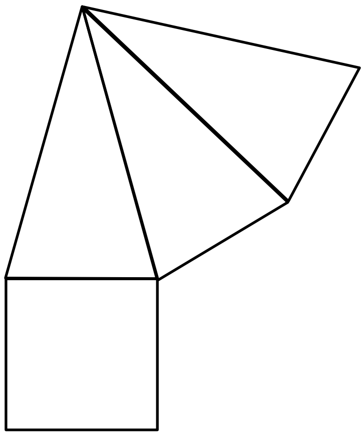
Ergänzen und Vervollständigen von Körpernetzen verschiedener quadratischer Pyramiden	**31**

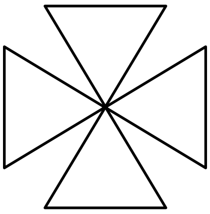


Hier siehst du eine gerade quadratische Pyramide.

Tina möchte solche Pyramiden bauen. Deshalb hat sie Körpernetze gezeichnet.
An jedem Netz hat sie aber eine Fläche vergessen.

- Ergänze an jedem Netz die fehlende Fläche, so dass man daraus eine gerade quadratische Pyramide bauen kann.





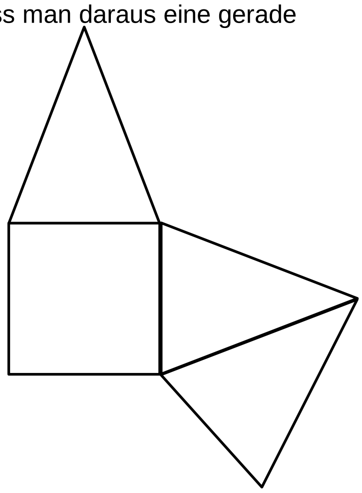


Bild 20 „Pyramide“, LISUM, cc by sa 4.0

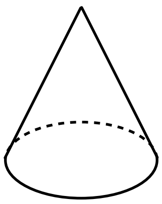
Raum und Form
Niveaustufe D

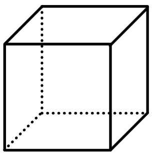
WV

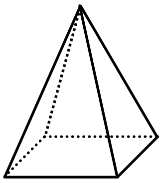
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

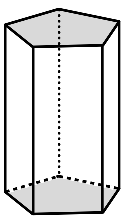
Zuordnen verschiedener Körpernetze zu den dazugehörigen Körpern	**32**

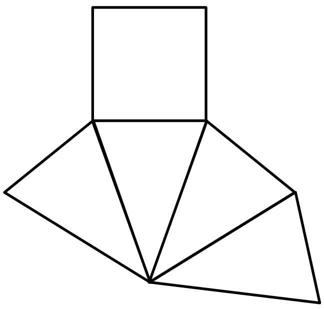
- Ordne jedem Körper das passende Körpernetz zu.

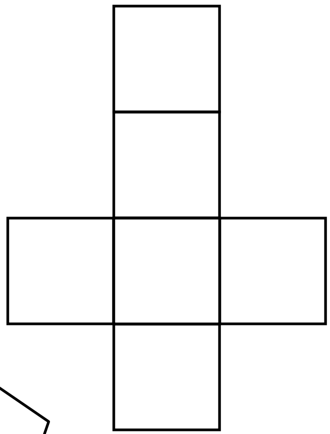


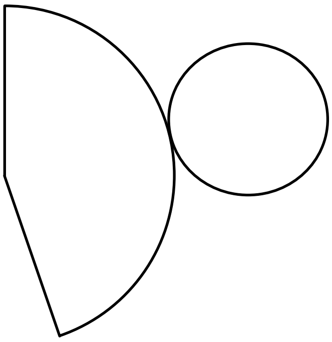












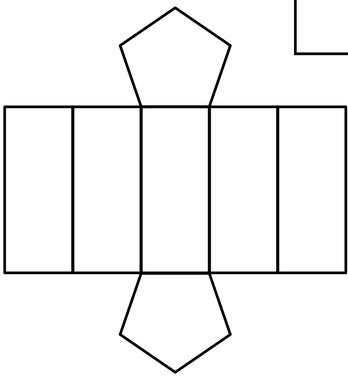


Bild 21 bis 24 „Kegel“, „Würfel, „Pyramide“, „fünfseitiges Prisma“, Reblin für LISUM, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

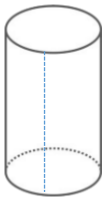
WV

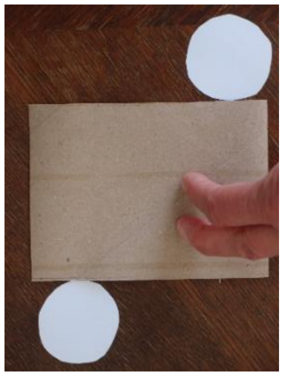
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Herstellen eines Zylinders und des zugehörigen Zylindernetzes	**33**

Material: *Leere Toilettenpapierrolle, Stift, Schere, Lineal, evtl. Klebeband*

- Baue einen Zylinder. Dazu stellst du die innere Papprolle aus einer Toilettenpapierrolle auf ein Blatt Papier, fährst mit dem Stift um sie herum und schneidest den Kreis aus.
- Verwende zwei solcher Papierkreise als Grund- und Deckfläche.



- Schneide dann die Rolle senkrecht so auf, dass du sie auffalten und flach hinlegen kannst. Welche ebene Figur entsteht?
- Lege die aufgefaltete Rolle und die beiden Kreise aneinander, sodass du es zu einem Zylinder falten könntest. Umrande mit einem Stift. Es entsteht ein Zylindernetz.

Bild 25 und 26 „Schere“, „Zylinder“, LISUM, 2022, erstellt mit © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com, cc by sa 4.0
Bild 27 und 28 „Papprolle“, „Papprolle aufgeschnitten“, Foto Brinkmann für LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

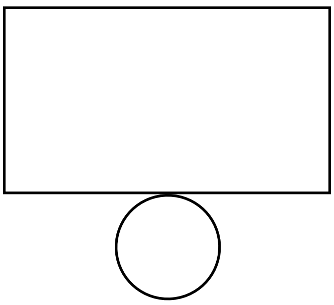
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Ergänzen und Vergleichen verschiedener Zylindernetze	**34**

Lukas und Marie wollen jeweils einen Zylinder herstellen.

- Welche Fläche fehlt in beiden Abbildungen? Ergänze sie.
- Falte die beiden Netze gedanklich zu Zylindern.
- Vergleiche die beiden Zylinder und beschreibe sie.
  Welcher ist höher? Welcher hat die größere Grundfläche?

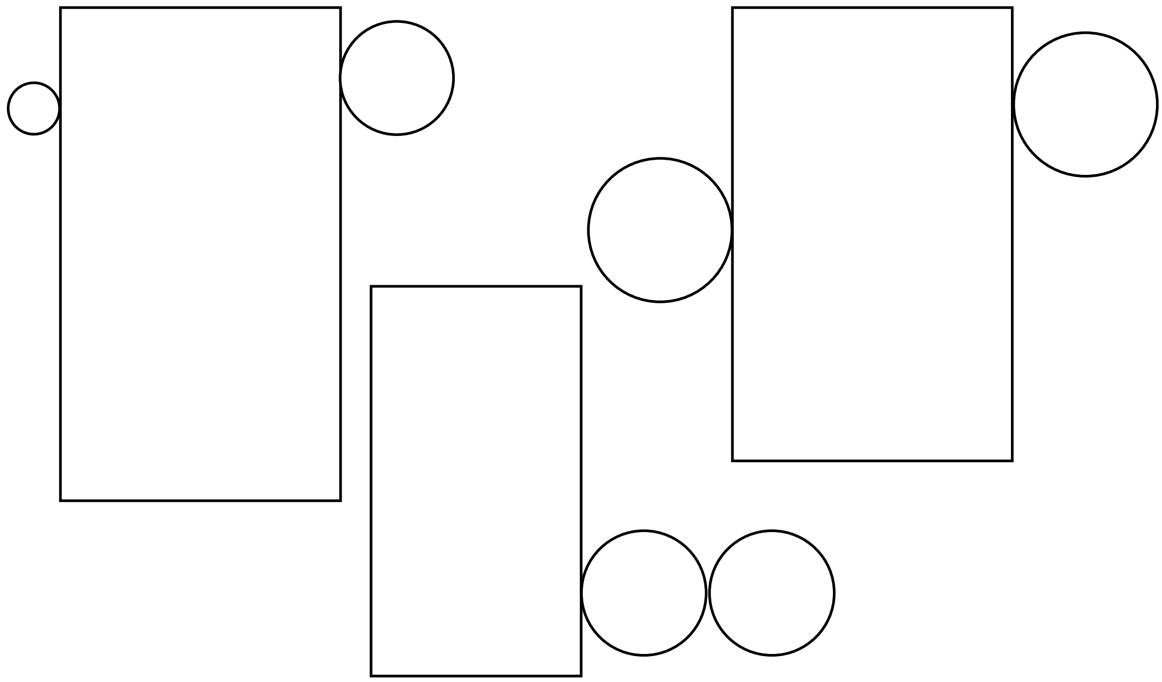



Erkennen korrekter Zylindernetze

35

Aus welchen Abbildungen kannst du einen Zylinder falten, aus welchen nicht?

- Begründe.



Raum und Form
Niveaustufe D

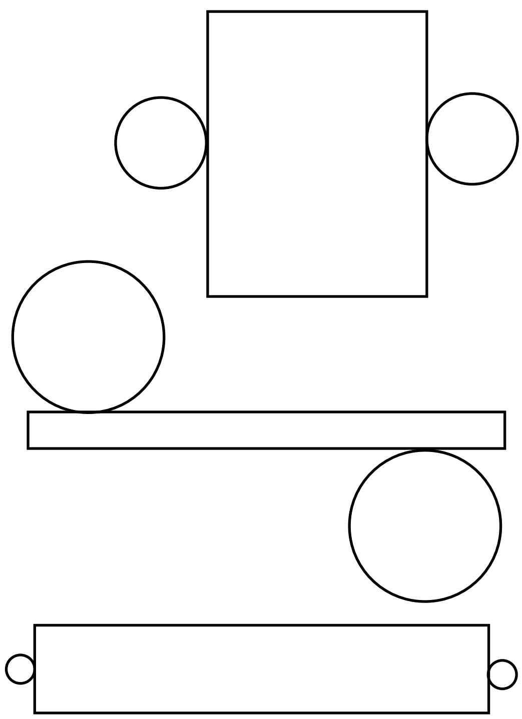
WV

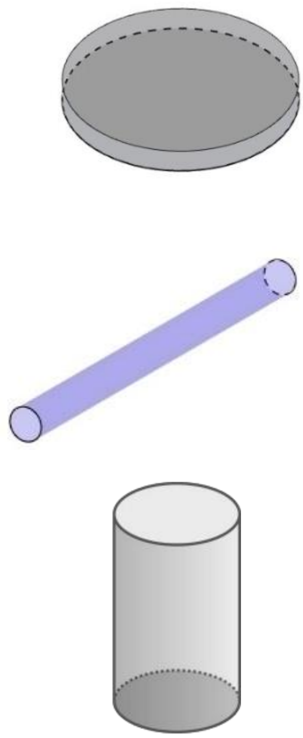
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Zuordnen verschiedener Körpernetze zu den dazugehörigen Zylindern

36

- Ordne jedem Körpernetz einen Zylinder zu. Begründe deine Auswahl.





Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage A

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

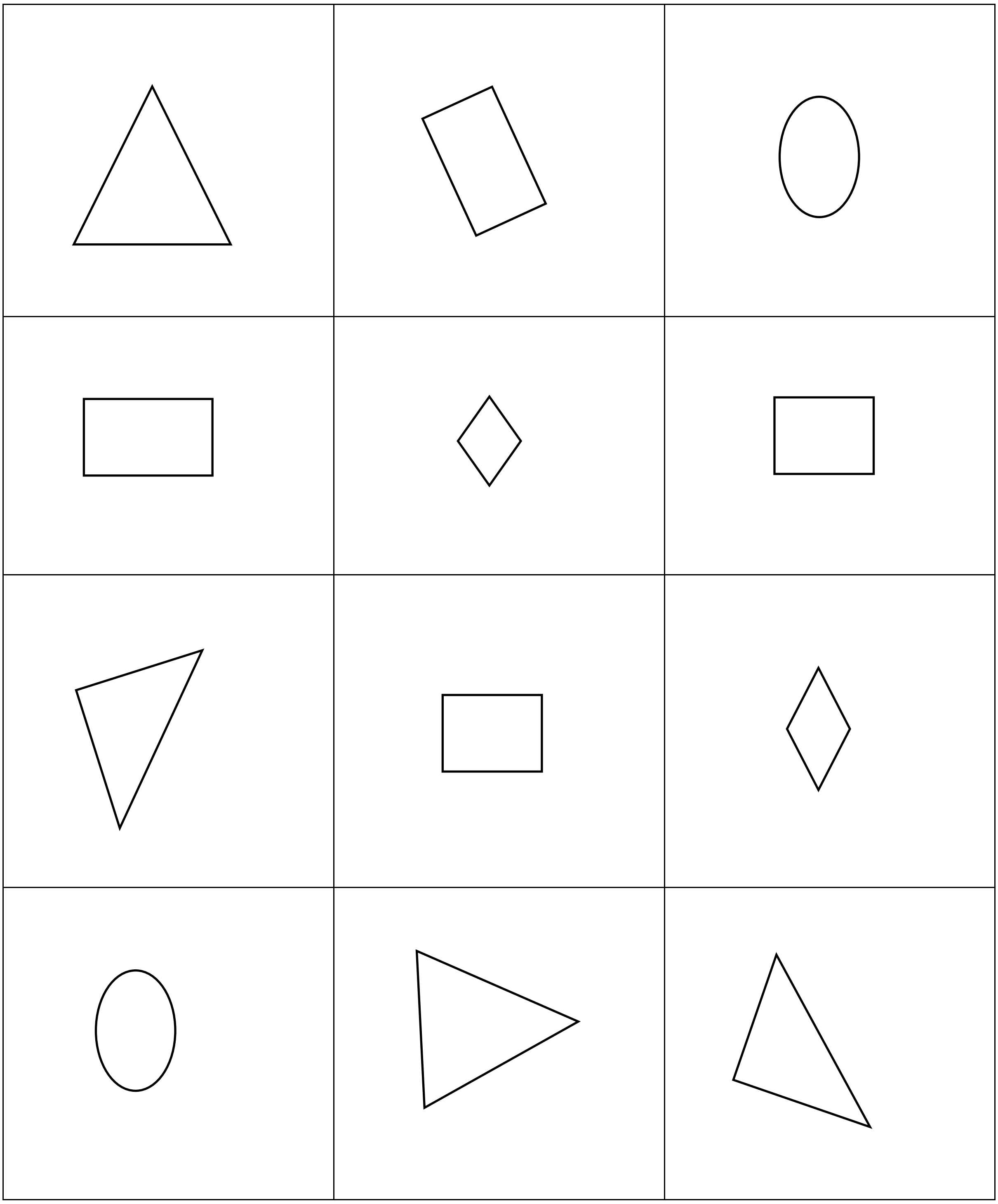
WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Kopiervorlage B

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage C



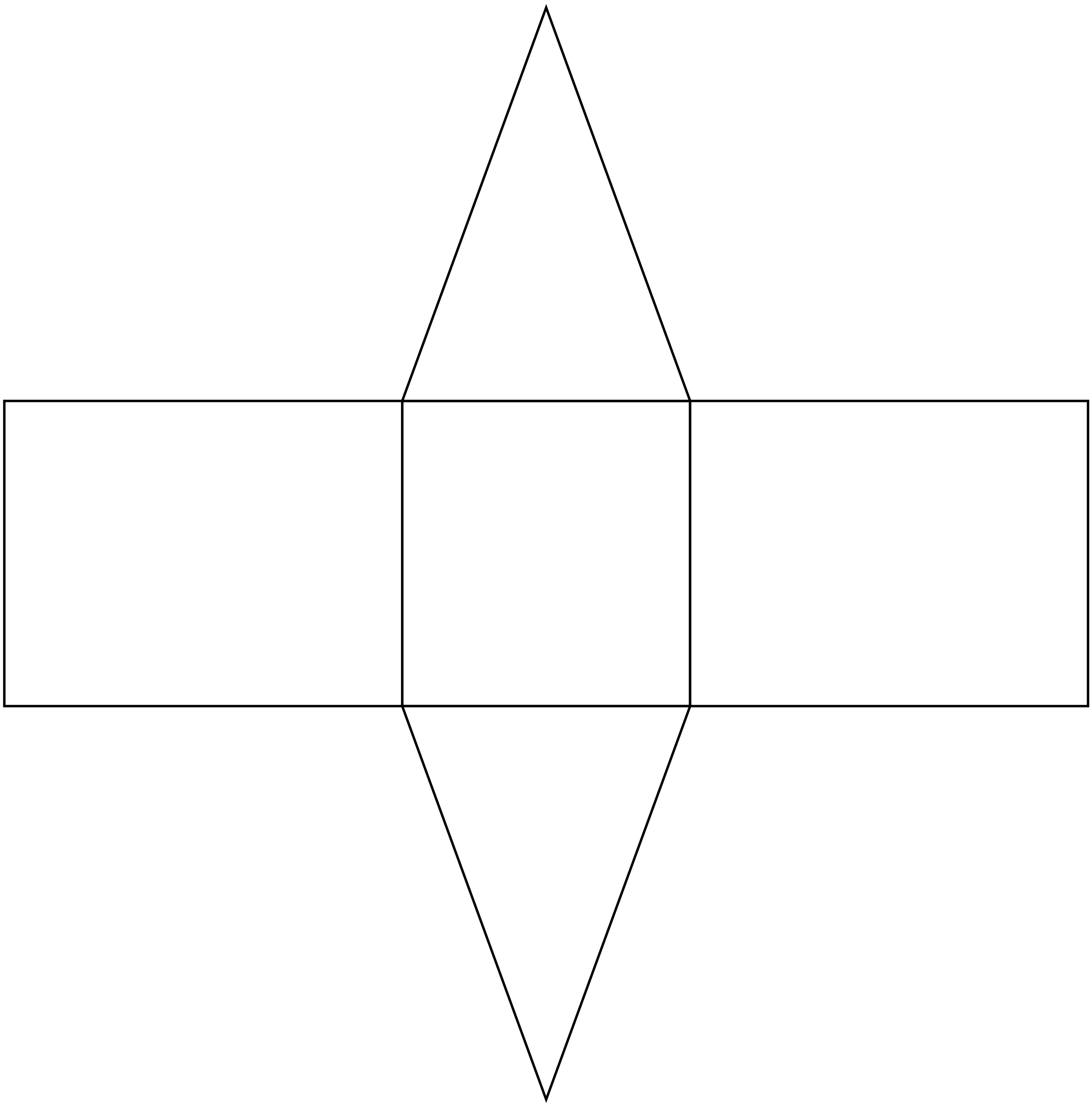
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WV

Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Kopiervorlage D



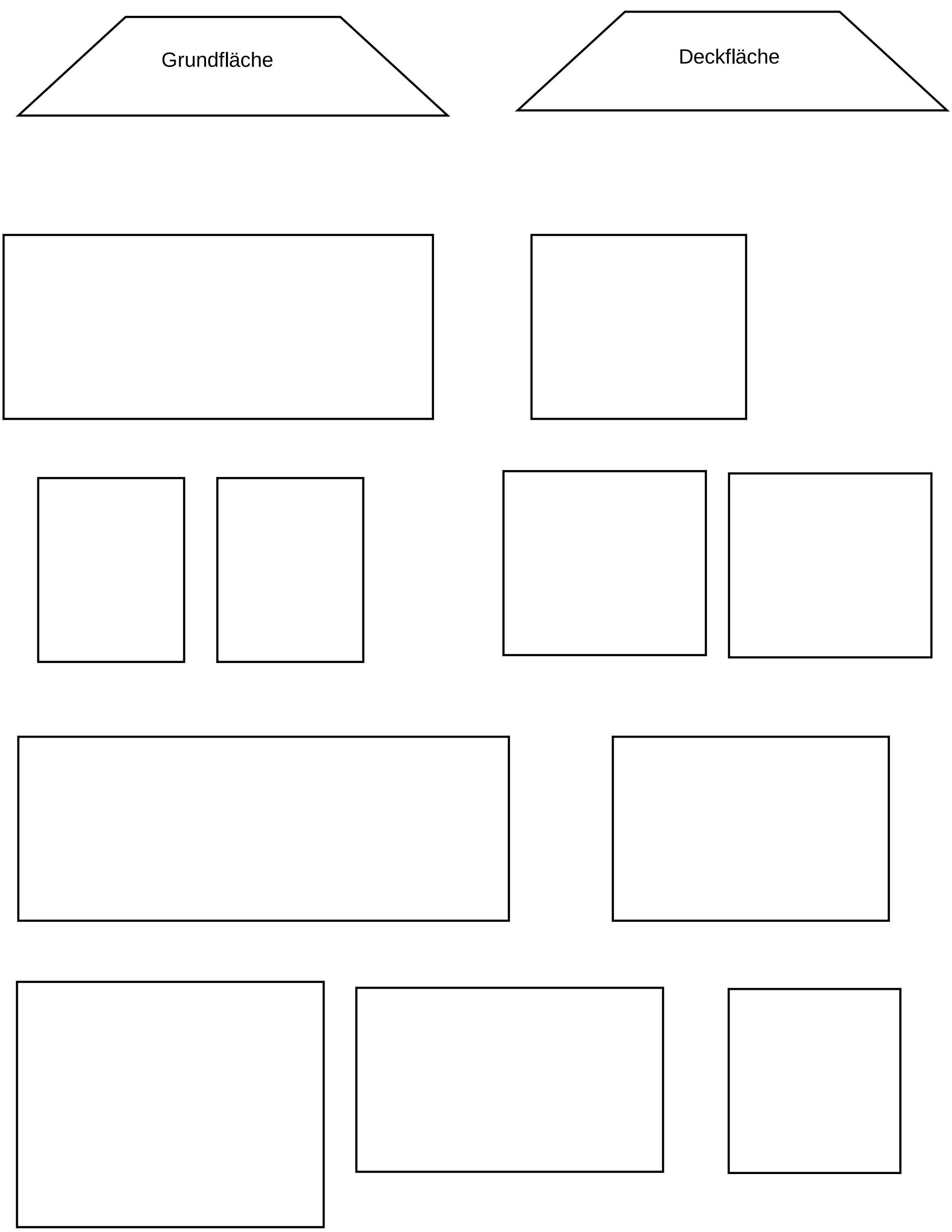
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Niveaustufe D

WV

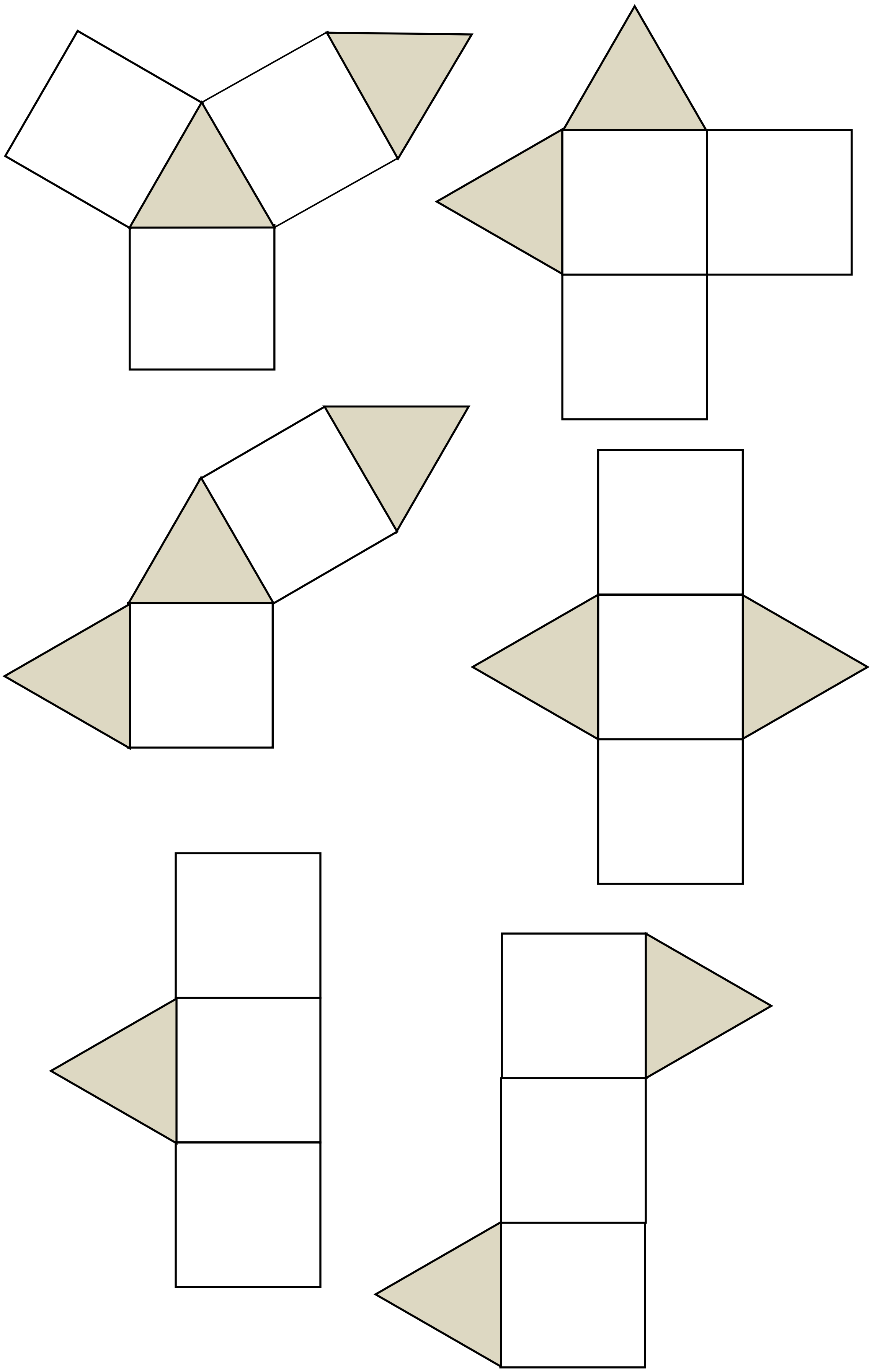
Räumliche Bewegungen und Beziehungen mental nachvollziehen und vorstellen

Kopiervorlage E



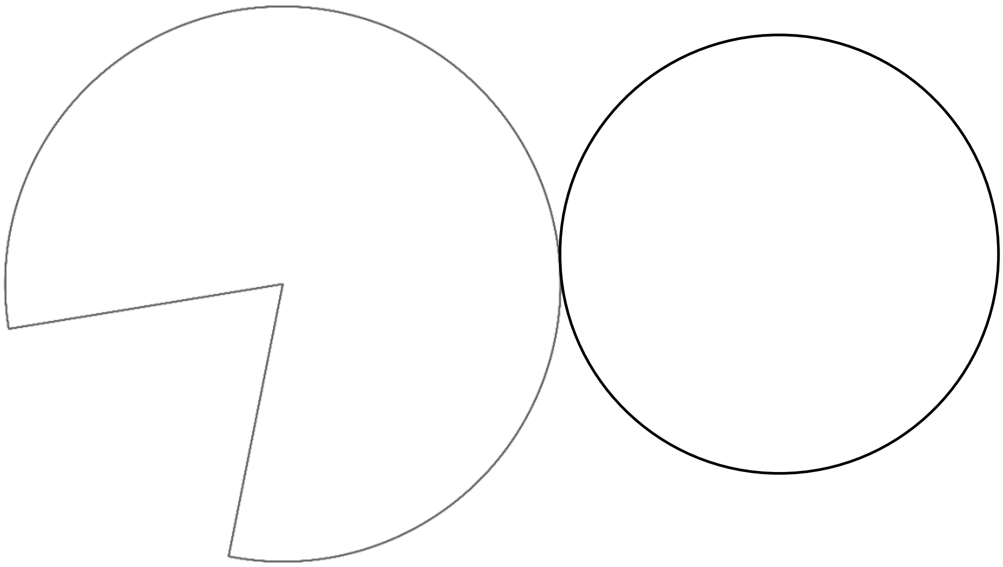
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

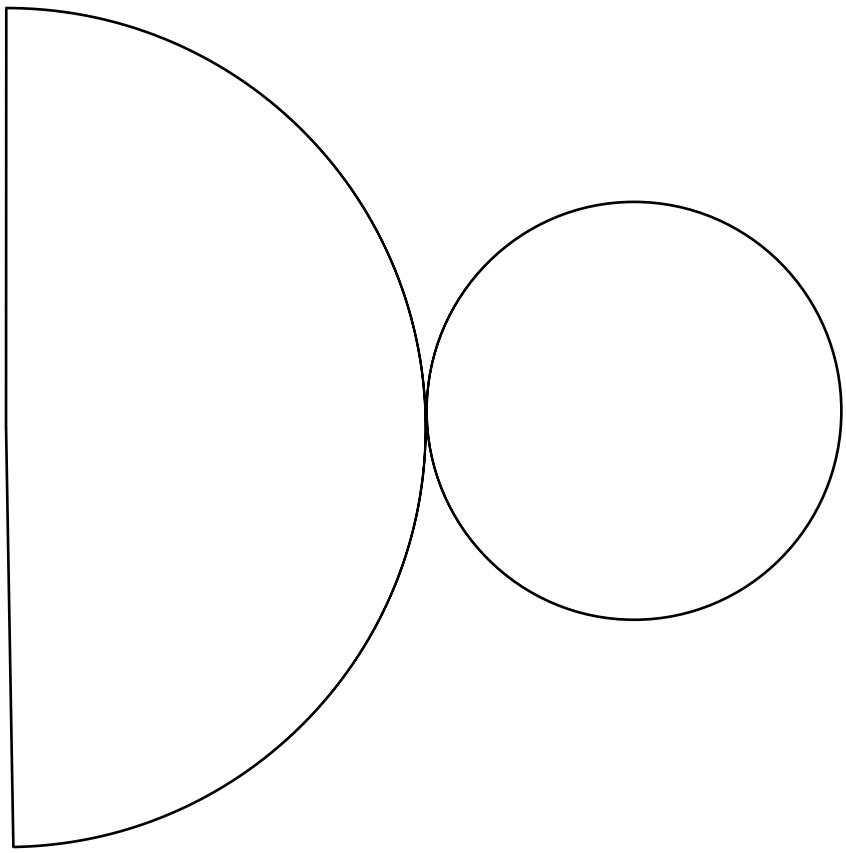
Kopiervorlage F



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

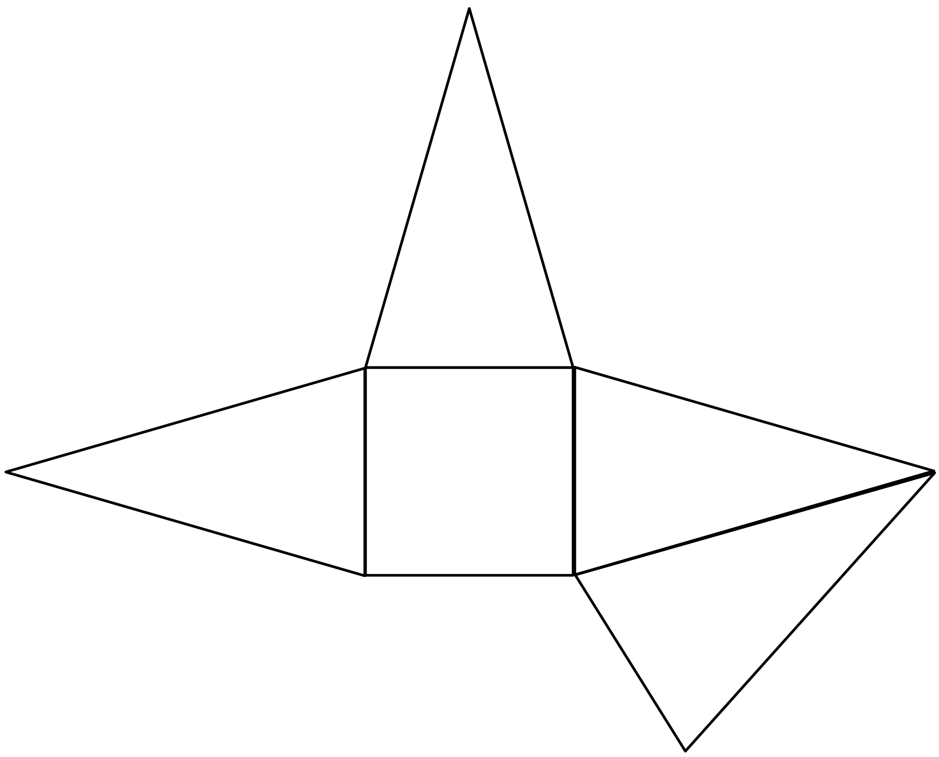
Kopiervorlage G

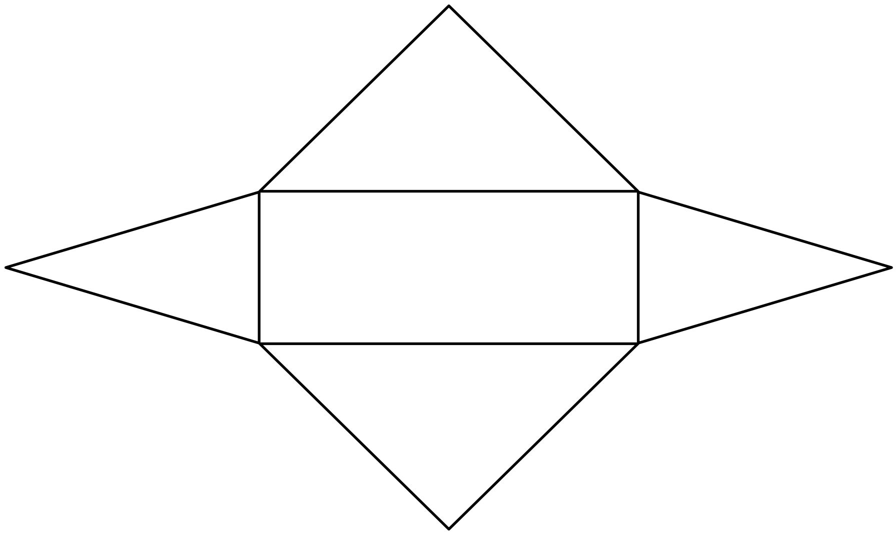




Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage H

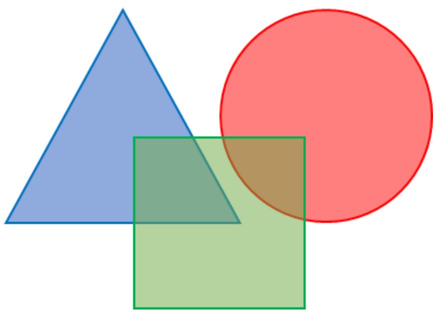




Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Förderaufgaben für die Sekundarstufe

Geometrische Objekte



Darum geht es:

Um sich in der Welt der Geometrie zurecht zu finden, ist es von großer Bedeutung, dass die Schülerinnen und Schüler die Fähigkeit entwickeln, sich geometrische Objekte vorzustellen und mit ihnen in der Vorstellung zu operieren. Grundvoraussetzung hierfür ist die Analyse ebener Figuren und Körper, deren Klassifikation und ihre Darstellung durch Skizzen, Netze, Schrägbilder und Modelle. Dynamische Geometriesoftware (DGS) kann dabei unterstützen, indem sie die Vorstellung der Objekte sichtbar macht und die Untersuchung einer Vielzahl ähnlicher Objekte erlaubt.

Im Konzeptbild sind *Zweck und Zweckmäßigkeit* von Formen und *Ästhetik* von Formen und Ordnungen Teil der zweiten und dritten Säule (*Strukturierung des Raumes und praktischer Nutzen* sowie *Vermittlung von Freude und Entwicklung von Selbstvertrauen*), welche durch die *geometrischen Objekte* verbunden werden. Die zweite Säule wird im vorliegenden Fördermaterial zum Beispiel durch die Zerlegung in Teilflächen und Teilkörper oder durch das Erkennen von Prismen in realen Objekten repräsentiert. Die dritte Säule findet sich u. a. in den Förderaufgaben wieder, die Enaktivität zulassen (z. B. das Prüfen auf Kongruenz durch Ausschneiden und Aufeinanderlegen oder die Ermittlung des Flächeninhalts eines Parallelogramms auf dieselbe Weise). Die Begriffsbildung (s. Säule 2) zeigt sich im Zweidimensionalen vor allem in Bezug auf Dreiecke (z. B. Beschriften von rechtwinkligen Dreiecken) und im Dreidimensionalen in Bezug auf einfache Körper (z. B. Erkennen von Netzen und Kanten).

Auch das Charakterisieren von Eigenschaften geometrischer Flächen und Körper spielt beim Erkenntnisgewinn eine wesentliche Rolle: Im Zweidimensionalen sind vor allem die Dreiecke als kleinste Bausteine aller Vielecke zu nennen. Die Lernenden untersuchen handelnd die Winkel und besonderen Linien in Dreiecken und klassifizieren die Dreiecksarten, z. B. in Bezug auf Symmetrien. Sie nutzen ihr erworbenes Wissen, um bei besonderen Vierecken und bei zusammengesetzten Flächen und Differenzflächen z. B. den Flächeninhalt zu berechnen.

Beim Erkennen, Benennen und Beschreiben von Objekten in der Umwelt und im Modell beginnen die Schülerinnen und Schüler mit geraden geometrischen Körpern (z. B. Prismen) und übertragen ihr Wissen auf Teilflächen und -körper sowie Differenzflächen und -körper. Um dies leisten zu können, nutzen sie wesentliche Merkmale der Körper, unter anderem die Lage von Kanten zueinander und die Identifizierung von Deck- und Grundflächen.

Die Entwicklung des räumlichen Denkens durch die Betrachtung von und die Beschäftigung mit dreidimensionalen Objekten, wie z. B. geraden Prismen, Pyramiden und Zylindern, befähigt die Lernenden die realen Probleme und Gegebenheiten mit Hilfe der mathematischen Geometrie zu bewältigen und sich in der Realität zurechtzufinden.

(siehe auch Didaktischer Kommentar von Prof. Kortenkamp und Prof. Kuzle in diesem Material)

Übersicht zu den Förderaufgaben

Förderschritte zu den Diagnoseaufgaben „Geometrische Objekte", Stufe D, E, F, G: Aufgabe 2

1. Beschriften von Dreiecken
2. Anwenden der Dreiecksungleichung (1)
3. Anwenden der Dreiecksungleichung (2)
4. Finden verschiedener Dreiecksarten
5. Untersuchen der Winkel in besonderen Dreiecken (1)
6. Untersuchen der Winkel in besonderen Dreiecken (2)
7. Benennen von Basis, Schenkeln und Basiswinkeln
8. Beschriften von rechtwinkligen Dreiecken
9. Finden von Höhen in Dreiecken (1)
10. Finden von Höhen in Dreiecken (2)
11. Finden von Höhen in Dreiecken (3)
12. Zeichnen von Höhen in Dreiecken (1)
13. Erkennen von Höhen in Dreiecken
14. Zeichnen von Höhen in Dreiecken (2)
15. Zeichnen von Höhen in Dreiecken (3)
16. Zeichnen von Höhen in Parallelogramme (1)
17. Zeichnen von Höhen in Parallelogramme (2)
18. Zerschneiden von Parallelogrammen und Legen zu Rechtecken
19. Zerschneiden von Parallelogrammen
20. Legen von Parallelogrammen aus zwei kongruenten Dreiecken
21. Vergleichen der Flächeninhalte von Parallelogrammen und Dreiecken
22. Berechnen des Flächeninhalts von Dreieck und Parallelogramm
23. Zuordnen der Merkmale zu den Dreiecksarten (Winkel)
24. Zuordnen der Merkmale zu den Dreiecksarten (Seiten)
25. Zuordnen der Merkmale zu den Dreiecksarten (Seiten und Winkel)

Förderschritte zu den Diagnoseaufgaben „Geometrische Objekte", Stufe D, E, F, G: Aufgabe 1

26. Erkennen von (geraden) Prismen
27. Erkennen von Prismen in realen Objekten
28. Erkennen von Kanten (Prisma mit dreieckiger Grundfläche)
29. Erkennen von Netzen (Prismen mit dreieckiger Grundfläche)
30. Erkennen von Kanten (Prisma mit viereckiger Grundfläche)
31. Erkennen von Netzen (Prismen mit viereckiger Grundfläche)
32. Erkennen von Kanten (Pyramide)
33. Erkennen von Netzen (Pyramiden)
34. Erkennen von Netzen (Zylinder)
35. Vergleichen von Zylinder und Prisma
36. Bestimmen des Prismenvolumens mithilfe von Würfeln
37. Bestimmen der Grundfläche einer Schicht
38. Bestimmen des Prismenvolumens mithilfe von Schichten
39. Erklären der Volumenformel für Prismen
40. Finden von Grundfläche und Höhe im Prisma
41. Berechnen des Volumens eines Prismas (1)
42. Berechnen des Volumens eines Prismas mit vorgegebener Grundfläche
43. Berechnen des Volumens eines Prismas (2)

Übersicht zu den Förderaufgaben

Förderschritte zu den Diagnoseaufgaben „Geometrische Objekte“, Stufe D, E, F, G: Aufgabe 1 (Fortsetzung)

44. Vergleichen von Volumina
45. Angeben des richtigen Formelterms
46. Aufstellen der Volumenformel für Pyramiden
47. Finden von Körpern mit gleich großem Volumen

A – P Kopiervorlagen

Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Beschriften von Dreiecken | **1**

Material: *Kopiervorlage A*

- Fülle den Lückentext mithilfe der Abbildung sinnvoll aus.

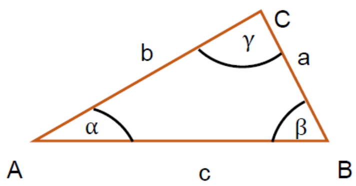
Definition Dreieck: Ein Dreieck ist eine **ebene** Figur. Es besteht aus drei Strecken (Seiten); jeweils zwei Strecken haben einen gemeinsamen Punkt.

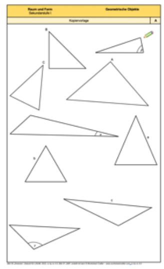
- Die drei **Seiten** werden häufig mit kleinen Buchstaben bezeichnet, z. B. ___ , ___ und ___. Es sind auch andere Bezeichnungen der Seiten möglich.

- Die **Eckpunkte** werden mit großen Buchstaben, z. B. ___ , ___ und ___ (passend zu den gegenüberliegenden Seiten), gekennzeichnet.

- Die Beschriftung erfolgt gegen den Uhrzeigersinn.

- In einem Dreieck gibt es drei **Innenwinkel**, die üblicherweise passend zu ihren Eckpunkten mit griechischen Buchstaben benannt werden, z. B. ___ , ___ und ___ .




Kopiervorlage A

- Beschrifte die Dreiecke (aus der Kopiervorlage A) vollständig.

Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Anwenden der Dreiecksungleichung (1) | **2**

Material: *Stäbchen in unterschiedlichen Längen*

- Wähle die Stäbchen in den gegebenen Längen aus.
- Lege die Dreiecke.
- Gibt es das jeweilige Dreieck?

Seitenlänge a	Seitenlänge b	Seitenlänge c	Gibt es das Dreieck?
6 cm	3 cm	6 cm	
2 cm	3 cm	6 cm	
5 cm	3 cm	6 cm	
1 cm	2 cm	3 cm	
4 cm	4 cm	4 cm	

Es liegt an den Seitenlängen, ob es ein Dreieck gibt oder nicht.

- Formuliere eine allgemeine Regel.

Raum und Form Sekundarstufe I		**Geometrische Objekte**
Anwenden der Dreiecksungleichung (2)		**3**

- Entscheide, ob es das jeweilige Dreieck gibt.

Seitenlänge a	Seitenlänge b	Seitenlänge c	Gibt es das Dreieck?
5,2 cm	2,1 cm	7,3 cm	
1 cm	1 cm	1 cm	
3 cm	1 cm	2 cm	
2 cm	3 cm	4 cm	
4 cm	4 cm	4,5 cm	

Raum und Form Sekundarstufe I		**Geometrische Objekte**
Finden verschiedener Dreiecksarten		**4**

- Bestimme die Dreiecksarten in dem Elefanten.
- Finde stumpfwinklige (1), gleichseitige (2), spitzwinklige (3), rechtwinklige (4) und gleichschenklige Dreiecke (5).

Trage die Nummern in Klammern im jeweiligen Dreieck des Elefanten ein.

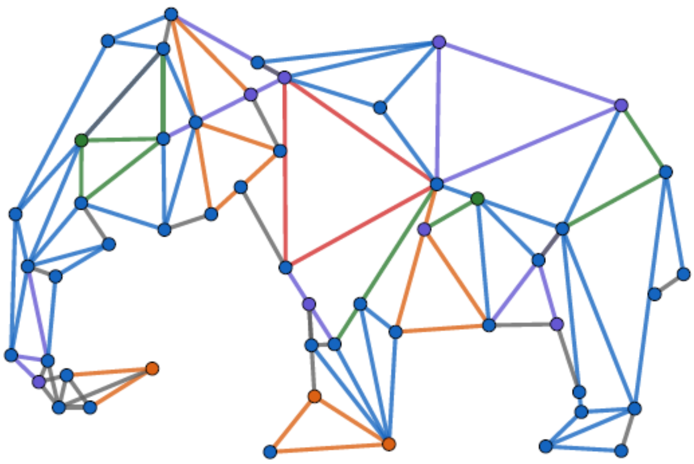


Bild: „Elefant aus Dreiecken", Diebold für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Untersuchen der Winkel in besonderen Dreiecken (1) | **5**

Material: *Kopiervorlage B*

gleichschenklig

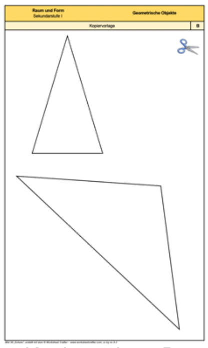
gleichseitig

unregelmäßig

- Wähle für beide Dreiecke den richtigen Begriff aus und ergänze damit den Satz.

Die Dreiecke sind ________________________________ .

- Schneide die Dreiecke aus.
- Zeige durch Falten, dass genau zwei Winkel gleich groß sind.



Kopiervorlage B

Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte
Argumentieren

Untersuchen der Winkel in besonderen Dreiecken (2) | **6**

Material: *Kopiervorlage C*

gleichschenklig

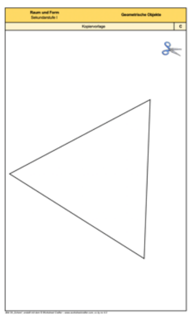
gleichseitig

unregelmäßig

- Wähle den richtigen Begriff aus und ergänze damit den Satz.

Das Dreieck ist ________________________________ .

- Schneide das Dreieck (aus der Kopiervorlage C) aus und reiße die Ecken des Dreiecks ab.
- Lege die drei Winkel des Dreiecks aufeinander. Was stellst du fest?
- Lege die drei Winkel aneinander. Was stellst du fest?
- Wie groß ist jeder Winkel in diesem Dreieck? Erkläre.



Kopiervorlage C

Raum und Form
Sekundarstufe 1

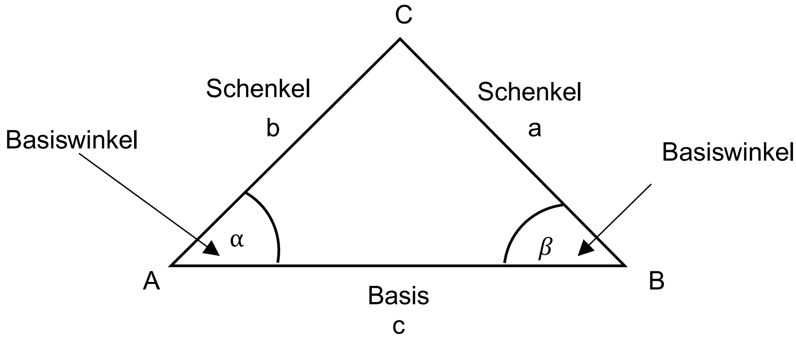
Geometrische Objekte

Benennen von Basis, Schenkeln und Basiswinkeln | **7**

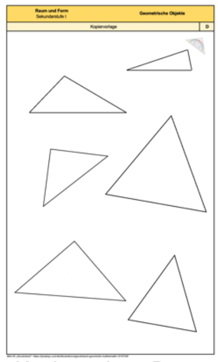
Material: *Kopiervorlage D*

Das gleichschenklige Dreieck

In einem gleichschenkligen Dreieck werden die zwei gleich großen Winkel als *Basiswinkel* bezeichnet.



- Miss die Seiten der Dreiecke (Kopiervorlage D) und sortiere diejenigen aus, die nicht gleichschenklig sind.
- Benenne die Seiten der gleichschenkligen Dreiecke mit den Begriffen *Basis* und *Schenkel*.



Kopiervorlage D

Bild: „Beschriftetes gleichschenkliges Dreieck“, Diebold für LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

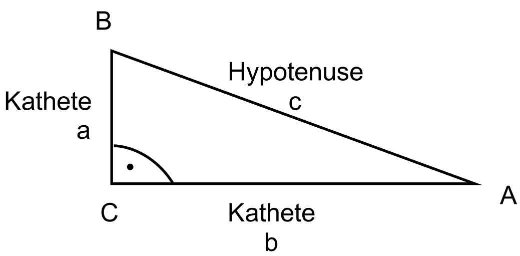
Geometrische Objekte

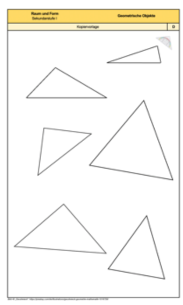
Beschriften von rechtwinkligen Dreiecken | **8**

Material: *Kopiervorlage D*

Das rechtwinklige Dreieck

Die Seite, die einem rechten Winkel gegenüberliegt, heißt *Hypotenuse.*
Die anderen beiden Seiten heißen *Katheten*, sie sind kürzer als die Hypotenuse.





Kopiervorlage D

- Überprüfe zuerst, ob die Dreiecke rechtwinklig sind.
- Beschrifte bei den rechtwinkligen Dreiecken die Seiten mit den Begriffen *Hypotenuse* und *Kathete*.

Bild: „Beschriftetes rechtwinkliges Dreieck“, Diebold für LISUM, 2022, cc by sa 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

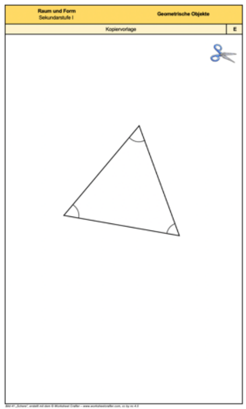
Geometrische Objekte

Finden von Höhen in Dreiecken (1) | **9**

Material: *Kopiervorlage E*

Dieses Dreieck (siehe Kopiervorlage E) ist gleichseitig.

- Schneide es aus und falte es in der Mitte.
  Die beiden Hälften, die entstehen, sollen genau übereinanderliegen.
- Welche Art von Dreieck ist durch das Falten entstanden?
- Gibt es noch mehr Möglichkeiten, das Dreieck so zu falten, dass ein Eckpunkt auf einem anderen liegt?



Kopiervorlage E

Raum und Form
Sekundarstufe I

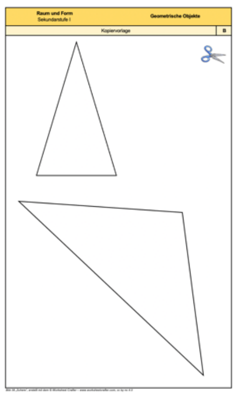
Geometrische Objekte

Finden von Höhen in Dreiecken (2) | **10**

Material: *Kopiervorlage B*

Diese Dreiecke (siehe Kopiervorlage B) sind gleichschenklig.

- Schneide sie aus und falte sie so, dass die beiden Hälften, die jeweils entstehen, genau übereinanderliegen.
- Beschreibe, wie du gefaltet hast. Nutze für deine Beschreibung die Begriffe: Schenkel, Basis, Basiswinkel.
- Welche Art von Dreieck ist durch das Falten entstanden?



Kopiervorlage B

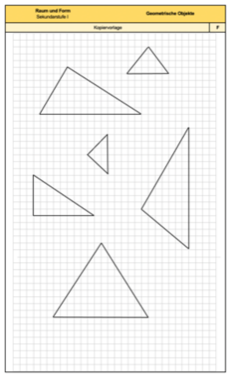
Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Finden von Höhen in Dreiecken (3) | **11**

Material: *Kopiervorlage F*

- Schneide die Dreiecke (Kopiervorlage F) aus.
  Versuche, sie so zu falten, dass die beiden Teile, die jeweils entstehen, genau übereinanderliegen.
- Lassen sich alle Dreiecke in zwei gleich große Teile falten?
  Erkläre, bei welchen Arten von Dreiecken das funktioniert.
- Zeichne anschließend bei diesen Dreiecken die Linie nach, an der du gefaltet hast.
  Diese Linie heißt *Höhe*.



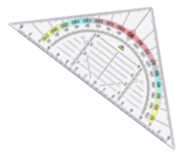
Kopiervorlage F

Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Zeichnen von Höhen in Dreiecken (1) | **12**

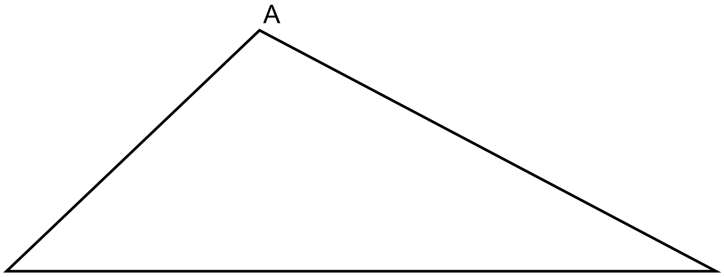
Material: *Geodreieck*



In einem Dreieck heißt der Abstand von einem Eckpunkt zur gegenüberliegenden Seite *Höhe (auf die Seite).*

Diese Höhe steht immer senkrecht zur entsprechenden Seite.

- Zeichne die Höhe (h_a) auf die Seite a ein.
- Beschreibe, wie das Geodreieck dabei angelegt werden muss.



Erkennen von Höhen in Dreiecken

13

Nebenstehend sind in den Dreiecken Strecken eingezeichnet, die von einem Eckpunkt zur gegenüberliegenden Seite verlaufen.

- Entscheide, welche dieser Strecken Höhen sind. Begründe.

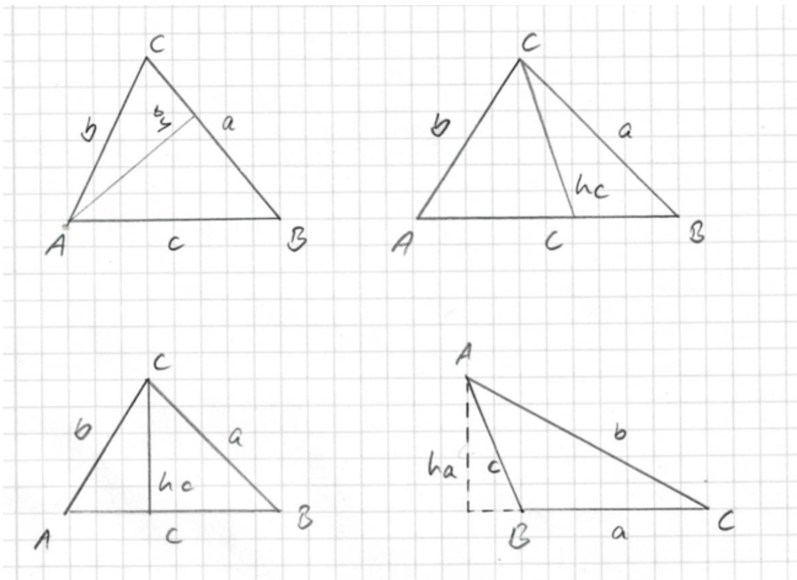


Bild: „Foto eingezeichnete Linien/Höhen in Dreiecken“, Diebold für LISUM, 2022, cc by sa 4.0

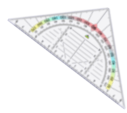
Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

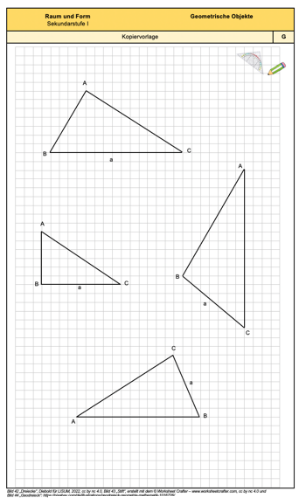
Zeichnen von Höhen in Dreiecken (2)

14

Material: *Geodreieck, Kopiervorlage G*



- Zeichne in jedem Dreieck die Höhe auf die Seite a.
- Markiere einen rechten Winkel, der dabei entstanden ist.
- Erkläre, bei welchen Dreiecken Besonderheiten auftreten.

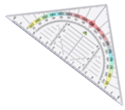


Kopiervorlage G

Bild: „Geodreieck“, © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726, Zugriff am: 6.7.2020

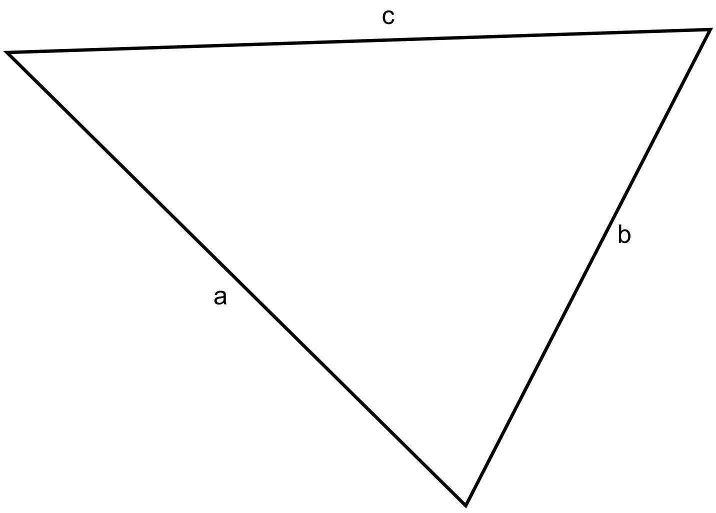
Zeichnen von Höhen in Dreiecken (3)

Material: *Geodreieck*



- Zeichne die Höhen auf die Seiten a, b und c ein.
- Beschrifte sie mit h_a, h_b und h_c.

- Was fällt dir auf?

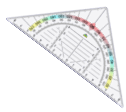


Raum und Form
Sekundarstufe I

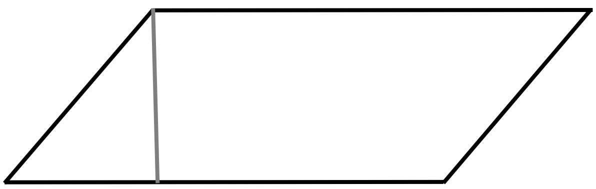
Geometrische Objekte

Zeichnen von Höhen in Parallelogramme (1)

Material: *Geodreieck*



Sandra hat die Höhe in dem Parallelogramm eingezeichnet.



- Erkläre, warum dies eine mögliche Höhe des Parallelogramms ist.
- Zeichne eine zweite mögliche Höhe in das Parallelogramm ein.

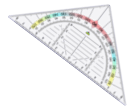
Bild: „Geodreieck", © mbnachhilfe_de, 2015. Geodreieck, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726, Zugriff am: 6.7.2020

Raum und Form
Sekundarstufe I

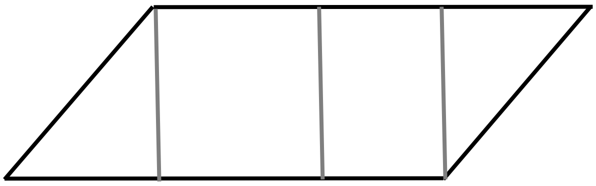
Geometrische Objekte

Zeichnen von Höhen in Parallelogramme (2) | **17**

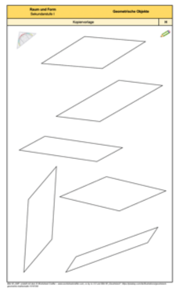
Material: *Geodreieck, Kopiervorlage H*



- Erkläre, warum die eingezeichneten Strecken in dem Parallelogramm Höhen sind.



- Zeichne in jedes Parallelogramm (Kopiervorlage H) an jeweils drei Stellen Höhen ein.
- Überlege, unter welcher Bedingung die Höhe zugleich auch eine Seite des Parallelogramms ist.



Kopiervorlage H

Raum und Form
Sekundarstufe I

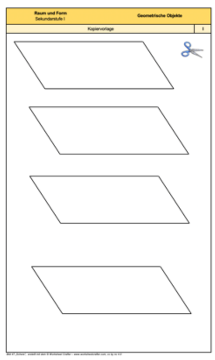
Geometrische Objekte

Zerschneiden von Parallelogrammen und Legen zu Rechtecken | **18**

Material: *Schere, Kopiervorlage I*

- Schneide die Parallelogramme aus.
- Lege ein Parallelogramm beiseite. Zeichne bei den drei anderen Parallelogrammen je eine Höhe an verschiedenen Stellen ein.
- Schneide die drei Parallelogramme der Höhe entlang auseinander. Lege die Teile eines Parallelogramms so wieder an, dass ein Rechteck entsteht.

- Verändert sich die Größe der Fläche, wenn das Parallelogramm zu einem Rechteck zusammengesetzt wird?
  Vergleiche mit dem unzerschnittenen Parallelogramm und erkläre.
- Vergleiche auch alle entstandenen Rechtecke. Was fällt dir auf?



Kopiervorlage I

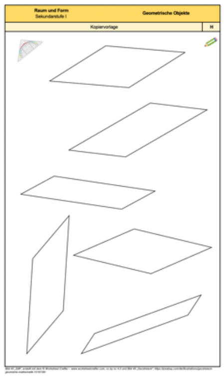
Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Zerschneiden von Parallelogrammen | **19**

Material: *Schere, Kopiervorlage H*

- Zeichne in jedes der Parallelogramme eine Diagonale ein.
- Schneide die Parallelogramme aus.
- Zerschneide die Parallelogramme entlang der Diagonalen.Beschreibe die entstandenen Figuren. Vergleiche auch ihre Größe.



Kopiervorlage H

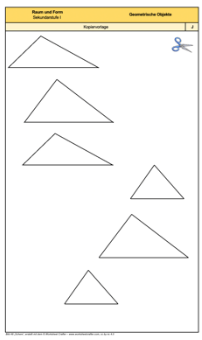
Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Legen von Parallelogrammen aus zwei kongruenten Dreiecken | **20**

Material: *Schere, Kopiervorlage J*

- Schneide alle Dreiecke aus.
- Je zwei Dreiecke gehören zusammen, wenn sie kongruent (deckungsgleich) sind. Finde die zusammengehörigen Dreiecke.
- Lege die beiden zusammengehörenden Dreiecke so zusammen, dass ein Parallelogramm entsteht.
- Untersuche, ob man die zusammengehörenden Dreiecke auch anders zu einem Parallelogramm zusammenlegen kann.



Kopiervorlage J

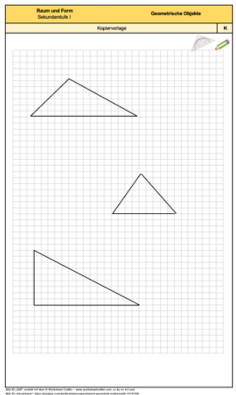
Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte
Argumentieren

Vergleichen der Flächeninhalte von Parallelogrammen und Dreiecken | **21**

Material: *Kopiervorlage K*

- Vervollständige die Dreiecke so, dass Parallelogramme entstehen.
- Vergleiche jeweils den Flächeninhalt eines Dreiecks mit dem des zugehörenden Parallelogramms.


Kopiervorlage K

Die Formel für den Flächeninhalt eines Parallelogramms lautet: $A = g \cdot h_g$.

Die Formel für den Flächeninhalt eines Dreiecks lautet: $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_g$

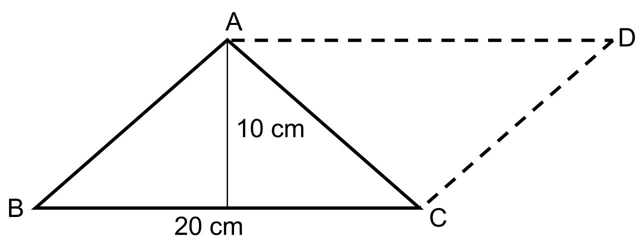
- Erkläre den Zusammenhang zwischen diesen beiden Formeln.

Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Berechnen des Flächeninhalts von Dreieck und Parallelogramm | **22**

- Berechne den Flächeninhalt des abgebildeten Parallelogramms ABCD und den des Dreiecks ABC.



Skizze nicht maßstabsgerecht

Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Zuordnen der Merkmale zu den Dreiecksarten (Winkel) | **23**

- Ordne den Merkmalen eine Dreiecksart zu.

Merkmale

Alle Innenwinkel sind gleich groß.

Einer der Innenwinkel ist größer als 90°.

Einer der Innenwinkel ist genau 90°.

Alle Innenwinkel im Dreieck sind kleiner als 90°.

Dreiecksarten

stumpfwinkliges Dreieck

rechtwinkliges Dreieck

spitzwinkliges Dreieck

Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Zuordnen der Merkmale zu den Dreiecksarten (Seiten) | **24**

- Ordne den Merkmalen eine Dreiecksart zu.

Merkmale

Zwei Seiten heißen Schenkel, die dritte Seite heißt Basis.

Die Seiten a, b und c sind gleich lang.

Die Seiten a, b und c sind unterschiedlich lang.

Zwei Seiten sind gleich lang. Die dritte Seite ist länger.

Dreiecksarten

gleichseitiges Dreieck

gleichschenkliges Dreieck

unregelmäßiges Dreieck

Raum und Form
Sekundarstufe 1

Geometrische Objekte
Argumentieren

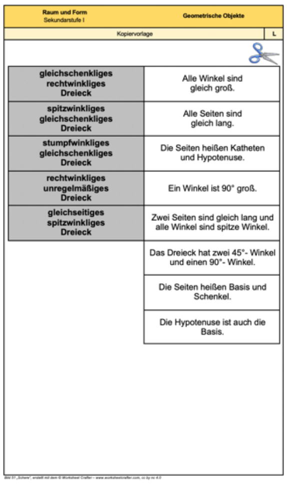
Zuordnen der Merkmale zu den Dreiecksarten (Seiten und Winkel) | **25**

Material: *Schere, Kopiervorlage L*

- Schneide die Karten aus.
- Ordne den Dreiecksarten die Merkmale zu.

Zusatzauftrag:

- Kann es ein *gleichseitiges rechtwinkliges Dreieck* geben? Begründe.


Raum und Form
Sekundarstufe I
Geometrische Objekte
Kopiervorlage
L

gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck	Alle Winkel sind gleich groß.
spitzwinkliges gleichschenkliges Dreieck	Alle Seiten sind gleich lang.
stumpfwinkliges gleichschenkliges Dreieck	Die Seiten heißen Katheten und Hypotenuse.
rechtwinkliges unregelmäßiges Dreieck	Ein Winkel ist 90° groß.
gleichseitiges spitzwinkliges Dreieck	Zwei Seiten sind gleich lang und alle Winkel sind spitze Winkel.
	Das Dreieck hat zwei 45°- Winkel und einen 90°- Winkel.
	Die Seiten heißen Basis und Schenkel.
	Die Hypotenuse ist auch die Basis.

Kopiervorlage L

Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte
Modellieren

Erkennen von (geraden) Prismen | **26**

- Prüfe, ob die folgenden Körper Prismen bzw. gerade Prismen sind.
  1. Gibt es eine eckige Grund- und eine eckige Deckfläche?
  2. Sind Grund- und Deckfläche parallel zueinander?
  3. Sind Grund- und Deckfläche kongruent zueinander (deckungsgleich)?
  4. Besteht die Mantelfläche aus Rechtecken?

Ein Körper ist ein **Prisma**, wenn die ersten drei Fragen mit *ja* beantwortet werden.

Ein Körper ist ein **gerades Prisma**, wenn auch die 4. Frage mit *ja* beantwortet werden kann.

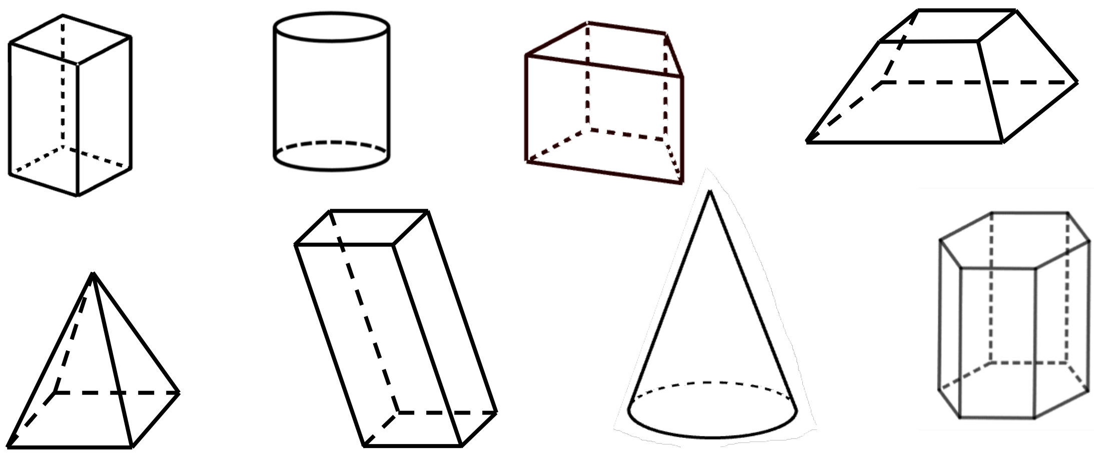


Bild „Acht Körper", Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte
Modellieren

Erkennen von Prismen in realen Objekten	**27**

Material: *Verschiedene Verpackungen, z. B. von Teebeuteln, Pralinen, Käse**

Betrachte die Verpackungen.

• Begründe bei jeder, ob es sich um ein Prisma handelt oder nicht.

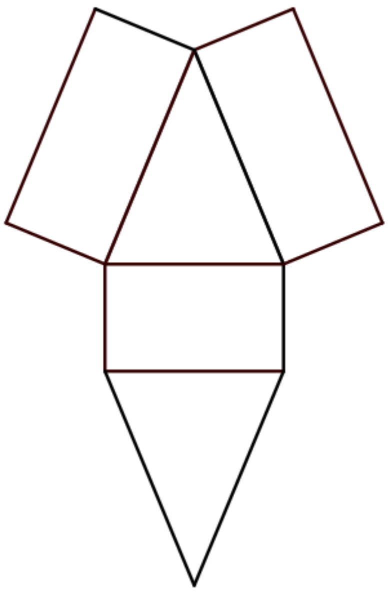
* Alternativ kann auch nach Bildern solcher Verpackungen im Internet gesucht werden.

Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte
Modellieren

Erkennen von Kanten (Prisma mit dreieckiger Grundfläche)	**28**

- Betrachte das Prismennetz. Färbe die Kanten, die beim Zusammenfalten aufeinandertreffen, mit der gleichen Farbe oder bezeichne sie mit dem gleichen Buchstaben.



Hilfe: Öffne den Link
https://www.geogebra.org/m/xckzcmcd oder öffne die Webadresse mit dem QR-Code. Bewege den Punkt auf dem Schieberegler im linken Bild. Dadurch klappt das Netz des Prismas langsam auf.

Bild: „Prismennetz mit dreieckiger Grundfläche“, Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

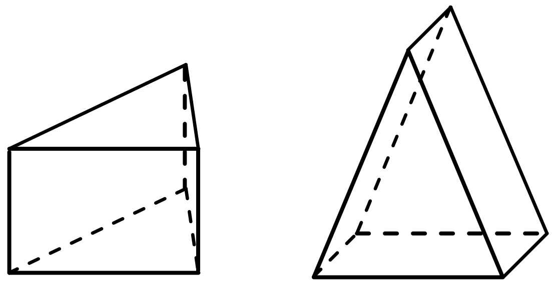
Geometrische Objekte
Argumentieren

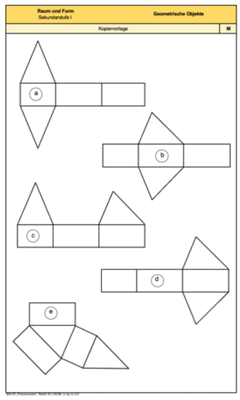
Erkennen von Netzen (Prismen mit dreieckiger Grundfläche)	**29**

Material: *Kopiervorlage M, Schere oder Lineal*

Es ist zweimal das gleiche Prisma mit dreieckiger Grundfläche (liegend und stehend) dargestellt.

- Entscheide, welche der Netze (auf der Kopiervorlage) zu dem Prisma passen.
  Du kannst die Seiten nachmessen oder die Netze ausschneiden und zusammenfalten.
- Begründe deine Entscheidung.





Kopiervorlage M

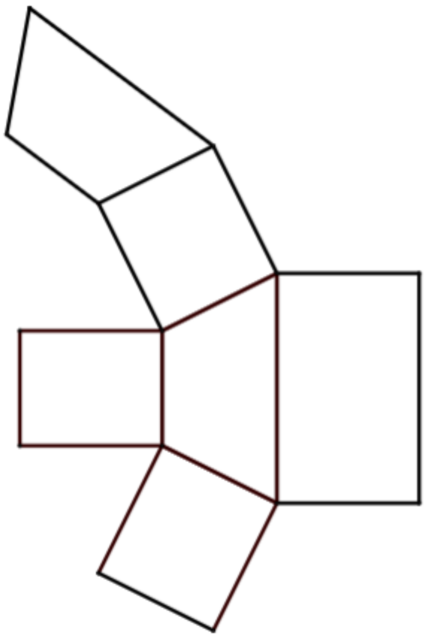
Bild: „Zwei Prismen mit dreieckiger Grundfläche", Dahlke für LISUM, cc by sa 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte
Modellieren

Erkennen von Kanten (Prisma mit viereckiger Grundfläche)	**30**

- Färbe die Kanten, die beim Zusammenfalten aufeinandertreffen, mit der gleichen Farbe oder bezeichne sie mit dem gleichen Buchstaben.



Hilfe: Öffne den Link https://www.geogebra.org/m/uera26x
oder öffne die Webadresse mit dem QR-Code.

Bewege den Punkt auf dem Schieberegler im linken Bild.
Dadurch klappt das Netz des Prismas langsam auf.

Bild: „Prismennetz mit viereckiger Grundfläche", Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

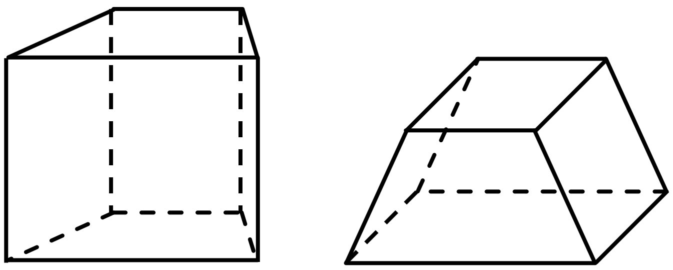
Geometrische Objekte
Argumentieren

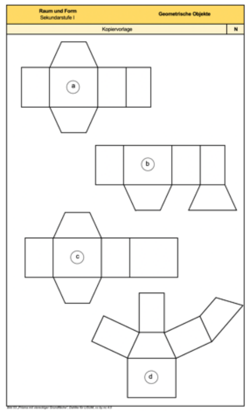
Erkennen von Netzen (Prismen mit viereckiger Grundfläche) | **31**

Material: *Kopiervorlage N, Schere oder Lineal*

Es ist zweimal das gleiche Prisma mit viereckiger Grundfläche (liegend und stehend) dargestellt.

- Entscheide, welche der Netze (auf der Kopiervorlage) zu dem Prisma passen.
  Du kannst die Seiten nachmessen oder die Netze ausschneiden und zusammenfalten.
- Begründe deine Entscheidungen.





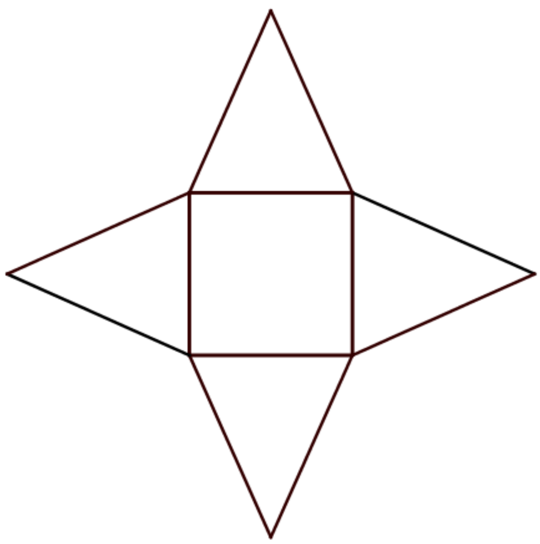
Kopiervorlage N

Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte
Modellieren

Erkennen von Kanten (Pyramide) | **32**

- Färbe die Kanten, die beim Zusammenfalten aufeinandertreffen, mit der gleichen Farbe oder bezeichne sie mit dem gleichen Buchstaben.



Hilfe: Öffne den Link https://www.geogebra.org/m/kmusab3f
oder öffne die Webadresse mit dem QR-Code.

Bewege den Punkt auf dem Schieberegler im linken Bild.
Dadurch klappt das Netz des Prismas langsam auf.

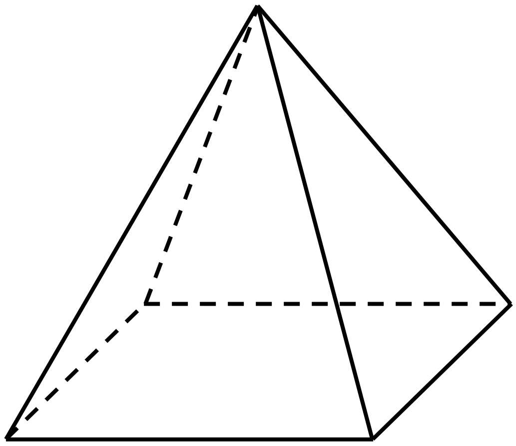
Raum und Form
Sekundarstufe I

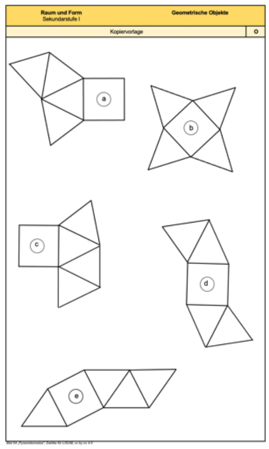
Geometrische Objekte
Argumentieren

Erkennen von Netzen (Pyramide) | **33**

Material: *Kopiervorlage O, evtl. Schere*

Es ist eine gerade Pyramide mit quadratischer Grundfläche dargestellt.





Kopiervorlage O

In der Kopiervorlage sind verkleinerte Netze dargestellt.

- Welche der dargestellten Netze ergeben eine solche Pyramide? Begründe deine Entscheidungen.

Tipp: Du kannst die Netze auch ausschneiden und zusammenfalten.

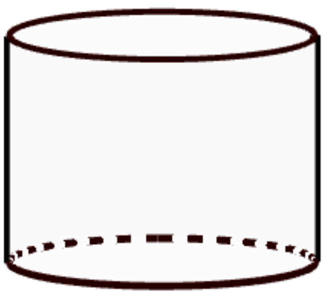
Raum und Form
Sekundarstufe I

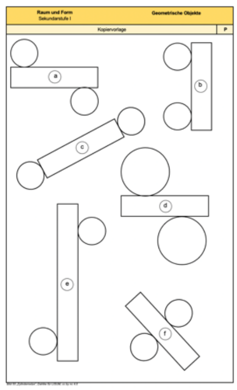
Geometrische Objekte
Argumentieren

Erkennen von Netzen (Zylinder) | **34**

Material: *Kopiervorlage P, evtl. Schere*

Es ist ein Kreiszylinder dargestellt.





Kopiervorlage P

In der Kopiervorlage sind verkleinerte Netze dargestellt.

- Welche der dargestellten Netze ergeben Kreiszylinder? Begründe deine Entscheidungen.

Tipp: Du kannst die Netze auch ausschneiden und zusammenfalten.

Raum und Form Sekundarstufe I	**Geometrische Objekte**
Vergleichen von Zylinder und Prisma	**35**

Dargestellt sind ein gerader Kreiszylinder und ein gerades dreiseitiges Prisma.

Vergleiche beide Körper.

- Nenne mindestens einen Unterschied.
- Nenne möglichst viele Gemeinsamkeiten.

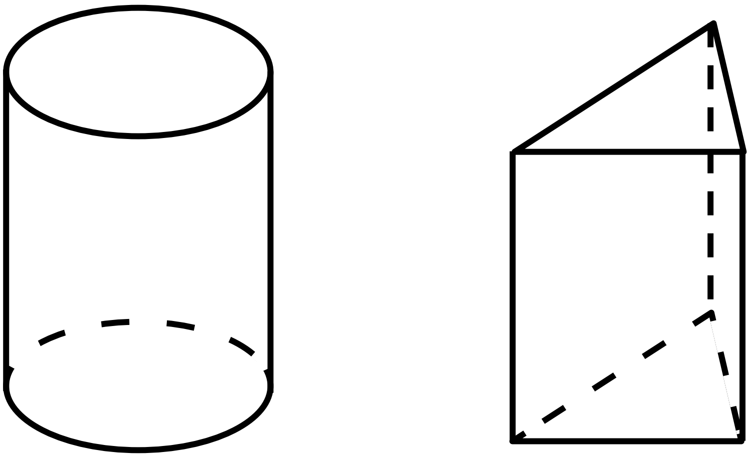
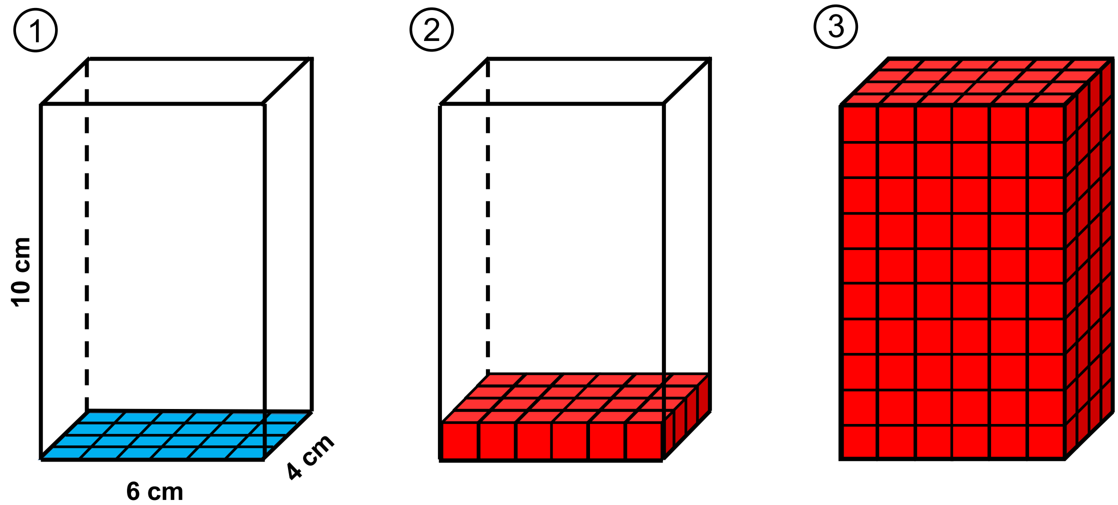


Bild: „Zwei Körper", Reblin für LISUM, cc by sa 4.0

Raum und Form / Messen Sekundarstufe I	**Geometrische Objekte**
Bestimmen des Prismenvolumens mithilfe von Würfeln	**36**

- Ermittle den Flächeninhalt der Grundfläche (Bild 1) und das Volumen der untersten Schicht (Bild 2).



- Beschreibe, wie du vorgegangen bist.
- Vergleiche die beiden Werte. Was ist gleich, was ist unterschiedlich?
- Warum ist das so? Erkläre.
- Ermittle nun das Volumen des Quaders (Bild 3). Beschreibe auch hier, wie du vorgegangen bist.

Bild: „Drei Prismen", Dahlke für LISUM, cc by sa 4.0

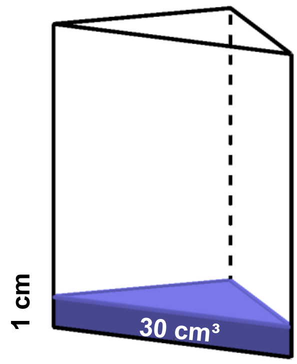
Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Bestimmen der Grundfläche der Schicht

37

Mika sagt: „Wenn die untere blaue Schicht ein Volumen von 30 cm³ hat, dann hat die Grundfläche des Prismas einen Flächeninhalt von 30 cm².“



- Wie groß sind die Grundflächen der beiden unteren Prismen?

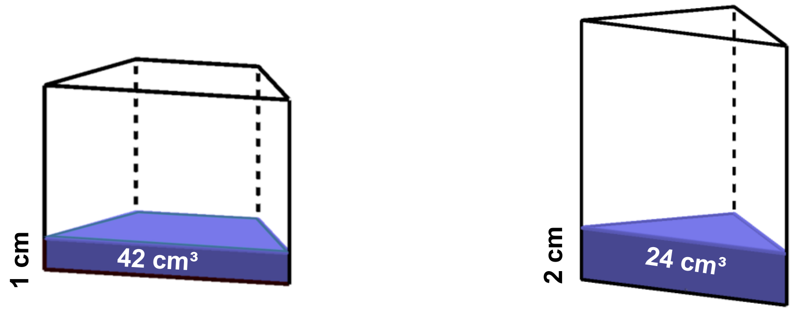


Bild: „Drei Prismen mit beschrifteten Schichten“, Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Bestimmen des Prismenvolumens mithilfe von Schichten

38

Lisa sagt: „Im Prisma 1 ist das Volumen 120 cm³.“

- Bestimme auf die gleiche Art die Volumen der Prismen 2 und 3.

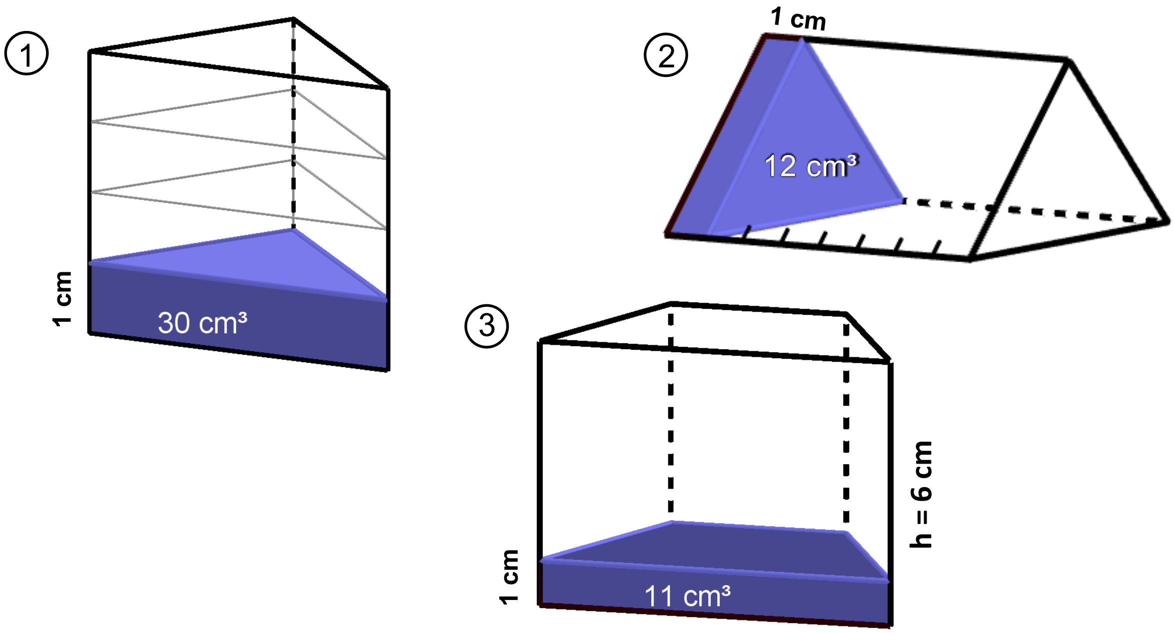


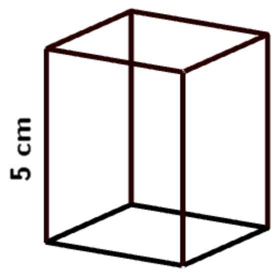
Bild: „Drei Prismen mit Schichten“, Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

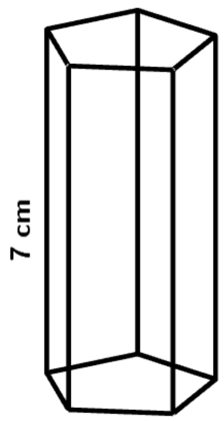
Geometrische Objekte

Erklären der Volumenformel für Prismen | **39**

- Färbe die Grundfläche der beiden Prismen.

① 

Flächeninhalt der Grundfläche = 8 cm²

② 

Flächeninhalt der Grundfläche = 15 cm²

- Erkläre, warum man das Volumen eines Prismas mit der Formel

  Volumen = Grundfläche • Höhe

  berechnen kann.

Bild: „Zwei Prismen“, Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Finden von Grundflächen und Höhen im Prisma | **40**

Material: *Verschiedene Prismenmodelle*

- Markiere in jedem Prisma die Grundfläche und die Höhe mit zwei unterschiedlichen Farben.

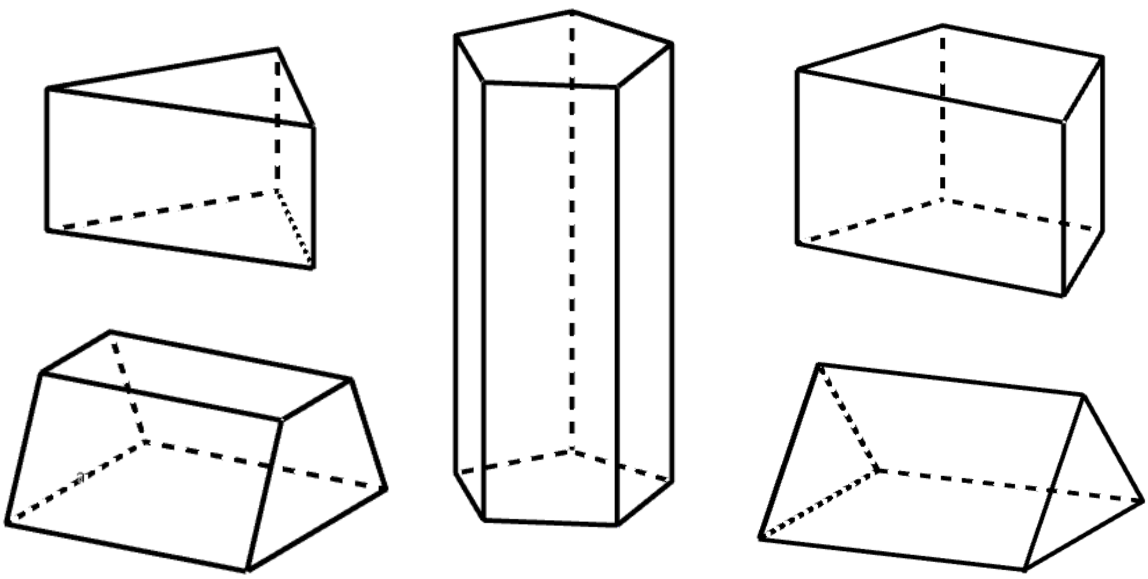


Bild: „Fünf Prismen“, Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Berechnen des Volumens eines Prismas (1) | **41**

Lisa sagt: „Man benutzt zur Berechnung des Volumens von Prismen die Formel $\mathbf{V = A_G \cdot h}$."

- Zeige die Grundfläche und erkläre, wie man ihren Flächeninhalt $\mathbf{A_G}$ berechnet.
- Zeige die Körperhöhe $\mathbf{h}$.
- Berechne das Volumen des abgebildeten Prismas.

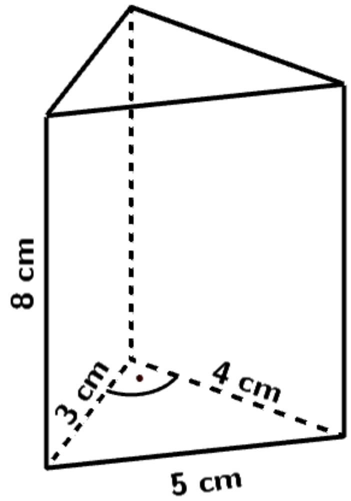


Bild: „Prisma mit Beschriftung", für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Berechnen des Prismenvolumens mit vorgegebener Grundfläche | **42**

- Berechne das Volumen der Prismen. Der Flächeninhalt G der grünen Grundfläche ist schon gegeben.

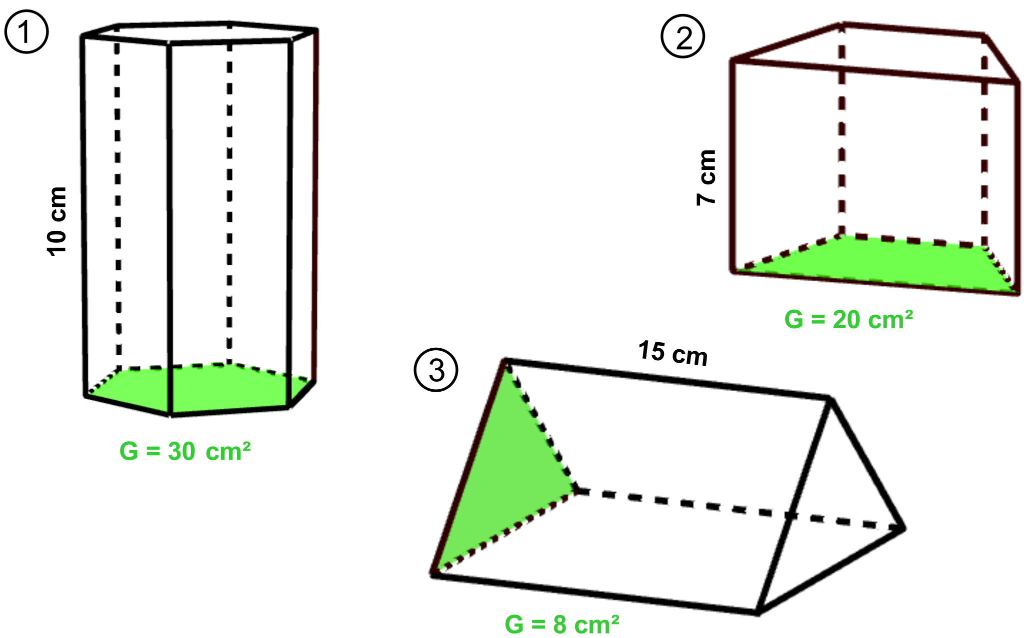


Bild: „Drei Prismen mit Beschriftung", Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Berechnen des Volumens eines Prismas (2)	**43**

- Markiere und berechne die Grundfläche.
- Zeige die Körperhöhe.
- Berechne das Volumen.

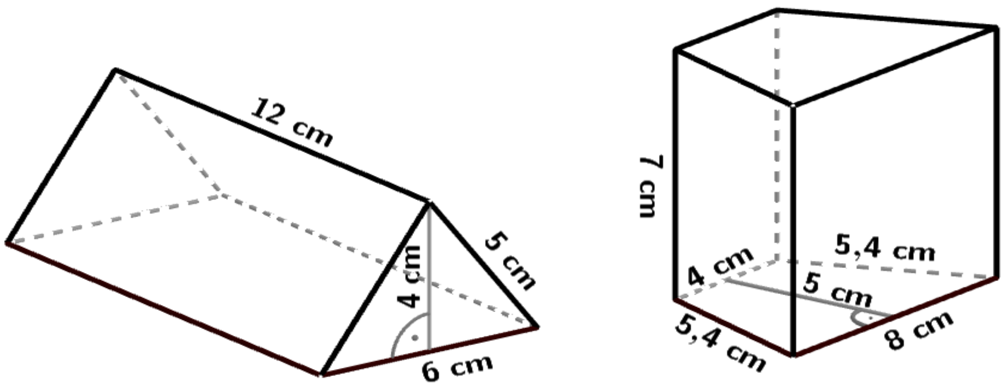


Bild: „Prismen mit Bemaßung“, Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

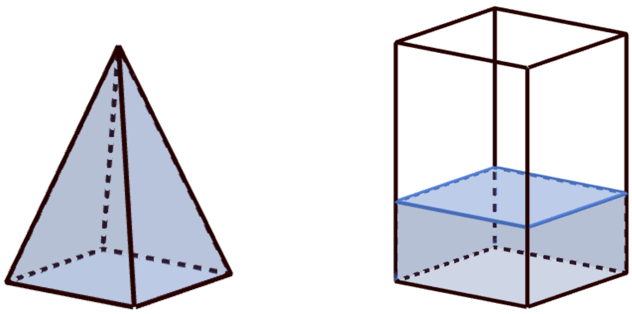
Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Vergleichen von Volumina	**44**

***Material:** Zwei hohle Körpermodelle (ein Prisma und eine Pyramide mit **deckungsgleicher Grundfläche** und **gleicher Höhe**), Wasser oder Sand*

- Halte die Pyramide und das Prisma aneinander und zeige, dass die Grundflächen und die Körperhöhen gleich groß sind.
- Fülle die Pyramide vollständig mit Wasser (oder Sand).
- Fülle dann das Wasser (den Sand) in das Prisma.
- Wie oft muss man diesen Vorgang wiederholen, bis das Prisma vollständig gefüllt ist?



- Ergänze die Gleichung. $\boxed{} \cdot \mathbf{V_{Pyramide}} = \mathbf{V_{Prisma}}$

Bild: „Pyramide und Prisma“, Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

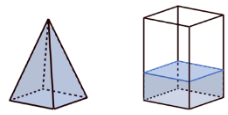
Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Geometrische Objekte

Angeben des richtigen Formelterms | **45**

Lisa hat herausgefunden, dass folgende Gleichung richtig ist, wenn die Pyramide und das Prisma die gleiche Grundfläche und die gleiche Höhe haben:

$$\boxed{3 \cdot V_{\text{Pyramide}} = V_{\text{Prisma}}}$$



- Kreuze den Term an, der die nachfolgende Gleichung richtig ergänzt.

$V_{\text{Pyramide}} = \ldots$

- ☐ $3 \cdot V_{\text{Prisma}}$
- ☐ $\frac{1}{3} \cdot V_{\text{Prisma}}$
- ☐ $V_{\text{Prisma}} - 3$

Bild: „Pyramide und Prisma“, Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

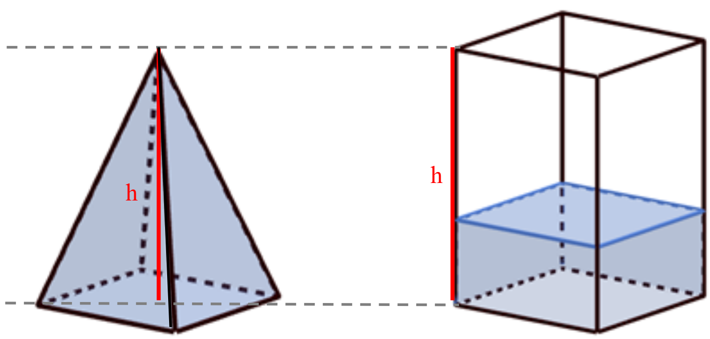
Geometrische Objekte
Argumentieren

Aufstellen der Volumenformel für Pyramiden | **46**

Ali weiß, dass für das Volumen von Pyramiden gilt: $V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot V_{\text{Prisma}}$,
wenn die Pyramide und das Prisma die gleiche Grundfläche und die gleiche Höhe haben.

Lisa antwortet: „Dann gilt also auch: $V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$.“

- Warum hat Lisa Recht? Zeige an den Bildern.

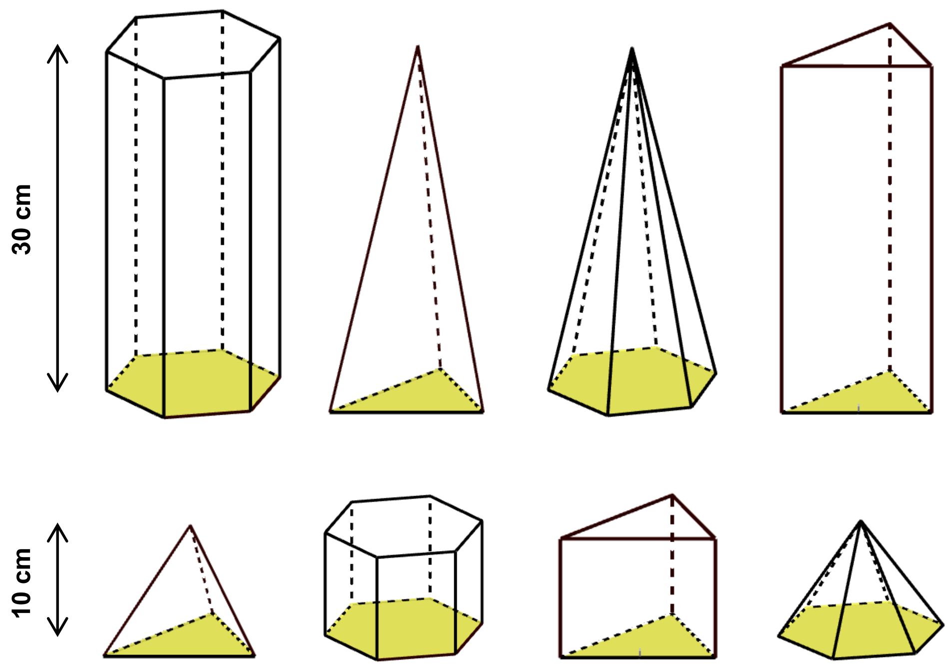


Die Grundfläche und die Körperhöhe sind bei beiden Körpern gleich.

Bild: „Pyramide und Prisma“, Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0

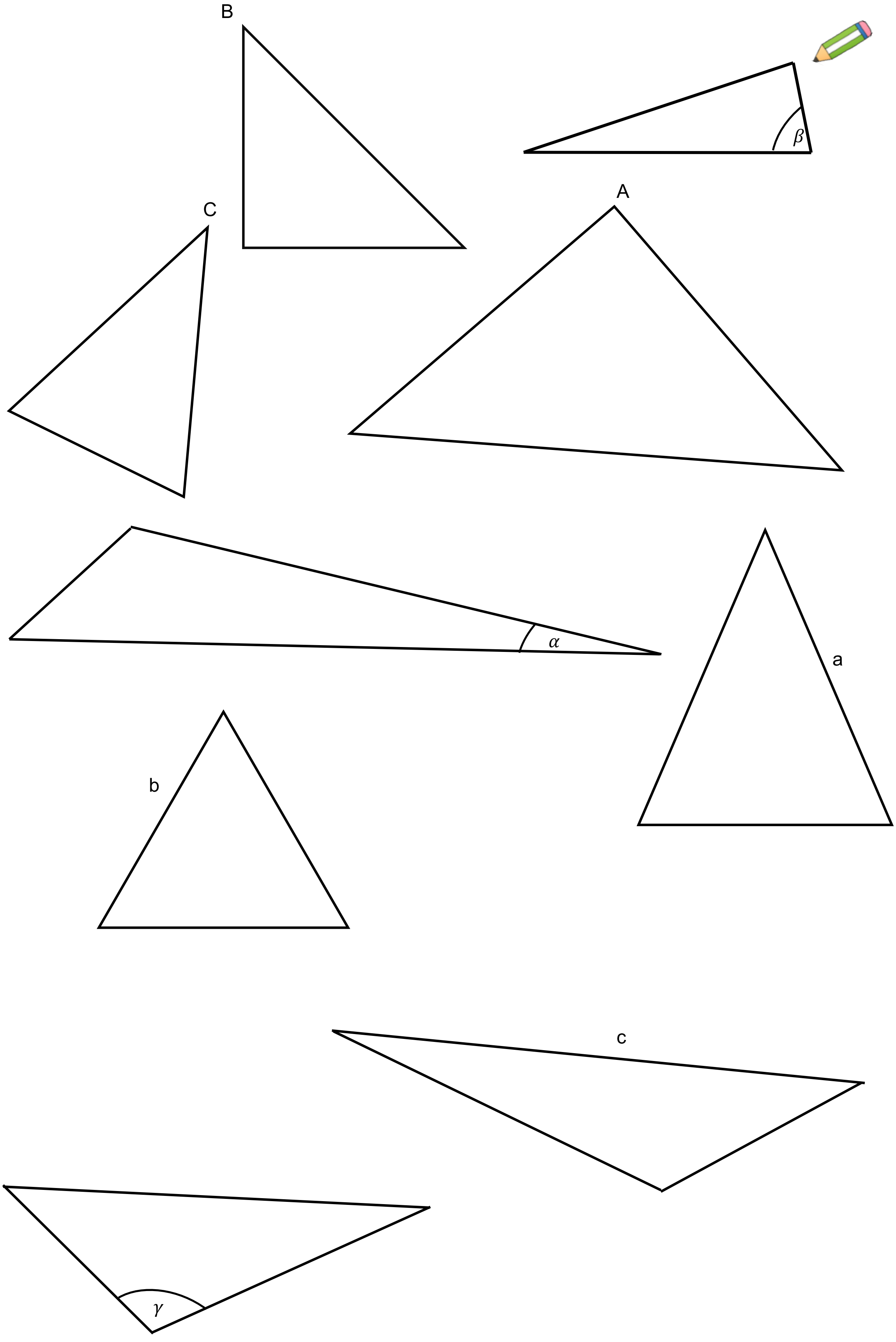
Finden von Körpern mit gleich großem Volumen	**47**

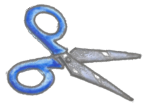
- Finde Körper mit gleich großem Volumen. Beschreibe, wie du dabei vorgehst.

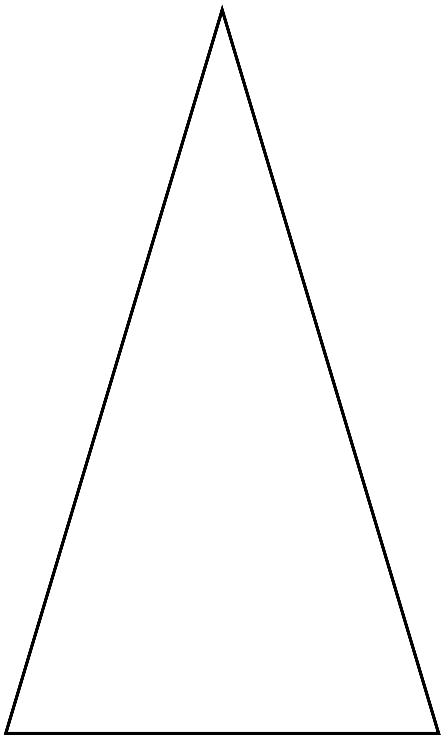


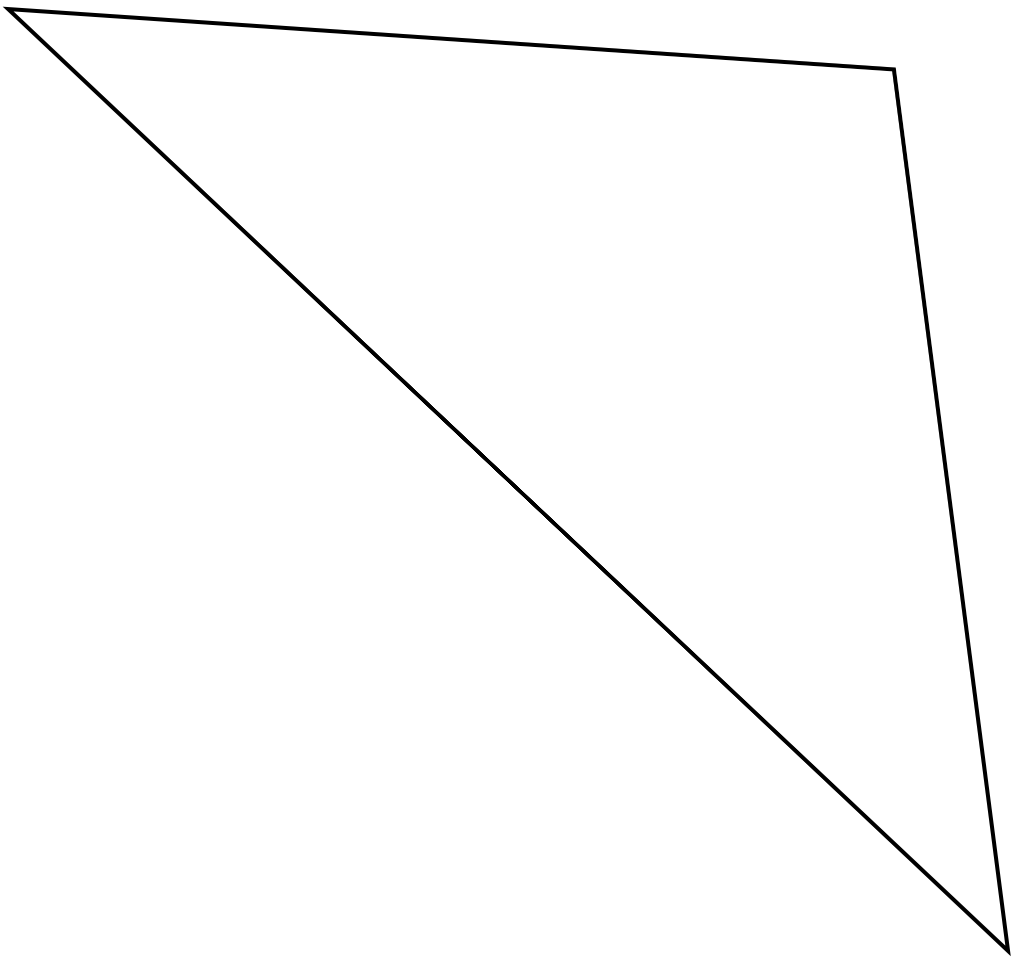
Kopiervorlage A

A



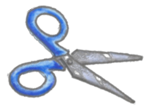


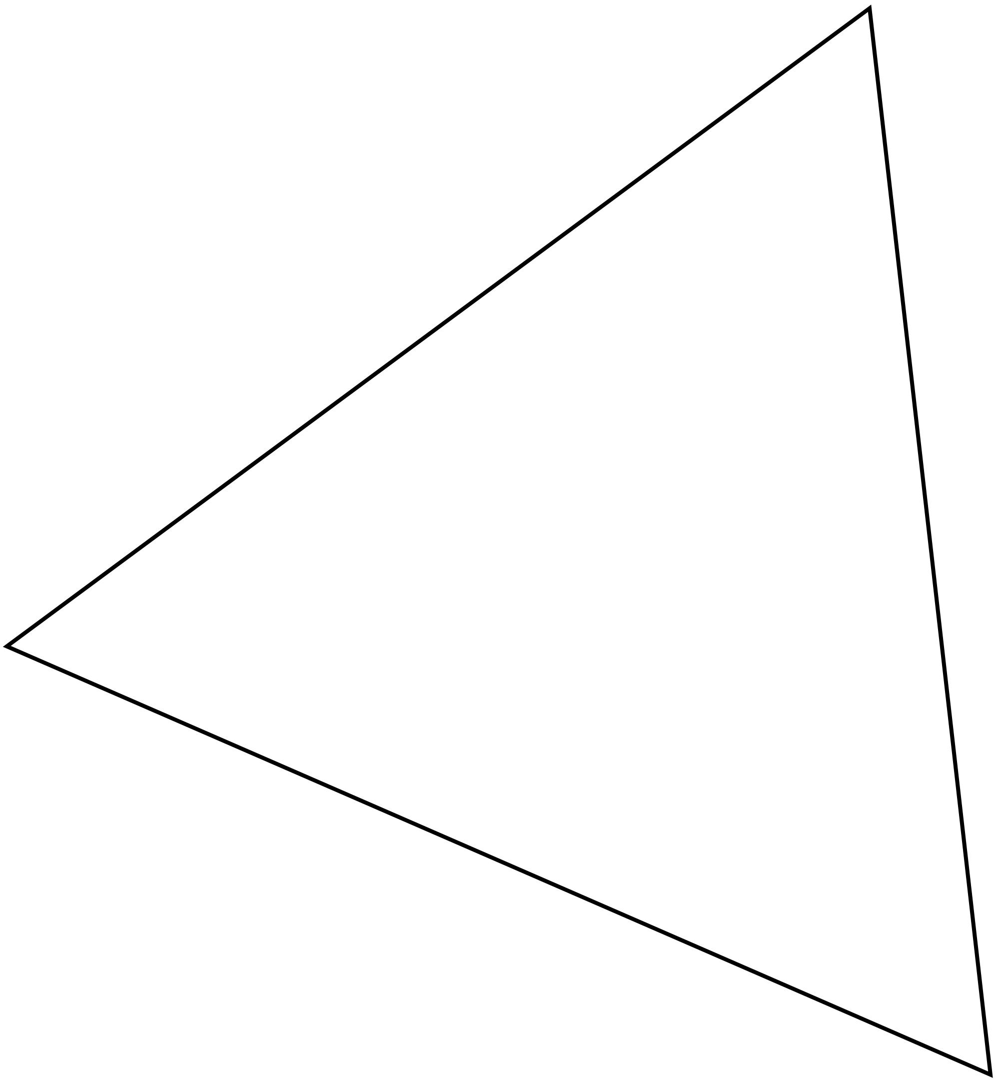


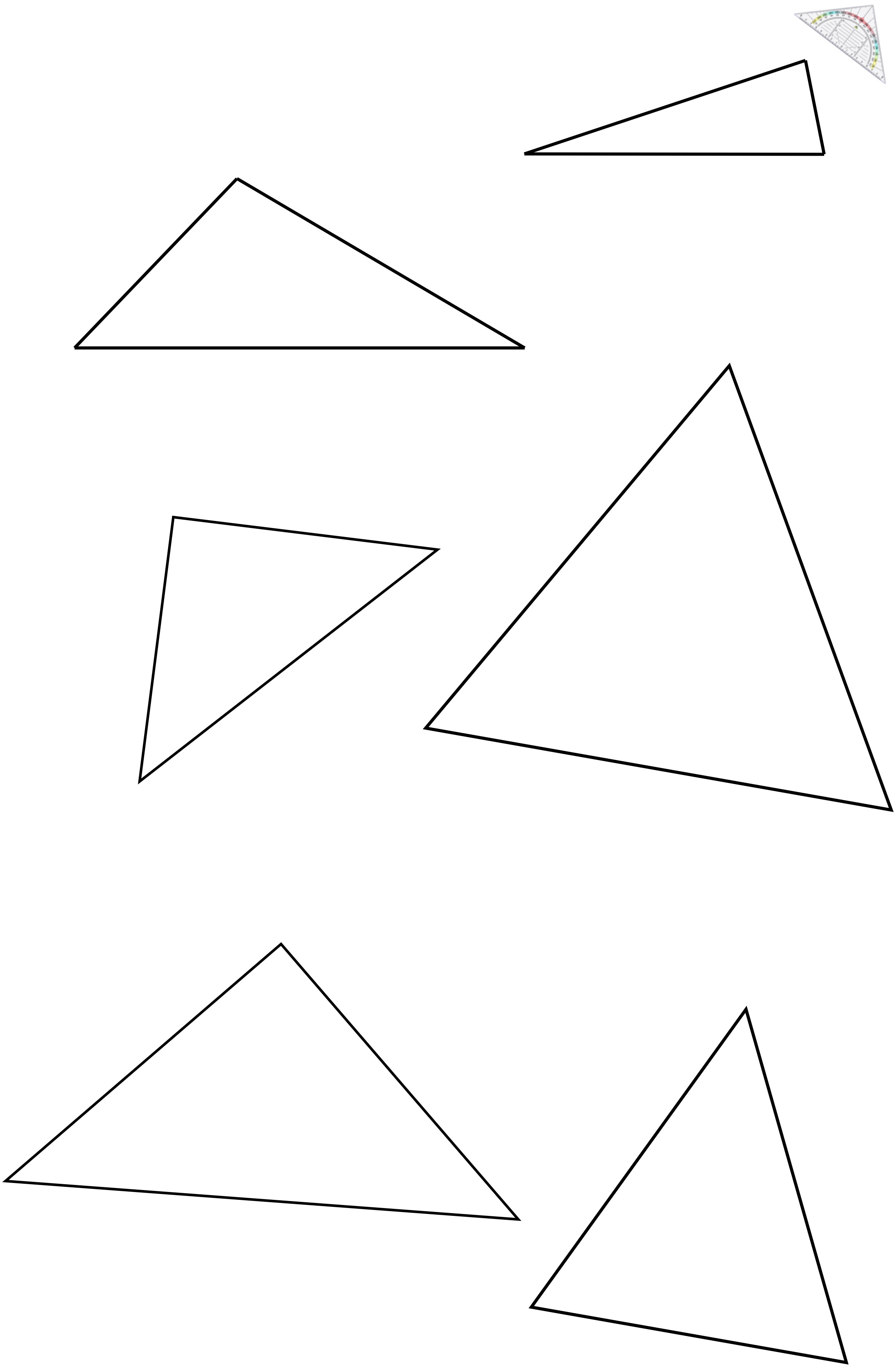


Kopiervorlage C

C

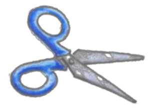


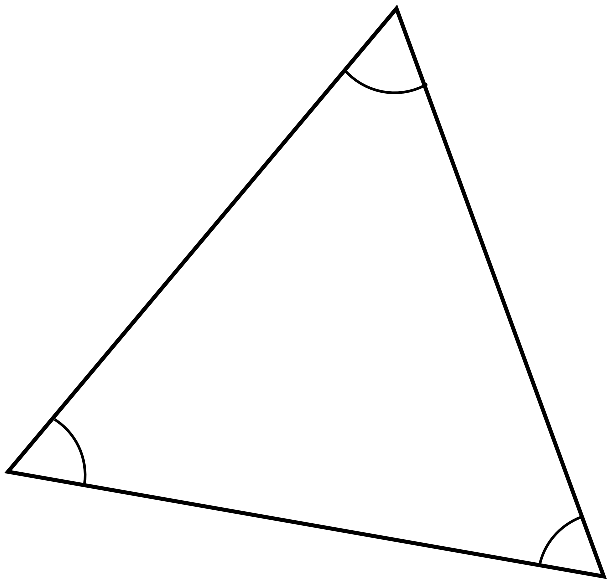


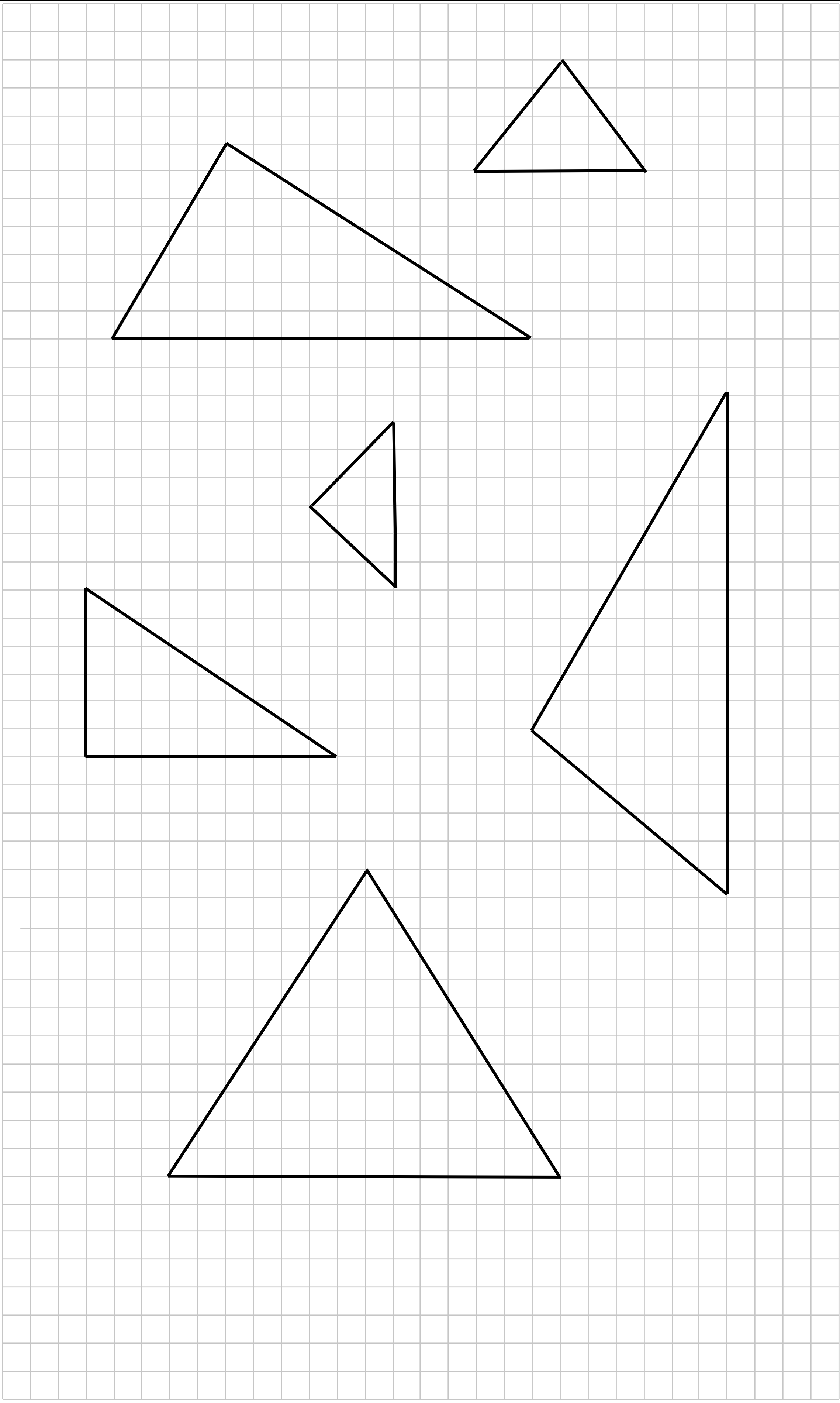


Kopiervorlage E

E

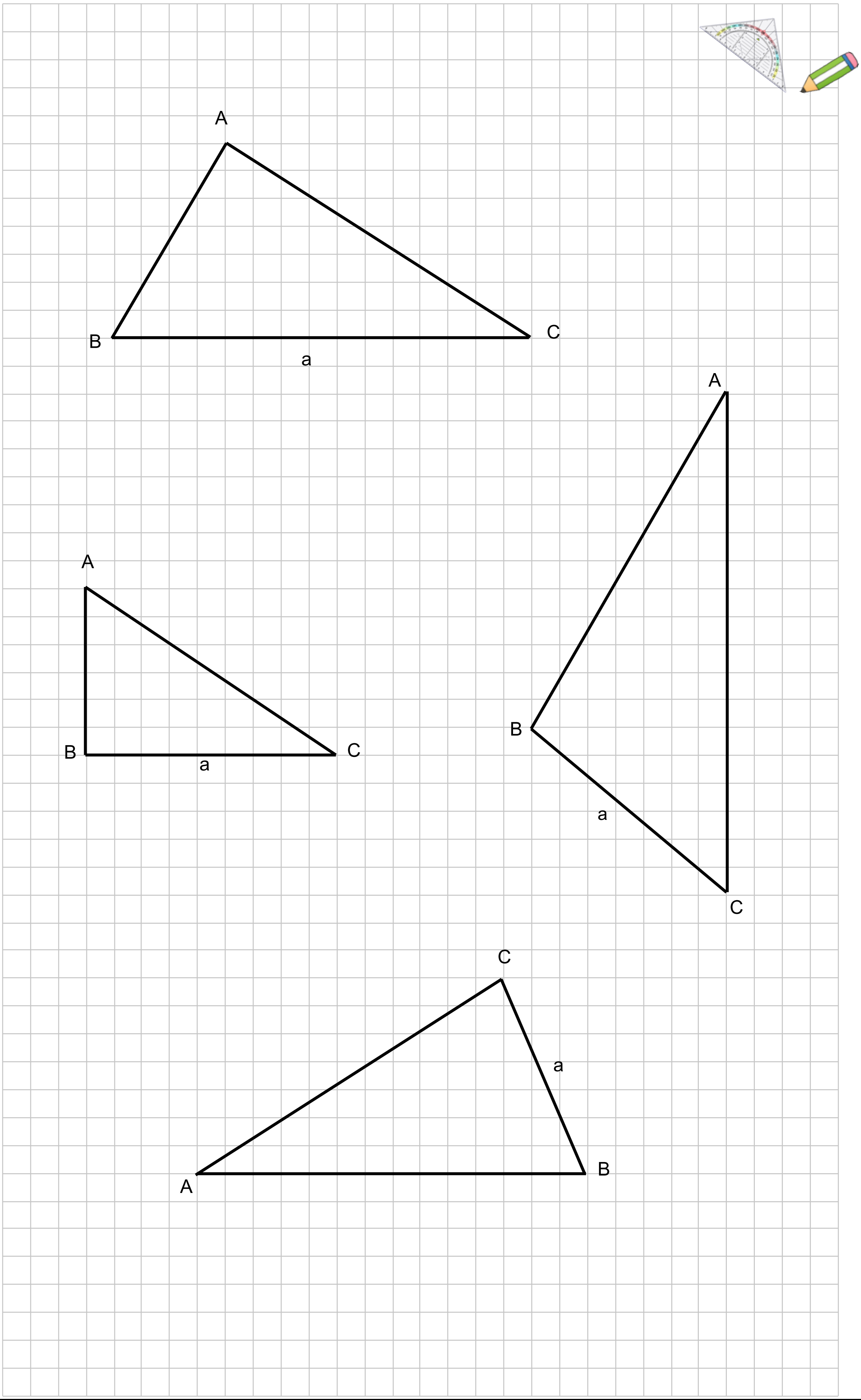


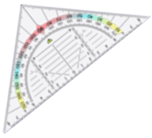


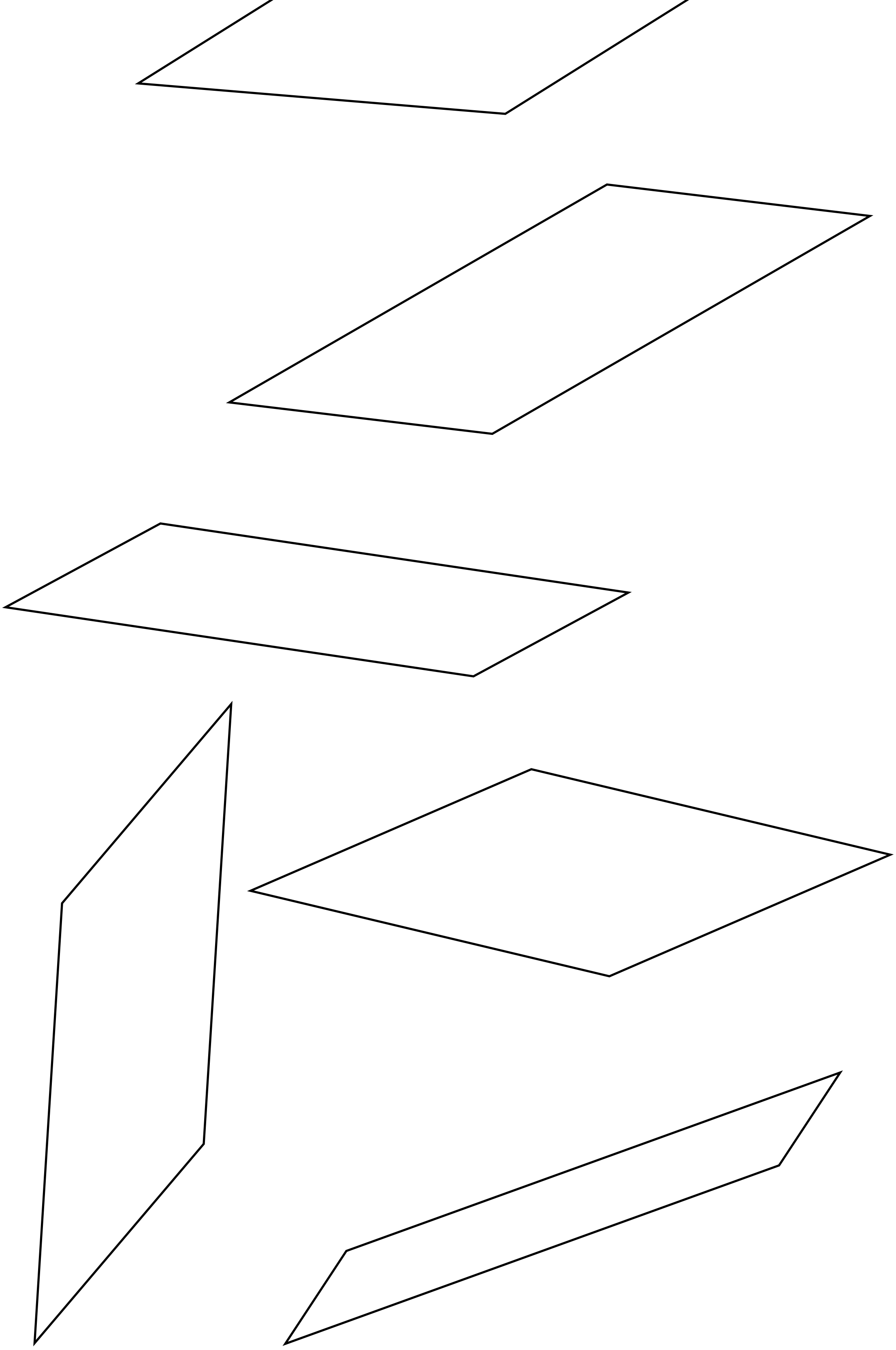


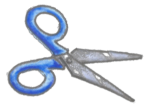
Kopiervorlage G

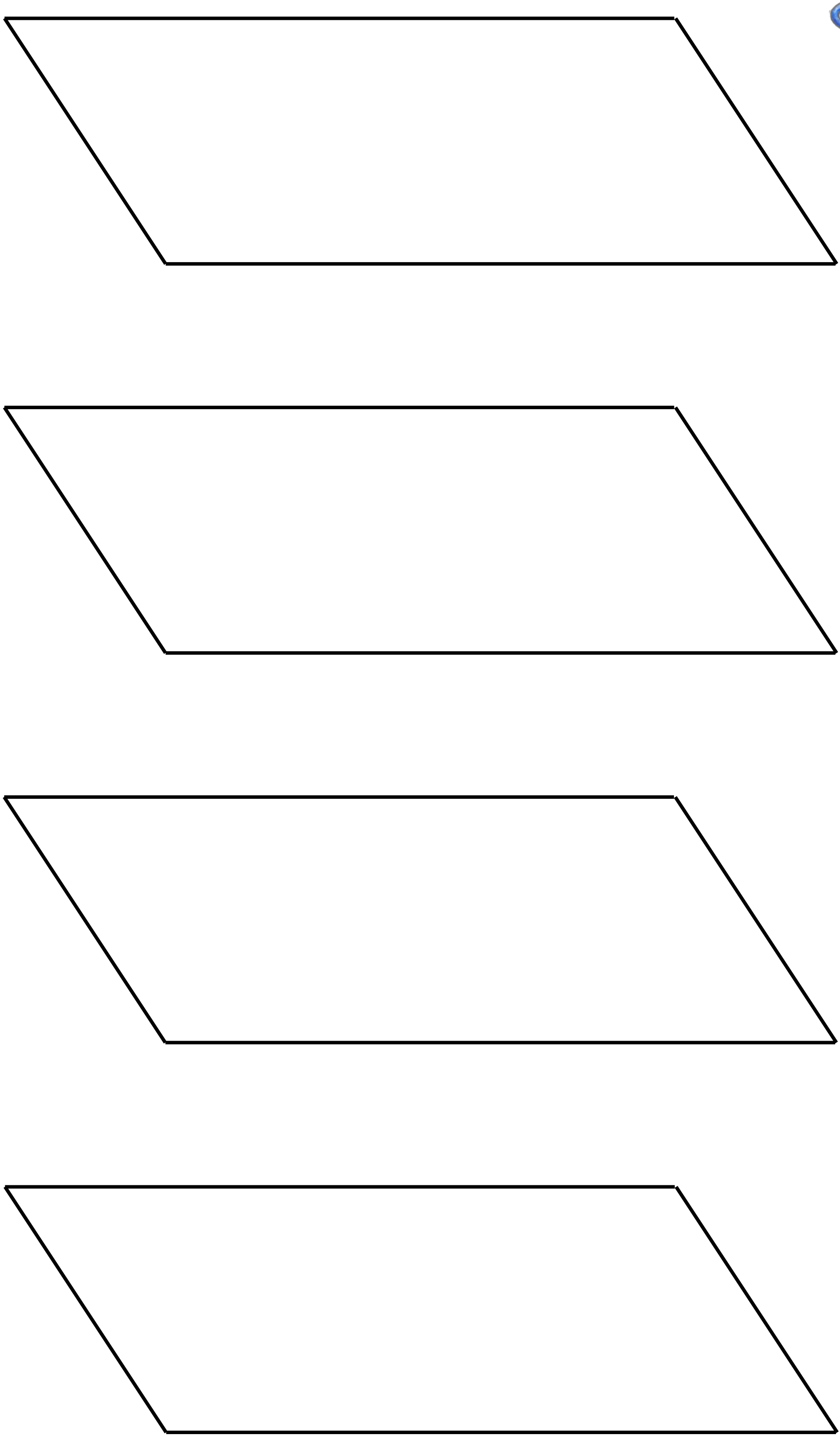
G

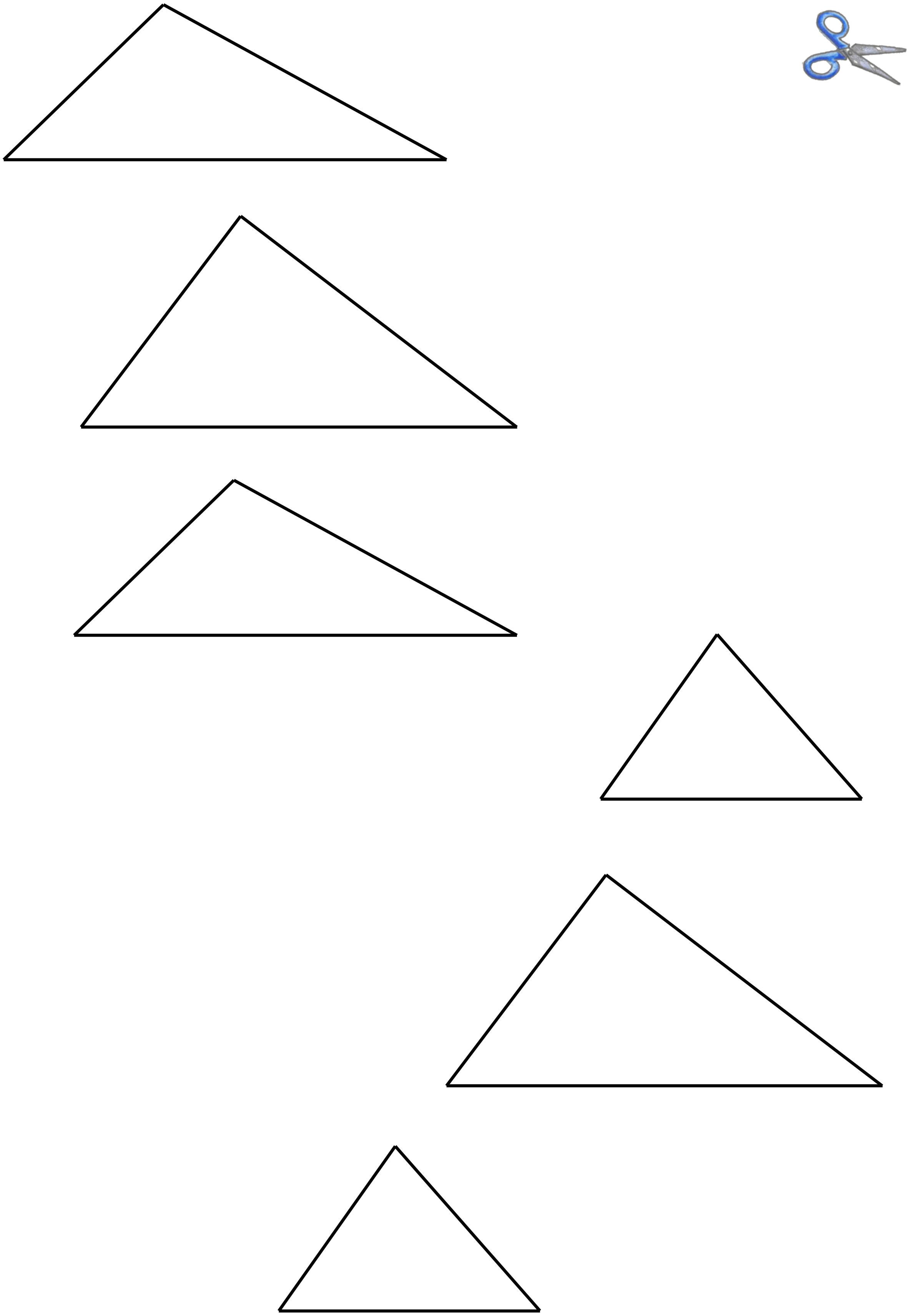


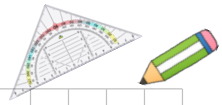


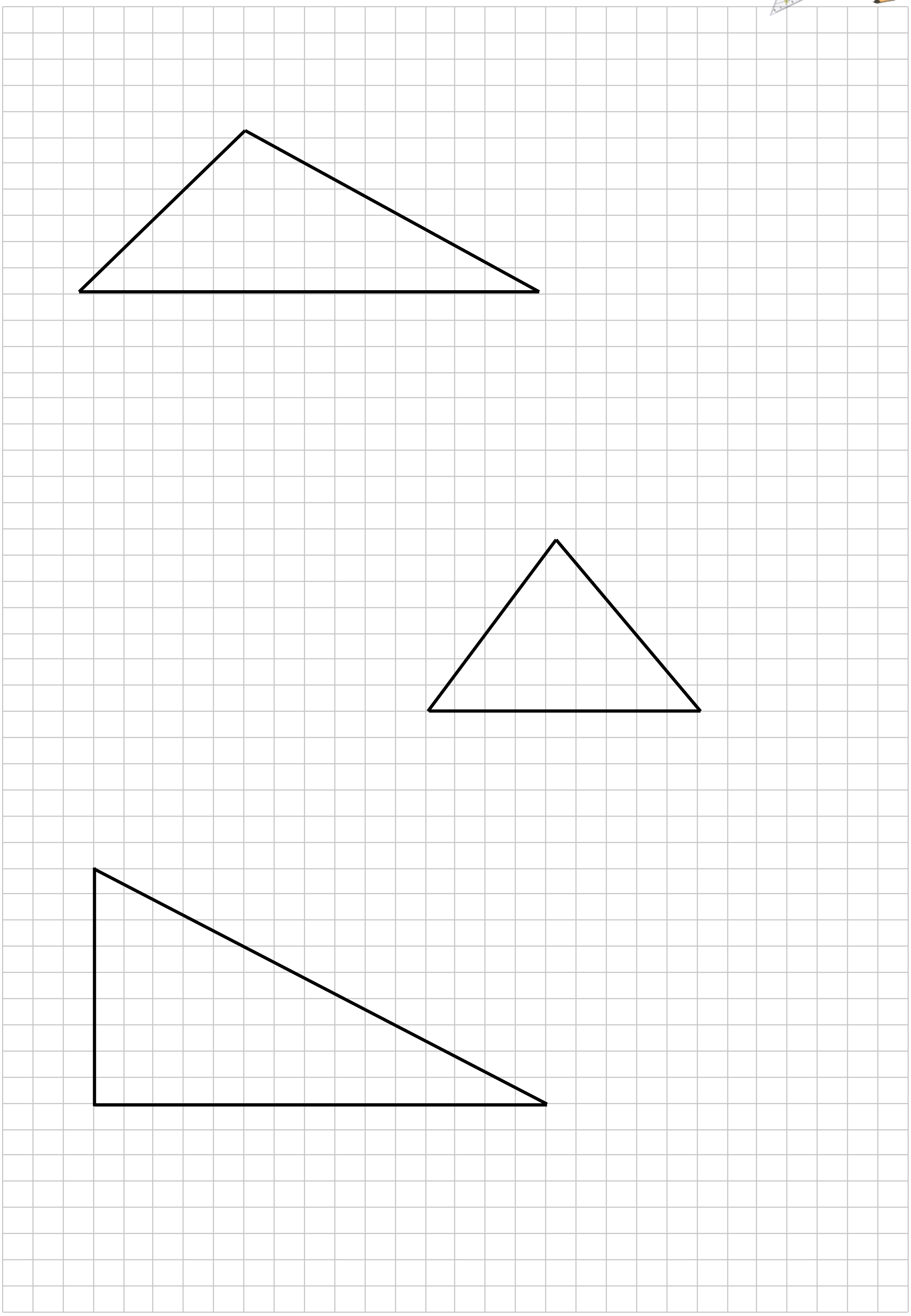


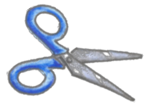




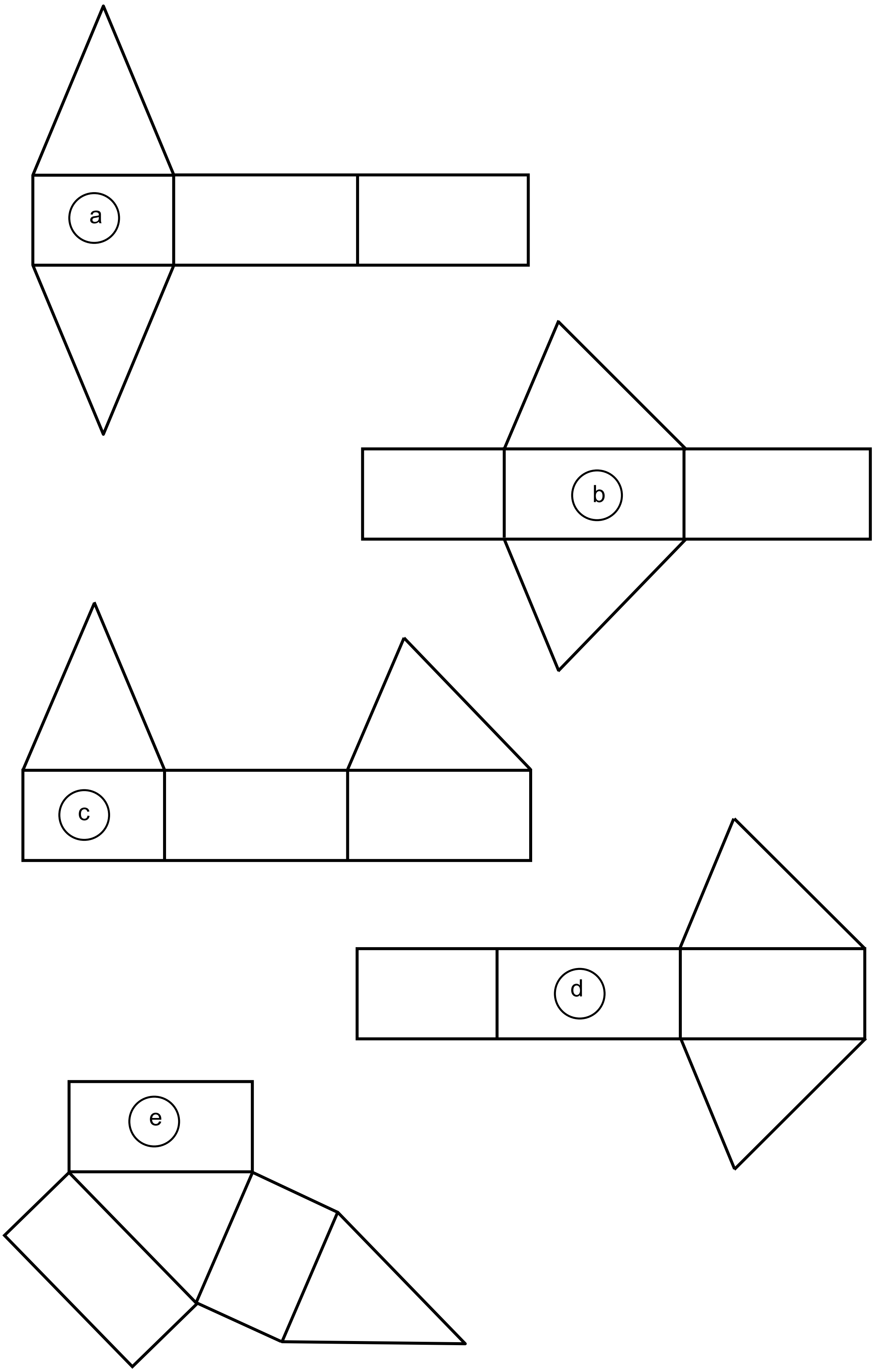


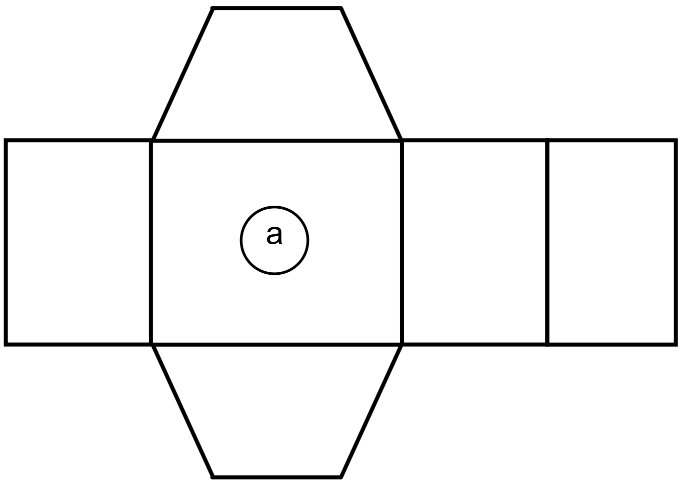


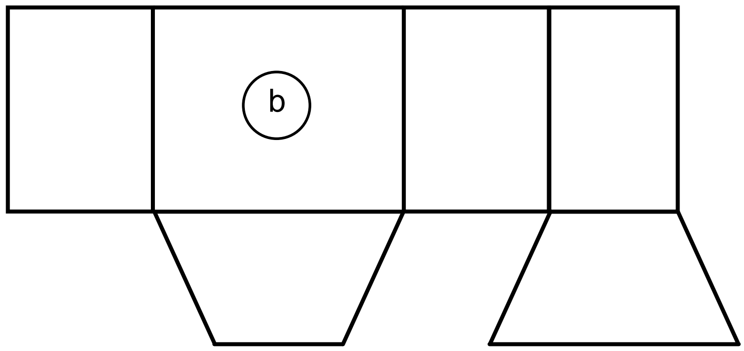


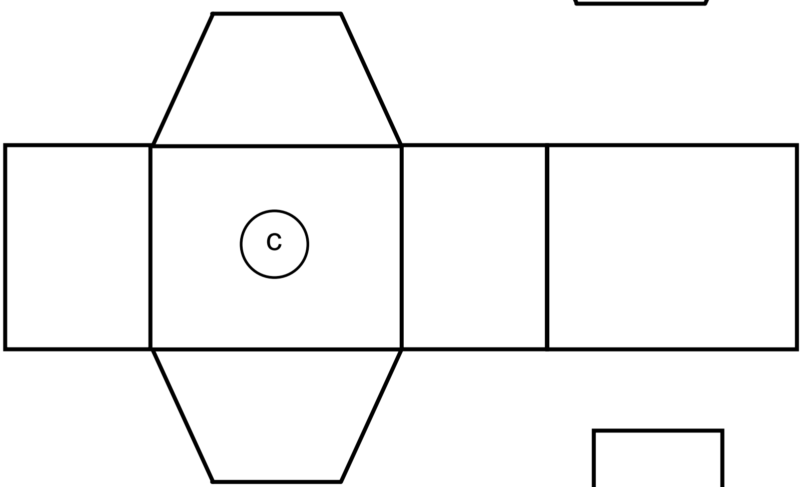


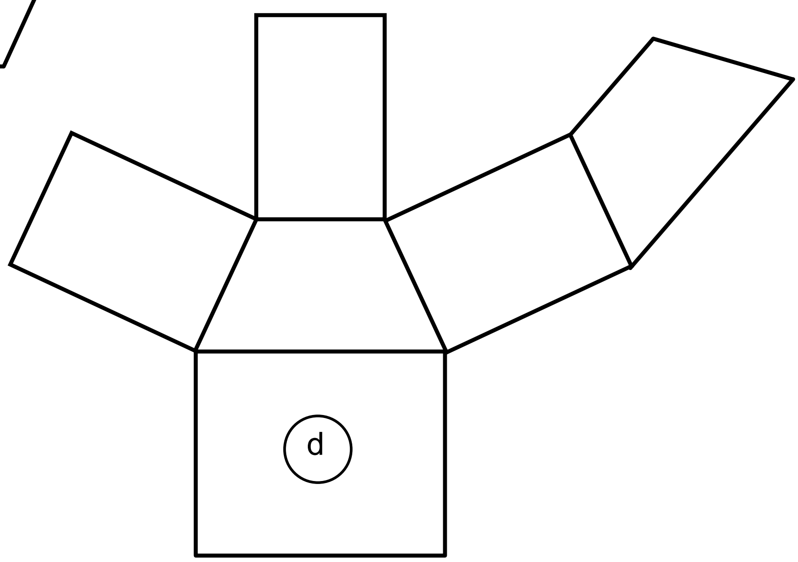
gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck	Alle Winkel sind gleich groß.
spitzwinkliges gleichschenkliges Dreieck	Alle Seiten sind gleich lang.
stumpfwinkliges gleichschenkliges Dreieck	Die Seiten heißen Katheten und Hypotenuse.
rechtwinkliges unregelmäßiges Dreieck	Ein Winkel ist 90° groß.
gleichseitiges spitzwinkliges Dreieck	Zwei Seiten sind gleich lang und alle Winkel sind spitze Winkel.
	Das Dreieck hat zwei 45°- Winkel und einen 90°- Winkel.
	Die Seiten heißen Basis und Schenkel.
	Die Hypotenuse ist auch die Basis.


a
b
c
d
e


a


b


c


d

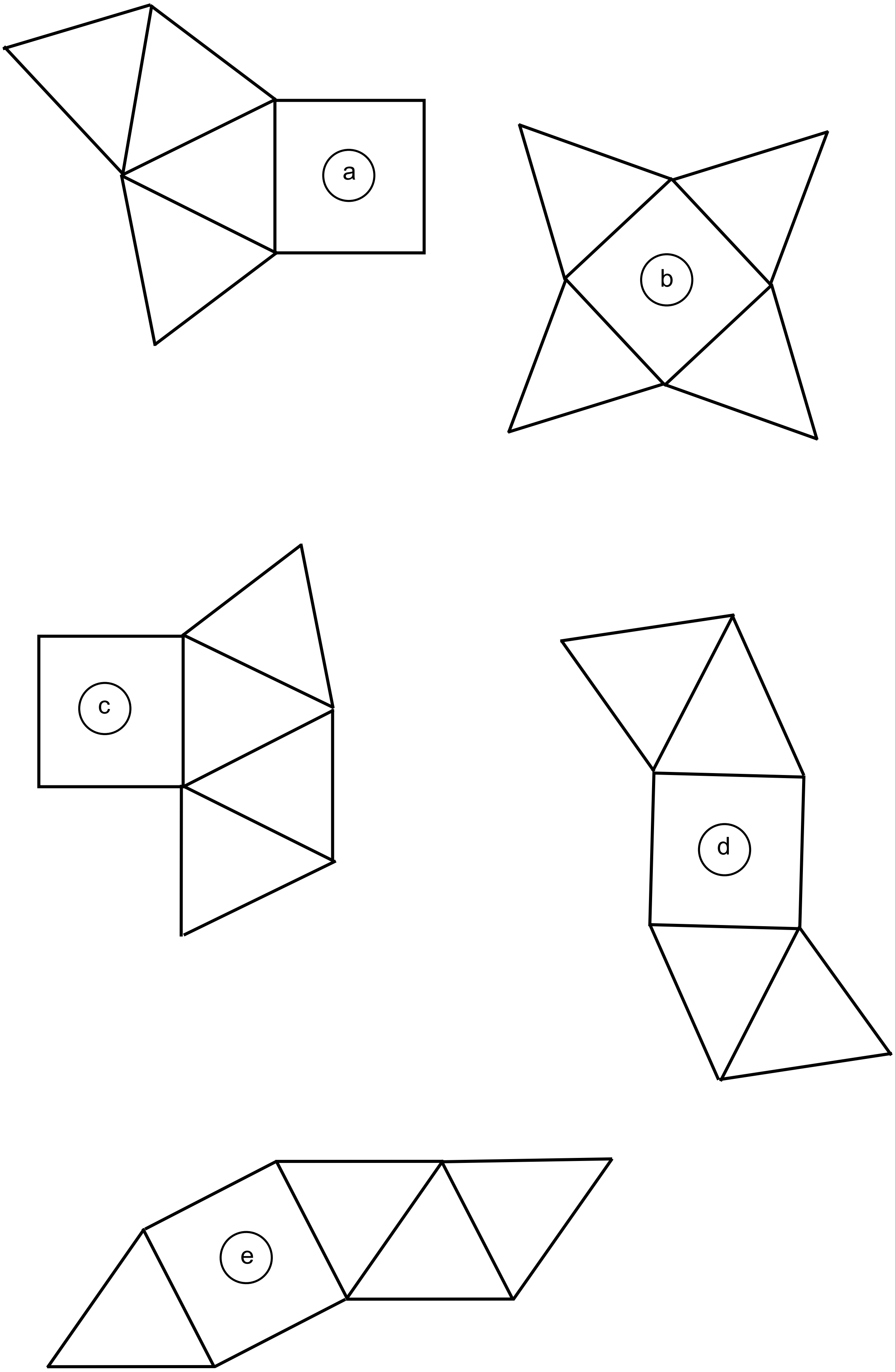
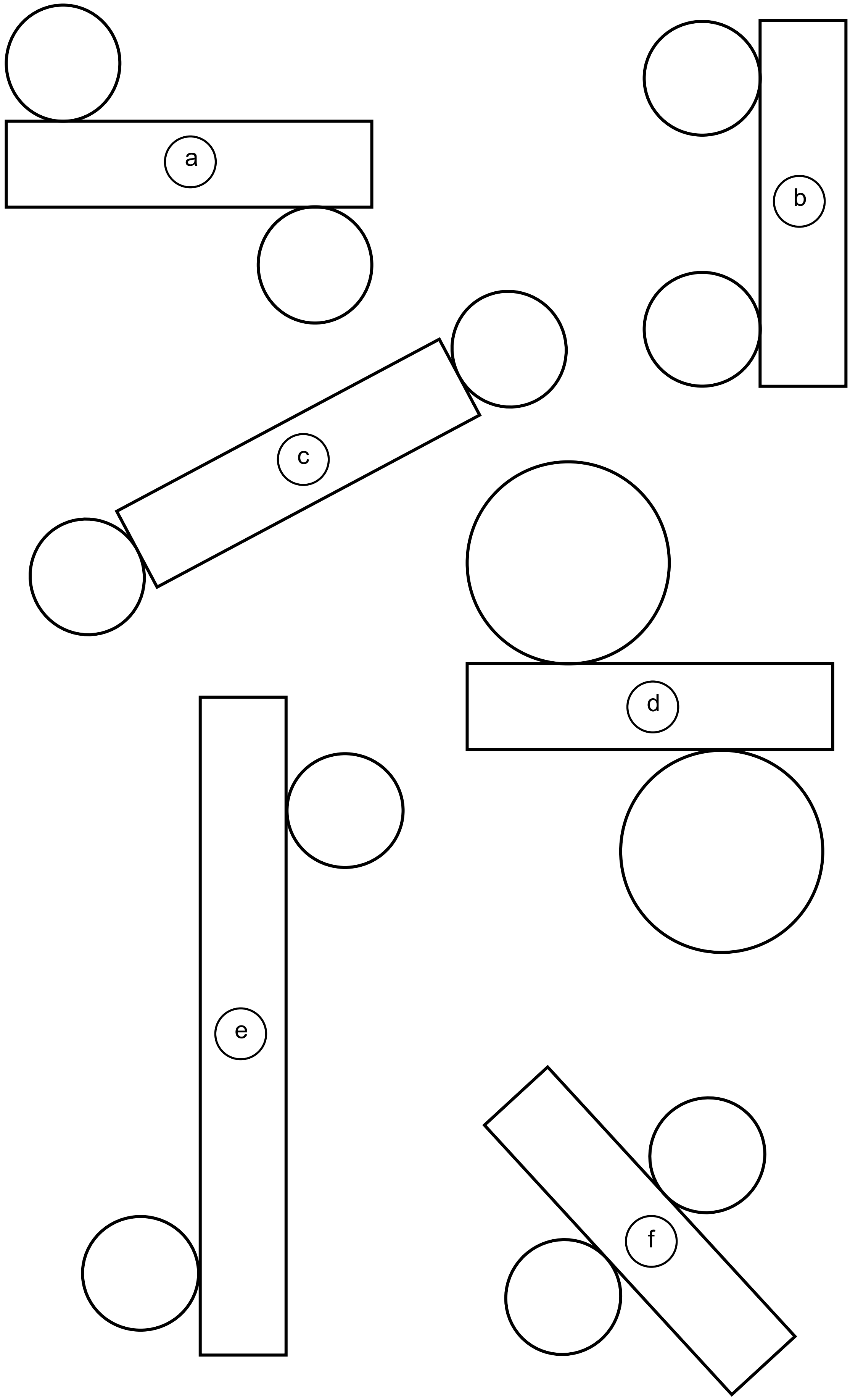
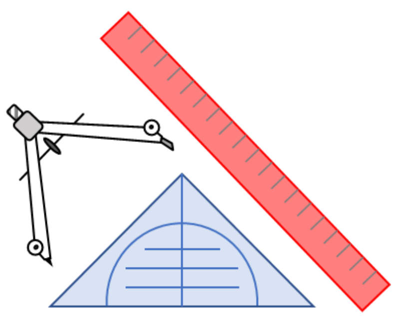


Bild: „Pyramidennetze“, Dahlke für LISUM, cc by sa 4.0


a
b
c
d
e
f

Förderaufgaben für die Sekundarstufe

Konstruieren / Algorithmen nutzen



Darum geht es:

Im Geometrieunterricht stellt das Konstruieren eine wesentliche Tätigkeit über alle Schulstufen hinweg dar. Die Erfahrungen zeigen, dass der Geometrieunterricht besonders Schülerinnen und Schüler anspricht, die an anderen Stellen des Mathematikunterrichts eher Schwierigkeiten haben. Das wiederum wirkt sich positiv auf die Motivation aus. Zudem bietet der Geometrieunterricht gute Differenzierungsmöglichkeiten. Das Konstruieren verbindet alle drei Säulen des Konzepts (Training geistiger Fähigkeiten, Strukturierung des Raumes und praktischer Nutzen, Vermittlung von Freude und Entwicklung des Selbstvertrauens) miteinander.

In den Förderkarten sind Förderaufgaben zu klassischen Konstruktionen mit Zirkel und Lineal enthalten, z. B. zum Konstruieren der Mittelsenkrechten, der Höhe in einer Figur oder des Umkreismittelpunktes. Daneben werden die Schülerinnen und Schüler aufgefordert, geometrische Figuren zu spiegeln, zu verschieben und maßstäblich zu verkleinern und vergrößern. Bei den Körpern werden sie zum Zeichnen von Schrägbildern aufgefordert. Dabei liegt ein hoher Grad an Exaktheit vor (im Gegensatz zu einer Freihandskizze).

Neben den klassischen Werkzeugen Zirkel und Lineal kommen auch Gegenstände aus dem Alltag vor, z. B. Holzstäbchen, mit denen Dreiecke untersucht werden sollen. Fragen wie „Kann das sein?“ „Ist das immer so?“ etc. regen dazu an, Beispiele auf ihre Allgemeingültigkeit zu überprüfen und Argumente zu entwickeln. Die Schülerinnen und Schüler werden aufgefordert, mehrschrittige Konstruktionen durchzuführen. Das räumliche Vorstellungsvermögen kann durch Fragen wie z. B. „Welche Seite des vor mir stehenden Körpers entspricht der Seite im Körpernetz“? geschult werden. Darüber hinaus finden sich im Fördermaterial auch immer wieder Stellen, an denen das Argumentieren gefordert wird (z. B. „Warum kann das nicht sein?“). Durch Fragen wie „Wie hast du das gemacht?“ bzw. „Wie bist du dabei vorgegangen?“ wird auch die Beschreibung des Weges thematisiert (Verbalisieren des Vorgehens). Mit Hilfe von dynamischer Geometriesoftware, wie sie auch in einigen Berufszweigen verwendet wird, können die Konstruktionsschritte auch automatisiert durchgeführt werden. Daher kann der Einsatz von Computersoftware dazu beitragen, das Denken der Schülerinnen und Schüler zu flexibilisieren. Er bietet ihnen die Möglichkeit, in ihrem eigenen Tempo Figuren und Körper auf Gesetzmäßigkeiten hin zu untersuchen.

(siehe auch Didaktischer Kommentar von Prof. Kortenkamp und Prof. Kuzle in diesem Material)

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Übersicht zu den Förderaufgaben

Förderschritte zu den Diagnoseaufgaben „Konstruieren“, Stufen D, E, F, G: Aufgabe 1

1. Konstruieren der Mittelsenkrechte (mit Geodreieck)
2. Konstruieren der Mittelsenkrechte (mit Zirkel)
3. Zeichnen einer Höhe (mit Geodreieck)
4. Zeichnen einer Höhe (mit Geodreieck) im stumpfwinkligen Dreieck
5. Finden des Umkreismittelpunktes
6. Konstruieren des Umkreismittelpunktes (1)
7. Konstruieren des Umkreismittelpunktes (2)
8. Zeichnen von Quadern im Schrägbild
9. Entnehmen von Maßen aus einem Schrägbild (1)
10. Zeichnen einer Pyramide im Schrägbild (1)
11. Zeichnen von Pyramiden im Schrägbild (2)
12. Entnehmen von Maßen aus einem Schrägbild (2)

Förderschritte zu den Diagnoseaufgaben „Konstruieren“, Stufen D, E, F, G: Aufgabe 2

13. Ausführen der Geradenspiegelung (1)
14. Nutzen des Geodreiecks für Geradenspiegelungen
15. Ausführen der Geradenspiegelung (2)
16. Ausführen der Geradenspiegelung im Koordinatensystem
17. Ausführen einer Verschiebung mit Pfeil (1)
18. Ausführen einer Verschiebung mit Pfeil (2)
19. Nutzen des Geodreiecks zur Verschiebung
20. Ausführen der Verschiebung entlang einer Geraden (1)
21. Ausführen der Verschiebung entlang einer Geraden (2)
22. Ausführen der horizontalen Verschiebung im Koordinatensystem
23. Ausführen der vertikalen Verschiebung im Koordinatensystem
24. Ausführen einer Verschiebung im Koordinatensystem
25. Zeichnen einer maßstäblich vergrößerten Figur (Dreieck)
26. Zeichnen einer maßstäblich vergrößerten Figur (konkaves Viereck)
27. Zeichnen einer maßstäblich verkleinerten Figur (Dreieck)
28. Zeichnen einer maßstäblich verkleinerten Figur (überschlagenes Viereck)
29. Maßstäbliches Abbilden eines Körpers (Quader)
30. Maßstäbliches Abbilden eines Körpers (Prisma)
31. Maßstäbliches Abbilden eines Körpers (zusammengesetzter Körper 1)
32. Maßstäbliches Abbilden eines Körpers (zusammengesetzter Körper 2)
33. Maßstäbliches Abbilden eines Körpers (zusammengesetzter Körper 3)
34. Maßstäbliches Abbilden eines Körpers (zusammengesetzter Körper 4)

A Kopiervorlage zu „Mittelsenkrechte konstruieren“

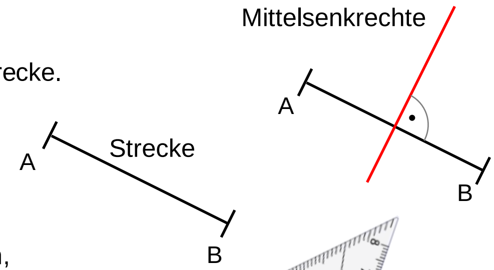
B Kopiervorlage zu „Höhen zeichnen“

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Konstruieren der Mittelsenkrechte (mit Geodreieck) | **1**

Material: *Kopiervorlage A*

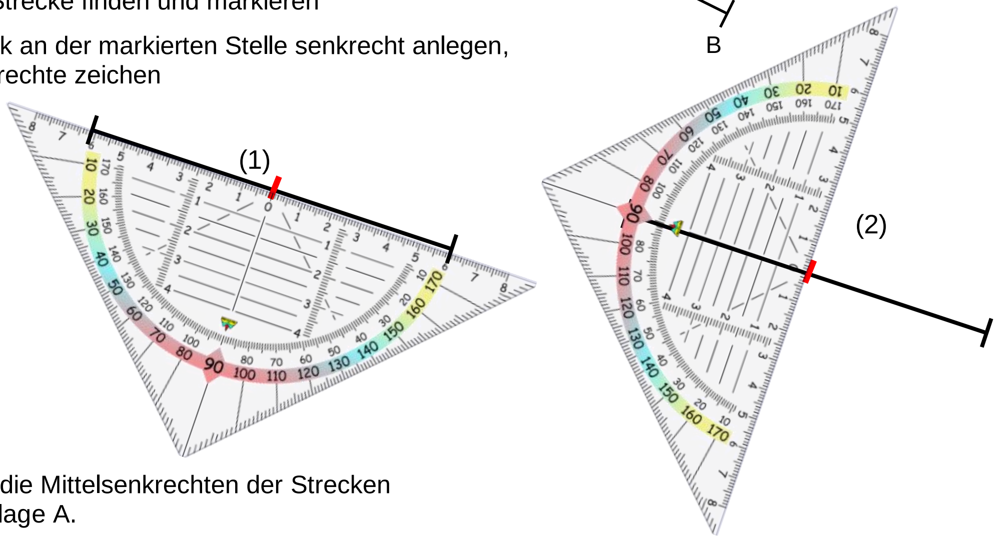
Eine Mittelsenkrechte steht senkrecht in der Mitte einer Strecke.



Um eine Mittelsenkrechte mit dem Geodreieck zu zeichnen, geht man folgendermaßen vor:

(1) Mitte der Strecke finden und markieren

(2) Geodreieck an der markierten Stelle senkrecht anlegen, Mittelsenkrechte zeichen

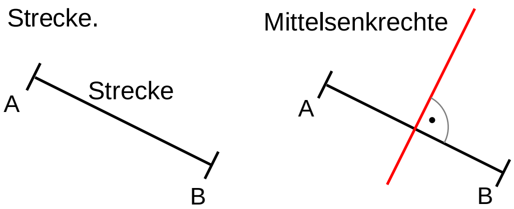


- Konstruiere die Mittelsenkrechten der Strecken in Kopiervorlage A.

Konstruieren der Mittelsenkrechte (mit Zirkel) | **2**

Material: *Kopiervorlage A*

Eine Mittelsenkrechte steht senkrecht in der Mitte einer Strecke.

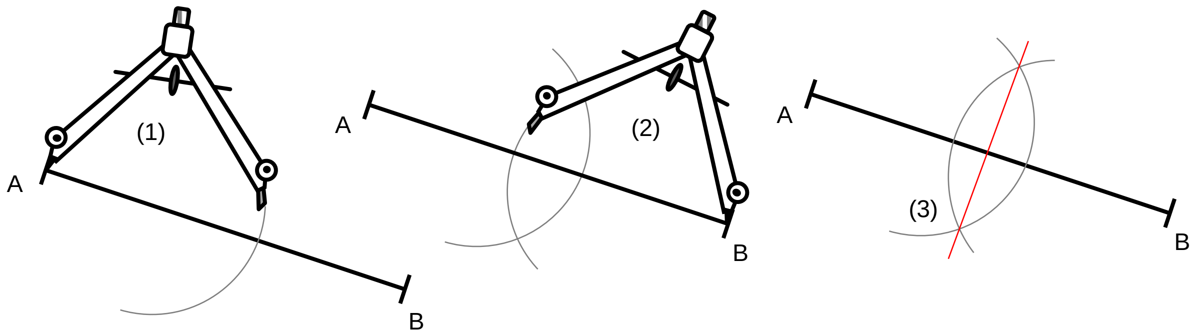


Um eine Mittelsenkrechte mit dem Zirkel zu konstruieren, geht man folgendermaßen vor:

(1) Kreisbogen um A zeichnen
(2) gleichgroßen Kreisbogen um B zeichnen

Wenn der Radius beider Kreisbögen größer ist als die halbe Strecke $\overline{AB}$, dann schneiden die Kreisbögen sich zweimal.

(3) Schnittpunkte der Kreisbögen verbinden

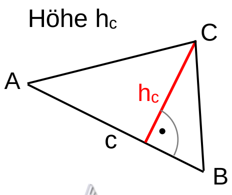


- Konstruiere die Mittelsenkrechten der Strecken in Kopiervorlage A.

Zeichnen einer Höhe (mit Geodreieck) | **3**

Material: *Kopiervorlage B*

Die Höhe in einem Dreieck beschreibt den Abstand eines Eckpunktes von der gegenüberliegenden Seite. Sie verläuft: - durch den betreffenden Punkt,
- senkrecht zur Seite, die dem Punkt gegenüberliegt.



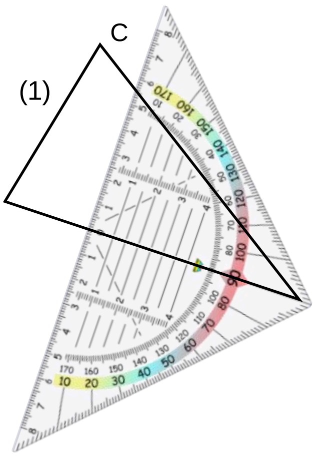
Um eine Höhe mit dem Geodreieck zu zeichnen, geht man folgendermaßen vor:

(1) Geodreieck auf der betreffenden Seite senkrecht anlegen

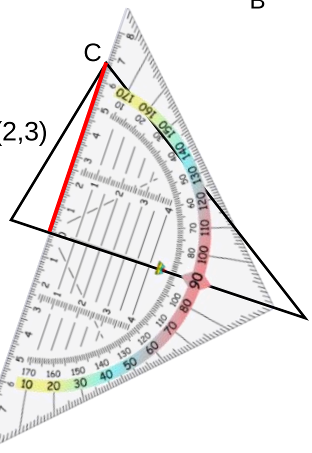
(2) Geodreieck so verschieben, dass die *Messkante* durch den zugehörigen Punkt verläuft

(3) Höhe zeichnen

(1)



(2,3)

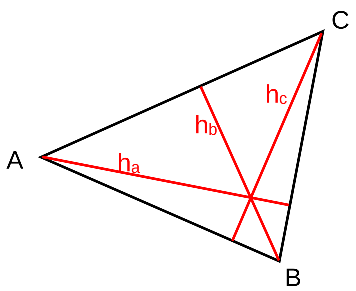


- Zeichne die Höhen zur Seite c der Dreiecke in Kopiervorlage B.

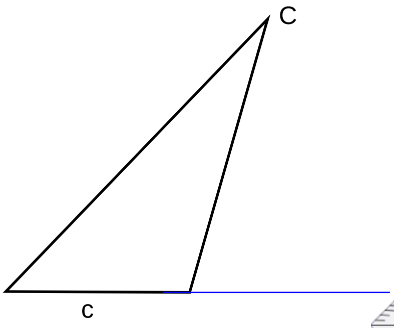
Zeichnen einer Höhe (mit Geodreieck) im stumpfwinkligen Dreieck | **4**

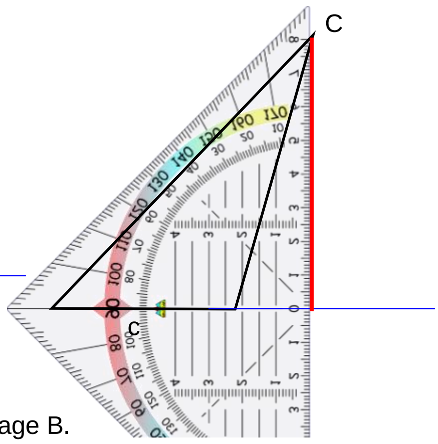
Material: *Kopiervorlage B*

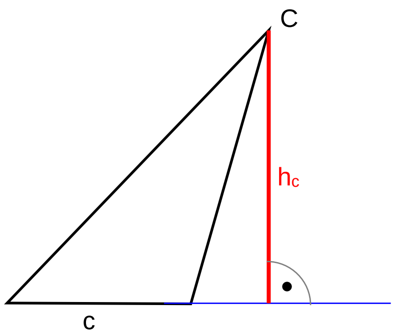
In einem Dreieck existiert zu jedem der drei Eckpunkte bzw. zu jeder Seite eine Höhe.



In einem stumpfwinkligen Dreieck liegen Höhen auch außerhalb des Dreiecks.
Um sie zu zeichnen, muss man die betreffende Seite (hier Seite c) verlängern.







- Zeichne alle Höhen in den Dreiecken in Kopiervorlage B.

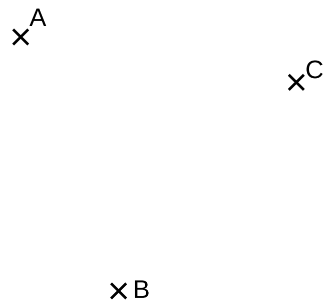
Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Finden des Umkreismittelpunktes	**5**

Material: *Zirkel*

Es soll mit dem Zirkel je ein Kreis gezeichnet werden, der durch die Punkte A, B, C bzw. durch die Punkte P, Q, R geht.
Finde durch Probieren den Mittelpunkt des jeweiligen Kreises und zeichne die Kreise.



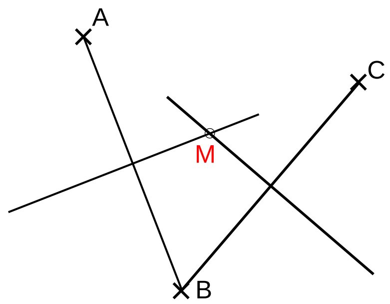
Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Konstruieren des Umkreismittelpunktes (1)	**6**

Material: *Zirkel*

Um durch drei vorgegebene Punkte einen Kreis zeichnen zu können, zeichnet man mindestens zwei Strecken, die jeweils zwei der Punkte als Endpunkte haben. Die Mittelsenkrechten dieser Strecken schneiden sich in einem Punk M. Das ist der Mittelpunkt des Kreises durch die drei Punkte.



- Zeichne den Kreis durch ABC.
- Prüfe, ob auch die Mittelsenkrechte von $\overline{AC}$ durch M verläuft.
- Zeichne mithilfe der Mittelsenkrechten einen Kreis durch die Punkte P, Q, R.

Raum und Form Sekundarstufe I	Konstruieren / Algorithmen nutzen Modellieren	
Konstruieren des Umkreismittelpunktes (2)		7

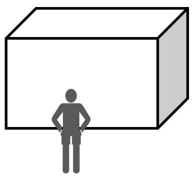
Die drei Ortschaften Rietz, Prützke und Netzen sollen ein gemeinsames Klärwerk erhalten.
Es soll an einer Stelle errichtet werden, die von allen drei Orten gleich weit entfernt ist.

Finde die beschriebene Stelle durch eine geeignete Konstruktion.

Bild: „Hintergrundkarte“, Karte ©2022 Google Maps

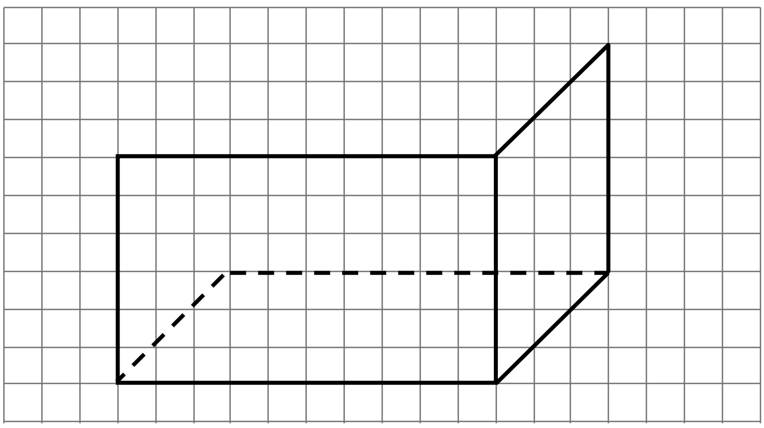
Raum und Form Sekundarstufe I	Konstruieren / Algorithmen nutzen	
Zeichnen von Quadern im Schrägbild		8

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, einen Körper räumlich darzustellen.
Eine häufig verwendete Art ist die folgende:



- Alle Strecken, die vom Beobachterstandpunkt seitwärts und senkrecht nach oben verlaufen, werden so lang gezeichnet, wie sie tatsächlich sind.
- Strecken, die von der Vorderkante senkrecht nach hinten verlaufen, werden um 45° geneigt und auf die Hälfte verkürzt dargestellt.
- Die Linien, die ein davorstehender Betrachter nicht sehen würde, werden gestrichelt gezeichnet.

Das Schrägbild eines Quaders mit 5 cm Breite, 3 cm Höhe und 4 cm Tiefe soll gezeichnet werden.
- Vervollständige das Bild.



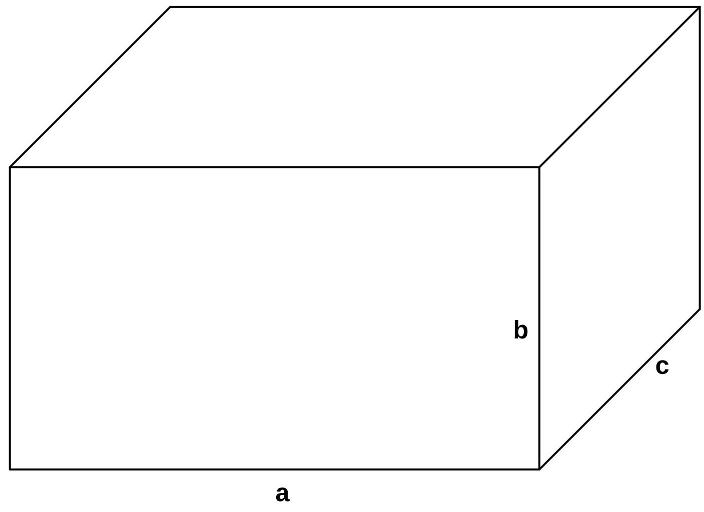
Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen
Abstrahieren

Entnehmen von Maßen aus einem Schrägbild (1) | **9**

Ein Quader wurde im Schrägbild dargestellt.

- Gib die tatsächlichen Maße des Quaders an. a = _________, b = _________, c = _________
- Vervollständige die Darstellung, indem du die nicht sichtbaren Kanten einzeichnest.
- Kennzeichne die Flächen farbig, die in wahrer Form und Größe dargestellt sind.

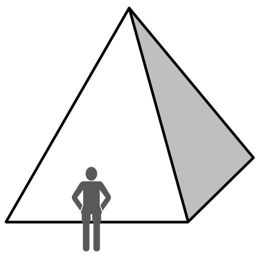


Raum und Form
Sekundarstufe I

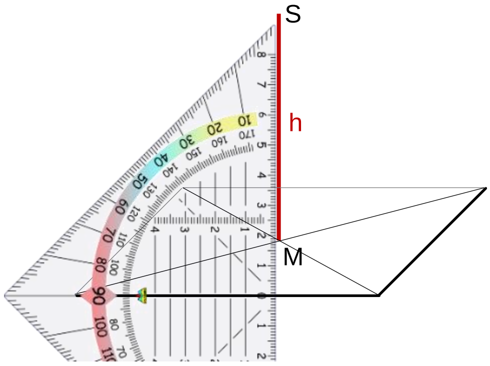
Konstruieren / Algorithmen nutzen

Zeichnen einer Pyramide im Schrägbild (1) | **10**

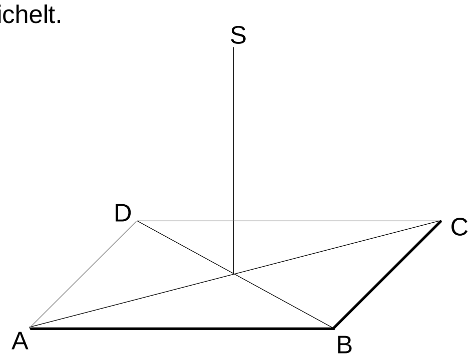
Für die räumliche Darstellung einer Pyramide gelten die gleichen Regeln wie bei Quadern. Demzufolge sind nur die Strecken direkt konstruierbar, die seitwärts verlaufen oder senkrecht nach oben oder von der Vorderkante senkrecht nach hinten. Die Seitenkanten der Pyramide verlaufen jedoch schräg. Ihr Verlauf ergibt sich am Ende.



Eine vierseitige Pyramide mit einer Höhe von 3 cm soll dargestellt werden.
Die Grundfläche ist ein Quadrat mit einer Seitenlänge von 4 cm.
Zuerst wird diese Grundfläche gezeichnet.
Die Diagonalen der Grundfläche schneiden sich in einem Punkt M.
Von dort aus wird die Höhe eingetragen. Sie verläuft senkrecht zur Vorderkante $\overline{AB}$.
Die Spitze S ergibt sich aus dem Messwert für h. Es wird von M aus gemessen.



- Vervollständige die Darstellung der Pyramide. Zeichne Linien, die für den Betrachter nicht sichtbar sind, gestrichelt.



Raum und Form
Sekundarstufe I

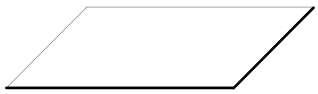
Konstruieren / Algorithmen nutzen

Zeichnen von Pyramiden im Schrägbild (2)	**11**

Eine Pyramide ABCDS mit einer Höhe von h = 4 cm soll dargestellt werden.

Die Grundfläche ist schon gezeichnet.

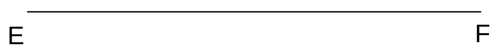
- Vervollständige die Darstellung.
- Beachte die nicht sichtbaren Kanten.
- Beschrifte die Eckpunkte.



Folgende Pyramide soll dargestellt werden:

- Die Grundfläche ist ein Quadrat EFGH.
  Seine Kanten sind 6 cm lang.
- Die Pyramide ist 7 cm hoch.

- Zeichne diese Pyramide.
  Die Vorderkante $\overline{EF}$ ist schon vorgegeben.



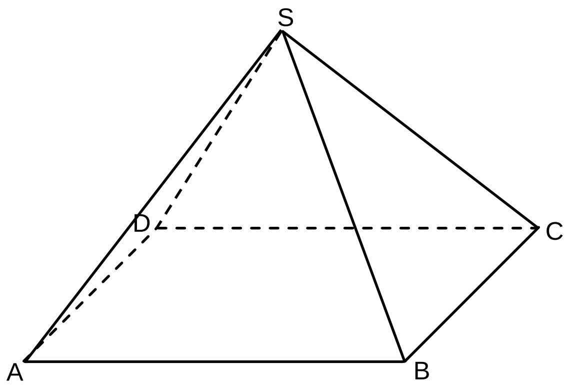
Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen
Argumentieren

Entnehmen von Maßen aus einem Schrägbild (2)	**12**

Die Darstellung zeigt eine gerade quadratische Pyramide.

- Miss die Länge der Grundkanten.
- Zeichne die Höhe h der Pyramide ein.
  Miss die Höhe der Pyramide.
- Erkläre, warum man die wahre Länge der Seitenkanten (z. B. $\overline{AS}$) in dieser Darstellung nicht messen kann.



Raum und Form
Sekundarstufe I

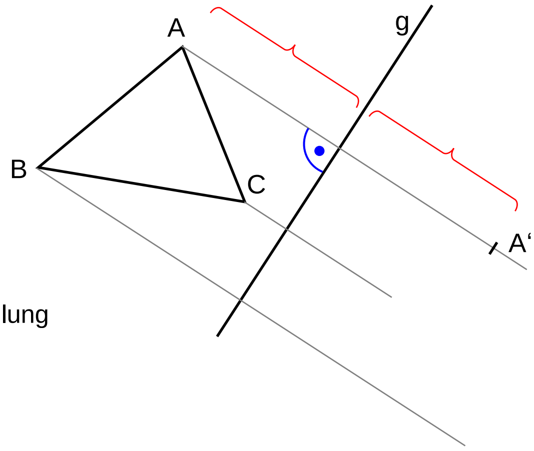
Konstruieren / Algorithmen nutzen

Ausführen der Geradenspiegelung (1)	**13**

Eine Figur (z. B. das Dreieck ABC) soll an einer Geraden (g) gespiegelt werden.

Vorgehen:

- Von jedem Eckpunkt der Figur verlaufen Geraden senkrecht zu g,
- diese Geraden schneiden g,
- der Abstand vom Eckpunkt (z. B. A) zu g muss genauso groß sein wie der Abstand von g zum Bildpunkt (A‘).



• Vervollständige in der Abbildung die Spiegelung des Dreiecks ABC.

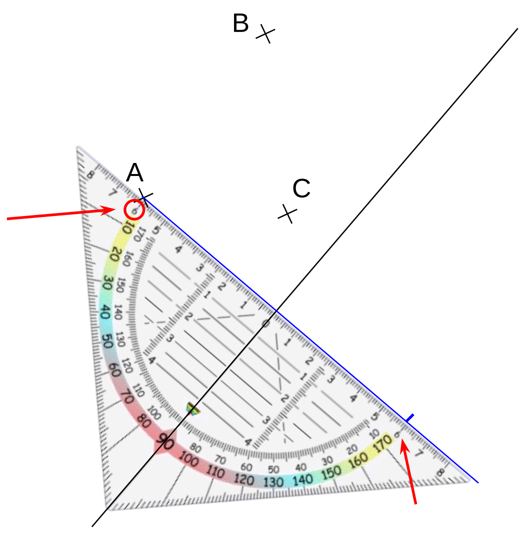
Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Nutzen des Geodreiecks für Geradenspiegelungen	**14**

Das Geodreieck ist so gebaut, dass man damit sehr einfach spiegeln kann.
Die zur *Messkante* senkrechte Linie durch 0 und 90° legt man auf die Spiegelachse.
Die *Messkante* wird zum Punkt geschoben. Jetzt kann man die nötige Gerade zeichnen, den Abstand ablesen und abtragen.

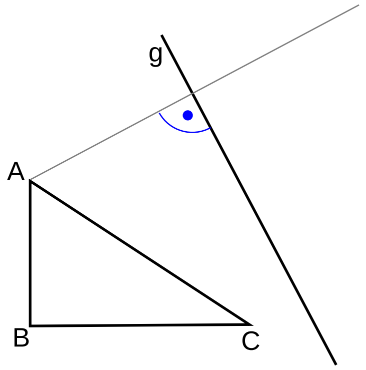
• Spiegele die Punkte B und C mit deinem Geodreieck auf diese Art.



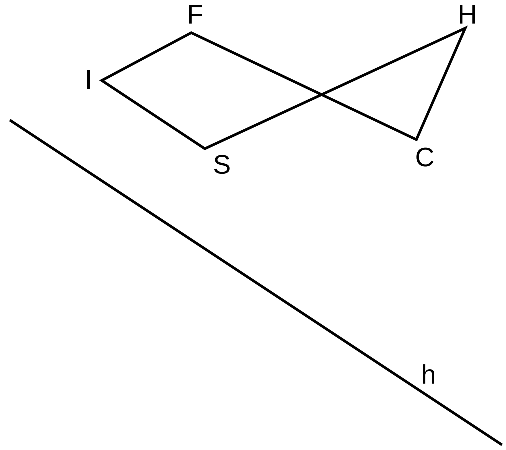
Raum und Form Sekundarstufe I	Konstruieren / Algorithmen nutzen

Ausführen der Geradenspiegelung (2)	15

- Spiegele das Dreieck ABC an der Geraden g. Eine Hilfslinie ist bereits eingezeichnet.



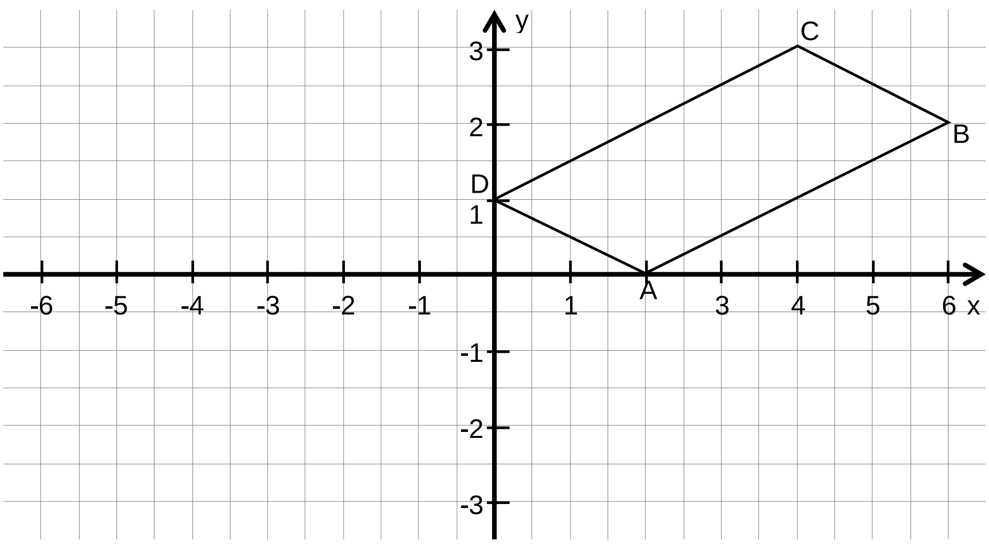
- Spiegele die Figur FISCH an der Geraden h.



Raum und Form Sekundarstufe I	Konstruieren / Algorithmen nutzen

Ausführen der Geradenspiegelung im Koordinatensystem	16

- Gegeben ist ein Viereck ABCD. Schreibe die Koordinaten der Eckpunkte auf.
- Spiegele das Viereck ABCD an der y-Achse. Schreibe die Koordinaten der Eckpunkte des Bildes auf.
- Spiegele das Viereck ABCD an der x-Achse. Schreibe die Koordinaten der Eckpunkte des Bildes auf.



- Vergleiche die Koordinaten der Originalpunkte mit denen der Spiegelungen.

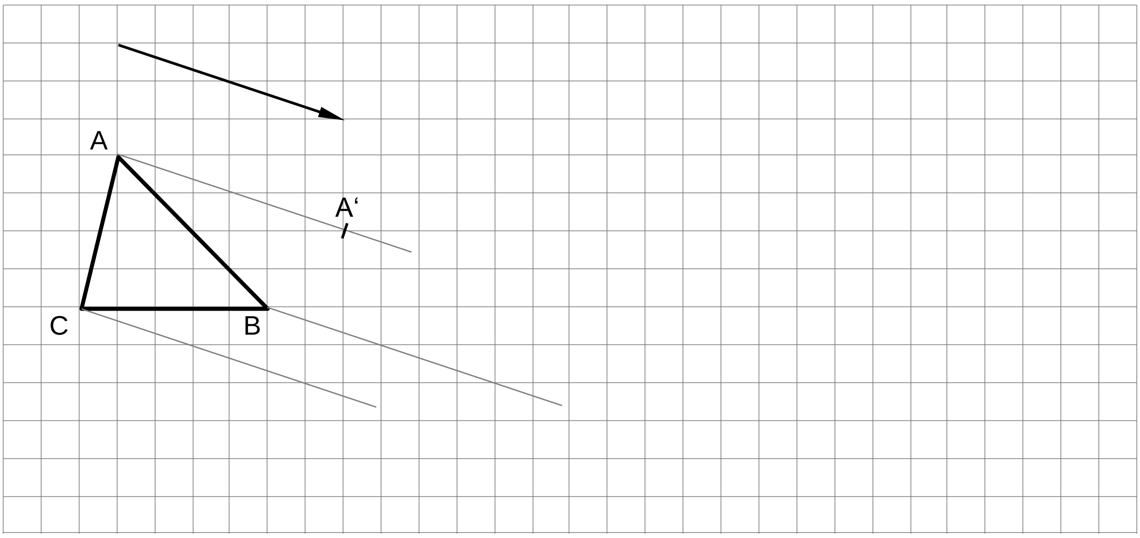
Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Ausführen einer Verschiebung mit Pfeil (1) | **17**

Um eine Verschiebung zu beschreiben, können Pfeile benutzt werden.
Der Pfeil gibt Länge und Richtung der Verschiebung an.

Vorgehen:
- Von jedem Eckpunkt der Figur verlaufen Geraden parallel zum Pfeil.
- Jeder Eckpunkt wird auf seiner Geraden verschoben.
- Alle Punkte werden in die Richtung und um die Länge des vorgegebenen Pfeils verschoben.

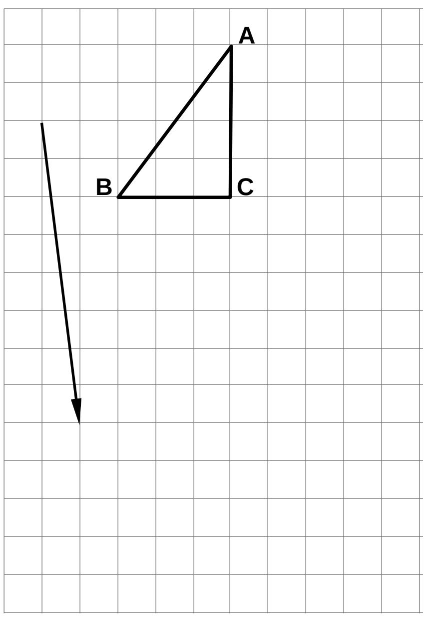


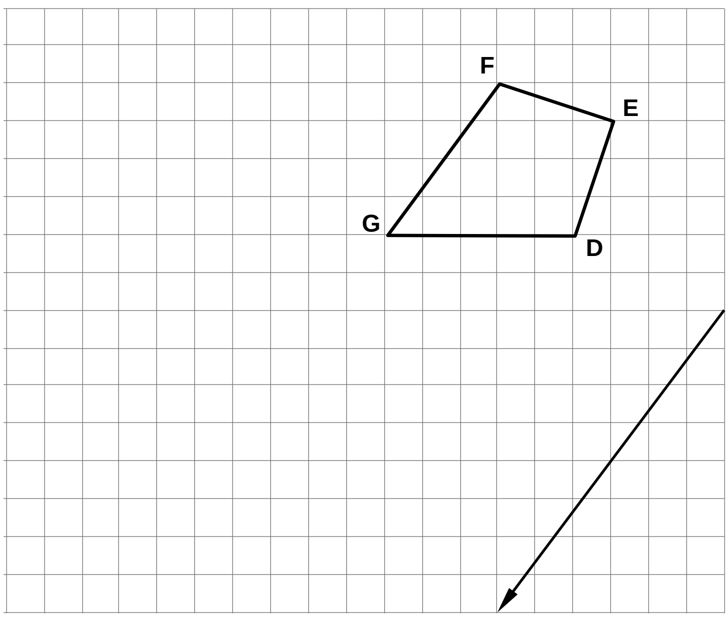
Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Ausführen einer Verschiebung mit Pfeil (2) | **18**

- Verschiebe die Figuren den jeweiligen Pfeilen entsprechend.
  Beschrifte die Bildfiguren.



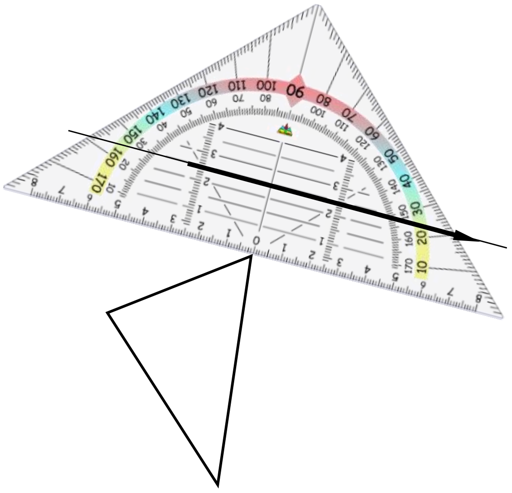


Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Nutzen des Geodreiecks zur Verschiebung

Das Geodreieck ist so gebaut, dass Verschiebungen damit einfach konstruiert werden können.

Dazu legt man eine zur *Messkante* parallele Linie auf dem Verschiebepfeil oder auf der vorgegebenen Gerade so an, dass die *Messkante* durch einen zu verschiebenden Punkt geht. Zwei Skalen helfen bei der Feinjustierung. So lassen sich schnell die notwendigen Verschiebegeraden der Punkte zeichnen. Mit etwas Geschick kann man sogar die Verschiebelänge sofort abtragen.



- Verschiebe das Dreieck entsprechend der Richtung und Länge des Pfeiles auf diese Weise.

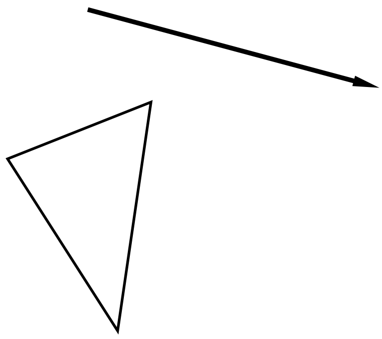
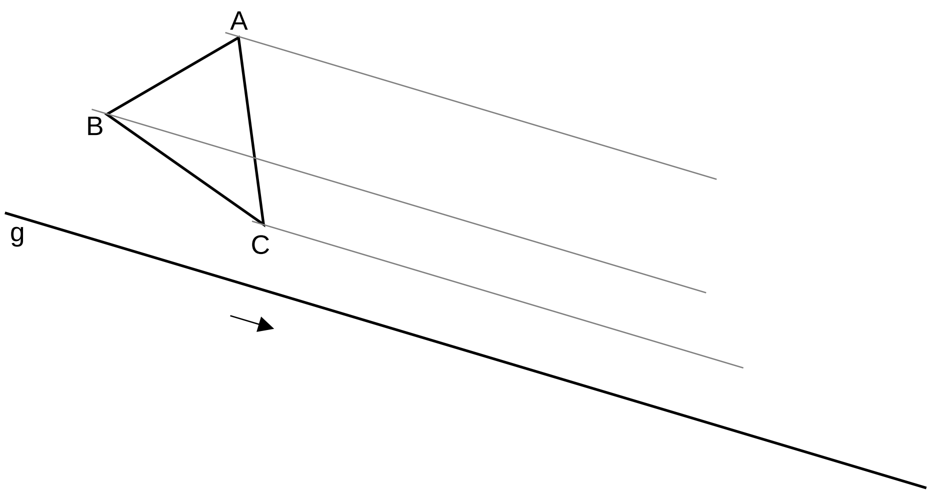


Bild: „Geodreieck“,© Pixabay-Lizenz, https://pixabay.com/de/illustrations/geodreieck-geometrie-mathematik-1016726 (letzter Zugriff, 02.10.2019)

Ausführen der Verschiebung entlang einer Geraden (1)

Eine Figur (z. B. das Dreieck ABC) soll entlang einer Geraden (g) verschoben werden (z. B. um 5 cm).

Vorgehen:
- Von jedem Eckpunkt verlaufen Geraden parallel zu g.
- Jeder Eckpunkt wird auf seiner Geraden verschoben.
- Alle Punkte werden in dieselbe Richtung um dieselbe vorgegebene Länge verschoben.



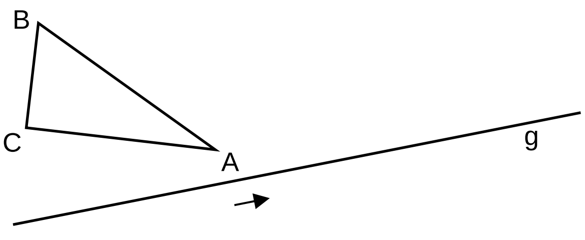
- Vervollständige die Verschiebung des Dreiecks ABC entlang der Geraden g in die angegebene Richtung **um 5 cm**.

Raum und Form
Sekundarstufe I

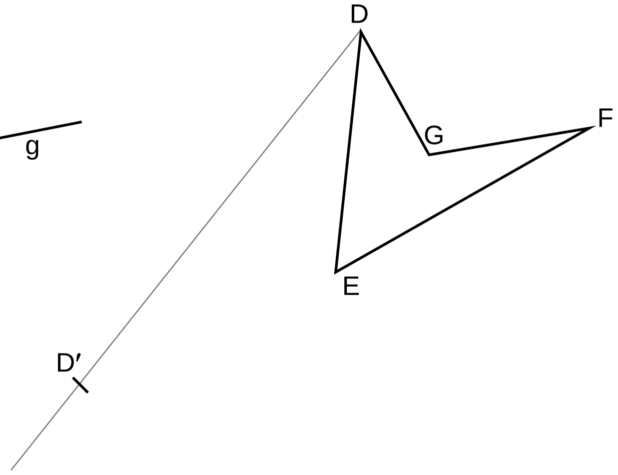
Konstruieren / Algorithmen nutzen

Ausführen der Verschiebung entlang einer Geraden (2) | **21**

- Verschiebe Dreieck ABC entlang g um 4 cm.



- Vervollständige die Verschiebung der Figur DEFG.

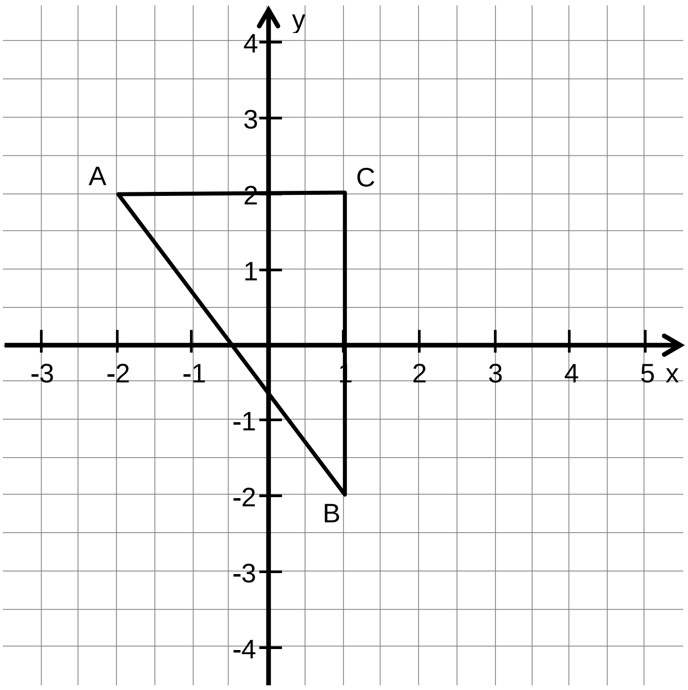


Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Ausführen der horizontalen Verschiebung im Koordinatensystem | **22**

- Verschiebe das Dreieck ABC um 4 Einheiten in (positiver) x-Richtung.
- Vergleiche die Koordinaten jedes Punktes mit denen seines Bildpunktes.
- Beschreibe, wie die Seiten $\overline{AC}$ und $\overline{A'C'}$ zueinander liegen.
  Gilt das auch für die anderen Seiten?



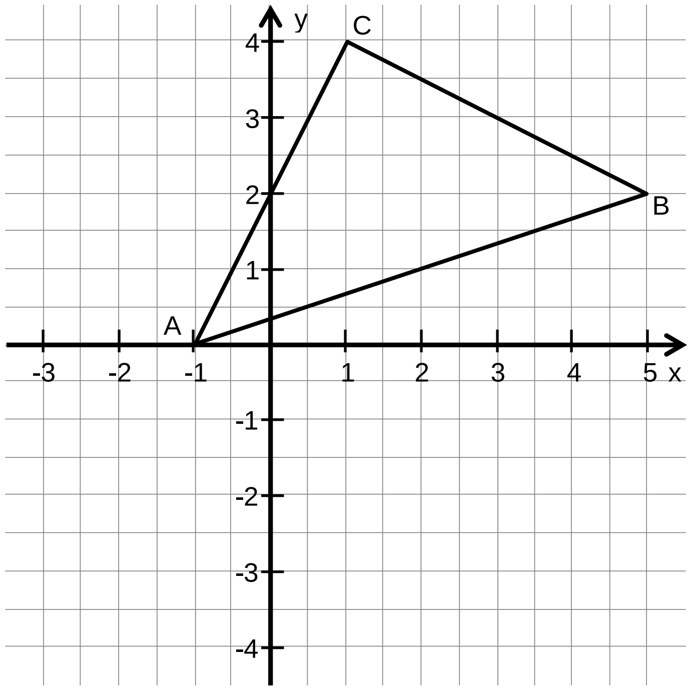
Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Ausführen der vertikalen Verschiebung im Koordinatensystem

23

- Verschiebe das Dreieck ABC um 4 Einheiten in negativer y-Richtung.
- Vergleiche die Koordinaten jedes Punktes mit denen seines Bildpunktes.
- Vergleiche die Neigung der Seiten $\overline{BC}$ und $\overline{B'C'}$.



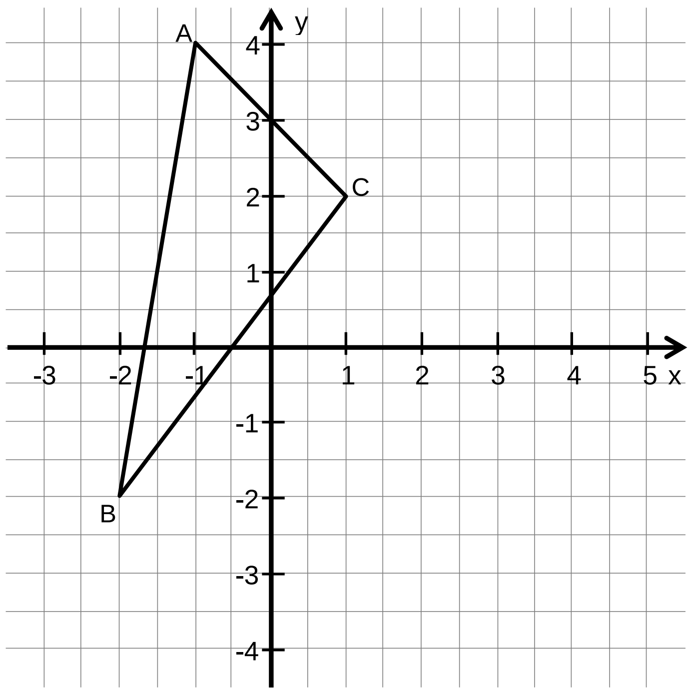
Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Ausführen einer Verschiebung im Koordinatensystem

24

- Verschiebe das Dreieck ABC so, dass sich die x-Koordinate aller Punkte um 4 erhöht ($\Delta x = 4$) und sich die y-Koordinate um 1 verringert ($\Delta y = -1$).
- Zeichne Pfeile von jedem Eckpunkt des Dreiecks zu seinem Bildpunkt.
- Zeichne an beliebiger Stelle im Koordinatensystem eine Gerade, die parallel zu dieser Verschiebung verläuft.



Raum und Form
Sekundarstufe I

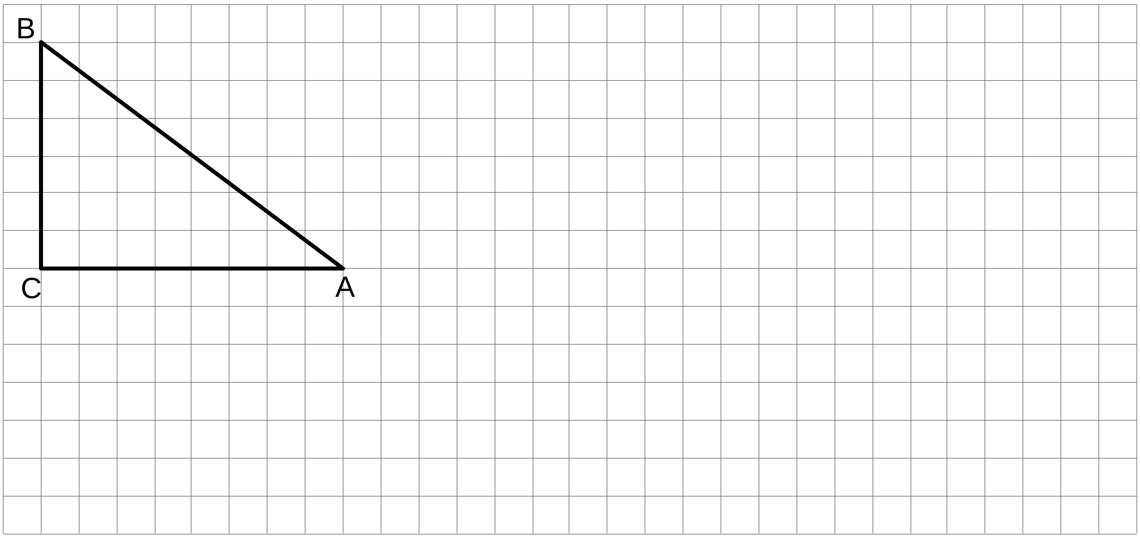
Konstruieren / Algorithmen nutzen
Argumentieren

Zeichnen einer maßstäblich vergrößerten Figur (Dreieck) **25**

I) Bei einer maßstäblich vergrößerten Figur sind alle Seiten um den gleichen Faktor verlängert.

II) Bei einer maßstäblich vergrößerten Figur werden die Winkel nicht vergrößert, sie bleiben gleich.

• Zeichne zum gegebenen Dreieck ABC ein Dreieck A'B'C', bei dem alle Seiten doppelt so lang sind.



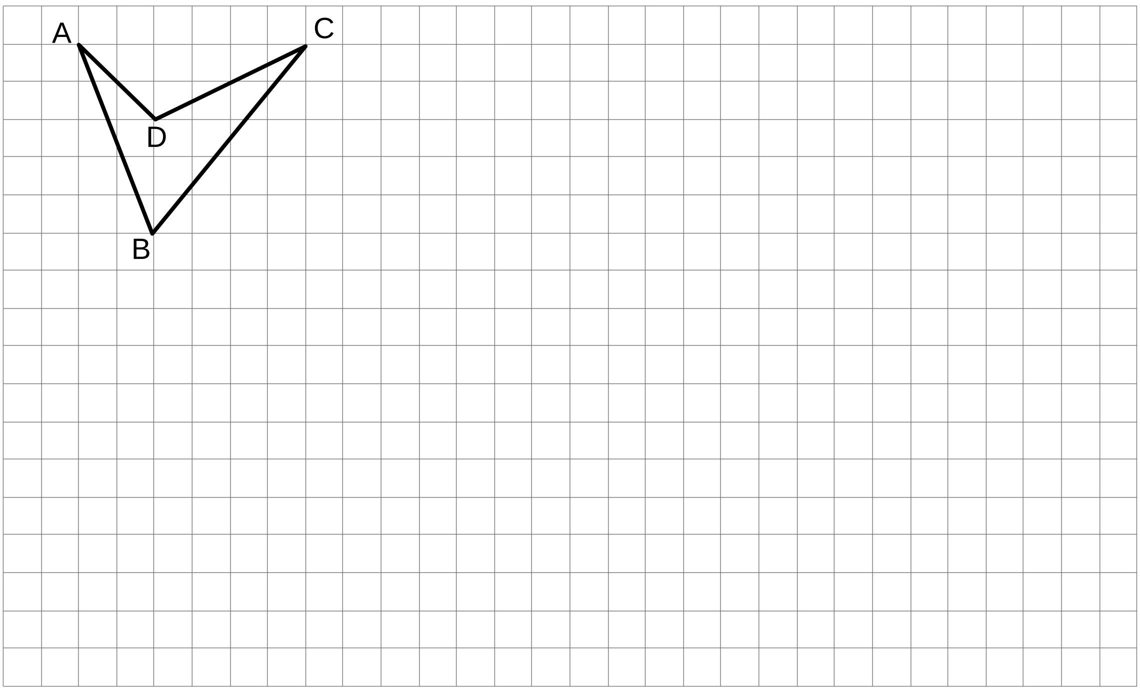
• Erkläre, warum sich die Winkel gar nicht verdoppeln können.

Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Zeichnen einer maßstäblich vergrößerten Figur (konkaves Viereck) **26**

• Zeichne zu der gegebenen Figur ABCD eine Figur A'B'C'D', bei der alle Seiten dreimal so lang sind.



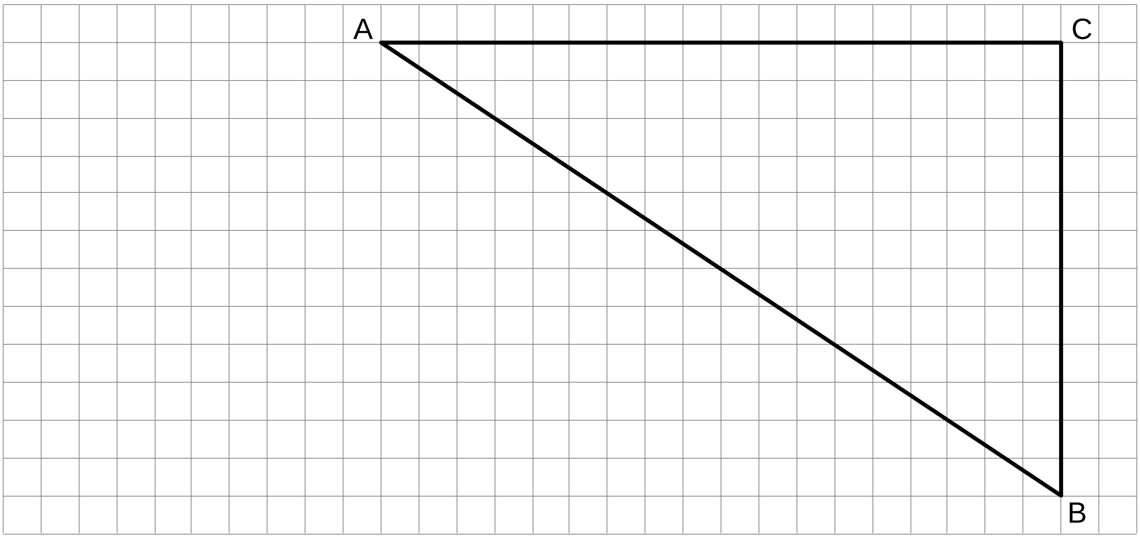
Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen
Argumentieren

Zeichnen einer maßstäblich verkleinerten Figur (Dreieck)	**27**

I) Bei einer maßstäblich verkleinerten Figur sind alle Seiten um den gleichen Faktor verkürzt.
II) Bei einer maßstäblich verkleinerten Figur werden die Winkel nicht verkleinert, sie bleiben gleich.

- Zeichne zum gegebenen Dreieck ABC ein Dreieck A'B'C', bei dem alle Seiten nur ein Drittel so lang sind.



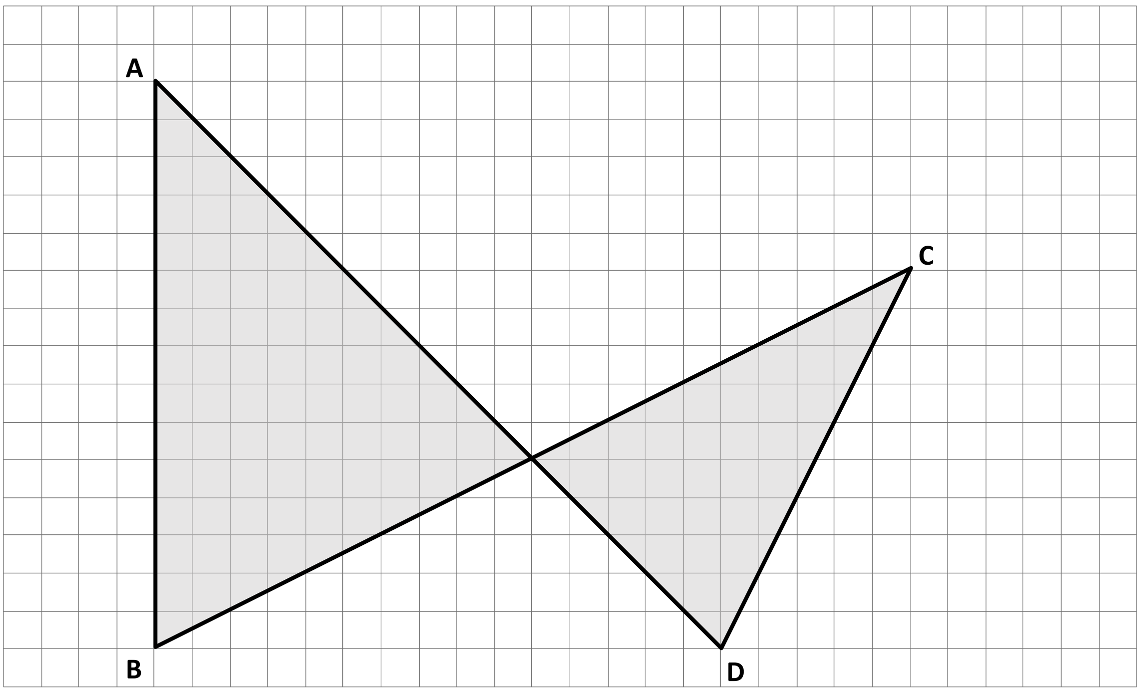
Angenommen, jemand möchte auch die Winkel auf ein Drittel verkleinern.
- Erkläre an dem Dreieck, warum das nicht geht.

Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Zeichnen einer maßstäblich verkleinerten Figur (überschlagenes Viereck)	**28**

- Zeichne zu der gegebenen Figur ABCD eine Figur A'B'C'D', bei der alle Seiten nur ein Fünftel so lang sind. Nutze die Kästchen für den Verlauf der Seitenlinien.



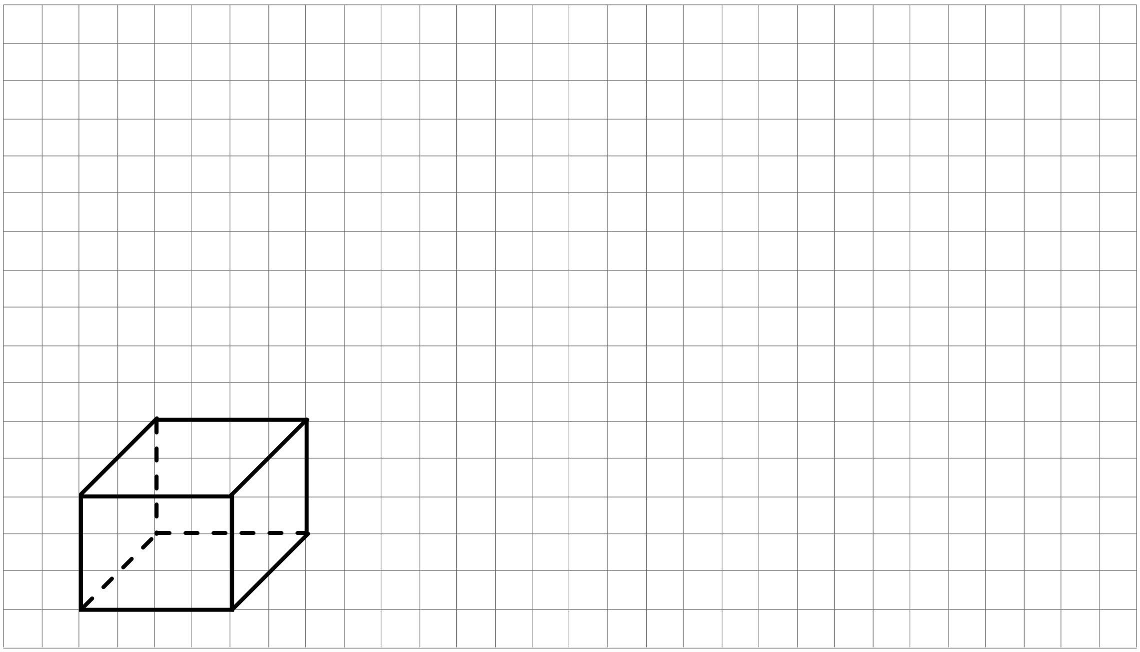
Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Maßstäbliches Abbilden eines Körpers (Quader)	**29**

Bei einer maßstäblich verkleinerten oder vergrößerten Abbildung von Körpern gelten dieselben Regeln wie bei ebenen Figuren: Alle Seiten werden um den gleichen Faktor verkürzt. bzw. verlängert, Winkel bleiben gleich.

- Vergrößere den gegebenen Quader maßstäblich mit dem Faktor 3.



Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Maßstäbliches Abbilden eines Körpers (Prisma)	**30**

- Verkleinere das dargestellte Prisma maßstäblich mit dem Faktor $\frac{1}{4}$.
  Nutze die Kästchen für den Verlauf der Seitenkanten.

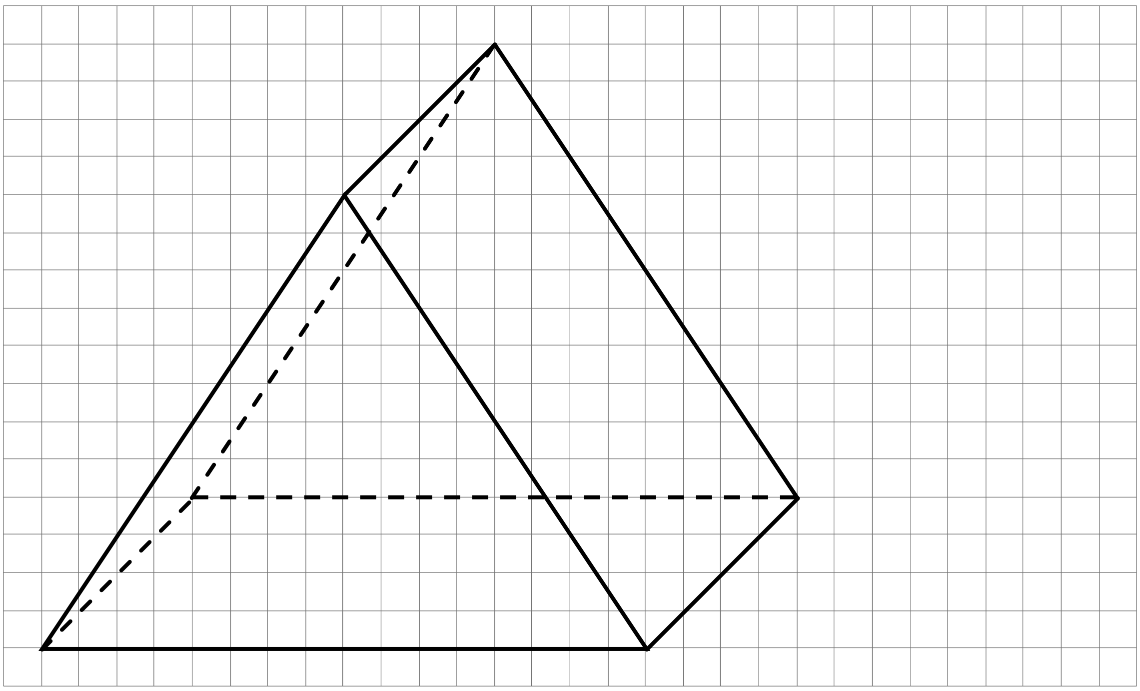


Bild „Prisma“, Reblin für Lisum, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Maßstäbliches Abbilden eines Körpers (zusammengesetzter Körper 1) | **31**

Wenn man die Abbildung zusammengesetzter Körper maßstäblich vergrößert oder verkleinert, muss man auf die Lage der Körper achten.

- Verkleinere den gegebenen Körper maßstäblich mit dem Faktor $\frac{1}{2}$.

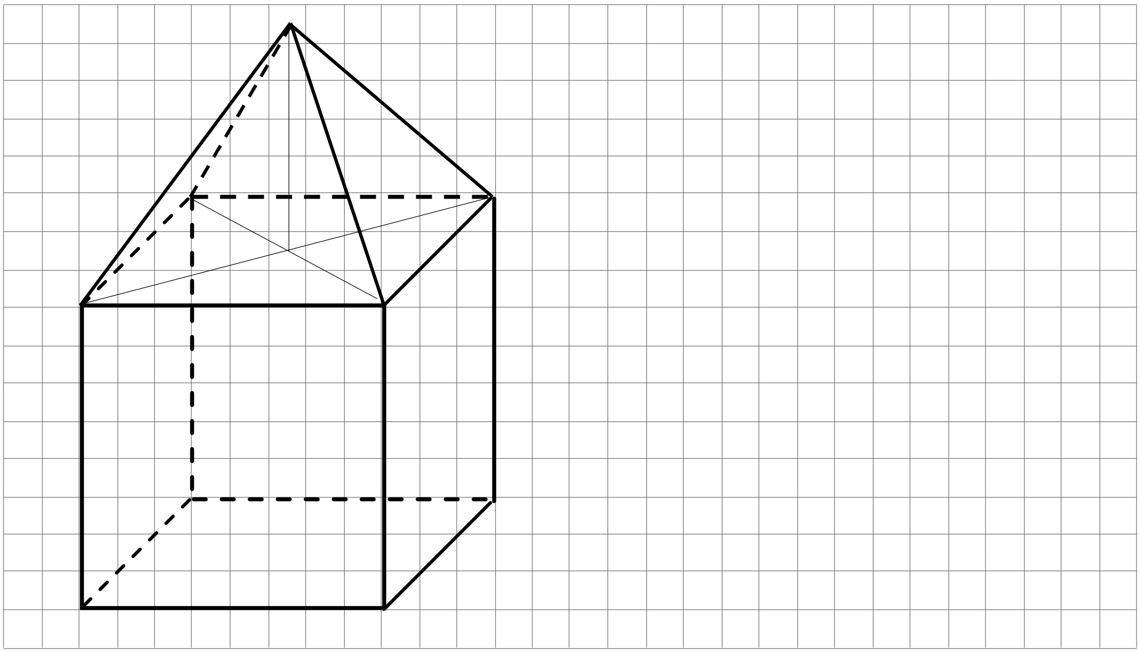


Bild „Pyramide auf Würfel (1)", Reblin für Lisum, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

Maßstäbliches Abbilden eines Körpers (zusammengesetzter Körper 2) | **32**

Wenn man die Abbildung zusammengesetzter Körper maßstäblich vergrößert oder verkleinert, muss man auf die Lage der Körper achten.

- Verkleinere den gegebenen Körper maßstäblich mit dem Faktor $\frac{1}{2}$.

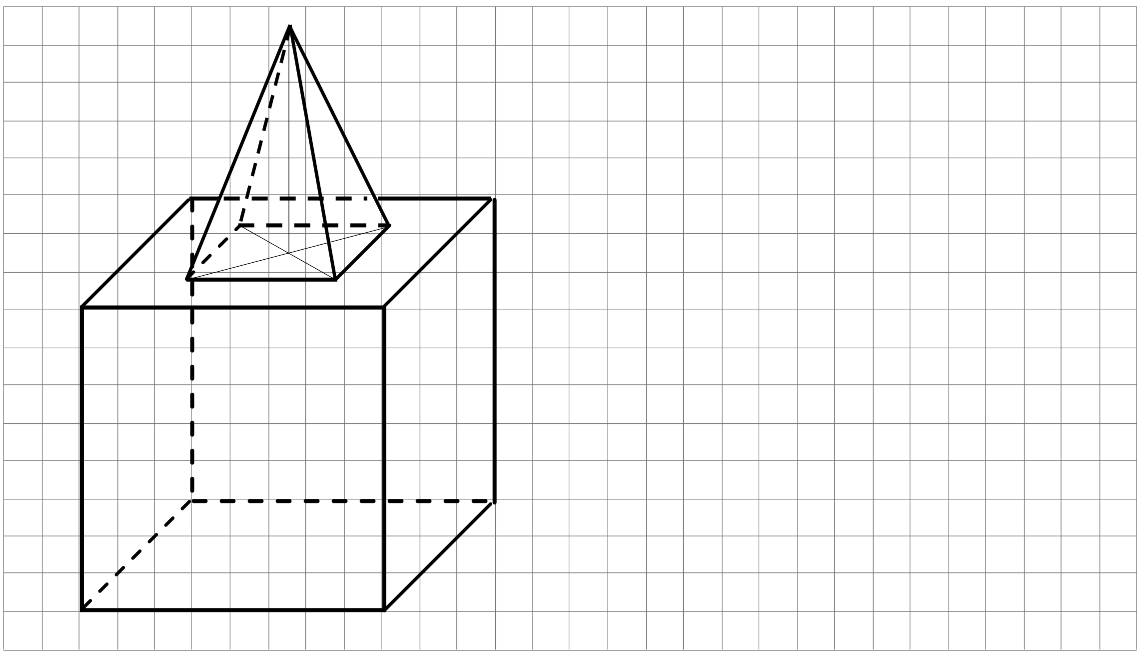


Bild „Pyramide auf Würfel (2)", Reblin für Lisum, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form Sekundarstufe I	Konstruieren / Algorithmen nutzen
Maßstäbliches Abbilden eines Körpers (zusammengesetzter Körper 3)	33

- Vergrößere den dargestellten Körper maßstäblich mit dem Faktor 3.
  Nutze die Kästchen für den Verlauf einiger Seitenkanten.

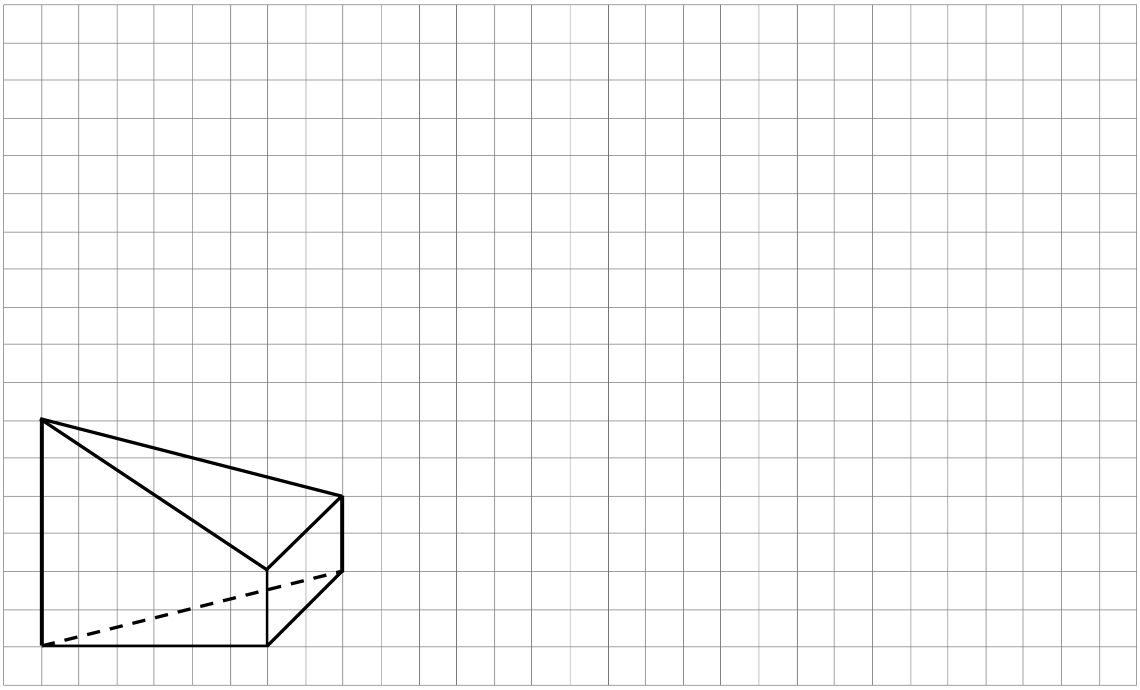


Bild „Pyramide auf Prisma (1)“, Reblin für Lisum, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form Sekundarstufe I	Konstruieren / Algorithmen nutzen
Maßstäbliches Abbilden eines Körpers (zusammengesetzter Körper 4)	34

- Vergrößere den dargestellten Körper maßstäblich mit dem Faktor 3.
  Nutze die Kästchen für den Verlauf einiger Seitenkanten.

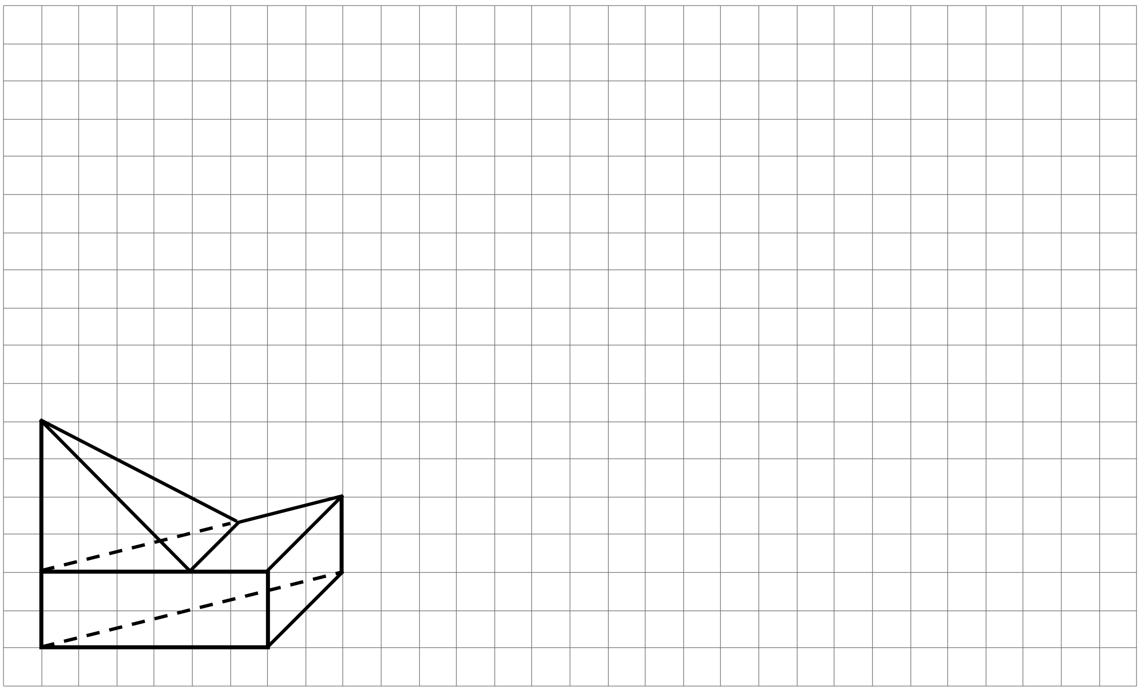
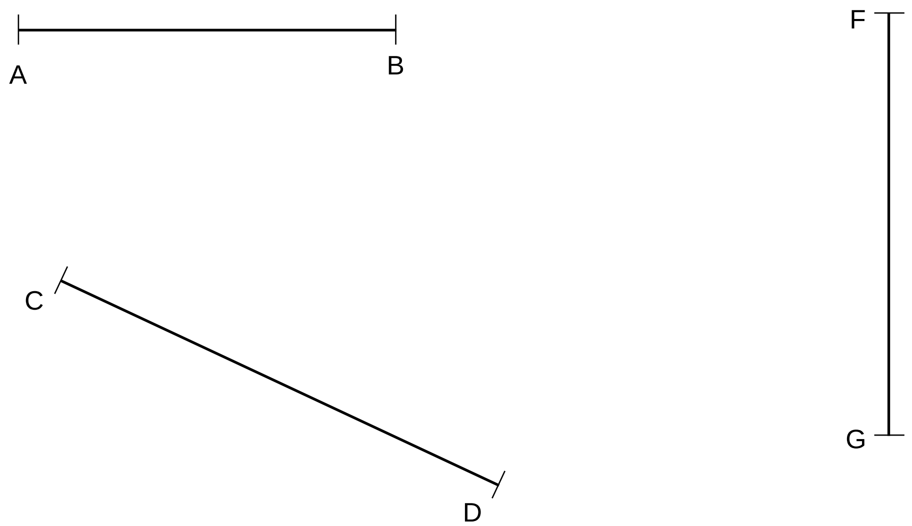


Bild „Pyramide auf Prisma (2)“, Reblin für Lisum, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

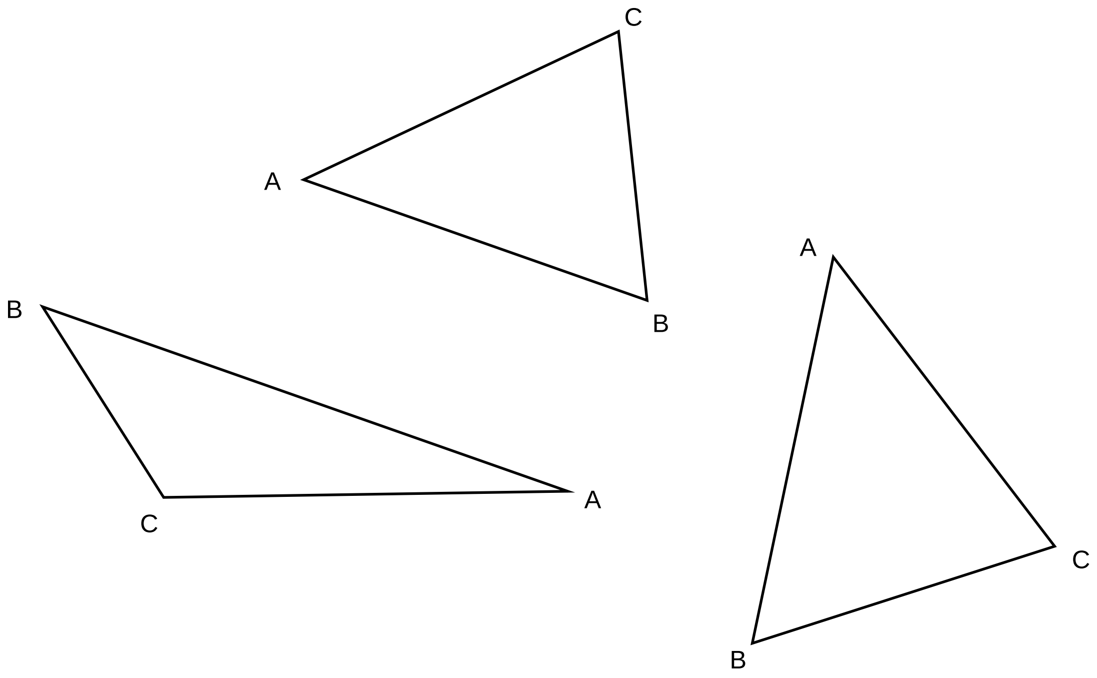
Kopiervorlage A zu „Mittelsenkrechte konstruieren“	**A**



Raum und Form
Sekundarstufe I

Konstruieren / Algorithmen nutzen

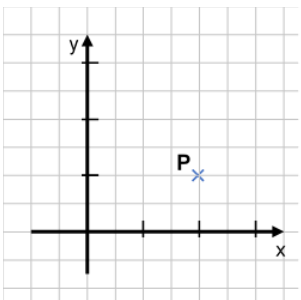
Kopiervorlage B zu „Höhen zeichnen“	**B**



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Förderaufgaben für die Sekundarstufe

Koordinatisieren



Darum geht es:

Das Koordinatensystem als Darstellungsform stellt ein wichtiges Bindeglied innerhalb und zwischen verschiedenen Teilbereichen der Mathematik dar – in der Analysis und der Geometrie ist es kaum wegzudenken. Im Mathematikunterricht stellen Koordinatensysteme für die Lernenden eine vertraute und stets wiederkehrende Struktur dar, die sie von der Primarstufe bis in die Sekundarstufe II begleitet. Indem das Koordinatensystem im Laufe der Schuljahre Schritt für Schritt erweitert wird, spiegeln sich in der Art und Weise seiner Verwendung viele mathematische Kompetenz- und Wissenszuwächse wider. Das Koordinatensystem dient als Hilfe bei der Strukturierung und Verknüpfung mathematischer Inhalte und Konzepte (z. B. bei der Erweiterung von Zahlenbereichen).

Im Geometrieunterricht bietet das Koordinatensystem eine Orientierungsgrundlage und schafft eine Möglichkeit, um über geometrische Objekte und Beziehungen zwischen diesen ins Gespräch zu kommen. Neben den unterschiedlichen Teilbereichen kombinieren Koordinatensysteme auch zwei verschiedene Zugänge zur Mathematik – den rechnerischen und den anschaulichen Zugang. Mathematische Zusammenhänge und Beziehungen können in der Darstellung im Koordinatensystem anschaulich betrachtet und gleichzeitig über das Vergleichen und Untersuchen von Zahlenwerten rechnerisch nachvollzogen werden. Das Koordinatensystem dient also als Orientierungsgrundlage, funktioniert aber auch als Hilfestellung (und nicht selten auch als Inspiration) für das Erkennen von geometrischen Sachverhalten und Zusammenhängen sowie für geometrische Argumentationen.

Um das Potential dieser Darstellungsform für die Lernenden möglichst gut nutzbar zu machen, müssen der Aufbau und die Verwendungsmöglichkeiten durchdrungen werden. So können sich einige Aufgaben auf das Darstellen im Koordinatensystem bzw. das Verstehen der Darstellung selbst fokussieren, um die Art und Weise der Darstellung zu begreifen – z. B. durch das Einzeichnen oder Ablesen von Punkten. Andere Aufgaben konzentrieren sich auf das Erkennen von Zusammenhängen, die sich im Koordinatensystem ergeben – z. B. der Vergleich von Spiegelpunkten mit den Originalpunkten und deren Koordinaten.

In dem diesem Material zugrunde liegenden Konzeptbild ist gut erkennbar, dass sich das Koordinatisieren vor allem auf die Aspekte *Training geistiger Fähigkeiten* sowie *Strukturierung des Raumes und praktischer Nutzen* erstreckt. Gleichzeitig wird aber auch deutlich, dass das Koordinatisieren ebenso den Aspekt des *Messens* mit einbezieht. Denn die Arbeit mit Koordinatensystem bietet den Lernenden die Gelegenheit, ihre Kompetenzen im Bereich Messen zu nutzen, um weitere wichtige Beobachtungen machen zu können und geometrische Beziehungen (besser) zu verstehen.

(siehe auch Didaktischer Kommentar von Prof. Kortenkamp und Prof. Kuzle in diesem Material)

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Förderschritte zu den Diagnoseaufgaben
„Koordinatisierung und Beziehungen“, **Stufen D, E, F, G**: Aufgaben 1a, 1b

1. Erfassen der Darstellung von Punkten mit nicht-natürlichen Koordinaten im Koordinatensystem
2. Ablesen von Punkten auch mit nicht-natürlichen Koordinaten aus dem Koordinatensystem
3. Erkennen von Fehlern beim Ablesen von Punkten mit nicht-natürlichen Koordinaten
4. Einzeichnen von Punkten auch mit nicht-natürlichen Koordinaten ins Koordinatensystem
5. Erweitern des Koordinatensystems
6. Bezeichnen der Quadranten des erweiterten Koordinatensystems
7. Zeichnen eines Koordinatensystems mit vier Quadranten
8. Ablesen von Punkten aus dem erweiterten Koordinatensystem (1. und 2. Quadrant)
9. Ablesen von Punkten aus dem erweiterten Koordinatensystem (1. und 4. Quadrant)
10. Ablesen und ein erstes Einzeichnen von Punkten im erweiterten Koordinatensystem
11. Einzeichnen von Punkten im erweiterten Koordinatensystem (1. und 4. Quadrant)
12. Einzeichnen von Punkten im erweiterten Koordinatensystem
13. Zuordnen von Punkten und Quadranten – Geometrie im Kopf (1)
14. Bestimmen der Koordinaten von Bildpunkten – Geometrie im Kopf (2)
15. Vergleichen von Koordinatensystemen mit unterschiedlichen Skalierungen
16. Einzeichnen von Punkten in Koordinatensysteme mit unterschiedlichen Skalierungen
17. Nachdenken über unterschiedliche Achsenskalierungen
18. Kennenlernen der Winkelhalbierenden

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren

Erfassen der Darstellung von Punkten mit nicht-natürlichen Koordinaten im Koordinatensystem | **1**

- Überprüfe die Koordinaten der Punkte A und B.
- Erkläre, warum die x-Koordinate von Punkt B eine Dezimalzahl ist.
- Trage die fehlenden Koordinaten der anderen Punkte passend ein.

A (0 | 1)

B (0,5 | 2)

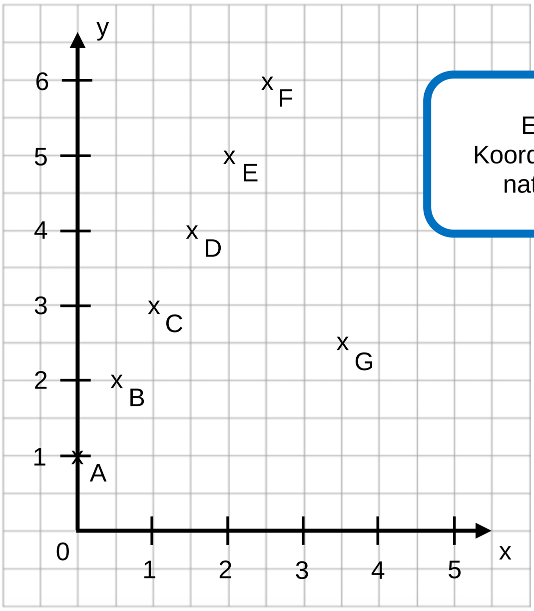
C (___ | ___)

D (___ | ___)

E (___ | ___)

F (___ | ___)

G (___ | ___)



Ein Punkt kann auch Koordinaten haben, die keine natürlichen Zahlen sind.

Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren

Ablesen von Punkten auch mit nicht-natürlichen Koordinaten aus dem Koordinatensystem | **2**

- Trage die Koordinaten der Punkte ein.

A (___ | ___)

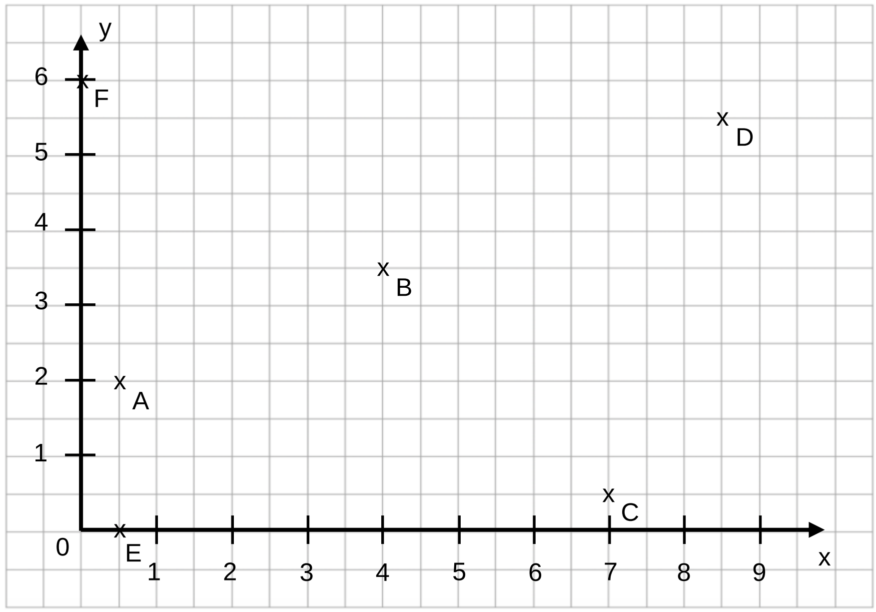
B (___ | ___)

C (___ | ___)

D (___ | ___)

E (___ | ___)

F (___ | ___)

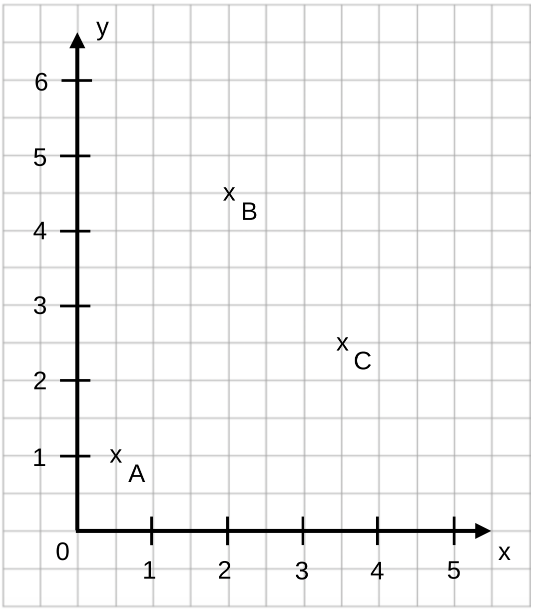


Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form Sekundarstufe I	Koordinatisieren	
Erkennen von Fehlern beim Ablesen von Punkten mit nicht-natürlichen Koordinaten		3

Moritz hat aus dem Koordinatensystem die Koordinaten der Punkte abgelesen.
Dabei hat er Fehler gemacht.

- Überlege, was er sich dabei gedacht hat.
- Korrigiere die Fehler.



Moritz' Lösung

A (1,5 | 1)

B (2 | 5,5)

C (4,5 | 3,5)

Meine Lösung

A (____ | _____)

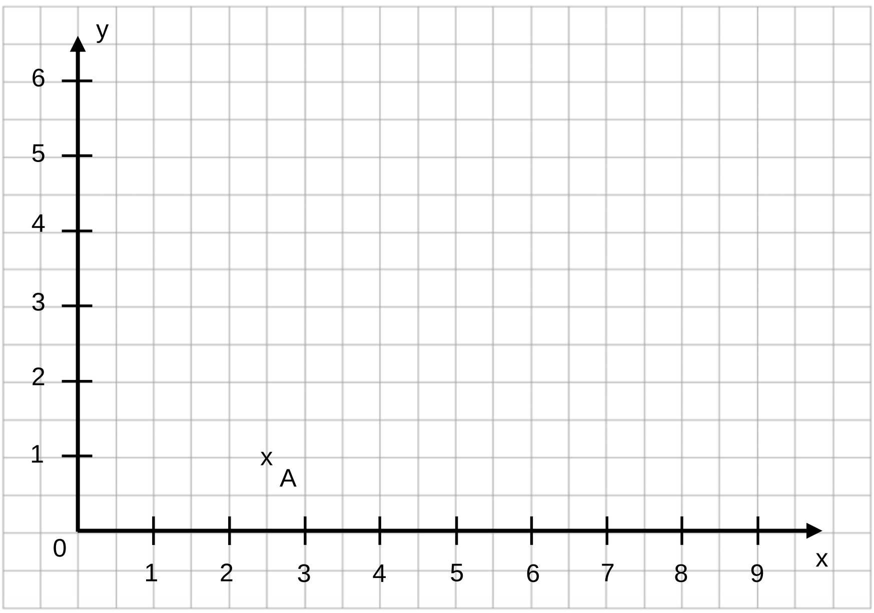
B (____ | _____)

C (____ | _____)

Raum und Form Sekundarstufe I	Koordinatisieren	
Einzeichnen von Punkten auch mit nicht-natürlichen Koordinaten ins Koordinatensystem		4

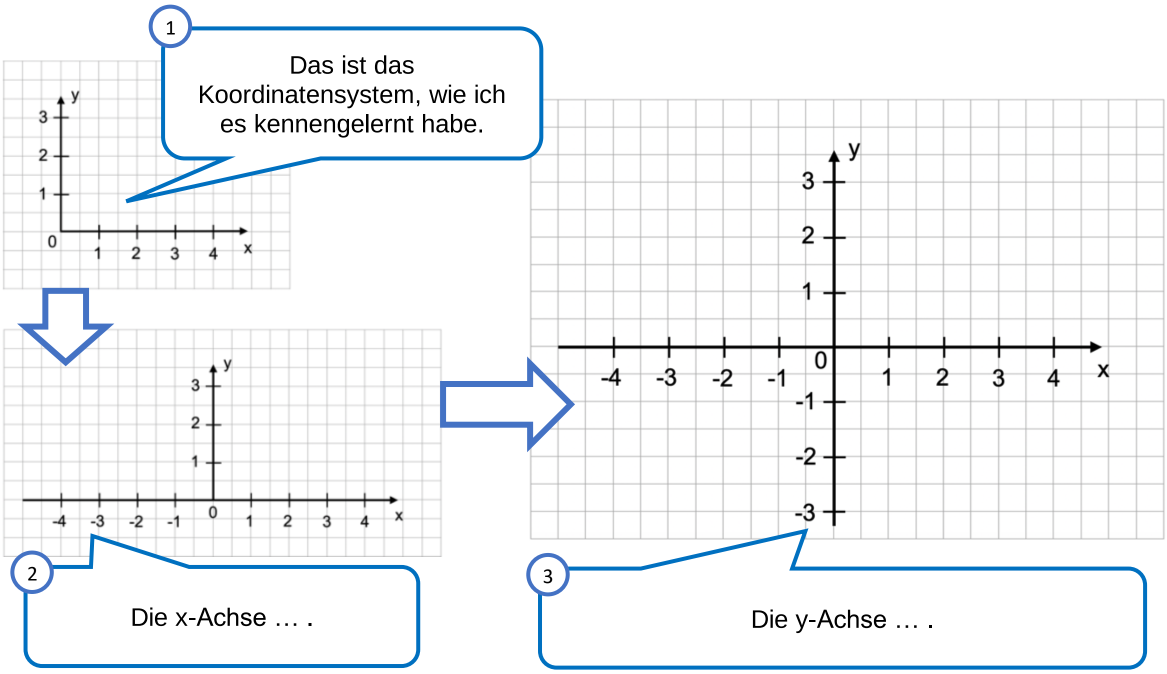
- Zeichne die folgenden Punkte in das Koordinatensystem ein.
  Vergiss nicht, die Punkte zu beschriften.

  A (2,5|1); B (4,5|1); C (4,5|4,5); D (3,5|6); E (2,5|4,5).



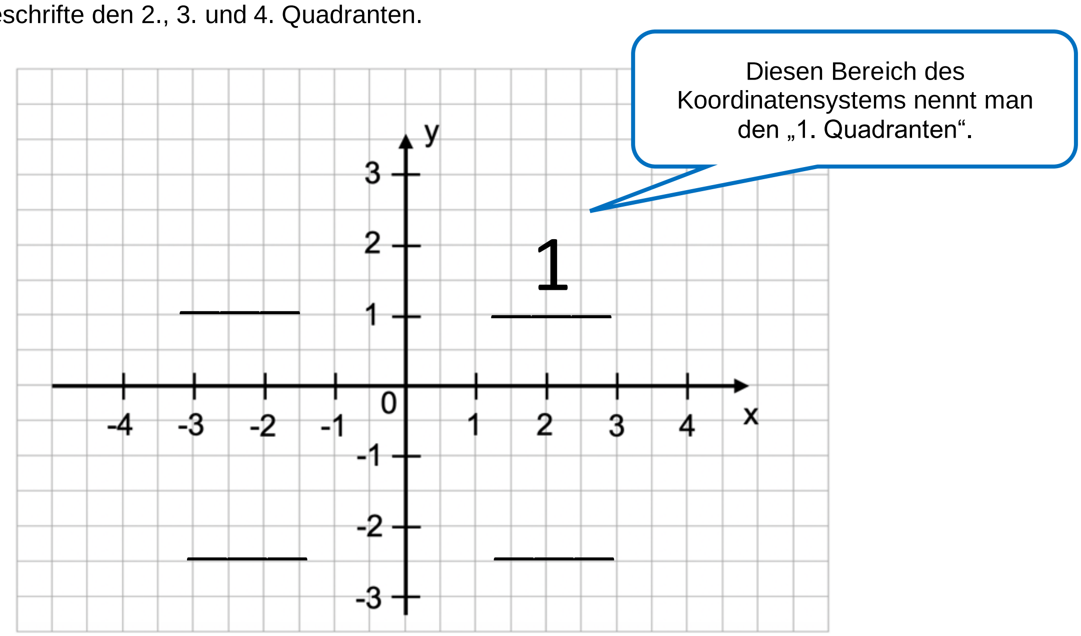
Das Koordinatensystem, wie du es kennengelernt hast, soll erweitert werden.

- Beschreibe, was beim Erweitern des Koordinatensystems passiert. Ergänze dafür die Sätze.



Durch die x-Achse und die y-Achse ist das Koordinatensystem in vier Bereiche unterteilt. Diese Bereiche nennt man Quadranten. Wo der 1. Quadrant liegt, kannst du bereits unten sehen. Die anderen Quadranten werden mit 2, 3 und 4 entgegen dem Uhrzeigersinn beschriftet.

- Beschrifte den 2., 3. und 4. Quadranten.



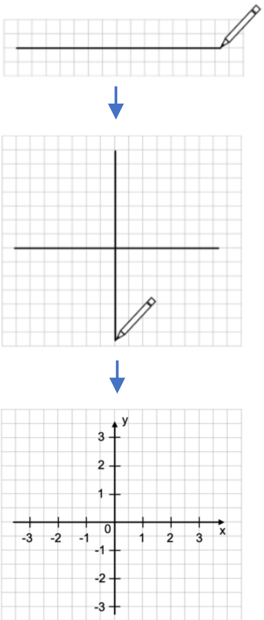
Raum und Form
Sekundarstufe I

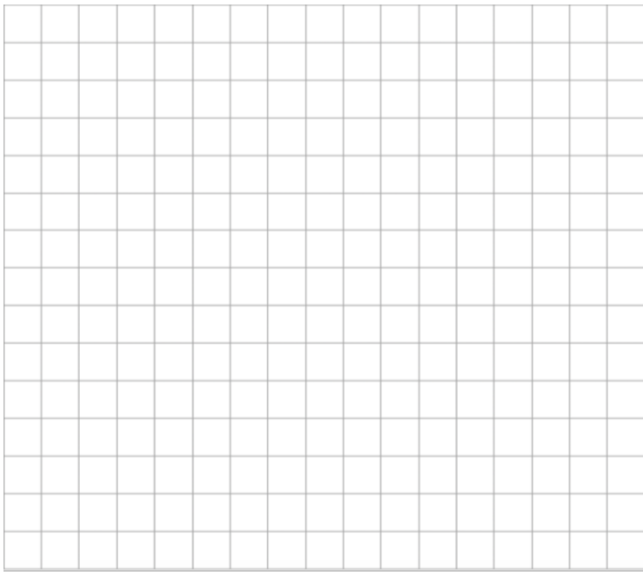
Koordinatisieren

Zeichnen eines Koordinatensystems mit vier Quadranten | 7

Zeichne ein Koordinatensystem mit vier Quadranten. Gehe dabei so vor, wie es links beschrieben ist.

1. Zeichne etwa in der Mitte des Blattes eine Linie.
2. Zeichne mittig zur ersten Linie eine senkrechte Linie.
3. Zeichne rechts an die x-Achse und oben an die y-Achse Pfeile. Beschrifte die Achsen mithilfe von kleinen Strichen mit Zahlen.





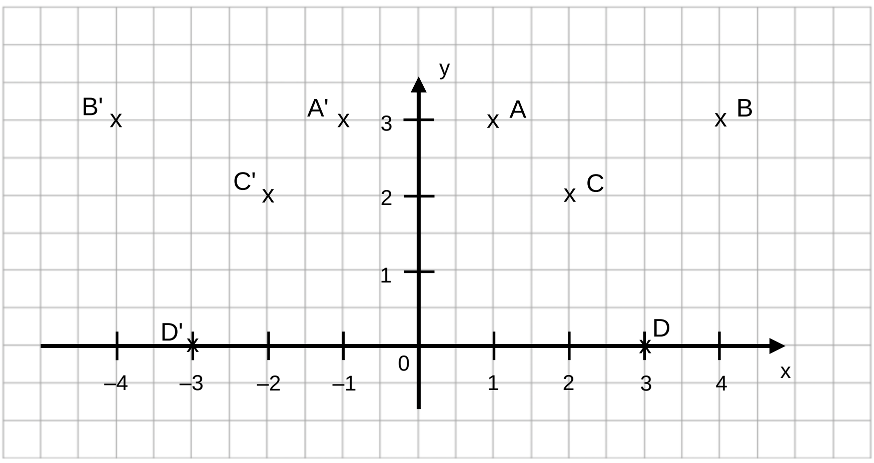
Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren

Ablesen von Punkten aus dem erweiterten Koordinatensystem (1. und 2. Quadrant) | 8

- Lies die fehlenden Koordinaten ab.
- Verbinde die Punkte der Figur ABCD und die Punkte ihrer Spiegelfigur A'B'C'D'.
- Die Figur ABCD wurde gespiegelt. Zeige die Spiegelachse.
- Vergleiche die Koordinaten der Punkte mit ihren Spiegelpunkten. Beschreibe, was dir auffällt.

A (1 | 3)	B (4 | 3)	C (2 | 2)	D (3 | 0)
A' (–1 | 3)	B' (___ | ___)	C' (___ | ___)	D' (___ | ___)



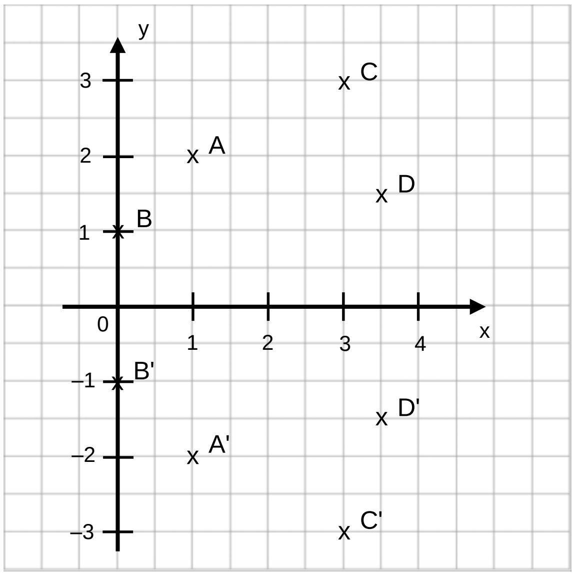
Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren

Ablesen von Punkten aus dem erweiterten Koordinatensystem (1. und 4. Quadrant) **9**

- Lies die fehlenden Koordinaten ab.
- Die Punkte A, B, C und D wurden gespiegelt. Erkläre, woran du das erkennen kannst. Überlege, an welcher Achse die Punkte gespiegelt wurden.
- Vergleiche die Koordinaten der Punkte mit ihren Spiegelpunkten. Beschreibe, was dir auffällt.

A (1 | 2)	A' (1 | –2)
B (___ | ___)	B' (___ | ___)
C (___ | ___)	C' (___ | ___)
D (___ | ___)	D' (___ | ___)



Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren

Ablesen und ein erstes Einzeichnen von Punkten im erweiterten Koordinatensystem **10**

- Zeichne die Punkte, die entstehen, wenn man A, B, C, D, E und F an der y-Achse spiegelt. Bezeichne die entstandenen Spiegelpunkte mit A', B', C', D', E' und F'.
- Schreibe die Koordinaten der Punkte auf. Vergleiche die Koordinaten der Punkte mit denen ihrer Spiegelpunkte. Beschreibe, was dir auffällt.

A (___ | ___)	A' (___ | ___)
B (___ | ___)	B' (___ | ___)
C (___ | ___)	C' (___ | ___)
D (___ | ___)	D' (___ | ___)
E (___ | ___)	E' (___ | ___)
F (___ | ___)	F' (___ | ___)

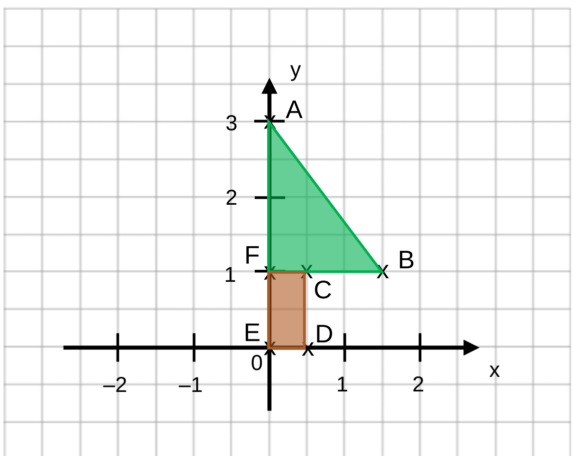


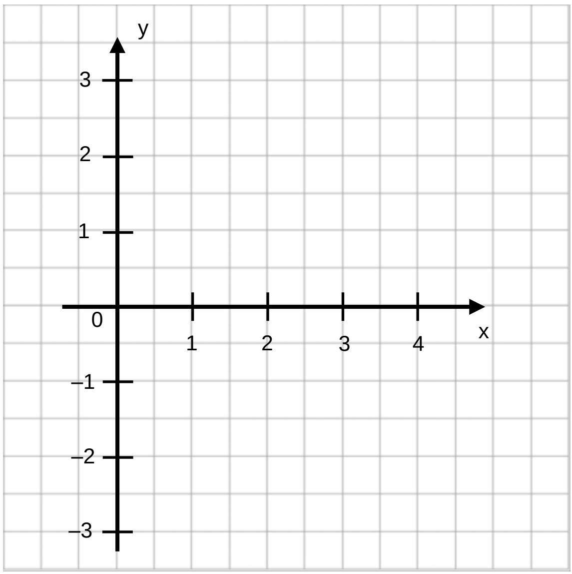
Bild „Figur im Koordinatensystem“, Lindner für Lisum, cc-by-sa 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren

Einzeichnen von Punkten im erweiterten Koordinatensystem (1. und 4. Quadrant) **11**

- Zeichne die folgenden Punkte ins Koordinatensystem ein:
  A(2 | 1), B(3 | –0,5), C(1 | –2,5), D(0 | –1).
- Verbinde die Punkte, sodass eine Figur ABCD entsteht.
  Beschreibe, welche Form die Figur ABCD hat.



Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren

Einzeichnen von Punkten im erweiterten Koordinatensystem **12**

- Zeichne die Punkte A, B, C, D, E, F, G und H in das Koordinatensystem und beschrifte sie.
- Verbinde die Punkte dann
  zu einer Figur ABCDEFGH.

A (1 | –1)

B (–1 | –1,5)

C (–1,5 | –3,5)

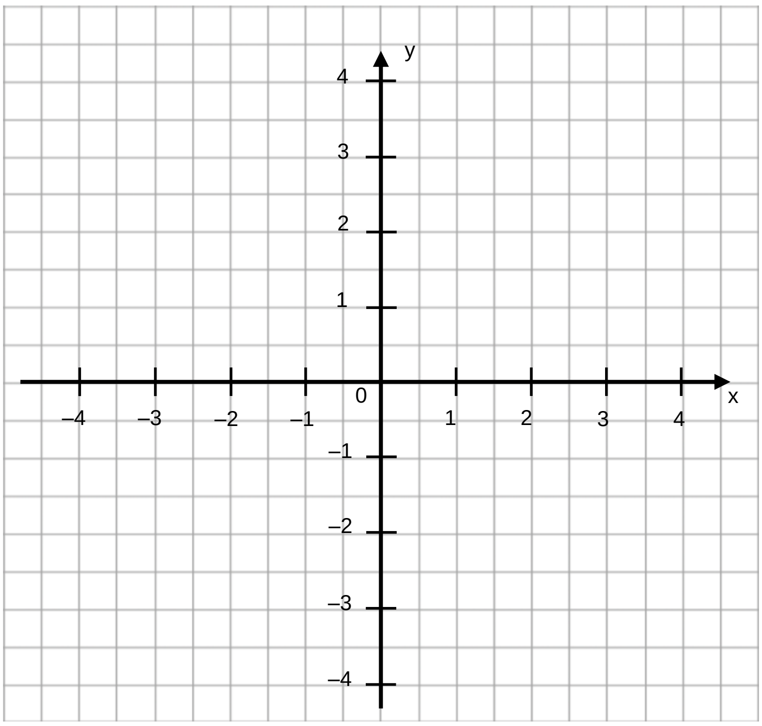
D (–2 | –1,5)

E (– 4 | –1)

F (–2 | –0,5)

G (–1,5 | 1,5)

H (–1 | –0,5)

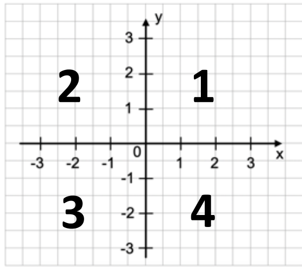


Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren
Abstrahieren

Zuordnen von Punkten und Quadranten – Geometrie im Kopf (1) | **13**

- Überlege, in welchem Quadranten die Punkte jeweils liegen:
  Verbinde die Punkte mit dem zugehörigen Quadranten.



A (5 | –7)

B (9 | 4)

C (– 8 | – 5)

D (– 6 | 8)

E (– 4,5 | 4)

F (– 5,5 | – 6,5)

G (6 | – 9,5)

1. Quadrant

2. Quadrant

3. Quadrant

4. Quadrant

Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren
Abstrahieren

Bestimmen der Koordinaten von Bildpunkten – Geometrie im Kopf (2) | **14**

- Stell dir ein Koordinatensystem mit allen vier Quadranten vor.
- Überlege dir zunächst, wo darin der Punkt A liegen würde.
  Der Punkt A soll nun gespiegelt bzw. verschoben werden.
  Notiere jeweils die Koordinaten der neuen Punkte A' und A''.
- Gehe bei den Punkten B, C und D genauso vor.

A(0,5 | 2) —*Spiegelung an der x-Achse*→ A'(___ | ___) —*Spiegelung an der y-Achse*→ A''(___ | ___)

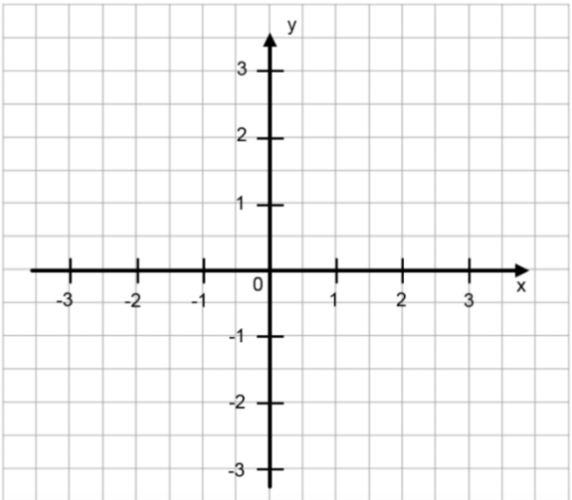
B(1 | 2,5) —*Spiegelung an der y-Achse*→ B'(___ | ___) —*Spiegelung an der x-Achse*→ B''(___ | ___)

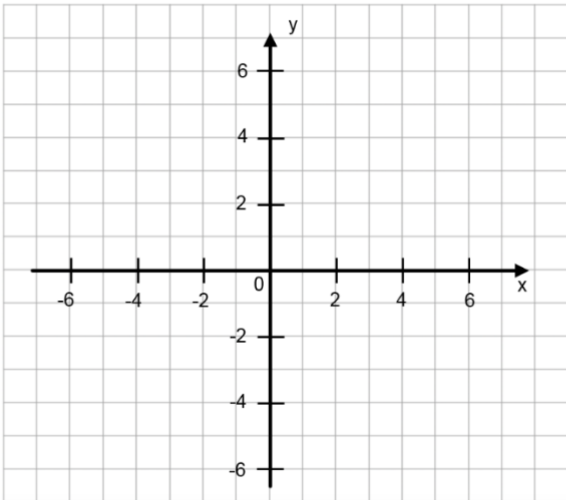
C(0,5 | –1) —*Spiegelung an der x-Achse*→ C'(___ | ___) —*Verschiebung um 0,5 in Richtung der positiven y-Achse (nach oben)*→ C''(___ | ___)

D(–2 | 1,5) —*Verschiebung um 2,5 in Richtung der positiven x-Achse (nach rechts)*→ D'(___ | ___) —*Spiegelung an der x-Achse*→ D''(___ | ___)

Vergleichen von Koordinatensystemen mit unterschiedlichen Skalierungen

- Beschreibe, worin sich die beiden Koordinatensysteme unterscheiden.





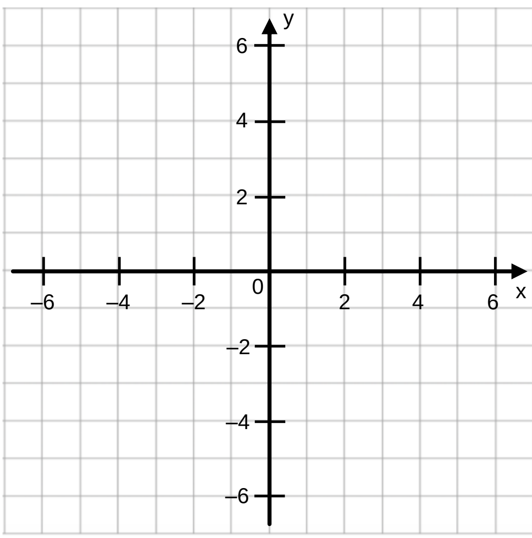
- Trage die folgenden Punkte in beide Koordinatensysteme ein:
  A(–1 | –2), B(1 | –2), C(2 | 0), D(0 | 3), E(–2 | 0)
- Verbinde die Punkte A, B, C, D und E in beiden Koordinatensystemen jeweils.
- Vergleiche die Figuren ABCDE in den beiden Koordinatensystemen.
  Beschreibe, was dir auffällt.

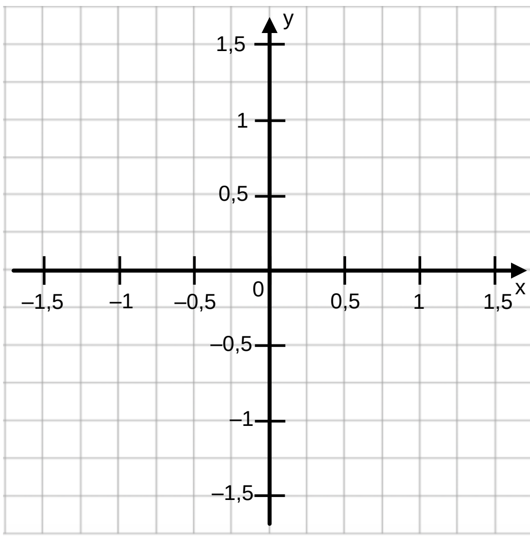
Einzeichnen von Punkten in Koordinatensysteme mit unterschiedlichen Skalierungen

- Zeichne die Punkte in das Koordinatensystem:

a) A(1|3), B(-5|-6), C(-3|1,5), D(4,5|-2,5)

b) A(1,5|0,5), C(2|-0,75), B(-0,5|1,25), D(-0,75|-0,25)





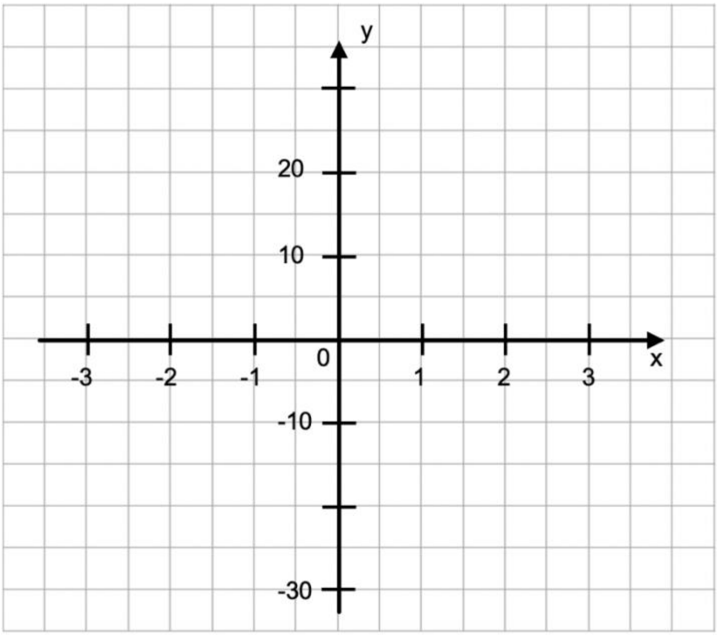
Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren
Abstrahieren

Nachdenken über unterschiedliche Achsenskalierungen | **17**

In dem Koordinatensystem soll die y-Achse anders beschriftet (skaliert) werden als die x-Achse. An der y-Achse fehlen zwei Zahlen.

- Vervollständige die Beschriftung (Skalierung) der y-Achse.
- Trage die folgenden Punkte ins Koordinatensystem ein: A (1 | 0), B(0 | 10), C(–1 | 25), D(–1 | –5), E(0,5 | –30)
- Stell dir vor, die y-Achse wäre genauso beschriftet (skaliert) wie die x-Achse. Erkläre, welche Schwierigkeiten beim Einzeichnen der Punkte entstehen würden.
- Stell dir vor, die x-Achse wäre genauso beschriftet (skaliert) wie die y-Achse. Erkläre, ob auch hierbei Schwierigkeiten beim Einzeichnen der Punkte entstehen würden.



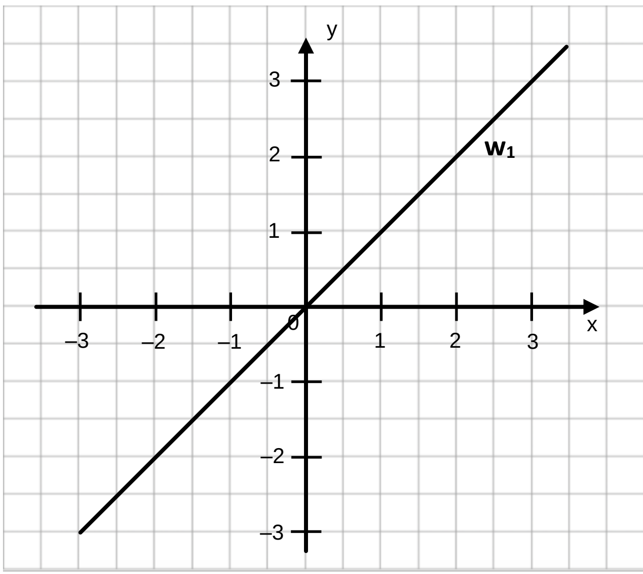
Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren

Kennenlernen der Winkelhalbierenden | **18**

In dem Koordinatensystem wurde die Gerade w_1 eingezeichnet.

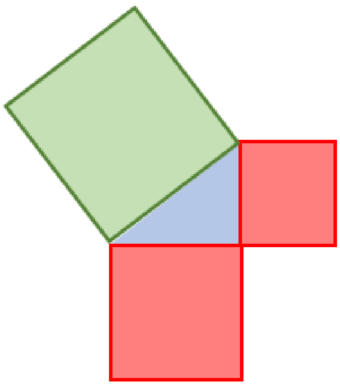
- Finde heraus, warum man die Gerade w_1 „Winkelhalbierende des 1. und 3. Quadranten“ nennt:
  - Miss die Winkel zwischen der Geraden w_1 und der x-Achse.
  - Gib auch die Winkel zwischen der Geraden w_1 und der y-Achse an.
  - Überlege, durch welche Quadranten des Koordinatensystems die Gerade w_1 verläuft.
  - Erkläre, warum man die Gerade w_1 „Winkelhalbierende des 1. und 3. Quadranten“ nennt.
- Zeichne die „Winkelhalbierende des 2. und 4. Quadranten“.



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Förderaufgaben für die Sekundarstufe

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen



Darum geht es:

Hilbert verursachte vor über 100 Jahren mit den „Grundlagen der Geometrie“ einen Umbruch in der mathematischen Sichtweise auf Geometrie: Anstatt, wie Euklid, die Objekte der Geometrie – also Punkte, Geraden, Ebenen – inhaltlich zu beschreiben, beschränkte er sich auf die Schaffung eines Axiomensystems, also einer Beschreibung, wie Objekte sich zueinander verhalten müssen, um als „Geometrie“ zu gelten. Damit rückten die Beziehungen zwischen den Objekten und ihre Eigenschaften in den Fokus der Aufmerksamkeit.

Die Objekte mit ihren Eigenschaften und die Relationen zwischen diesen Eigenschaften und den Objekten selbst können tatsächlich nur gemeinsam in den Blick genommen werden, so dass der Fokus der Förderaktivitäten in diesem Abschnitt auf den Eigenschaften, Beziehungen, Invarianzen und Abbildungen liegt. Der mathematische Zugang zu Objekten und Begriffen nutzt die Beschreibung von Beziehungen: Beispielsweise wird Ähnlichkeit über die Beziehungen der Seitenlängen und der Winkel in der Original- und der Bildfigur erschlossen. So wird die euklidische Geometrie dadurch charakterisiert, dass Verschiebungen, Rotationen und Spiegelungen die wesentlichen Eigenschaften von geometrischen Objekten nicht ändern, und somit Form (Winkel) und Größe (Abstand) die beiden relevanten Messgrößen von geometrischen Objekten sind.

Im Konzeptbild sind die Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen insbesondere mit der zweiten und dritten Säule verbunden. Die zweite Säule (Strukturierung des Raumes und praktischer Nutzen) wird beispielsweise durch die Anwendungen des Satzes von Pythagoras angesprochen; die dritte (Vermittlung von Freude und Entwicklung von Selbstvertrauen) mit dem Aspekt Ästhetik von Formen und Ordnungen findet sich u. a. bei den Aufgaben zur Ähnlichkeit wieder, die mit Erkundungen zum *Haus vom Nikolaus* beginnen. Hier werden Aktivitäten angeboten, mit denen die Schülerinnen und Schüler erforschen können, welche Eigenschaften von geometrischen Objekten sich bei Verschiebungen, Spiegelungen, Vergrößerungen oder Verkleinerungen wie verändern, und welche invariant bleiben. So können sie auch „Erfahrungen zu Eigenschaften von geometrischen Objekten, Prozessen und Beziehungen“ (MBJS, S. 9) sammeln.

(siehe auch Didaktischer Kommentar von Prof. Kortenkamp und Prof. Kuzle in diesem Material)

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Förderschritte zu den Diagnoseaufgaben „Koordinatisierung und Eigenschaften / Beziehungen / Abbildungen“,
Stufe D, E, F, G: Aufgabe 2

1. Ordnen von Figuren im „Haus des Nikolaus“
2. Messen von Längen im „Haus des Nikolaus“
3. Messen von Winkeln im „Haus des Nikolaus“
4. Erzeugen eines Bildes durch Vergrößern des Originals
5. Erzeugen eines Bildes durch Verkleinern des Originals
6. Bestimmen des Maßstabs bei Vergrößerungen
7. Bestimmen des Maßstabs bei Verkleinerungen
8. Unterscheiden von Vergrößerung oder Verkleinerung
9. Beurteilen von Maßstäblichkeit
10. Bestimmen des Ähnlichkeitsfaktors
11. Beurteilen von Ähnlichkeit durch Messen von Winkeln
12. Bestimmen des Flächeninhalts bei maßstäblich vergrößerten Rechtecken
13. Bestimmen des Flächeninhalts bei maßstäblich vergrößerten Parallelogrammen
14. Bestimmen des Flächeninhalts bei maßstäblich vergrößerten Dreiecken
15. Bestimmen des Volumens bei maßstäblich vergrößerten Körpern
16. Bestimmen des Flächeninhalts von Kreisen durch Vergrößern des Durchmessers
17. Untersuchen des Volumens eines Würfels mit dreifacher Kantenlänge
18. Finden von Achsensymmetrie

Förderschritte zu den Diagnoseaufgaben „Koordinatisierung und Eigenschaften / Beziehungen / Abbildungen“,
Stufe D, E, F, G: Aufgabe 3

19. Entdecken von Quadraten an Dreiecksseiten
20. Untersuchen von Flächenquadraten an besonderen Dreiecken
21. Verallgemeinern der Aussage: Satz des Pythagoras
22. Verallgemeinern des Satzes des Pythagoras (GeoGebra-Datei)
23. Zeichnen von Quadraten über Dreiecksseiten
24. Formulieren des Satzes des Pythagoras
25. Überprüfen von Aussagen zum Satz des Pythagoras
26. Bestimmen von Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks
27. Ermitteln von Seitenlängen mithilfe des Satzes des Pythagoras
28. Aufstellen einer Gleichung zum Satz des Pythagoras
29. Variieren der Seitenbezeichnungen
30. Berechnen von Seitenlängen in rechtwinkligen Dreiecken
31. Erkennen von rechtwinkligen Dreiecken in der Umwelt
32. Bestimmen von Streckenlängen mithilfe des Satzes des Pythagoras

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Übersicht zu den Förderaufgaben

Förderschritte zu den Diagnoseaufgaben „Koordinatisierung und Eigenschaften / Beziehungen / Abbildungen“,
Stufe D, E, F, G: Aufgabe 3 (Fortsetzung)

33. Überprüfen der Umkehrung des Satzes des Pythagoras
34. Verwenden der Umkehrung des Satzes des Pythagoras
35. Berechnen einer Streckenlänge im besonderen Dreieck
36. Berechnen von Streckenlängen im Koordinatensystem (I)
37. Berechnen von Streckenlängen im Koordinatensystem (II)
38. Berechnen von Streckenlängen in Figuren (I)
39. Berechnen von Streckenlängen in Figuren (II)
40. Finden von rechtwinkligen Dreiecken in einem Würfel
41. Finden von rechtwinkligen Dreiecken in einer Pyramide
42. Erkennen von Ankathete und Gegenkathete (1)
43. Erkennen von Ankathete und Gegenkathete (2)
44. Erkennen von Ankathete und Gegenkathete (3)
45. Berechnen des Verhältnisses von Gegenkathete und Hypotenuse
46. Berechnen des Verhältnisses von Gegenkathete und Hypotenuse bei größer werdendem Winkel
47. Definition des Sinus
48. Berechnen des Sinuswertes (1)
49. Berechnen des Sinuswertes (2)
50. Berechnen des Winkels mithilfe des Sinus

A – G Kopiervorlagen

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

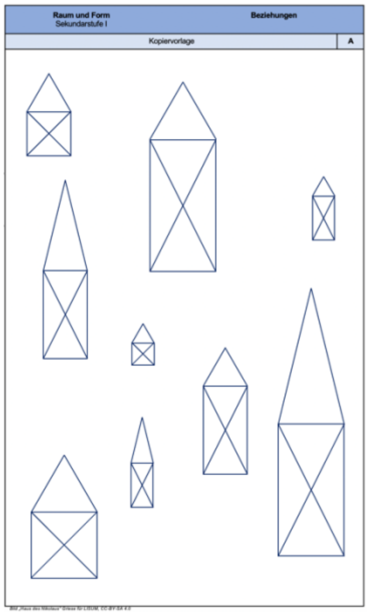
Raum und Form
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Ordnen von Figuren im „Haus des Nikolaus“ **1**

Material: *Kopiervorlage A*

- Finde zu Figur A solche, die durch Vergrößerung oder Verkleinerung von A entstanden sind. Markiere sie alle mit derselben Farbe.
- Finde weitere Figuren, die durch Vergrößerung oder Verkleinerung zueinander gehören.
- Begründe, worauf du geschaut hast, als du die Figuren geordnet hast.



Kopiervorlage A

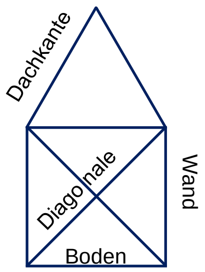
Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

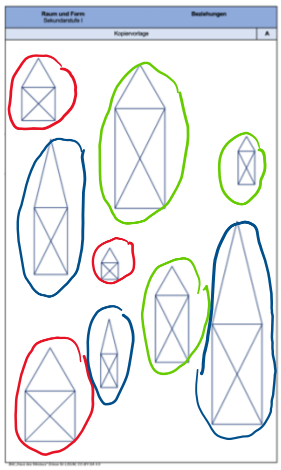
Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Messen von Längen im „Haus des Nikolaus“ **2**

Material*: Kopiervorlage A (Figuren markiert), Geodreieck*

- Die auseinander entstandenen Figuren (Karte 1) sind in Gruppen eingeteilt.
- Miss bei allen Häusern einer Gruppe (z. B. der roten), wie lang die Linien für Boden, Wand, Dachkante und Diagonale sind.





Kopiervorlage A

- Vergleiche immer zwei Häuser deiner Gruppe und vervollständige die Sätze wie im Beispiel.

Beispiel: Wenn die Länge des Bodens verdoppelt wurde, dann wurde auch die Länge der Diagonalen verdoppelt.

- Wenn die Länge des Bodens verdreifacht wurde, dann …
- Wenn die Länge der Dachkante halbiert wurde, dann …
- Wenn die Länge der Wand …
- Wenn die Länge der Diagonale …

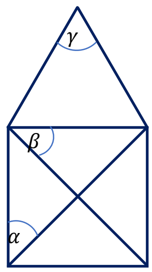
Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

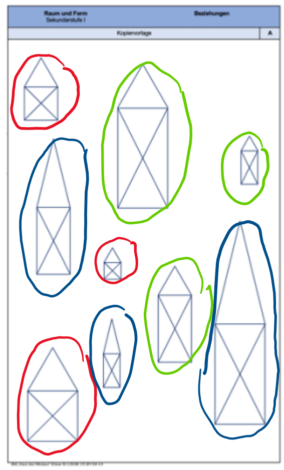
Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Messen von Winkeln im „Haus des Nikolaus“ **3**

Material: *Kopiervorlage A (Figuren markiert), Geodreieck*

- Die auseinander entstandenen Figuren (Karte 1) sind in Gruppen eingeteilt.
- Miss bei allen Häusern einer Gruppe (z. B. der roten), wie groß die Winkel α, β und γ sind.





Kopiervorlage A

- Vergleiche die Größe dieser Winkel. Beschreibe deine Beobachtungen.

- Untersuche auch die Winkel in den anderen Häusergruppen.

Bild „Haus vom Nikolaus", Griese für LISUM, cc by sa 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Erzeugen eines Bildes durch Vergrößern des Originals **4**

Wenn man Figuren z. B. verschiebt, spiegelt oder vergrößert, dann heißt die ursprüngliche Figur „Original“ oder „Originalfigur“. Die veränderte Figur nennt man „Bild“ oder „Bildfigur“.

- Verändere das Original so, dass ein doppelt so großes Strichmännchen entsteht. Der Kopf der Bildfigur ist schon vorgegeben.

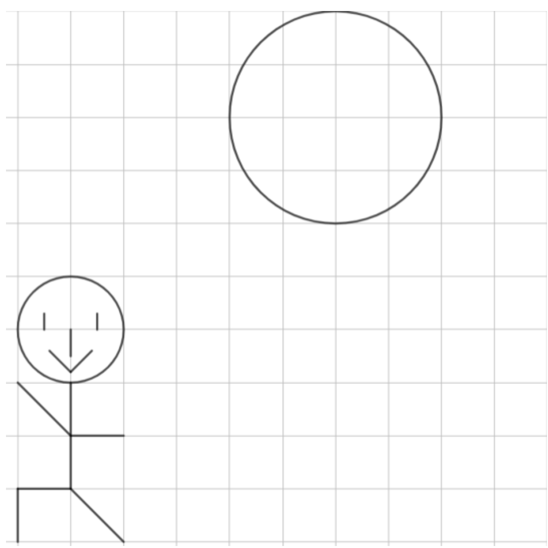


Bild „Strichmännchen", Jeschek mit GeoGebra für LISUM, cc by sa 4.0

Erzeugen eines Bildes durch Verkleinern des Originals

5

Das Bild kann auch *kleiner* sein als das Original.

- Zeichne einen zweiten Fisch, der halb so groß ist wie die Originalfigur. Orientiere dich dabei an dem Raster.
  Du darfst den Fisch auch in die entgegengesetzte Richtung schwimmen lassen.

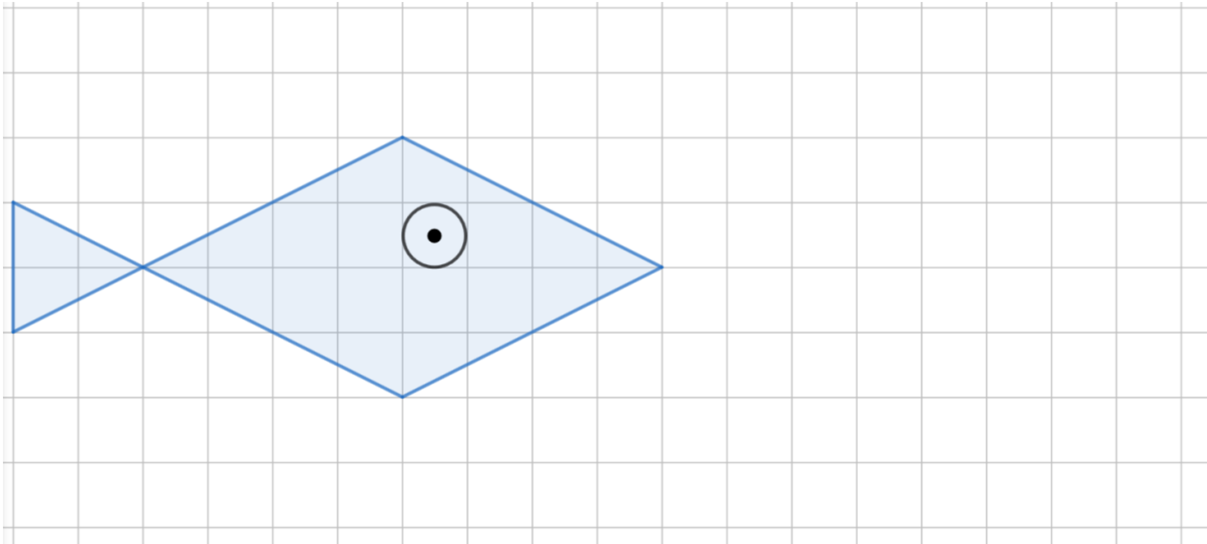


Bild „Fisch", Jeschek für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

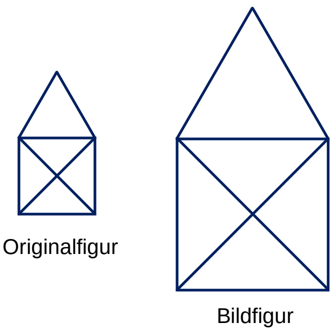
Bestimmen des Maßstabs bei Vergrößerungen

6

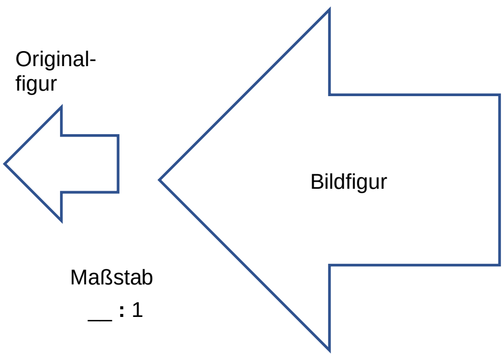
Wenn eine Figur so vergrößert wurde, dass alle Längen verdoppelt wurden, nennt man dies „Vergrößerung im Maßstab 2:1“ (gesprochen „zwei zu eins“).

„Maßstab 2:1“ bedeutet:

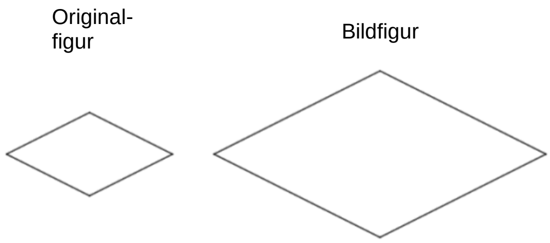
2 cm in der Bildfigur entsprechen 1 cm in der Originalfigur



- Bestimme, welche Maßstäbe hier verwendet wurden.



Maßstab
__ : 1



Maßstab
__ : 1

Bilder „Haus vom Nikolaus", „Pfeil“, „Raute“, Griese für LISUM, cc by sa 4.0

Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

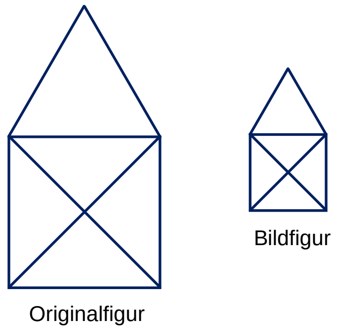
Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Bestimmen des Maßstabs bei Verkleinerungen — 7

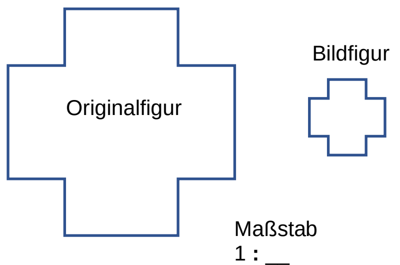
Wenn eine Figur so verkleinert wurde, dass alle Längen halbiert wurden, nennt man dies „Verkleinerung im Maßstab 1:2“ (gesprochen „eins zu zwei“).

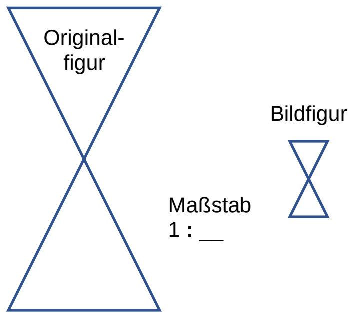
„Maßstab 1:2“ bedeutet:

1 cm in der Bildfigur entspricht 2 cm in der Originalfigur.



- Bestimme, welche Maßstäbe hier verwendet wurden.





Bilder „Haus vom Nikolaus", „Plus“, „Sanduhr“, Griese für LISUM, cc by sa 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Unterscheiden von Vergrößerung oder Verkleinerung — 8

Material: *Kopiervorlage B, Schere*

- Sortiere die Karten: Vergrößerung oder Verkleinerung?

Maßstab 1:3 **A**	Maßstab 1:100 **B**	1 cm in der Originalfigur entspricht 2 cm in der Bildfigur. **1**	10 cm in der Originalfigur entsprechen 2 cm in der Bildfigur. **2**
2 cm in der Originalfigur entsprechen 10 cm in der Bildfigur. **3**	Maßstab 2:1 **C**	1000 cm in der Originalfigur entsprechen 10 cm in der Bildfigur. **4**	Maßstab 10:1 **D**
Maßstab 5:1 **E**	35 cm in der Originalfigur entsprechen 5 cm in der Bildfigur. **5**	Maßstab 1:7 **F**	10 cm in der Originalfigur entsprechen 40 cm in der Bildfigur. **6**
15 cm in der Originalfigur entsprechen 5 cm in der Bildfigur. **7**	Maßstab 1:5 **G**	1 cm in der Originalfigur entspricht 10 cm in der Bildfigur. **8**	Maßstab 4:1 **H**

- Ordne auch die Sätze (Ziffern) den Maßstäben (Buchstaben) zu.

Raum und Form Sekundarstufe I	**Eigenschaften / Beziehungen / Inv. / Abb.** Argumentieren
Beurteilen von Maßstäblichkeit	**9**

Maxi möchte im Biounterricht einen Vortrag über Hamster halten. Auf der Startfolie fügt sie dieses Bild ihres Hamsters ein (links). Nach dem Einfügen des Bildes in die Präsentation sieht das Foto jedoch so aus (rechts):

- Beschreibe die Unterschiede und Gemeinsamkeiten der beiden Bilder.
- Entscheide, ob es sich um eine maßstäbliche Vergrößerung handelt. Begründe.

Bild „Hamster“ ©Shutterbug75, 2016. Hamster, pixabay-lizenz. Verfügbar unter: https://pixabay.com/de/photos/tier-kreatur-critter-inl%c3%a4ndisch-1239397, Zugriff am: 6.7.2020

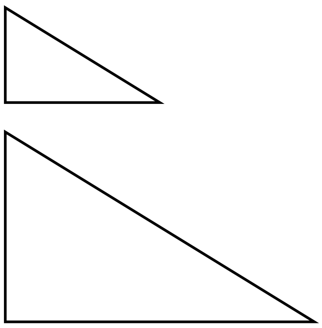
Raum und Form Sekundarstufe I	**Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen**
Bestimmen des Ähnlichkeitsfaktors	**10**

Ähnliche Figuren:

Wenn eine Figur durch eine maßstäbliche Vergrößerung oder eine maßstäbliche Verkleinerung aus einer anderen Figur entstanden ist, nennt man die beiden Figuren **ähnlich**.

Ähnlichkeitsfaktor:

Der Ähnlichkeitsfaktor ist der Wert der Division, wenn man im Maßstab das „zu“ als „geteilt“ auffasst:



Maßstab 2:1 → Ähnlichkeitsfaktor 2
(alle Längen werden mit 2 multipliziert, Vergrößerung)

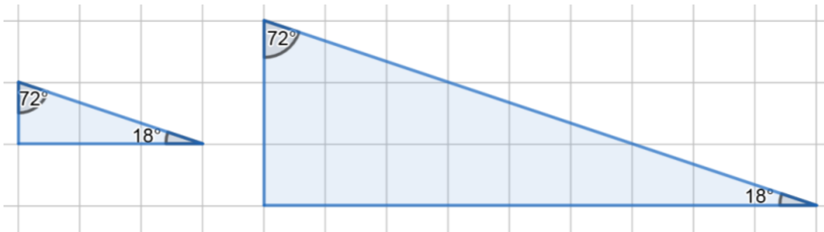
Maßstab 1:2 → Ähnlichkeitsfaktor $\frac{1}{2}$
(alle Längen werden mit $\frac{1}{2}$ multipliziert, Verkleinerung)

- Gib die Ähnlichkeitsfaktoren zu den folgenden Maßstäben an:

2:1	1:3	10:1	4:1
1:100	5:1	1:5	1:7

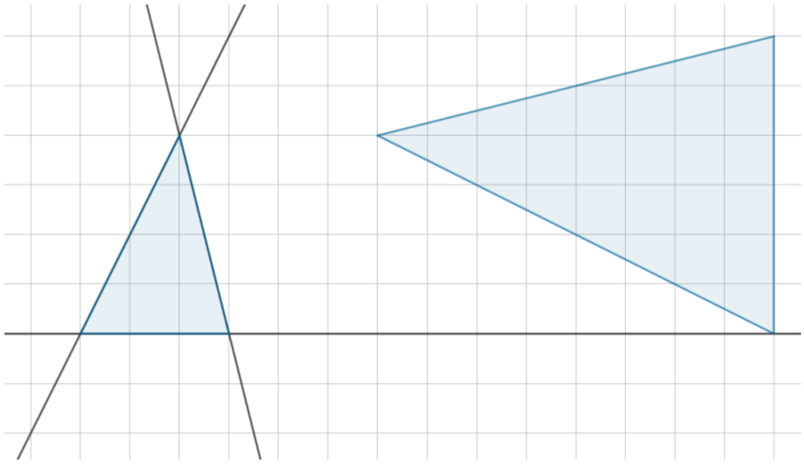
Beurteilen von Ähnlichkeit durch Messen von Winkeln **11**

In ähnlichen Figuren stimmen nicht nur die Seitenverhältnisse überein, sondern auch die entsprechenden Winkel – ein Beispiel siehst du rechts.



Dreiecke, in denen alle drei Winkel übereinstimmen, sind immer ähnlich zueinander.

- Überprüfe die nebenstehenden Dreiecke auf Ähnlichkeit, indem du die Winkel misst. Bei dem kleineren sind dafür Hilfslinien eingezeichnet.

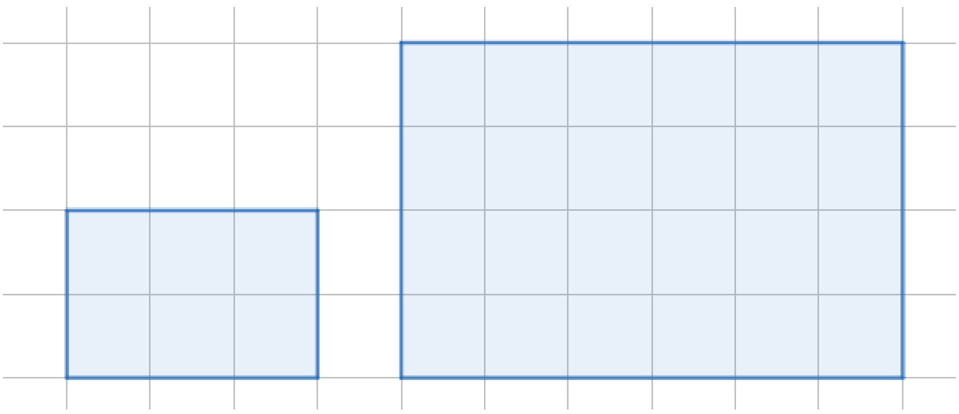


Erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

Bestimmen des Flächeninhalts bei maßstäblich vergrößerten Rechtecken **12**

Tran fragt: „Wenn ich eine Figur im Maßstab 2:1 vergrößere, verdoppelt sich dann auch der Flächeninhalt?“

- Beantworte Trans Frage mithilfe der Abbildung.



- Zeichne ein weiteres Rechteck. Vergrößere es im Maßstab 2:1. Vergleiche auch hier die Flächeninhalte.

- Untersuche, wie sich der Flächeninhalt verändert, wenn ein Rechteck im Maßstab 3:1 vergrößert wird.

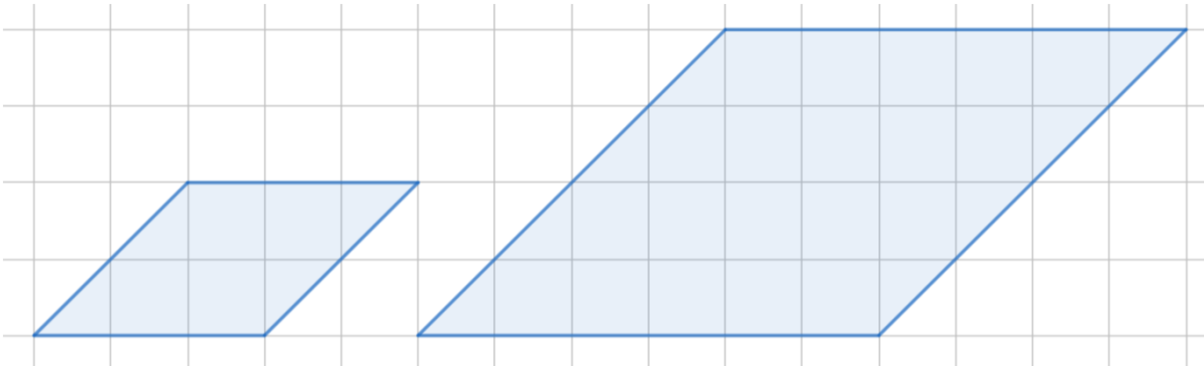
Erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

Bestimmen des Flächeninhalts bei maßstäblich vergrößerten Parallelogrammen	**13**

Wenn man die Seitenlängen eines Rechtecks verdoppelt, dann hat das Bild einen Flächeninhalt, der viermal so groß ist wie das Original. Aber gilt das auch für andere Vierecke?

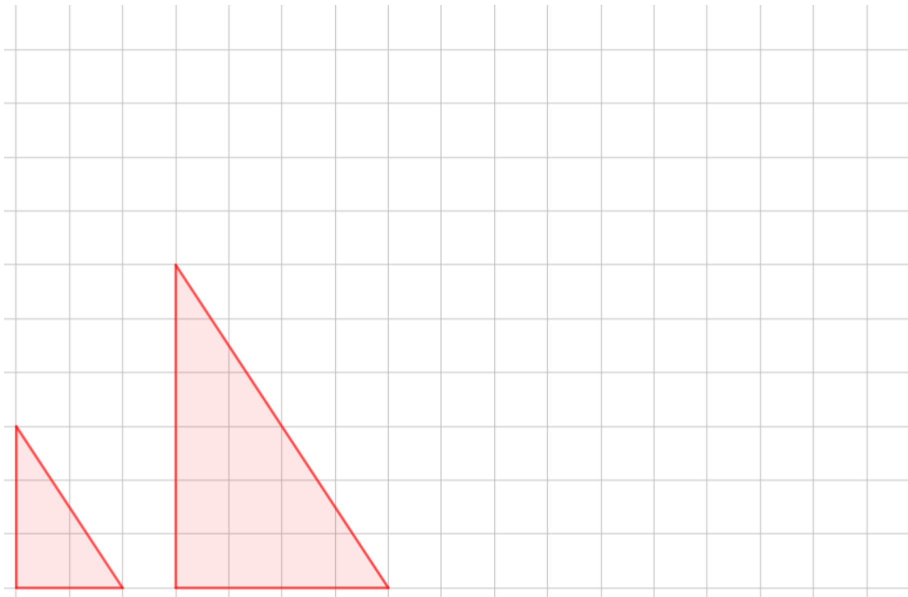
Hier siehst du ein Parallelogramm und seine maßstäbliche Vergrößerung (Maßstab 2:1).

- Bestimme und vergleiche die beiden Flächeninhalte.



Erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

Bestimmen des Flächeninhalts bei maßstäblich vergrößerten Dreiecken	**14**

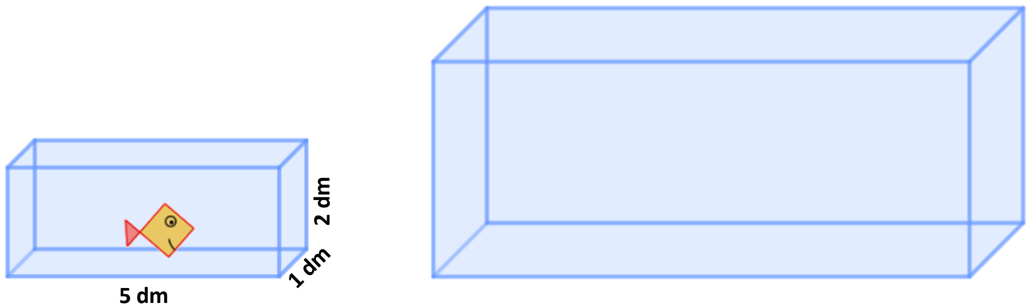


Hier siehst du ein rechtwinkliges Dreieck und seine maßstäbliche Vergrößerung.

- Gib den Maßstab an.
- Berechne die Flächeninhalte (eine Kästchenlänge ≙ 1 m).
- Untersuche, wie sich der Flächeninhalt verändert, wenn die Seitenlängen des Dreiecks verdreifacht werden.

Erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

Berechnen des Volumens bei maßstäblich vergrößerten Körpern | **15**



Gritti liebt ihren Fisch und möchte ihm gern ein neues Aquarium bauen, in dem er mehr Platz hat. Um das alte Aquarium zu füllen, braucht sie eine bestimmte Menge Wasser. Das neue Aquarium soll doppelt so lang, doppelt so breit und doppelt so hoch werden. Ihr Vater sagt: „Dann brauchst du auch doppelt so viel Wasser."

- Gehe davon aus, dass das alte Aquarium die Kantenlängen 1 dm, 2 dm und 5 dm hat. Berechne dann das Volumen des alten sowie des neuen Aquariums.
- Beurteile, ob Grittis Vater recht hat.

Raum und Form
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Veränderung des Flächeninhalts von Kreisen durch Vergrößern des Durchmessers | **16**

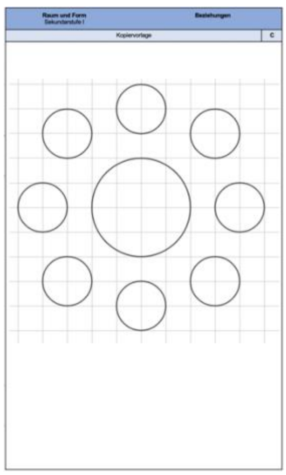
Material: *Kopiervorlage C, Schere*

Angebot
Pizza Funghi (21 cm Durchmesser) 13 €
Pizza Funghi (42 cm Durchmesser) 42 €

Lotta und Juri haben großen Hunger und sehen vor einer Pizzeria dieses Preisschild.

„Das ist ja merkwürdig“, überlegt Juri, „die Pizza, die doppelt so groß ist, kostet mehr als das Doppelte von der kleinen Pizza. Da ist es doch besser, zwei kleine Pizzen zu kaufen.“

- Schätze, wie viele kleine Pizzen in eine große passen.
- Überprüfe deine Schätzung möglichst genau, indem du die kleinen Kreise ausschneidest, zerschneidest und in den großen Kreis legst.



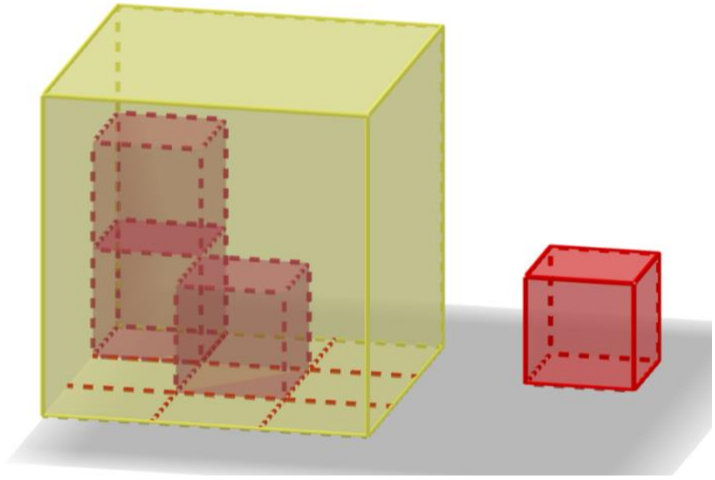
Kopiervorlage C

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form Sekundarstufe I	**Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen**
Untersuchen des Volumens eines Würfels mit dreifacher Kantenlänge	**17**

***Material**: Holzwürfel*

Pia hat mehrere Bauklötze und eine würfelförmige Kiste. Die Kantenlänge eines Bauklotzes ist 1 dm, die Kantenlänge der Kiste ist dreimal so groß, nämlich 3 dm.



- Überlege, wie viele Bauklötze in die Kiste passen. Begründe.
- Prüfe deine Vermutung durch Abzählen oder Rechnung.
- Überlege, wie sich das Volumen eines Würfels verändert, wenn sich die Kantenlänge verdreifacht.

Bild „Große und kleine Würfel", Jeschek für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

Raum und Form Sekundarstufe I	**Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen**
Finden von Achsensymmetrie	**18**

Felix ordnet die Großbuchstaben des Alphabets nach Symmetrie: „Der Buchstabe A ist achsensymmetrisch und hat genau eine Symmetrieachse", stellt er fest.

- Zeige die Symmetrieachse bei A.
- Hilf Felix beim Sortieren. Die Kategorien sind: nicht symmetrisch, genau eine Symmetrieachse, mehrere Symmetrieachsen.
- Beurteile, welche Buchstaben eine Symmetrieachse hätten, wenn man sie etwas anders schreiben würde (man muss aber trotzdem noch den Buchstaben erkennen).

- Zusatzauftrag: Auch Flaggen sind häufig symmetrisch – suche im Internet nach Flaggen und zeige, wenn möglich, die Symmetrieachsen.

Bild "Alphabet" Leo Reynolds. Alphabet 20, cc by nc sa 2.0. Verfügbar unter: https://wordpress.org/openverse/image/1571b696-a5db-4494-8d9c-0e5bd942a633, Zugriff am: 6.7.2022, "letter M" Leo Reynolds, 2007. Letter M, cc by nc sa 2.0. Verfügbar unter: https://www.flickr.com/photos/lwr/1460556330, Zugriff am: 6.7.2022

Raum und Form
Sekundarstufe I

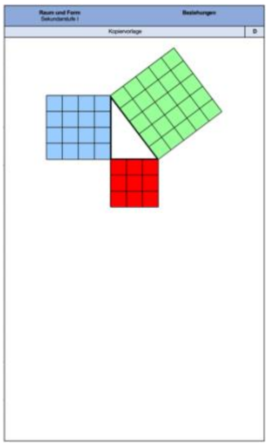
Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Entdecken von Quadraten an Dreiecksseiten **19**

Material: *Kopiervorlage D, Schere*

Auf der Kopiervorlage D siehst du ein Dreieck, an dessen Seiten Quadrate angelegt wurden.

- Schneide das blaue und das rote Quadrat aus.
- Kannst du die beiden Quadrate so zerlegen, dass sie das grüne Quadrat abdecken?



Kopiervorlage D

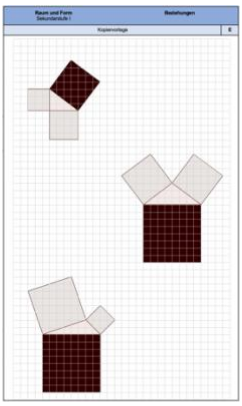
Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Untersuchen von Flächenquadraten an besonderen Dreiecken **20**

Material: *Kopiervorlage E, Geodreieck*

- Miss die Seitenlängen der Dreiecke auf der Kopiervorlage.
- Über den Seiten der Dreiecke wurden Quadrate gezeichnet. Berechne mit deinen gemessenen Seitenlängen die Flächeninhalte der Quadrate. Schreibe die Flächeninhalte in die Quadrate.
- Addiere jeweils den Flächeninhalt der beiden kleinen (hellen) Quadrate und vergleiche mit dem Flächeninhalt des großen (dunklen) Quadrates. Was fällt beim rechtwinkligen Dreieck auf?



Kopiervorlage E

Verallgemeinern der Aussage: Satz des Pythagoras

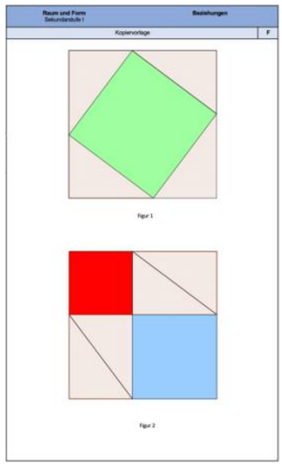
21

***Material**: Kopiervorlage F, Schere*

- Schneide die Figur 2 an den Außenlinien aus und lege sie auf Figur 1. Erkläre, warum es sich um dasselbe Quadrat handelt.
- Beschreibe, aus welchen Formen sich die beiden Figuren zusammensetzen.
- Zerschneide Figur 2 und vergleiche die Dreiecke der beiden Figuren miteinander. Was stellst du fest?
- Lege die Figur 2 wieder zusammen.
- Erkläre, warum die Flächen des blauen und des roten Quadrates zusammen genau so groß sein müssen wie die Fläche des grünen Quadrates.
- Nimm dir eines der Dreiecke. Beschreibe, um was für ein besonderes Dreieck es sich handelt. Benenne die Seiten mit den Fachbegriffen.
- Erkläre, wie die Seitenlängen des Dreiecks mit den Seitenlängen der drei Quadrate zusammenhängen.

Wir fassen zusammen:

> *In diesem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Flächeninhalte der Quadrate über den Katheten genauso groß wie der Flächeninhalt des Quadrates über der Hypotenuse (**Satz des Pythagoras**).*



Kopiervorlage F

Verallgemeinern des Satzes des Pythagoras (GeoGebra-Datei)

22

- Öffne die Datei „Pythagoras_Beweis.ggb“.
  https://www.geogebra.org/classic/n26rumkv
- Bewege den Punkt C. Beschreibe, was sich verändert.
- Beschreibe, wie die drei Figuren zusammenhängen.
- Erkläre, warum man schlussfolgern kann, dass der Satz des Pythagoras nicht nur für bestimmte rechtwinklige Dreiecke gilt, sondern für **alle** rechtwinkligen Dreiecke. (Was ist am Dreieck verallgemeinert worden?)

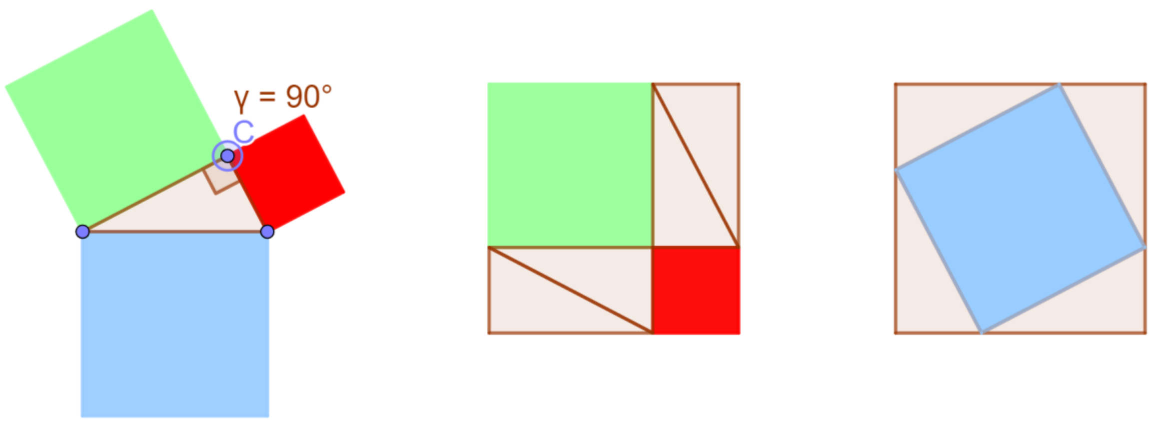


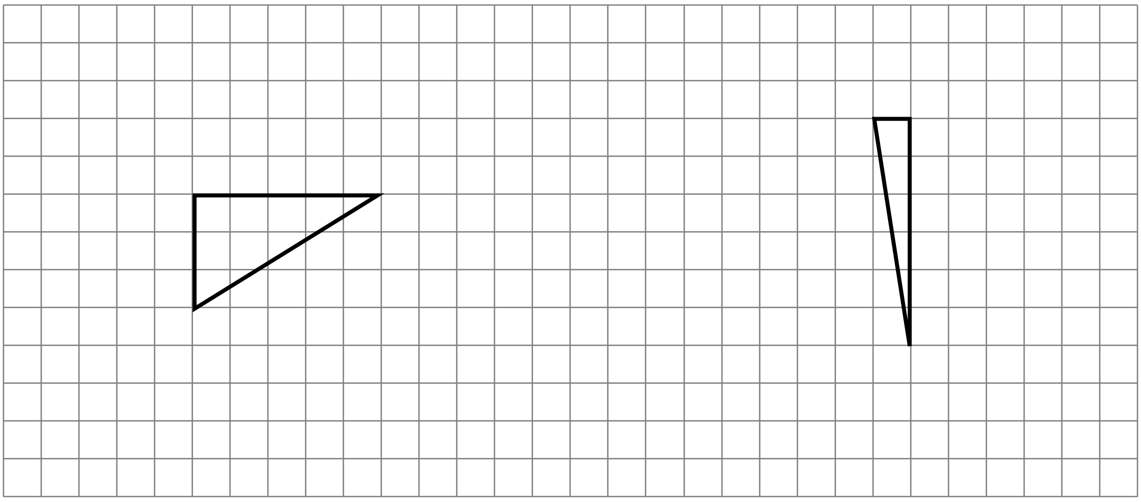
Bild „Pythagoras-dynamischer-Beweis“, Kück für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Zeichnen von Quadraten über Dreieckseiten | **23**

- Markiere den rechten Winkel in den beiden Dreiecken.
- Zeige die Hypotenuse und die beiden Katheten.
- Zeichne über jeder Dreiecksseite ein Quadrat.
- Färbe die beiden Kathetenquadrate in derselben Farbe.
- Färbe das Hypotenusenquadrat in einer anderen Farbe.
- Bestimme die Flächeninhalte und erkläre, welche Flächeninhalte gleich groß sind.



Raum und Form
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Formulieren des Satzes des Pythagoras | **24**

- Erkläre, wie die abgebildeten Quadrate zusammenhängen.
  Folgende Wörter können dir helfen:

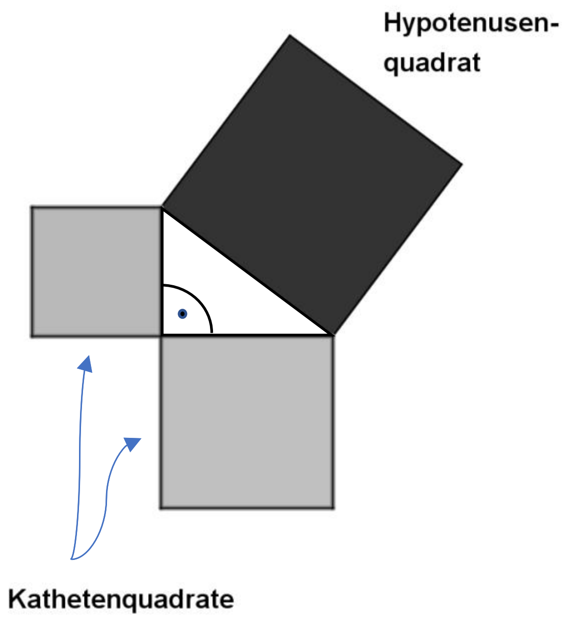
rechtwinkliges Dreieck

messen ***quadrieren***

addieren ***vergleichen***

zeichnen ***Flächeninhalt***

Summe ***Katheten***



Raum und Form Sekundarstufe I	Eigenschaften / Beziehungen / Inv. / Abb. Argumentieren
Überprüfen von Aussagen zum Satz des Pythagoras	**25**

- Welche der folgenden Aussagen ist korrekt? Begründe.

In jedem rechtwinkligen Dreieck sind die drei Quadrate über den Seiten gleich groß.

In jedem rechtwinkligen Dreieck entspricht das Produkt der Flächeninhalte der beiden Kathetenquadrate dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrates.

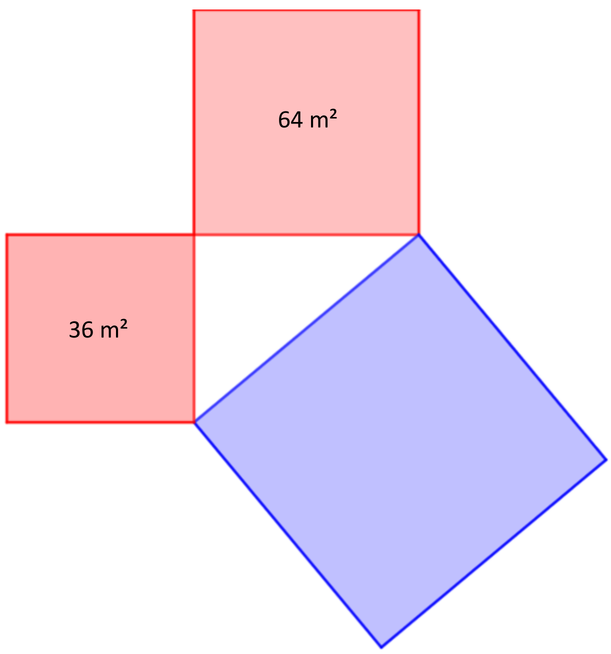
In jedem Dreieck entspricht die Summe der Flächeninhalte der beiden Kathetenquadrate dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrates.

In jedem rechtwinkligen Dreieck entspricht die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrates.

In jedem rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Kathetenquadrates genauso groß wie der Flächeninhalt des Hypotenusenquadrates.

Raum und Form / Messen Sekundarstufe I	Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen
Bestimmen von Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks	**26**

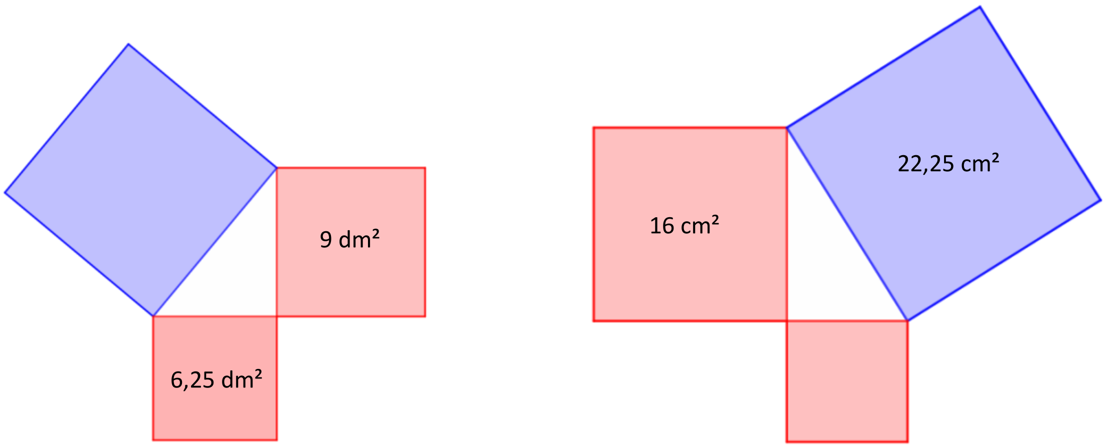
- Zeichne in das rechtwinklige Dreieck den rechten Winkel ein und markiere die Hypotenuse.
- Berechne aus den gegebenen Größen die Größe des Hypotenusenquadrates.
- Berechne die Seitenlängen der Dreiecksseiten. Erkläre, wie man dazu vorgeht.



Ermitteln von Seitenlängen mithilfe des Satzes des Pythagoras

27

- Markiere die Hypotenuse.
- Berechne die fehlenden Flächeninhalte.
- Beschreibe, wie man die Seitenlängen berechnet.

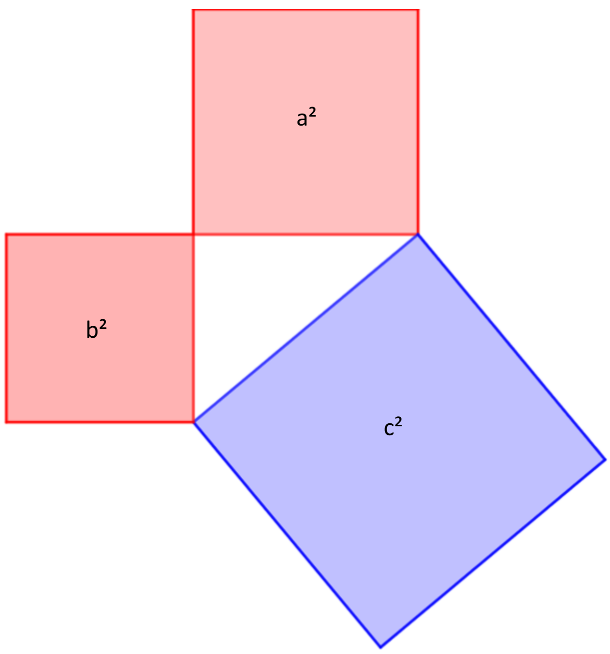


Erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

Aufstellen einer Gleichung zum Satz des Pythagoras

28

- Zeichne in das rechtwinklige Dreieck den rechten Winkel ein und markiere die Hypotenuse.
- Stelle eine Gleichung für den Satz des Pythagoras auf.
- Beschrifte die Seiten des Dreiecks.



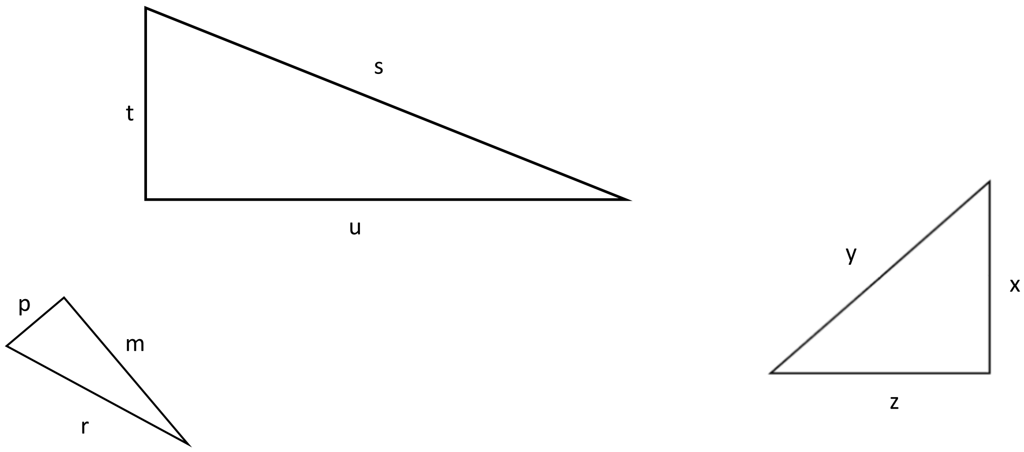
Erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

Raum und Form
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Variieren der Seitenbezeichnungen | **29**

- Zeichne in den rechtwinkligen Dreiecken den rechten Winkel ein und markiere die Hypotenuse.
- Formuliere für jedes Dreieck den Satz des Pythagoras als Gleichung mit den entsprechenden Bezeichnungen der Seiten.

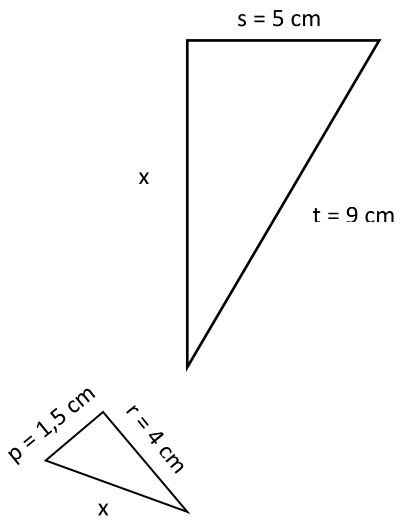


Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

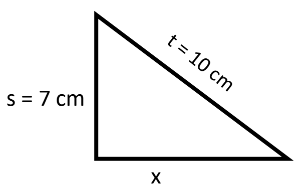
Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Berechnen von Seitenlängen in rechtwinkligen Dreiecken | **30**

- Berechne für die beiden rechtwinkligen Dreiecke die jeweils fehlende Seitenlänge.
  Gehe wie im Beispiel rechts vor.



1) Skizze mit Variablen erstellen:



2) Gleichung aufstellen mit dem Satz des Pythagoras:
   $x^2 + s^2 = t^2$

3) Einsetzen der gegebenen Längen:
   $x^2 + (7\text{ cm})^2 = (10\text{ cm})^2$
   $x^2 + 49\text{ cm}^2 = 100\text{ cm}^2$

4) Gleichung lösen:
   $x^2 + 49\text{ cm}^2 = 100\text{ cm}^2 \mid -49\text{ cm}^2$
   $x^2 = 51\text{ cm}^2$
   $x = \sqrt{51}\text{ cm} \approx 7{,}14\text{ cm}$

Raum und Form Sekundarstufe I	**Eigenschaften / Beziehungen / Inv. / Abb.** Modellieren
Erkennen von rechtwinkligen Dreiecken in der Umwelt	**31**

- Zeichne in jedes Foto ein rechtwinkliges Dreieck ein.
- Markiere den rechten Winkel. Schreibe die Fachbegriffe (Hypotenuse, Kathete) an die Seiten.

Bild „Tanne“, J. Diebold für LISUM, cc by sa 4.0 ; Bild 2 „Leiter“, B. Griese für LISUM, cc by sa 4.0

Raum und Form / Messen Sekundarstufe I	**Eigenschaften / Beziehungen / Inv. / Abb.** Modellieren
Bestimmen von Streckenlängen mithilfe des Satzes des Pythagoras	**32**

Die Leiter wurde 1 m von der Wand entfernt aufgestellt.
Sie ist 2,80 m lang.

- Erkläre, wie man berechnen kann, in welcher Höhe die Leiter an der Wand lehnt.

Bild „Leiter“, B. Griese für LISUM, cc by sa 4.0

Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Überprüfen der Umkehrung des Satzes des Pythagoras | **33**

Jan möchte ein Dreieck mit folgenden Seitenlängen zeichnen:

a = 6 cm; b = 8 cm; c = 10 cm.

Er vermutet, dass das Dreieck rechtwinklig sein könnte.

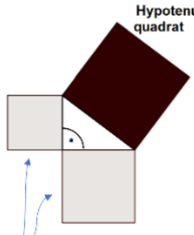
- Stimmt das? Überprüfe zeichnerisch.

Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Inv. / Abb.
Argumentieren

Verwenden der Umkehrung des Satzes des Pythagoras | **34**

Der Satz des Pythagoras lautet:
Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, **dann** entspricht die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrates.



Auch die **Umkehrung** des Satzes ist richtig. Ergänze**:**
Wenn in einem Dreieck die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrates entspricht, **dann** ist das Dreieck _________________________.

- Überprüfe rechnerisch, ob folgende Dreiecke rechtwinklig sind. Bilde dazu die Quadrate der Seitenlängen und nutze die Umkehrung des Satzes des Pythagoras (alle Seiten in cm).
- Wie kann man schnell erkennen, welche Seite die Hypotenuse sein könnte?

Dreieck	a	b	c		a²	b²	c²	Rechtwinklig: ja / nein
1	2	5	7					
2	5	11	12					
3	5	8	3					
4	0,33	0,56	0,65					

Erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

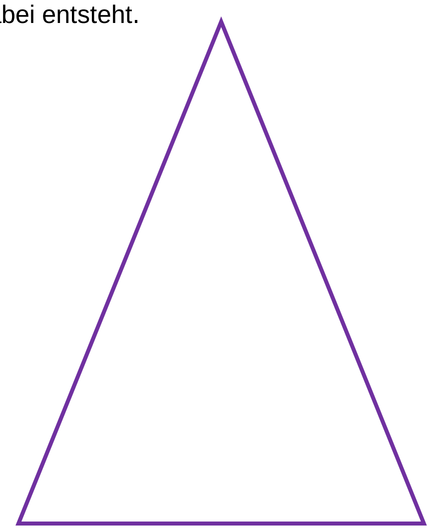
Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Berechnen einer Streckenlänge im besonderen Dreieck | **35**

In einem gleichschenkligen Dreieck haben die Schenkel eine Länge von s = 7 cm, die Länge der Basis beträgt b = 4 cm.

- Beschrifte das Dreieck und trage die gegebenen Seitenlängen ein.
- Zeichne die **Höhe h** ein, die senkrecht auf der Basis steht und durch den gegenüberliegenden Eckpunkt geht.
- Zeige ein rechtwinkliges Dreieck, das dabei entsteht.
- Berechne die Länge der Höhe h.
  Erkläre deinen Rechenweg.



(Skizze nicht maßstabsgetreu)

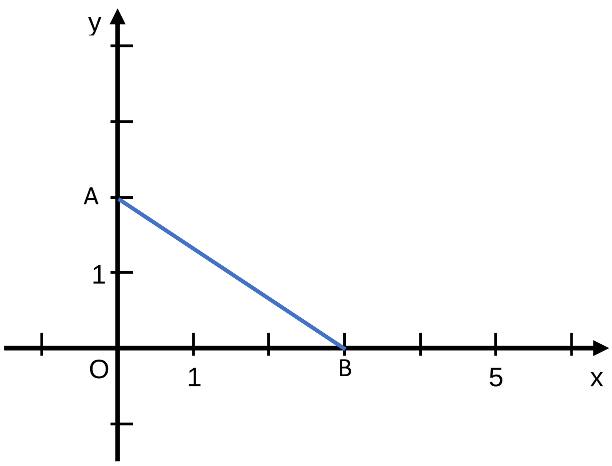
Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Berechnen von Streckenlängen im Koordinatensystem (I) | **36**

Die Strecke $\overline{AB}$ ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks.

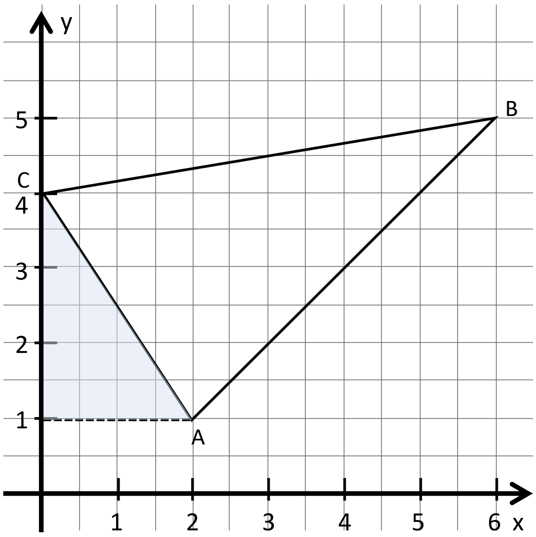
- Zeige, wo sich das rechtwinklige Dreieck befindet.
- Bestimme die Längen der Katheten.
- Berechne die Länge der Strecke $\overline{AB}$ (1 LE entspricht 1 cm).



Berechnen von Streckenlängen im Koordinatensystem (II) **37**

Die Längen der Strecke $\overline{AC}$ soll bestimmt werden.

- Erkläre, warum das eingezeichnete blaue Hilfsdreieck dabei helfen kann.
- Berechne die Länge der Strecke $\overline{AC}$.
- Bestimme auch die Längen der Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ (1 LE entspricht 1 cm).
- Beschreibe, was alle Hilfsdreiecke gemeinsam haben.



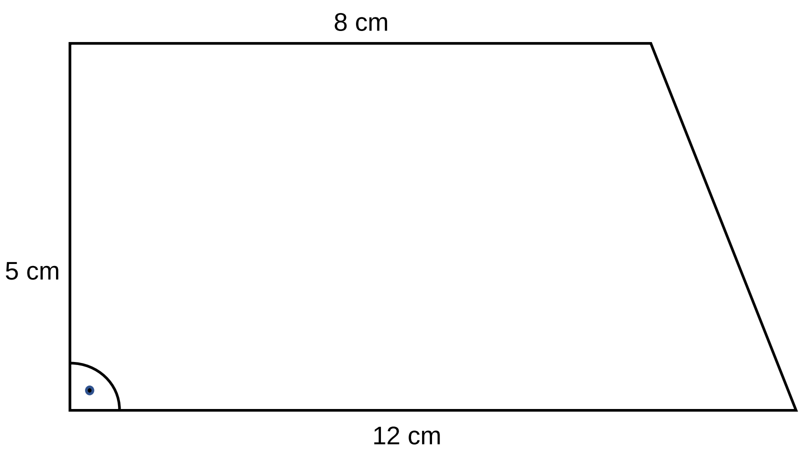
Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Berechnen von Streckenlängen in Figuren (I) **38**

Anna möchte den Umfang des Trapezes berechnen.
Sie sagt: „Leider fehlt mir dazu eine Seitenlänge“.

- Erkläre, wo sie ein rechtwinkliges Dreieck einzeichnen kann, um die fehlende Seitenlänge zu bestimmen.
- Berechne die Länge der fehlenden Seite (Skizze nicht maßstabsgetreu).
- Berechne den Umfang.

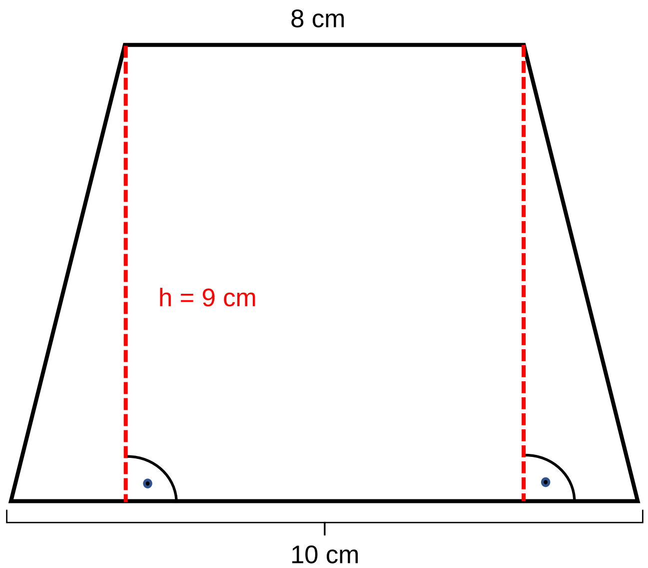


Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Berechnen von Streckenlängen in Figuren (II) | **39**

Hans möchte den Umfang des gleichschenkligen Trapezes berechnen.
Er hat zwei Höhen eingezeichnet.

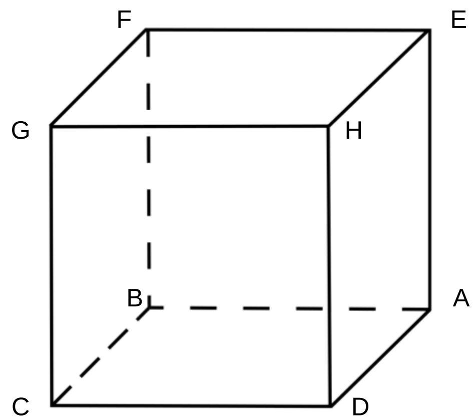
- Erkläre, welche Grundformen Hans dadurch erhalten hat und warum das Zerlegen sinnvoll ist.
- Erkläre, wie man den Umfang berechnen kann.



Finden von rechtwinkligen Dreiecken in einem Würfel | **40**

***Material**: Kantenmodell eines Würfels, Holzstäbe*

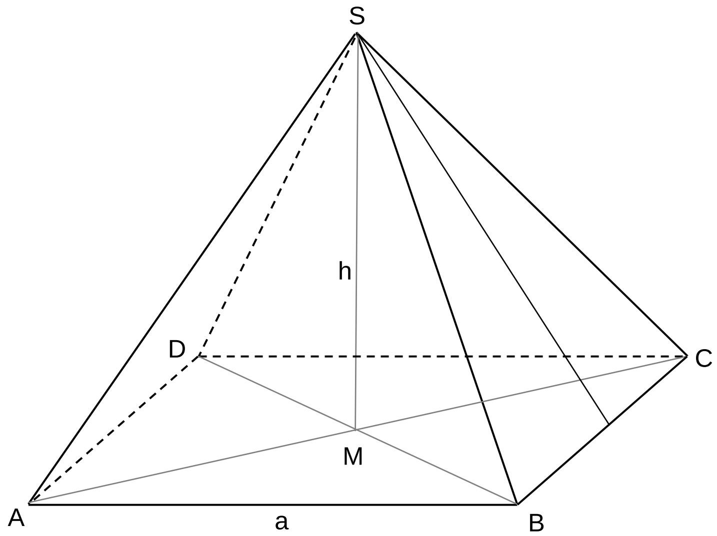
- Zeige im Modell, wo sich rechte Winkel befinden.
- Zeige im Modell mit den Stäben, wo sich rechtwinklige Dreiecke finden lassen.
- Zeichne in das Schrägbild verschiedene Seitendiagonale ein und markiere rechtwinklige Dreiecke, die du durch das Einzeichnen erhältst.
- Die Strecke $\overline{GA}$ ist eine Raumdiagonale. Zeige sie am Modell und zeichne sie in das Schrägbild.
- Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck ein, bei dem die Raumdiagonale die Hypotenuse ist.



Raum und Form Sekundarstufe I		**Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen**
Finden von rechtwinkligen Dreiecken in einer Pyramide		**41**

Material: *Kantenmodell einer Pyramide*

- Zeige im Modell, wo sich in der Grundfläche rechte Winkel befinden.
- Zeige im Modell, wo sich in der Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck befindet.
- Zeichne in das Schrägbild dieses rechtwinklige Dreieck ein und markiere den rechten Winkel.
- Zeichne weitere rechtwinklige Dreiecke ein, die sich in der Pyramide finden lassen.



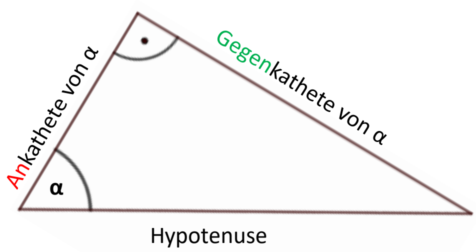
Raum und Form Sekundarstufe I		**Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen**
Erkennen von Ankathete und Gegenkathete (1)		**42**

In einem rechtwinkligen Dreieck wird zwischen Ankathete und Gegenkathete eines Winkels unterschieden.

Dazu wird zuerst ein spitzer Winkel ausgewählt (im Bild: α).

Die Ankathete ist die Kathete, die an dem ausgewählten Winkel liegt.

Die Gegenkathete ist die Kathete, die dem ausgewählten Winkel gegenüberliegt.



- Färbe jeweils die Ankathete von α rot.
- Färbe jeweils die Gegenkathete von α in einer anderen Farbe.

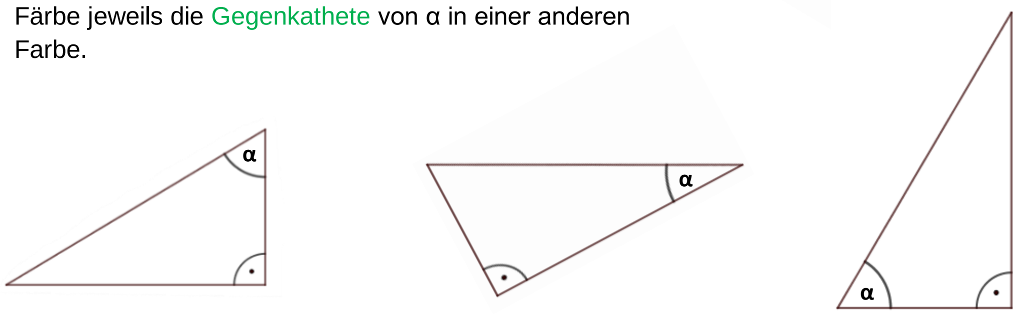


Bild „Vier rechtwinklige Dreiecke", Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

Erkennen von Ankathete und Gegenkathete (2)

43

- Finde für jedes Dreieck die Ankathete und die Gegenkathete von α.

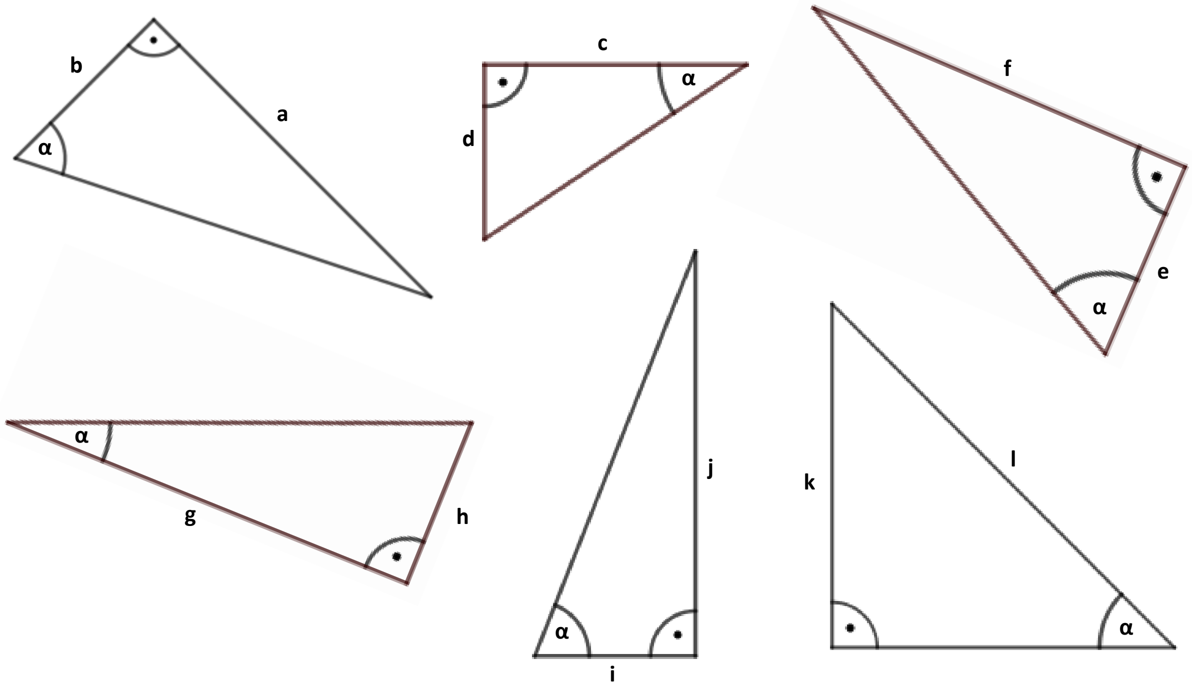


Bild „Sechs beschriftete rechtwinklige Dreiecke“, Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

Raum und Form
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Erkennen von Ankathete und Gegenkathete (3)

44

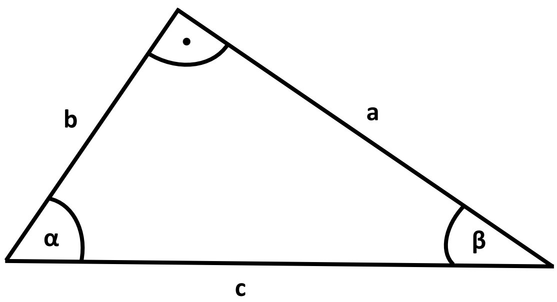
Für dieses Dreieck gilt:

Die Seite a ist die Ankathete von β.

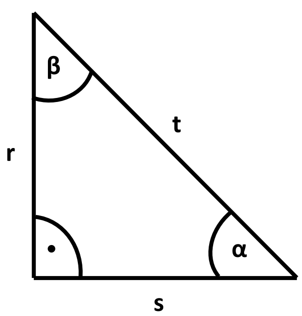
Sie ist auch die Gegenkathete von α.

Die Seite b ist die Ankathete von α.

Sie ist auch die Gegenkathete von β.



- Formuliere ähnliche Aussagen für die zwei unten abgebildeten Dreiecke.



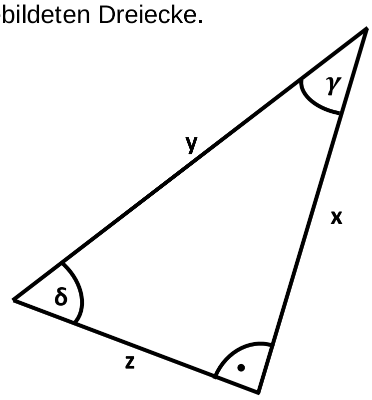


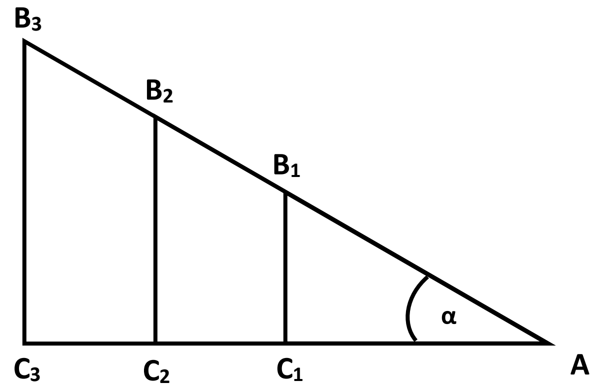
Bild „Drei beschriftete rechtwinklige Dreiecke“, Dahlke für LISUM, cc by sa 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Berechnen des Verhältnisses von Gegenkathete und Hypotenuse

45

Im Bild sind drei rechtwinklige Dreiecke dargestellt. Die Dreiecke haben den Winkel α gemeinsam.



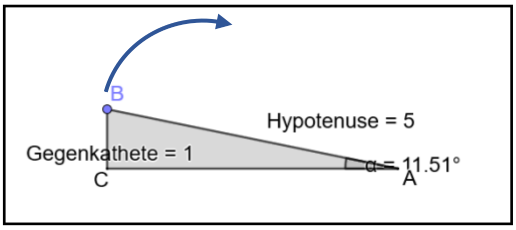
- Miss für das kleine Dreieck AB_1C_1 die Längen der Hypotenuse und der Gegenkathete von α.
- Berechne den Quotienten $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$.
- Miss auch für die Dreiecke AB_2C_2 und AB_3C_3 die Längen der Hypotenuse und der Gegenkathete von α und berechne jeweils den Quotienten $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$.
- Beschreibe, was du feststellst.

Bild „Drei beschriftete rechtwinklige Dreiecke mit einem gemeinsamen Winkel", Dahlke für LISUM, cc by sa 4.0

Berechnen des Verhältnisses von Gegenkathete und Hypotenuse bei größer werdendem Winkel

46

- Öffne den Link https://www.geogebra.org/m/hrdfqw4q oder öffne die Webadresse mit dem QR-Code (unten rechts).
- Bewege den Punkt B (blau) von links unten nach rechts oben.



- Ergänze folgende Sätze:

Der Winkel α …

Die Hypotenuse …

Die Gegenkathete …

Das Verhältnis $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$ …

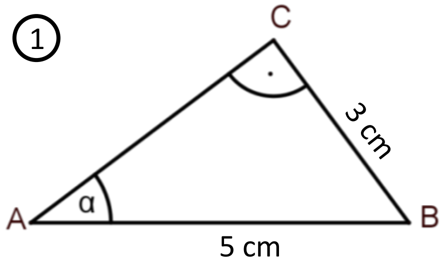
Benutze dazu die Formulierungen: wird kleiner / bleibt gleich / wird größer.

Bild „Screenshot aus GeoGebra", Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

Definition des Sinus

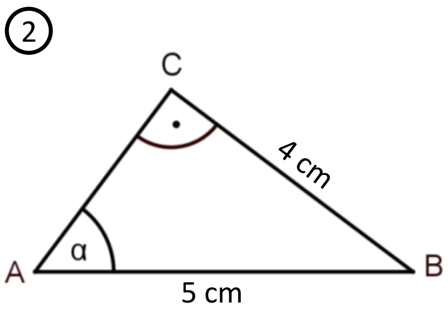
In jedem rechtwinkligen Dreieck ist jedem spitzen Winkel das Verhältnis aus seiner Gegenkathete und der Hypotenuse zugeordnet.

Dieses Verhältnis nennt man Sinus eines Winkels: $\sin(\alpha) = \dfrac{\text{Gegenkathete des Winkels } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$



- Miss den Winkel α.
  Berechne den zugehörigen Sinus-Wert.
  Prüfe mithilfe des Taschenrechners.

- Miss auch für die Dreiecke 2 und 3 jeweils den Winkel α und berechne die Sinuswerte. Was stellst du fest?



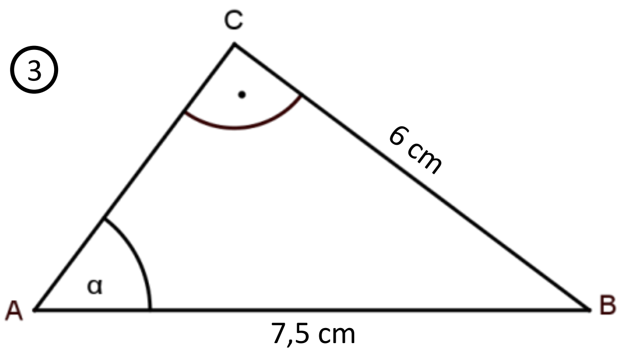
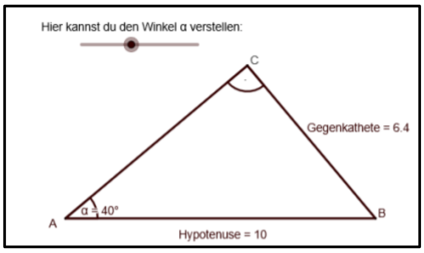


Bild „Drei rechtwinklige Dreiecke mit Bemaßung“, Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

Berechnen des Sinuswertes (1)

- Öffne den Link https://www.geogebra.org/m/awggrtpx oder öffne die Webadresse mit dem QR-Code.
- Verändere an dem Schieberegler oben den Winkel α.
- Berechne für jeden Winkel, der in der Tabelle angegeben ist, den Sinuswert sin(α) und trage ihn in die Tabelle ein.



Winkel α	sin(α)
10°	
20°	
30°	
40°	
50°	
60°	
70°	
80°	

Bild „Screenshot GeoGebra“, Dahlke für LISUM, erstellt mit GeoGebra, cc by sa 4.0.

Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

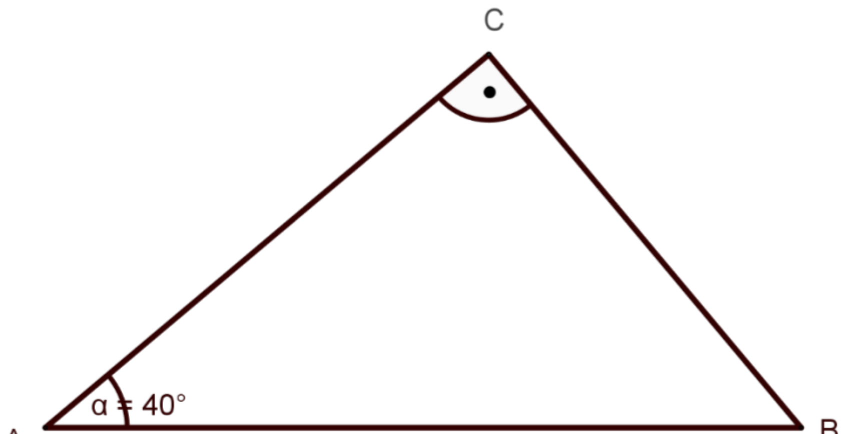
Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

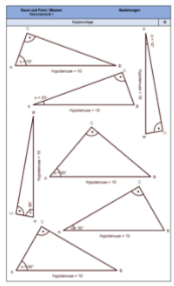
Berechnen des Sinuswertes (2)	**49**

Material: *Kopiervorlage G*

- Miss für das untenstehende Dreieck die Gegenkathete von α.
- Berechne Wert für sin(α) und trage ihn in die Tabelle an der entsprechenden Stelle ein.
- Berechne auch die Sinuswerte für die Dreiecke auf der Kopiervorlage G und trage sie in die Tabelle ein.

Winkel α	sin(α)
10°	
20°	
30°	
40°	
50°	
60°	
70°	
80°	




Kopiervorlage G

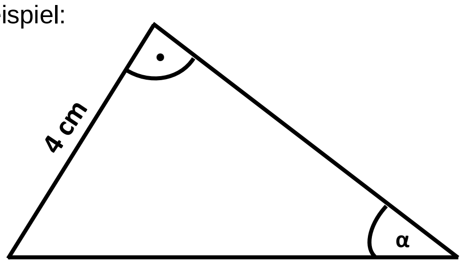
Raum und Form / Messen
Sekundarstufe I

Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen

Berechnen des Winkels mithilfe des Sinus	**50**

In jedem rechtwinkligen Dreieck ist jedem spitzen Winkel genau ein Sinuswert zugeordnet.
Umgekehrt ist auch jedem positiven Sinuswert ein spitzer Winkel zugeordnet.
Mithilfe des Taschenrechners kann der Winkel bestimmt werden.

Beispiel:



Wenn die Länge der Gegenkathete und die Länge der Hypotenuse gegeben sind, kann man mit dem Sinus den Winkel α bestimmen.

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

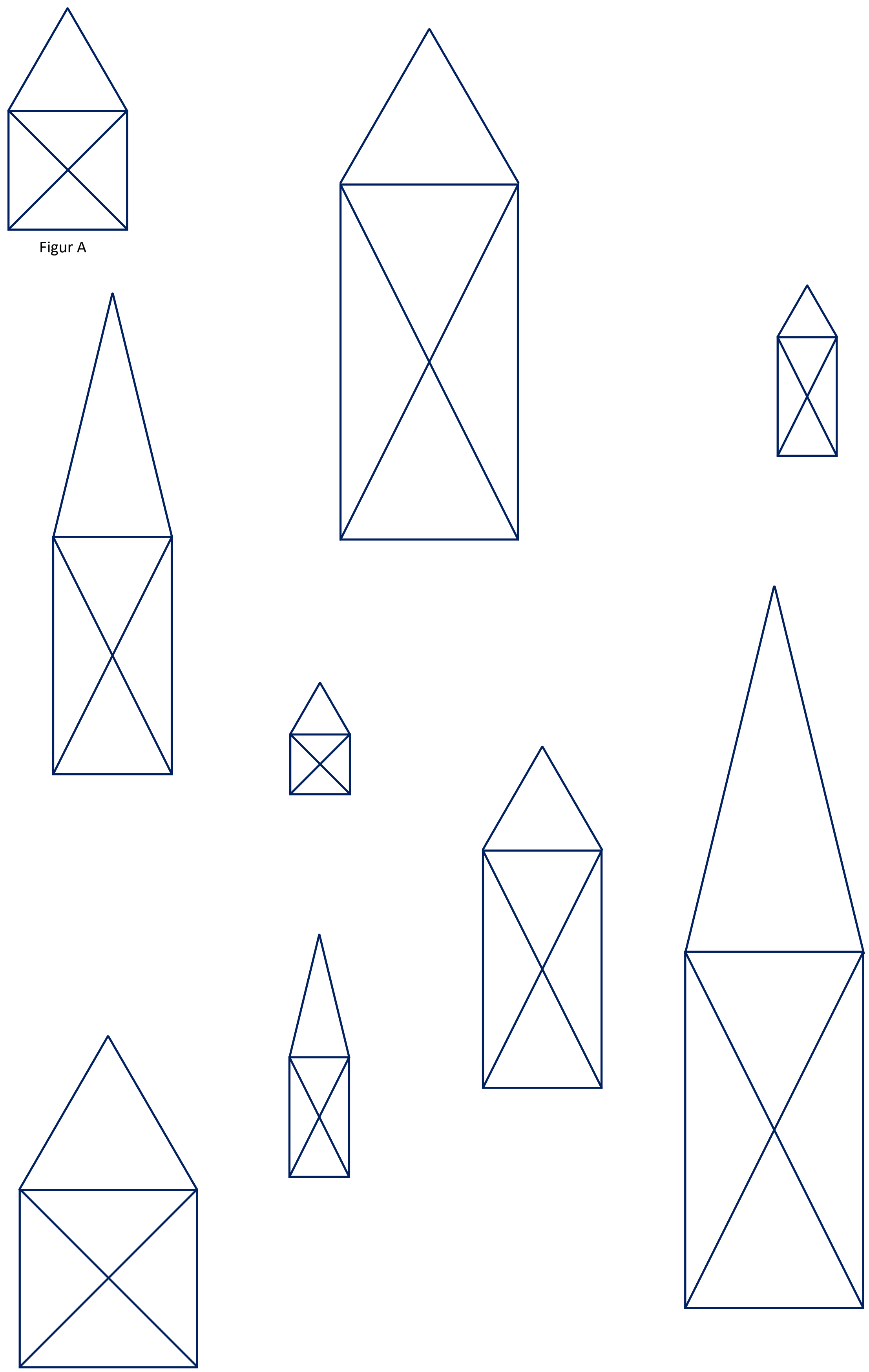
$$\sin(\alpha) = \frac{4\text{ cm}}{8\text{ cm}} = 0{,}5 \qquad |\ \text{TR-Einsatz, s.u.}$$

→ <u>α = 30°</u>

- Berechne für das gegebene Dreieck selbst den Winkel α mit dem Taschenrechner:

SHIFT **sin** **(** **4** **:** **8** **)** **=**

Hinweis: Bei einigen Taschenrechnern gibt es keine SHIFT -Taste, sondern eine 2ndF -Taste.



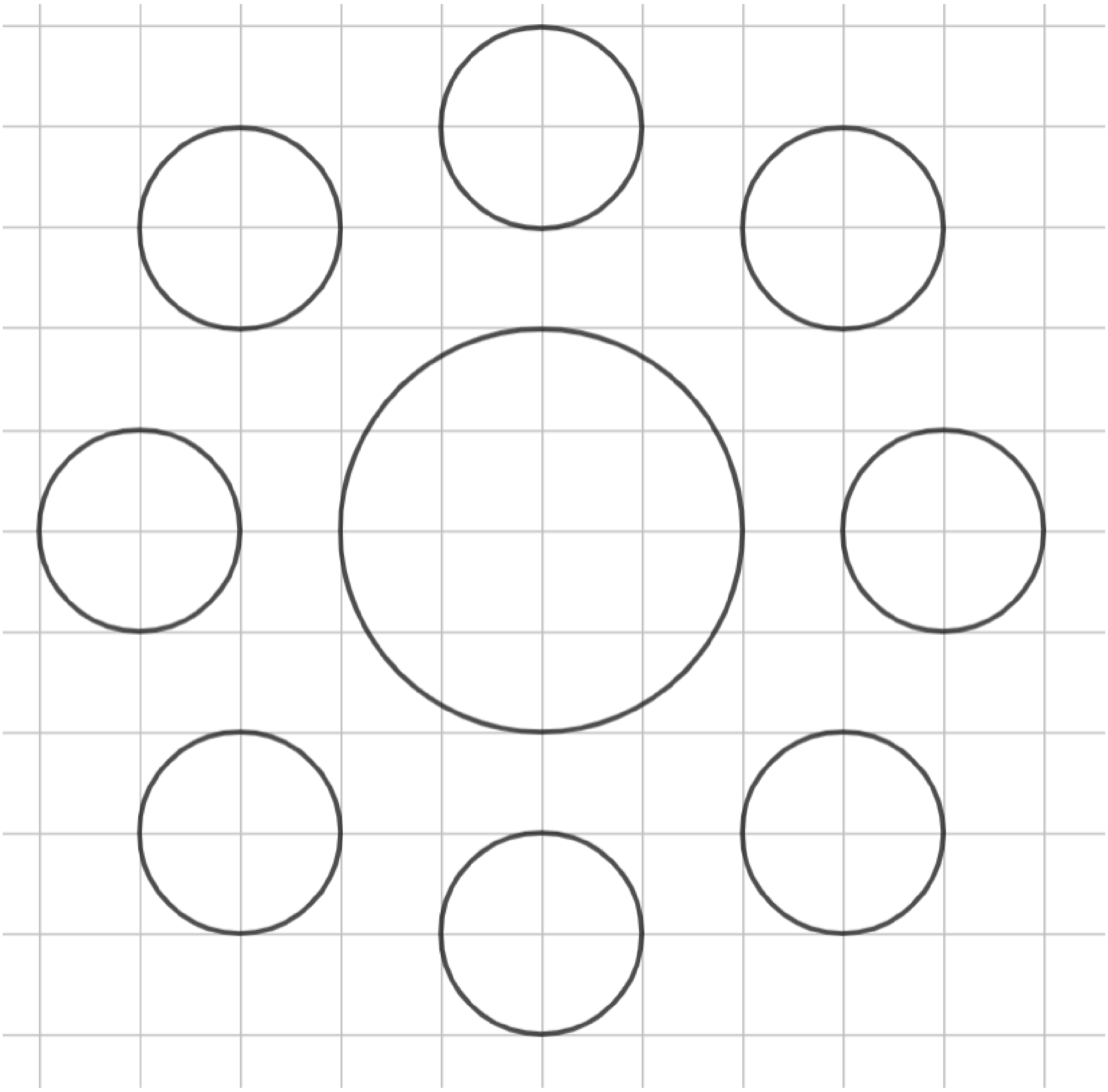
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Karten bitte ausschneiden.

10 cm in der Originalfigur entsprechen 2 cm in der Bildfigur. **2**	Maßstab 10:1 **D**	10 cm in der Originalfigur entsprechen 40 cm in der Bildfigur. **6**	Maßstab 4:1 **H**
1 cm in der Originalfigur entspricht 2 cm in der Bildfigur. **1**	1000 cm in der Originalfigur entsprechen 10 cm in der Bildfigur. **4**	Maßstab 1:7 **F**	1 cm in der Originalfigur entspricht 10 cm in der Bildfigur. **8**
Maßstab 1:100 **B**	Maßstab 2:1 **C**	35 cm in der Originalfigur entsprechen 5 cm in der Bildfigur. **5**	Maßstab 1:5 **G**
Maßstab 1:3 **A**	2 cm in der Originalfigur entsprechen 10 cm in der Bildfigur. **3**	Maßstab 5:1 **E**	15 cm in der Originalfigur entsprechen 5 cm in der Bildfigur. **7**

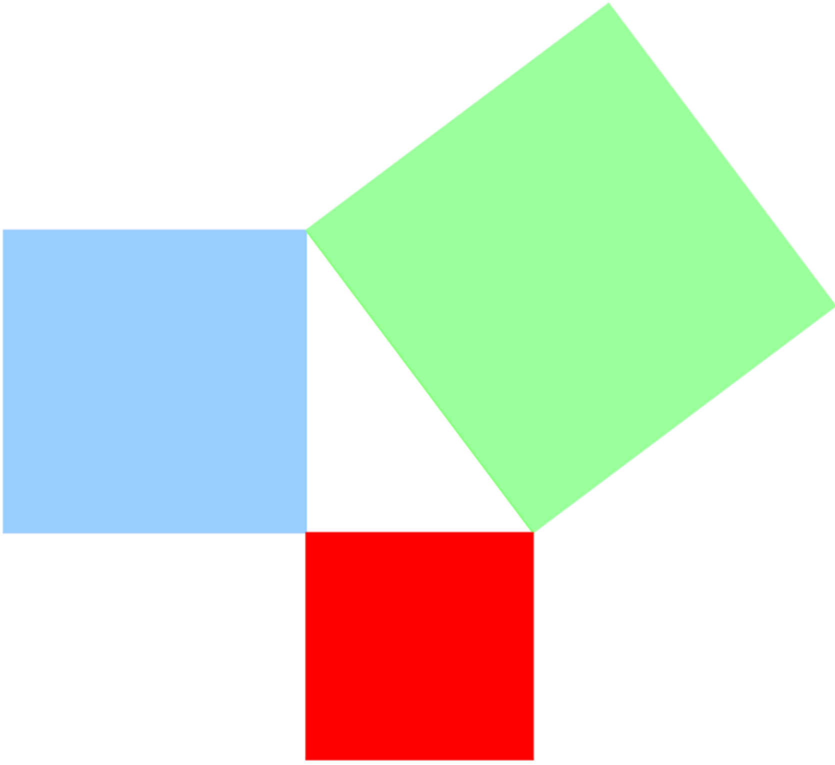
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Kopiervorlage C | **C**

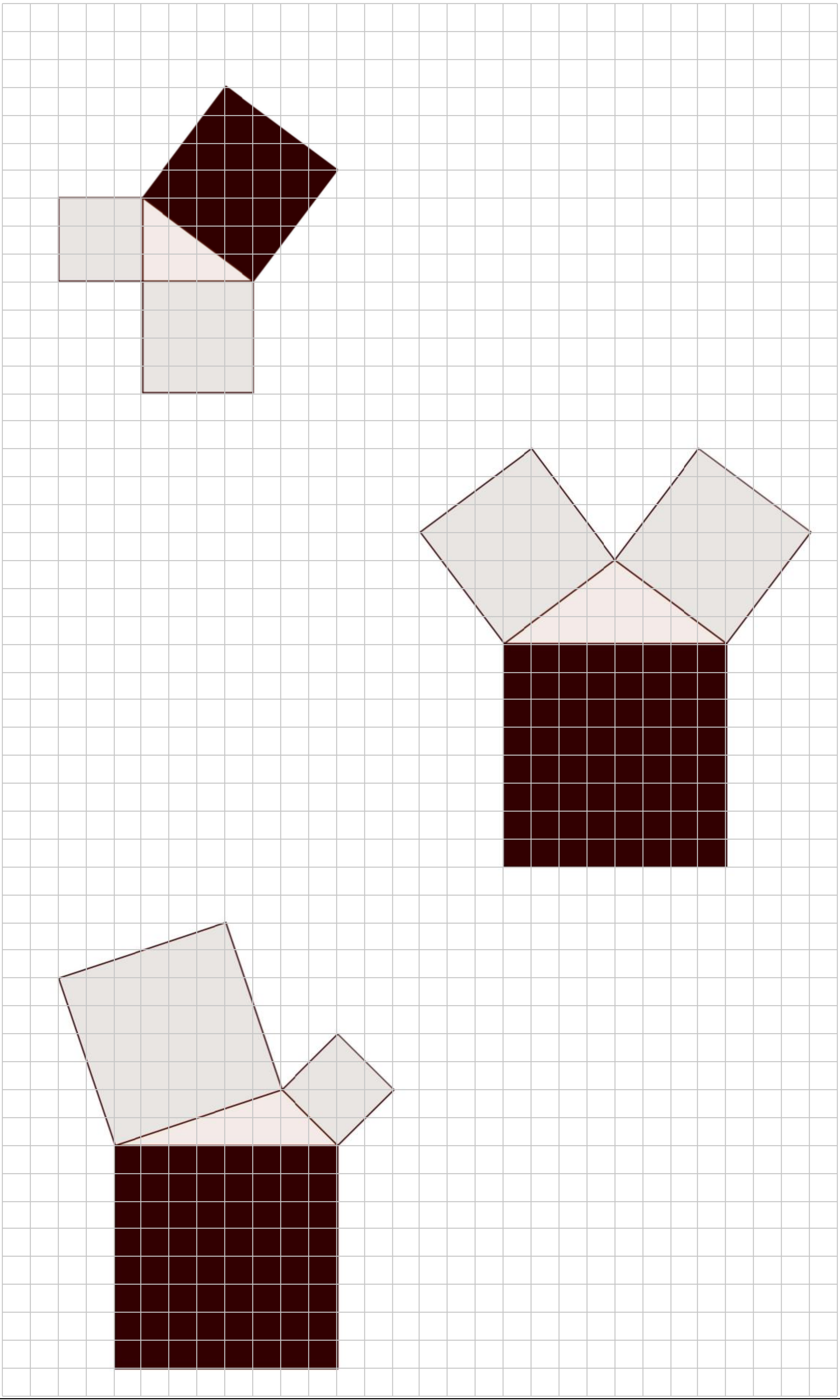


Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

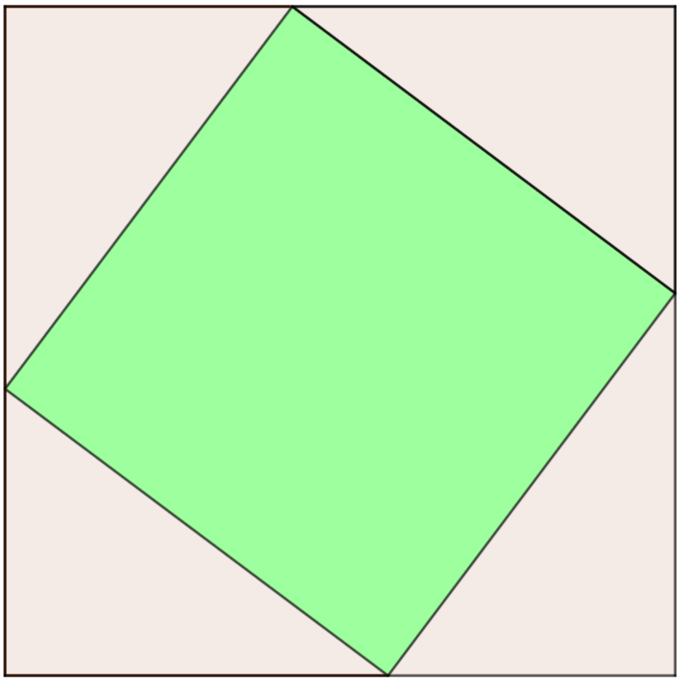
Kopiervorlage D	**D**



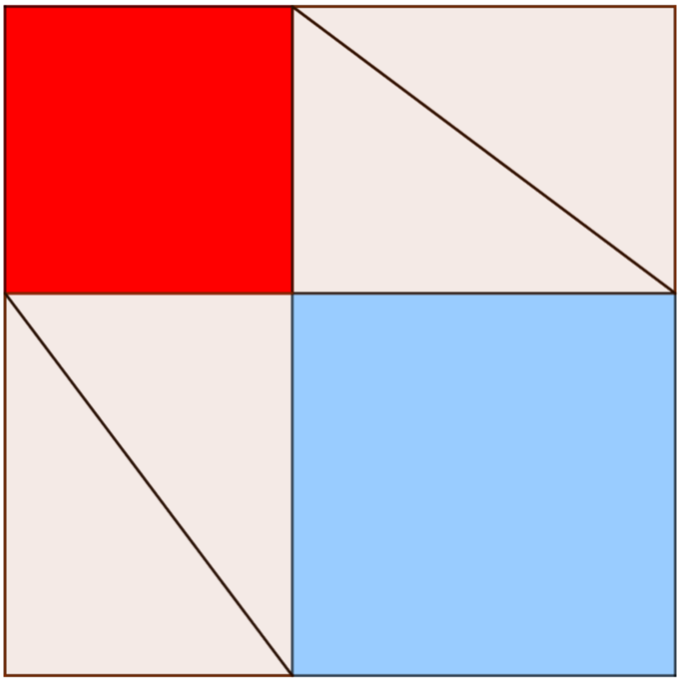
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

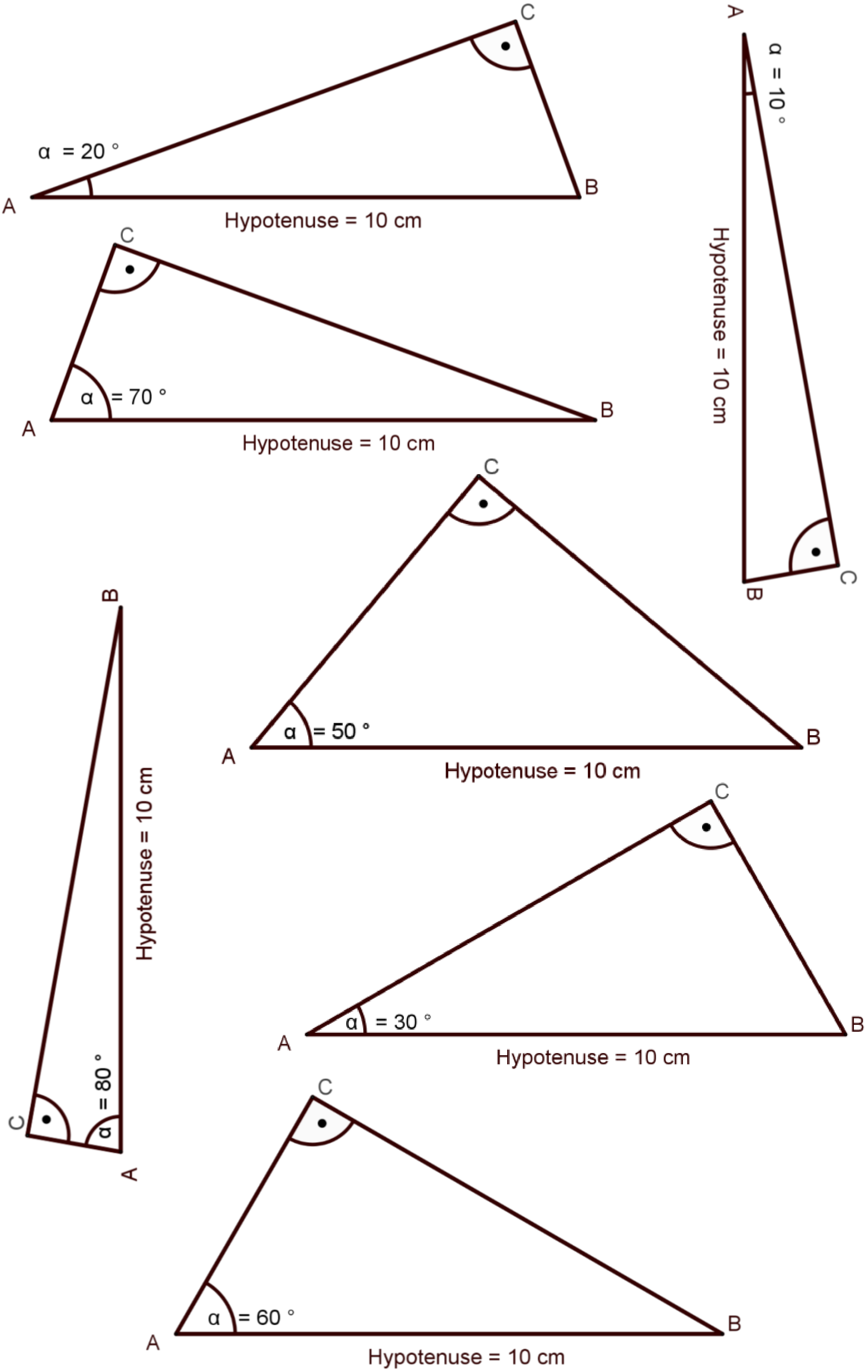


Figur 1



Figur 2

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Impressum

Herausgeber:
Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM)
14974 Ludwigsfelde-Struveshof
Tel.: 03378 209 - 0
Fax: 03378 209 - 149
www.lisum.berlin-brandenburg.de

Autorinnen und Autoren:
Katja Brinkmann, Anke Dahlke, Julia Diebold, Ute Freibrodt, Dr. Birgit Griese, Heike Janke, Fanny Jeschek, Prof. Ulrich Kortenkamp, Prof. Ana Kuzle, Susanne Kuchling, Carmen Kück, Chris Lindner, Christin Lisdau, Sebastian Lörsch, Britta Ohlwein, Petra Radefahrt, Mike Reblin, Ina Rohde, Maria Wrobel

Redaktion: Ute Freibrodt, Ines Fröhlich, Dr. Birgit Griese

Icons: Dr. Birgit Griese, Mike Reblin

Titelbild: © contrastwerkstatt. Lehrerin erklärt etwas im Unterricht. Verfügbar unter: https://stock.adobe.com/de/images/lehrerin-erklart-etwas-im-unterricht/90103143?prev_url=detail, Zugriff am: 28.09.2022

Layout: LISUM und Anne Völkel

Herstellung: Salzland Druck GmbH & Co. KG

ISBN: 978-3-944541-96-9

Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM), Ludwigsfelde 2022

Genderdisclaimer:
Sämtliche Personenbezeichnungen gelten gleichermaßen für alle Geschlechter: männlich, weiblich und divers (m/w/d).