SINUS-Transfer Grundschule

MATHEMATIK

Modul G 8: Eigenständig lernen – Gemeinsam lernen

Marcus Nührenbörger, Lilo Verboom

Kiel, im August 2005

IPN

BLK-PROGRAMM

SINUS - Grundschule

Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

Marcus Nührenbörger & Lilo Verboom

Mathematikunterricht in heterogenen Klassen im Kontext gemeinsamer Lernsituationen

Modul G 8: Eigenständig Lernen – Gemeinsam Lernen

Seite

Mathematikunterricht in heterogenen Klassen im Kontext gemeinsamer Lernsituationen

Modul G 8: Eigenständig Lernen – Gemeinsam Lernen

Die Annahme, dass Kinder einer Klasse oder einer Jahrgangsstufe gleich viel im Hinblick auf die elementare Mathematik (v.a. auf die Arithmetik) wissen und leisten können, ist schon seit längerem durch eine Vielzahl an Studien, aber auch durch die alltäglichen Erfahrungswerte und Unterrichtsbeobachtungen der Lehrerinnen und Lehrer widerlegt worden. So kommen bereits Schulanfängerinnen und -anfänger mit unterschiedlichen Ausprägungen informellen mathematischen Wissens in die Schule. Während die einen bis oder über 100 zählen und sicher Rechenoperationen ausführen, die in der Regel zum Unterrichtsstoff des 2. Schuljahres gehören, gelingt es anderen noch nicht, die Zahlwortreihe bis 5 aufzusagen, kleine Anzahlen simultan zu erkennen und Ziffern zu benennen (vgl. hierzu zusammenfassend Schmidt 2004). Unterschiede in der Art des mathematischen Denkens zwischen Kindern können nicht nur zum Schulbeginn mehrere Entwicklungsjahre betragen, sondern auch am Ende der 2. Klasse. Die Bandbreite an Kompetenzen umfasst mehrere Jahre und spiegelt verschiedene Entwicklungsphasen einzelner Lernwege wider.

Vom ersten Schultag an ist es wichtig, dass der Unterricht die mathematischen Vorkenntnisse der Kinder und ihre individuellen Zugänge zur Mathematik ernst nimmt, denn jede Form des Mathematiklernens ist stets ein Weiterlernen. Diese Subjektorientierung erfordert ein Anknüpfen an die unterschiedlichen mathematischen Erfahrungen, Vorstellungen und Zugänge der Kinder. Im Unterricht sollte daher jedem Kind die Möglichkeit eröffnet werden, sein jeweiliges Mathematikwissen einzubringen und sich mit anderen Kindern wie auch mit den formellen Inhalten und Verfahren auseinander zu setzen und auszutauschen (vgl. Schipper 2005, Modul 3).

Im Begründungskontext einer „Pädagogik der Vielfalt“ (Prengel 1995) und eines „Lernens von der Vielfalt“ (Speck-Hamdan 2000) kann Pluralität zu gezielter Individualisierung und Differenzierung im Unterricht führen und zugleich Konzepte herausfordern, die auf Reflexion, gegenseitiger Anregung und Kooperation fußen. Gerade im Fach Mathematik ist der Austausch zwischen Kindern auch im Rahmen individualisierender Unterrichtskonzepte von zentraler Bedeutung. Erst die vergleichende Auseinandersetzung mit den Ideen und Vorgehensweisen der Mitschülerinnen und Mitschüler vermag das eigene Repertoire an Vorstellungen und Strategien zu erweitern. Das individuelle Lernen wird – wie weiter unten noch auszuführen sein wird – notwendigerweise durch gemeinsames Lernen im sozialen Austausch ergänzt.

Im Zuge der Flexibilisierung der Schuleingangsphase werden in manchen Grundschulen mehrere Klassen (vornehmlich die Klassen 1 und 2) jahrgangsübergreifend organisiert. Dies hat zur Folge, dass die Bandbreite an Leistungen noch mehr zunimmt: In einer jahrgangsübergreifenden Klasse befinden sich auch Kinder, die nach einem Jahr Schulerfahrung bereits weit über den Zahlenraum bis 1000 addieren und subtrahieren sowie auch mit kleineren Zahlen schon multiplizieren und dividieren, aber auch Kinder, die noch elementare Schwierigkeiten beim Aufbau von Zahl- und Operationsvorstellungen im Zahlenraum bis 10 oder 20 besitzen. Jahrgangsgemischter Unterricht hat zur Folge, dass in einer Klasse keine Homogenität mehr angestrebt werden kann, denn die Unterschiede zwischen den Kindern treten deutlicher hervor, da sie mehrere „klassische Jahrgänge“ umfassen. Dies kann zur Weiterentwicklung von Unterrichtskonzepten führen, die verstärkt auf Individualisierung, Förderung von Selbstständigkeit, Kommunikation und Mitverantwortung beim Lernen sowie auf gemeinsames, sozial-kooperatives Lernen abzielen.

Im Folgenden werden zunächst Anregungen für Unterrichtskonzepte in den üblichen heterogenen Klassen gegeben, die aufzeigen, inwiefern Kinder entsprechend ihrer Lernpotentiale arbeiten können, ohne dass sie zugleich getrennt voneinander und auf isolierten Pfaden voranschreiten. Es wird Wert darauf gelegt, dass die Kinder einerseits Verantwortung für ihren Lernprozess übernehmen und den eigenen Weg reflektieren lernen. Andererseits sollen sie auch Gelegenheit finden, an den Lernprozessen anderer teilzuhaben, sich mit ihnen auszutauschen, kooperativ zusammen zu arbeiten und gemeinsam neue Einsichten zu entwickeln. Darüber hinaus werden Lernarrangements diskutiert, die vor dem Hintergrund jahrgangsgemischten Unterrichts auf dialogisches Mathematiklernen im Spannungsfeld von vorausschauendem und vertiefendem Denken ausgerichtet sind. Zwar spricht das Kapitel 4 den Mathematikunterricht in jahrgangsgemischten Klassen an, doch lassen sich die Anregungen leicht modifiziert auch in „normalen heterogenen Klassen“ umsetzen.

1 Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht

Um der Heterogenität mathematischer Kompetenzen gerecht zu werden, sind in der Grundschule bereits in der Vergangenheit verschiedene Konzepte der Individualisierung von Lernprozessen umgesetzt worden. Weit verbreitet ist vor allem die von der Lehrkraft gesteuerte quantitative oder/und qualitative Differenzierung von Arbeitsaufträgen, die von den Schülerinnen und Schülern selbstständig (zumeist in Einzel- oder Partnerarbeit und im Rahmen organisatorisch geöffneter Unterrichtsformen) bearbeitet werden. Für verschiedene Leistungsniveaus werden unterschiedliche Arbeitsaufträge formuliert. Eine derartige Aufarbeitung der Inhalte – insbesondere des Übungsstoffs – nach unterschiedlichen Zielen, Schwierigkeitsgraden und Bearbeitungsformen erlaubt sicherlich eine differenzierte Beschäftigung und Beobachtung aller Kinder; allerdings ist bei der Vielfalt an subjektiven Kompetenzen eine genaue Passung zwischen Aufgabenzuweisung und individuellem Lernstand kaum zu erzielen. Es gehört zur alltäglichen Unterrichtserfahrung, dass bei einer noch so überlegten differenzierenden Steuerung durch die Lehrkraft Unter- oder Überforderung einzelner Kinder nicht zu vermeiden sind. So kann die Vorstellung, für die Förderung eines jeden einzelnen Kindes verantwortlich zu sein, als Last empfunden werden, insbesondere dann, wenn die entsprechenden differenzierenden Maßnahmen ausschließlich von der Lehrkraft selbst initiiert werden. Vor allem mit Blick auf den jahrgangsgemischten Unterricht werden häufig Befürchtungen geäußert, den unterschiedlichen Lernmöglichkeiten der Kinder nicht in geeigneter Weise gerecht werden zu können.

Als Hilfestellung sollen in diesem Modul dem Konzept der „Differenzierung von oben“ Möglichkeiten einer „Individualisierung von unten“ im Sinne einer „natürlichen Differenzierung“ gegenübergestellt werden. Vor dem Hintergrund der natürlichen Differenzierung eröffnet sich allen Kindern die Chance, entsprechend ihrer Lernpotentiale zu handeln und zu interagieren sowie selbstständiger zu werden.

Dies soll an einem Beispiel aus den ersten Schulwochen aufgezeigt werden. Ein Forscherbuch eignet sich zur individuellen Auseinandersetzung mit Zahlen in den verschiedensten Kontexten und Tiefen: Hierzu werden Zahlen, Zahlbeziehungen und -bedeutungen gesammelt und erforscht (ggf. auch näher erläutert), die zur Person gehören, die gemocht oder nicht gemocht werden, die im Haus oder auf der Straße anzutreffen sind, die besonders groß oder klein sind, die besonders lustig oder auffallend sind.

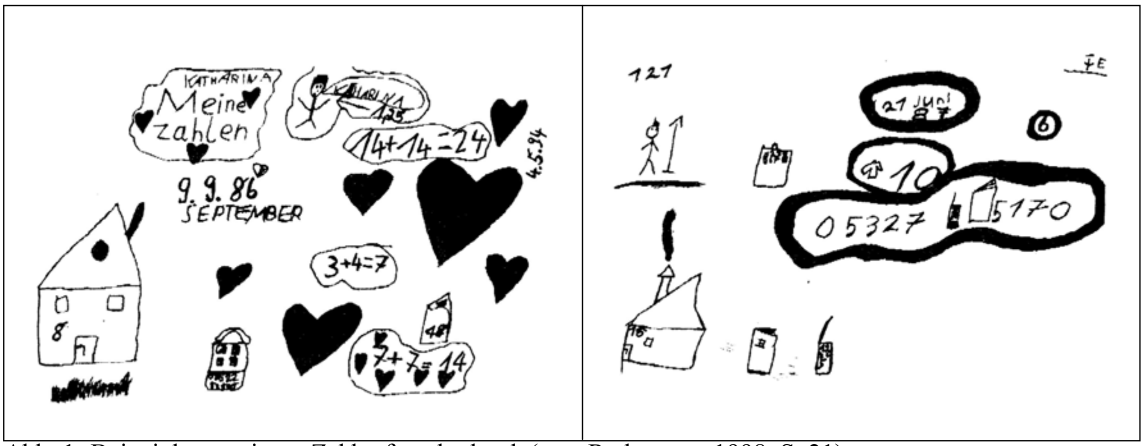


Abb. 1: Beispiele aus einem Zahlenforscherbuch (aus: Radatz u.a. 1998, S. 21)

Hier kann eine Zahlenkiste, die verschiedene Gegenstände aus der Welt der Zahlen enthält, einerseits eine Anregung für Kinder mit geringen Zahlerfahrungen sein, andererseits aber auch ein Anreiz sein, über die Art der verschiedenen Anordnungen von Zahlen auf einem Telefon, einem Taschenrechner oder einer Tastatur nachzudenken, diese zu vergleichen, fortzusetzen oder alternative Zahlentafeln zu erfinden.

> **Anregung 1: Überlegen Sie sich, welche Zahlen ihre eigenen Schülerinnen und Schüler nennen und wie sie diese erläutern würden. Welche Produkte würden sich ähneln, welche würden sich unterscheiden?**
>
> **Zu welchen verschiedenen Leistungen wären Ihre Kinder in der Lage und inwiefern könnten diese Unterschiede als Anregung für alle Kinder nützlich sein?**

Die von den Kindern dokumentierten Ideen liefern auf der einen Seite der Lehrkraft wertvolle Hinweise über den individuellen Leistungsstand und können zur Reflexion und Planung von Unterricht genutzt werden. Auf der anderen Seite wird jedes Kind dazu animiert, sich eigenständig seinem Leistungsvermögen entsprechend mit seinem Zahlenwissen auseinander zu setzen und dieses mit anderen auszutauschen. Während manche Schulanfänger ihre Zahl- und Mengenvorstellungen, ihre Zähl- und Zahlschreibkompetenzen im kleinen Zahlenraum aufbauen und durch die Vielfalt an Betrachtungsweisen erweitern, vertiefen andere bereits ihre vorhandenen Kompetenzen durch den Ausbau des individuellen Zahlenraums und werden sich der Beziehungen einzelner Zahlen und Operationen bewusster.

Eigenständiges Lernen bedarf einer geöffneten Unterrichts- und Aufgabenkultur (vgl. Schipper 2005, Modul 3). Die mathematischen Zeichen und Symbole unterliegen im Unterrichtsprozess vielfältigen subjektiven Deutungen. Daher bedarf es einer offenen Unterrichtskultur, in der sich die Lehrerinnen und Lehrer dieser Mehrdeutigkeit der Zeichen bewusst sind und zugleich für angemessene Erklärungskontexte sorgen, die gerade den strukturellen Aspekt mathematischen Wissens berücksichtigen und somit konzeptuelles Lernen anregen (vgl. Steinbring 1999).

Offene Lernanlässe eröffnen eine Auseinandersetzung mit einer Aufgabe auf verschiedenen mathematischen Niveaus. Hierbei wird den Kindern die Zuständigkeit für die Auswahl des Schwierigkeitsgrades und des Umfangs ihrer Arbeit übergeben – die Lehrkraft begleitet zugleich die Kinder auf ihrem Weg, eigenverantwortlich zu arbeiten. Dabei arbeiten alle Kinder an einem Aufgabenthema, so dass die unterschiedlichen Bearbeitungsmöglichkeiten für das Mathematikwissen aller von Bedeutung sind.

Offene Aufgaben können zu unterschiedlichen Eigenproduktionen herausfordern. Das sind nach Selter (1995) mündliche oder schriftliche Äußerungen von Schülerinnen und Schülern, bei denen sie selbst entscheiden, wie sie vorgehen und wie sie ihre Vorgehensweisen und Ergebnisse darstellen. Dadurch wird den Kindern mehr Verantwortung für ihr eigenes Lernen zugestanden. In idealtypischer Weise lassen sich vier verschiedene Formen von Eigenproduktionen unterscheiden: „Die Schülerinnen und Schüler können dazu angeregt werden, selbst Aufgaben zu erfinden *(Erfindungen)*, Aufgaben mit eigenen Vorgehensweisen zu lösen *(Rechenwege)*, Auffälligkeiten zu beschreiben und zu begründen *(Forscheraufgaben)* oder sich über den Lehr-/Lernprozess zu äußern *(Rückschau bzw. Ausblick)*“ (Sundermann & Selter 2005, S. 127).

Im weiteren Verlauf werden zunächst geeignete Aufträge für selbstgesteuerte Aktivitäten vorgestellt. An Eigenproduktionen zu „Erfindungen“ und „Erforschungen“ (hierbei sind durchaus Überschneidungen möglich) wird exemplarisch deutlich, wie die Kinder derartige Arbeitsanweisungen eigenverantwortlich nutzen und das eigene Vorgehen und Darstellen reflektieren lernen können. Die Aufgabenbeispiele beziehen sich zwar schwerpunktmäßig auf jahrgangshomogene Lerngruppen, können aber durch leichte Abwandlungen auch auf heterogene Jahrgangsgruppen übertragen werden.

1.1 Individualisierung durch offene Aufträge

Eine fest umrissene Typologie offener Lernangebote gibt es nicht. Sie haben an unterschiedlichen Stellen im Unterricht ihren Platz: Sie eröffnen den Kindern Freiräume, um sich eigeninitiativ – aus der Perspektive der Vorschau – mit einem neuen Lerninhalt auseinander zu setzen und mathematische Ideen zu entfalten bzw. ihr „vorauseilendes Wissen“ (Rasch 2004, S. 5) einzubringen. Somit können eigene Grenzen ausprobiert, überschritten oder aber um bereits Erarbeitetes verweilend vertieft werden. Da die Kinder „Autoren“ ihrer eigenen Aufgaben sind, sind derartige Anregungen sowohl für jahrgangshomogene als auch für jahrgangsheterogene Klassen geeignet. Folgende Beispiele mögen die Bandbreite inhaltlich-offener Aufgabenstellungen verdeutlichen:

- Bilde Aufgaben mit dem Ergebnis 50. Bilde Aufgabenpaare zu Umkehraufgaben. Bilde alle Malaufgaben, die du schon kennst. Bilde 10 Malaufgaben, deren Ergebnisse kleiner als 8 x 6 sind, und 10 andere, deren Ergebnisse größer als 8 x 6 sind. Bilde eigene Zahlenhäuser, Zahlenfolgen, Zahlentafeln etc. Bilde eine *besondere* Zahlenmauer (z.B. mit einer geraden Zielzahl). Stelle zwei verschiedene Zahlen auf unterschiedliche Weise dar. Stelle eine Handvoll Haselnüsse, Bohnen etc. so dar, dass man auf einem Blick sehen kann, wie viele es sind ...
- Bilde verschiedene Geldbeträge mit drei, … Münzen. Male ein Rechenbild oder schreibe eine Rechengeschichte zu einem besonderen Anlass ...
- Bestimme eine Spiegelachse und zeichne dazu sich spiegelnde Figuren ...

Anregung 2: Suchen Sie aus Schulbüchern weitere Impulse heraus, die zu ähnlichen Eigenproduktionen auffordern oder denken Sie sich selbst derartige Aufgabenstellungen aus. Zu welchen Unterrichtsinhalten lassen sich leicht offene Lernangebote formulieren, zu welchen weniger leicht?

Welche offenen Aufgabenstellungen eignen sich (ggf. leicht variiert) auch für den Einsatz in jahrgangsgemischten Klassen?

1.2 Individualisierung durch Aufgabengeneratoren

Bei diesen Aufgabenstellungen werden die Kinder angeregt, aus einem vorgegebenen Ziffern- bzw. Zahlenmaterial selber Rechenaufgaben zu bilden. Sie ersparen der Lehrkraft das Erstellen differenzierter Arbeitsblätter für die unterschiedlichen Leistungs-

stände ihrer heterogenen Lerngruppe. Aufgabengeneratoren stellen keine so hohen Ansprüche an die Kreativität und Selbstständigkeit wie die zuvor angeführten Aufträge. Daher unterstützen sie gerade die Entwicklung von Eigenverantwortung, ohne dass sofort Kinder durch eine zu große Offenheit der Aufgaben überfordert sein könnten.
Bei der Auswahl möglicher Aufgaben reflektieren die Kinder mehr oder weniger bewusst ihren eigenen Könnensstand im Hinblick auf das individuelle Aufgabenniveau (leicht, schwer, unsicher, über bisherige Zahlenraumgrenzen hinaus) und die eigenen Rechenoperationen. Zusätzliche Impulse können sie gezielt zur Selbsteinschätzung oder auch zu strategischen, lernmethodischen Vorgehensweisen durch Nutzen von Analogien und operativen Beziehungen anregen.

+ - / • :

13 9 17 24 10

19 23 15 30 50

27 14 45 70 25

100 59 37 83 35

1. Wähle selbst Zahlen und Rechenzeichen aus. Bilde damit Aufgaben und rechne sie aus.
2. Welche Aufgaben findest du leicht?
3. Welche Aufgaben findest du schwer?
4. Bei welchen Aufgaben hast du dir etwas Besonderes überlegt?

Abb. 2a: Aufgabengenerator „Zahlenset“

0 5 10 60

1 6 20 70

2 7 + 30 80

3 8 40 90

4 9 50 100

Lege dir mit den Zahlenkarten Plusaufgaben und rechne sie aus.

Beispiel: 7 + 1 oder: 24 + 3 oder: 51 + 23

1. Wie kannst du möglichst schnell ganz viele neue Aufgaben finden und ausrechnen?
2. Findest du Aufgaben mit gleichem Ergebnis?
3. Hattest du einen Trick beim Suchen?
   Schreibe ihn auf.

Abb. 2b: Aufgabeng..„Rechnen mit Zahlenkarten“

Aufgabengeneratoren eignen sich auch für den jahrgangsgemischten Unterricht, denn sie können in bestimmten Zeitabständen mehrfach eingesetzt werden. Die Kinder können jeweils neue Aufgabenbildungen auf einem höheren Schwierigkeitsniveau vornehmen. Dadurch ergeben sich für sie klare Perspektiven für zielgerichtetes Lernen. Eigene Lernfortschritte könnten etwa in Lerntagebüchern (s.u.) verfolgt werden.

Anregung 3: Stellen Sie Aufgabengeneratoren für die Klassenstufen 3 und 4 zusammen. Finden Sie auch Möglichkeiten, für den Bereich Geometrie derartige Generatoren zu entwickeln?

Betrachten Sie die im Anhang abgebildeten Schülerdokumente zu einigen der oben aufgeführten offenen Aufgaben und Lernangebote. Diskutieren Sie: Welche Chancen sehen Sie in derartigen Aufgabenstellungen? Sehen Sie auch Probleme?

Überlegen Sie: Welche Freiräume mit Gelegenheiten zur Selbstdifferenzierung schaffen Sie bereits in Ihren Lerngruppen? Wie gehen die Lernenden damit um?

1.3 Individualisierung durch Forscheraufgaben

Wenn Kinder Zahl- bzw. Aufgabenbeziehungen untersuchen, Auffälligkeiten und Zusammenhänge entdecken, beschreiben und u.U. auch begründen, spricht man von Forscheraufgaben (vgl. Selter 2005, Modul 2 und Verboom 2004). Die Kinder haben hierbei vor allem die Wahl der Vorgehensweise und der Darstellungsform.

Aufgabe: Rechne die Zahlenmauern aus.
Betrachte die Zahlenmauern. Welche Entdeckungen kannst du machen? Schreibe auf!

Tipp: Schaue dir genau die einzelnen Schichten der Zahlenmauern an.
Vergleiche die Zahlenmauern miteinander.

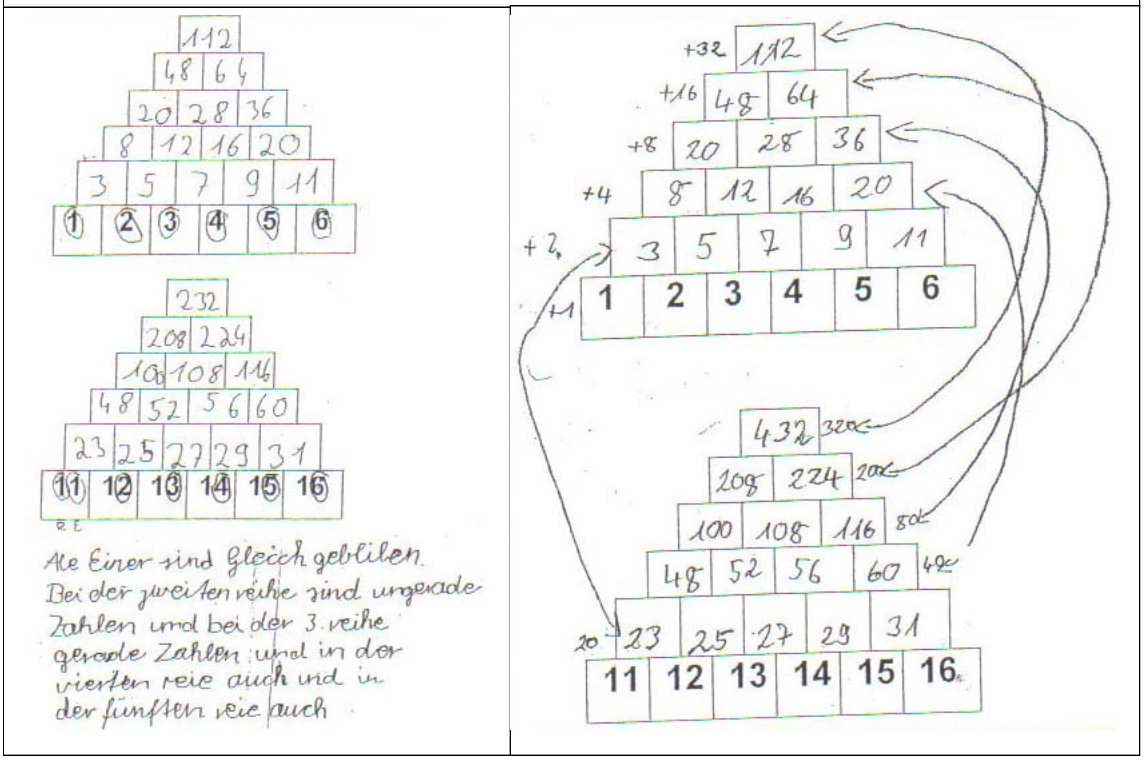


Abb. 3: Forscheraufgaben zu Zahlenmauern mit Schülerdokumenten

Am obigen Beispiel zu „Zahlenmauern" wird ersichtlich, wie sich jedes einzelne Kind bei Forscheraufgaben mit seinen Fähigkeiten und subjektiven Vorlieben einbringen kann. Die zwei Schülerdokumente zeigen auf, welch unterschiedliche Strukturen für die Kinder von Bedeutung waren und wie unterschiedlich sie diese dargestellt haben.

Forscheraufgaben können auch so offen formuliert werden, dass sich unterschiedliche Jahrgänge mit ein und demselben Auftrag auseinander setzen können. Der folgende Forscherauftrag zu Zahlenmauern kann beispielsweise von Kindern unabhängig ihres Einschuljahrgangs bearbeitet werden. Eine Selbstdifferenzierung findet durch die Wahl des Umfangs der eigenen Zahlenmauer (Dreier-, Vierer-, Fünfer-, Sechsermauer) sowie durch das von den Kindern verwendete Zahlenmaterial statt.

Thema: **Vertauschen von Zahlen in Zahlenmauern**

Was passiert mit der Zielzahl, wenn man in einer Zahlenmauer unten Zahlen vertauscht?

Erfinde eine eigene Zahlenmauer. Vertausche immer 2 Zahlen in der unteren Reihe.

a) Wann ändert sich die Zielzahl, wann nicht?
b) Wie viele verschiedene Zielzahlen findest du?
c) Wie erreichst du die höchste Zielzahl?
d) Wie viele Möglichkeiten findest du, die Zahlen zu tauschen?

Bei ihren Erkundungen werden die Kinder unterschiedlich vorgehen: Einige probieren spontan und unsystematisch aus, andere vertauschen eher planvoll die Zahlen; einige werden vielleicht auch schon die Forscherfragen nach ersten Untersuchungen vorausschauend beantworten. Ebenso verschieden wie die Erkundungen wird auch der Abstraktionsgrad der Entdeckungen und Versprachlichungen sein: Während manche Kinder nur einzelne Zahlen betrachten und beispielhaft benennen, überblicken andere Kinder das gesamte Zahlenmaterial, setzen es miteinander in Verbindung und formulieren mehr oder weniger abstrakt erkannte Zusammenhänge (vgl. Verboom 2005).

2 Förderung des eigenständigen Mathematiklernens

Selbstgesteuertes Lernen in offenen Lernsituationen stellt hohe Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler. Es kann nicht erwartet werden, dass Kinder ohne Hinführung zu Eigenproduktionen zu hohen Graden an mathematischer Produktivität fähig sind. Um sich gründlich und erfolgreich mit mathematischen Gegenständen oder Fragestellungen auseinander zu setzen, müssen die Kinder vom ersten Schuljahr an kontinuierlich mit offenen Aufgabenstellungen konfrontiert und auf ihrem Weg zum autonomen, reflexiven Lernen beraten und unterstützt werden.

Eigenständiges Lernen im Kontext offener Lernangebote setzt den Erwerb von Arbeitstechniken, Lernstrategien und Einstellungen voraus, denn das einzelne Kind übernimmt die Verantwortung zur Planung und Steuerung seines Lernprozesses. Von Anfang an ist die Einstellung zu fördern, dass schulische Aufgabenstellungen nicht bedeuten, etwas „abzuarbeiten“, sondern etwas für sich – häufig auch mit anderen zusammen – zu erarbeiten. Dazu müssen die Kinder in Bezug auf ihren Arbeitsprozess Bewusstheit erlangen über die Planung ihrer Vorgehensweisen, über ihre spontanen Einfälle, über die Art ihrer Darstellung von Sachverhalten, aber auch über ihre Schwierigkeiten, ihre (heimlichen) Zielsetzungen und ihre Lernfortschritte. Dabei kann es hilfreich sein, wenn Kinder sich gegenseitig von bedeutsamen Lernereignissen oder Rechnungen berichten oder diese in ein Lerntagebuch übertragen werden.

Wenn Schülerinnen und Schüler an offenen Aufgaben arbeiten, besteht allerdings (insbesondere auch im jahrgangsgemischten Unterricht) die Gefahr, dass sie sich bewusst oder unbewusst unter- oder überschätzen. Damit Offenheit nicht zur Beliebigkeit wird oder zu rein assoziativen Handlungen führt, reicht es nicht aus, die Kinder lediglich „machen“ zu lassen. Es gehört zur Aufgabe der Lehrkraft, den Prozess des Erwerbs von Eigenständigkeit während des Arbeitsprozesses zu begleiten und die eigenen Lernerfahrungen der Kinder zu fördern. Die Kinder benötigen Beratung, Unterstützung und Anregung, um das eigene Potential an Lernmöglichkeiten auszuschöpfen.

2.1 Förderung der Selbstreflexion in Lerntagebüchern

Eine strukturierende methodische Rahmung für ein bewusstes Gestalten des Lernprozesses geben sog. Lerntagebücher. Diese sind ein wichtiges methodisches Instrument des eigenständigen Lernens und des individuellen Aufbaus von Fachkompetenz. Die meisten konzeptionellen Aufarbeitungen für den Mathematikunterricht lassen sich auf die Idee des „Reisetagebuchs“ von Ruf & Gallin (1999) zurückführen. Im Folgenden wird eine knappe Übersicht über drei Ansätze für den Mathematikunterricht gegeben:

Reisetagebuch	Rechentagebuch	Sammelbuch
(vgl. Ruf & Gallin 1999, S. 91ff.) Alle Überlegungen, Lösungsansätze, offenen Fragen, Ergebnisse und Erkenntnisse während des Lernprozesses werden schriftlich dokumentiert.	(vgl. Sundermann & Selter 1995, S. 30ff.) Die individuellen Lösungswege werden während des Lösungsprozesses aufgezeichnet. Anschließend werden Gedanken zur Problemlösung, aber auch emotionale Befindlichkeiten verschriftlicht.	(vgl. Beck 2002, S. 21) Jedes Kind notiert nach der Auseinandersetzung mit zentralen Inhalten des Mathematikunterrichts einige ihm bedeutsam erscheinende Gedanken und erläutert diese u.U. noch an eigenen Aufgabenbeispielen.
Datum: Wann? Thema: Welches Thema? Auftrag: Was muss ich tun? Orientierung: Wozu machen wir das? Spuren: Welchen Weg beschreite ich bei der Lösung? Rückblick: Wo stehe ich? Rückmeldung: Wer kann mir weiterhelfen?	Schreibe auf, was du gedacht hast: Fragen, Meinungen, Ideen Schreibe auf, wie du gerechnet hast: Mit Worten oder am Rechenstrich. Schreibe auf, warum du so gerechnet hast. Schreibe auf, welche Fragen oder Schwierigkeiten du hast.	Leitfrage: Wie bist du zu deinen Arbeitsergebnissen gekommen? Wie bist du vorgegangen?

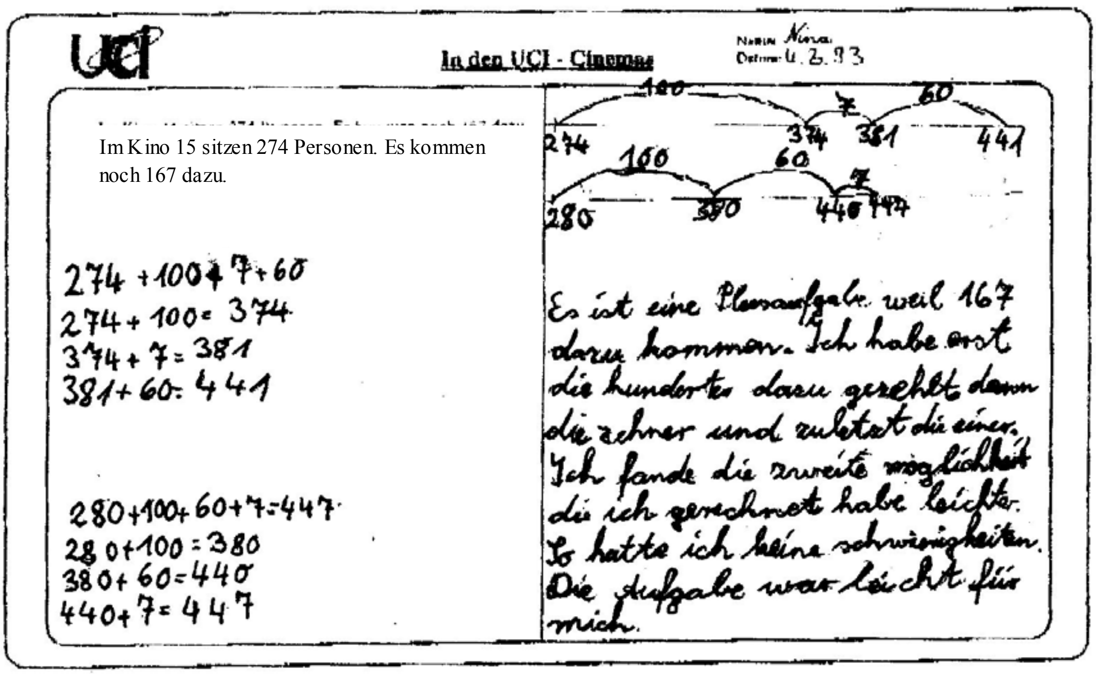


Abb. 4: Eine Seite aus dem Rechentagebuch von Nina (aus: Sundermann & Selter 1995, S. 31)

2.2 Förderung der Selbstreflexion durch die Lehrkraft

Die Lehrkraft kann als Moderatorin von Lernprozessen mit Impulsen die Aufmerksamkeit eines Kindes oder einer Gruppe auf bestimmte Aspekte des Sachgebiets lenken und dadurch zusätzliche Lernchancen eröffnen. Ihre Aufgabe während der selbstständigen Arbeit der Kinder erschöpft sich somit nicht ausschließlich in einer zurückhaltenden Beobachterrolle. Diese Form des Austausches geht einher mit einer Haltung der Lehrkraft, die die Kinder als mathematisch Denkende ernst und wichtig nimmt.

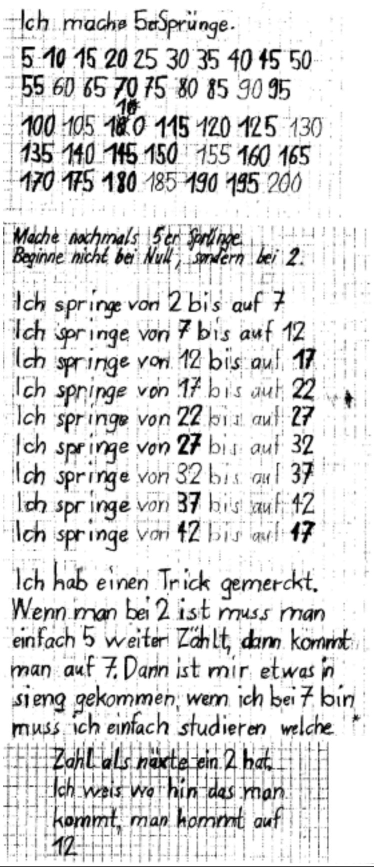


Abb. 5a: Schülerdokument zu einem Auftrag von Ruf & Gallin (1999, S. 56): „Denke dir eine Sprunglänge aus. Schreibe auf, bei welchen Zahlen du (…) landest.“
Ein zusätzlicher Impuls führt zu der Entdeckung eines „Tricks“.

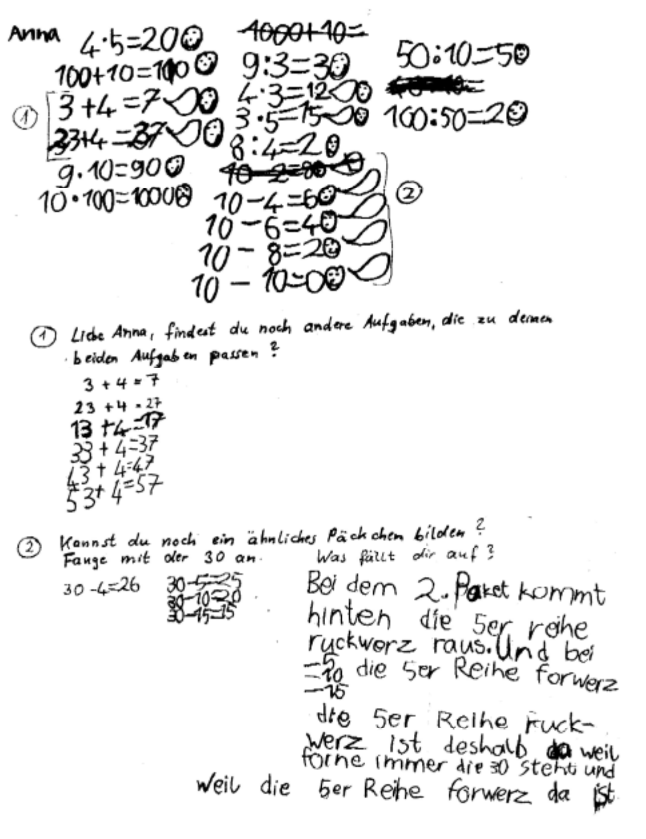


Abb. 5b: Schülerdokument zum Aufgabengenerator „Zahlenset“:
Anna ist vor allem durch den zweiten Impuls zu weiterem Ausprobieren und Untersuchen angeregt worden. Sie macht für sich weit über das Lernangebot hinaus gehende Lernerfahrungen.

Die abgebildeten Schülerdokumente lassen erkennen, wie persönliche Rückmeldungen durch die Lehrkraft die Auseinandersetzung eines Kindes mit einem Thema vertiefen oder sogar zu neuen mathematischen Erkenntnissen führen können. Die professionelle Beratung und Unterstützung der Lehrkraft setzt Fachwissen sowie methodischdidaktische und diagnostische Kompetenzen voraus, um ergiebige Ansätze in den Ideen der Kinder wahrzunehmen, richtig zu interpretieren und weitere Lernchancen hinsichtlich des Ausbaus mathematischer Fähigkeiten und Fertigkeiten zu erkennen und durch geeignete Impulse anzuregen. Dies stellt gerade in einer jahrgangsgemischten Klasse eine besondere Herausforderung dar, in der komplexe Unterrichtssituationen entstehen und organisiert werden.

Anregung 4: Sehen Sie sich die Schülerdokumente zu offenen Aufgabenstellungen im Anhang an. Wählen Sie diejenigen aus, bei denen weiterführende Anregungen für das Kind zu einer größeren Bewusstheit erster Ideen führen könnten. Formulieren Sie die entsprechenden Fragen oder Impulse.

3 Kooperatives Mathematiklernen

Individualisierte, selbst gesteuerte Lernprozesse laufen in unsicheren Bahnen, wenn sie nicht sozial integriert werden und wenn die einzelnen Kinder mit ihren Ideen und Ansichten ausschließlich nebeneinanderher lernen. Gerade das Mathematiklernen auf eigenen Wegen bedarf des Austauschs mit anderen und des Aushandelns von Sichtweisen, Vorstellungen und Lösungswegen. Mathematisches Wissen entwickelt sich grundsätzlich im Kontext sozialer und individueller Deutungsprozesse. Das mathematische Wissen wird somit durch soziale Aktivitäten und individuelle Interpretationen im Unterricht konstruiert (vgl. Steinbring 2000). Die wechselseitigen Interpretationen der Beteiligten lassen im Gespräch ein als gemeinsam-geteilt geltendes Verständnis über die mathematischen Zeichen, Strukturen, Objekte und Kontexte entwickeln. Die soziale Integration des eigenen Wissens, die sich im fachbezogenen Austausch mit anderen Kindern äußert, stellt zudem eine wesentliche Bedeutung für den Aufbau und die Aufrechterhaltung der Lernbereitschaft dar. So ist die Reflexion eigener Ideen und der Vorstellungen anderer Kinder ein wesentliches Moment selbst gesteuerten Lernens, denn die Kinder werden sich des eigenen Lernens bewusster und erweitern das eigene Wissen. Das Wissen wird flexibler und vom Kontext unabhängiger, indem eigene Ideen sprachlich verständlich erläutert und argumentativ ausgetauscht werden und man sich zugleich mit anderen Perspektiven auseinandersetzt. Ferner schaffen kooperative Lernprozesse ein produktives, motivierendes Arbeitsklima, in dem soziale Kompetenzen geschult werden.

Kooperative Lernprozesse sind vor allem dann besonders effektiv, wenn Kinder auf ihre sozial-interaktive Rolle im Arbeitsprozess vorbereitet worden sind und somit lernen, miteinander ehrlich und gegenseitig unterstützend zu arbeiten, verständlich miteinander zu sprechen und Konflikte konstruktiv gemeinsam zu lösen. Ansonsten neigen manche Kinder dazu, auf möglichst einfachem Niveau miteinander zu agieren. Wichtig ist in diesem Zusammenhang, dass die Aufgabe derart gestellt wird, dass sie verschiedene Lösungswege zulässt, wechselseitigen Austausch erfordert und dass die Gruppe für kollektive Lernprozesse in die Verantwortung genommen wird (vgl. Cohen 1993; Johnson & Johnson 1994; Röhr 1997). Gerade zu leichte oder wenig komplexe Aufgaben bergen die Gefahr, dass Kinder sie nicht gemeinsam bearbeiten, da sie schneller und effektiver in Einzelarbeit gelöst werden können. Ferner bedarf es auch der direkten gegenseitigen Unterstützung und Reflexion in der Gruppe ebenso wie der Forderung, dass die Kinder einerseits individuell verantwortlich, andererseits aber auch positiv abhängig sind und sich gegenseitig anregen (s. für einen allgemeinen Überblick Weidner 2003 oder Gräber & Kleuker 1998, www.sinus-transfer.de). Boaler (2005) betont diesbezüglich, dass alle Kinder nicht nur für ihren eigenen Lernprozess verantwortlich sind, sondern auch für den der mit ihnen zusammenarbeitenden Kinder. Dies stärkt sowohl die Identifikation mit dem Fach als auch die Qualität der Interaktion und des interaktiv aufgebauten Mathematikwissens. Sie schlägt beispielsweise vor, dass die Lehrkraft die Gruppenarbeitsprozesse begleitet und einzelne Kinder aus der Gruppe zu einem Inhalt befragt. Sollte das Kind die Frage nicht umfassend beantworten können, teilt sie lediglich mit, später wieder zu kommen. In der Zwischenzeit arbeitet die Gruppe daran, dass alle Kinder die Aufgabe substantiell lösen können. Somit werden nicht Informationen mehr oder weniger erfolgreich weitergegeben, sondern es findet eine kommunikative Genese an Bedeutung und Verständnis ohne direkte bzw. sofortige Unterstützung der Lehrkraft statt.

In der Gruppenarbeit, aber auch in gemeinsamen Reflexionsphasen fällt es Kindern in der Grundschule häufig schwer, mathematische Erkenntnisse und Lösungswege sprachlich zu erläutern. Als hilfreich erweist sich zum einen die Betonung der Kommunikation im Mathematikunterricht vom ersten Schultag an. Wenn Kinder es gewohnt sind, über ihre eigenen Vorstellungsbilder und Strategien zu sprechen und diese mit anderen auszutauschen, schulen sie im Laufe der Zeit ihr Sprachrepertoire für mathematische Diskurse. Zum anderen hilft es Kindern häufig, wenn sie ihre Ideen an einem repräsentativen Beispiel (ggf. mit Materialien oder weiteren Darstellungen) mündlich oder schriftlich näher erläutern. Auch wenn die Erklärung nicht unbedingt mit dem originalen Denkweg übereinstimmt, führt sie doch dazu, dass das Kind sich selbst seines Wissens und weiterer mathematischer Zusammenhänge bewusster wird, während zugleich andere ihr eigenes Wissensnetz umstrukturieren.

3.1 Voneinanderlernen im Austausch unter Kindern

Beim Austausch über Erfindungen, Erkenntnisse und Vorgehensweisen gilt es, möglichst viele Schülerinnen und Schüler zum Vorstellen, Erklären, Nachfragen und Vergleichen zu aktivieren. Die direkteste Form der Kommunikation ergibt sich beim (informellen) Partneraustausch. Auch bei der Auseinandersetzung mit ausgestellten Eigenproduktionen („Entdeckerwand“, „Forscherwand“) kommen Kinder spontan ins Gespräch über ihre Einfälle und Lösungen.

„Erfinderrunden“ bieten eine Struktur für die Betrachtung der Arbeiten ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler. Sie laufen nach einem festgelegten Ritual ab: Einige Kinder heften ihre Eigenproduktionen, die sie zum Zweck der Veröffentlichung zuvor groß und deutlich dargestellt haben, an eine Tafel an. Bevor das „Erfinderkind“ selbst zu Wort kommt, erörtern die anderen Kinder die jeweilige Eigenproduktion (vgl. Schütte 2002).

In Rechen- oder Strategiekonferenzen werden die Arbeitsergebnisse und Lösungswege einzelner Kinder, aber auch Entdeckungen von Auffälligkeiten und Beziehungen in einer Gruppe betrachtet, miteinander verglichen, auf Richtigkeit überprüft und ggf. sachlich kritisiert. Dabei vermögen Leitfragen das voneinander Lernen stärker zu strukturieren und bewusst den Blick von der singulären Ausgestaltung der Eigenproduktionen auf andere, differierende Sichtweisen zu lenken.

Im engeren Sinne geht es darum – in Analogie zur Intention von Schreibkonferenzen –, dem einzelnen Kind Rückmeldung über persönliche Aufzeichnungen zu geben. Im weiteren Sinne wird bezweckt, über verschiedene Lösungsversuche nachzudenken und sie zu vergleichen, um das eigene Repertoire an Lernstrategien zu erweitern. Nachfolgend werden wesentliche Leitfragen für eine Konferenz zusammengestellt (vgl. Sundermann & Selter 1995; Franke 2002):

- Wie hat das „Autorenkind“ gerechnet? Wie ist es auf die Idee gekommen?

- Wie hast du deine Aufgabe gelöst? Erkläre deinen Weg.
- Ist der Erklärungsversuch des „Autorenkindes“ verständlich? Ist der Rechenweg geschickt? Ist das Ergebnis richtig?
- Wer hat einen anderen Weg gewählt? Was ist daran anders?

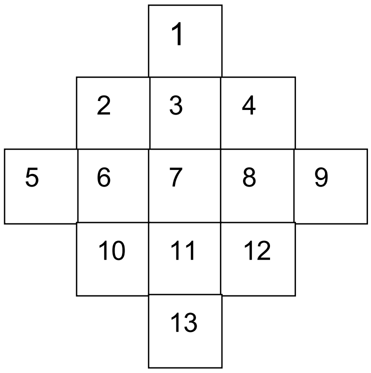
Um die Erfahrungen aus Mathematikkonferenzen zu vertiefen, ist es sinnvoll, möglichst zeitnah eine weitere, ähnlich strukturierte Aufgabenstellung anzubieten. So können Kinder das Erfahrene direkt anwenden und den Nutzen für sich reflektieren. An einem Beispiel zu operativen Päckchen wird diese Verbindung verdeutlicht:

Entdeckerpäckchen	**Entdeckerpäckchen**
Rechne aus! Wie geht es weiter?	Was hast du in der Rechenkonferenz Interessantes und Neues erfahren? Schreibe es auf. Vielleicht helfen dir die Ideen aus der Rechenkonferenz bei diesen Entdeckerpäckchen!
10 + 20 = ___	14 – 12 = ___
12 + 20 = ___	14 – 10 = ___
14 + 20 = ___	14 – 8 = ___
16 + 20 = ___	___ – __ = ___
___ + __ = ___	___ – __ = ___
___ + __ = ___	
Was hast du entdeckt? Zeichne und schreibe! Hast du eine Idee, warum das passiert ist?	Was hast du entdeckt? Zeichne und schreibe! Hast du eine Idee, warum das passiert ist?

Ergebnisse von Unterrichtsversuchen zeigen, dass ein strukturiert gestalteter Austausch unter den Kindern zu einem Lernzuwachs führen kann, sei es in Bezug auf die Erweiterung von Kriterien für Untersuchungen von Zahlbeziehungen („Was kann ich mir alles ansehen? Wo kann ich evtl. etwas berechnen?“) oder in Bezug auf das Repertoire an zeichnerischen Darstellungsweisen oder die Erweiterung des eigenen Wortschatzes.

Anregung 5: Setzen Sie sich mit einem der folgenden Zahlenfelder auseinander und berücksichtigen Sie verschiedene Darstellungsformen. Halten Sie Ihre Entdeckungen fest und tauschen Sie sich aus. Untersuchen Sie das andere Zahlenfeld und überprüfen Sie, ob Sie Ihr Repertoire an Vorgehensweisen und an Darstellungsformen durch den gemeinsamen Austausch erweitern konnten.

Überlegen Sie sich anschließend geeignete Leitfragen für eine Rechenkonferenz zu dieser Aufgabe.



1	8	9	16
2	7	10	15
3	6	11	14
4	5	12	13

Abb. 6: Zahlenfelder

3.2 Begleitung und Unterstützung des Austauschs durch die Lehrkraft

Natürlich hat auch der Austausch im Klassenverband bzw. während der Gruppenarbeit mit der Lehrkraft einen besonderen Stellenwert im Kontext des Spannungsfeldes zwischen dem Lernen auf eigenen Wegen und dem Lernen voneinander. Hierbei nimmt die Lehrkraft die Rolle als Moderator ein, der auf der einen Seite Aktivitäten beobachtet und die Kinder selbstständig arbeiten lässt, auf der anderen Seite zugleich die Schülerinnen und Schüler sensibel unterstützt und berät: Ideen einzelner Kinder können aufgegriffen und fokussierend in den Blick gerückt werden, planvolle und zweckmäßige Vorgehensweisen können herausgestellt und dadurch fachliche Arbeitsweisen (z.B. systematisches Ausprobieren, Ordnen, strukturierendes Betrachten und Vergleichen, Erkennen und Nutzen von operativen Beziehungen, Analogien und Gesetzmäßigkeiten) gezielt gefördert werden. Bedeutsam erscheint hierbei, dass sich die Lehrkraft über die Offenheit der Mathematik bewusst ist und den mathematischen Zeichen angemessene Erklärungskontexte an die Seite stellt, die mathematische Beziehungen und Strukturen verkörpern (vgl. Steinbring 1999). Indem die Lehrkraft die Ideen von Kindern aufgreift und sie gezielt in Beziehung zu anderen setzt, fördert sie ferner das flexible Denken und hebt zugleich den Status des jeweiligen Kindes an (vgl. Boaler 2005).

Die Lehrkraft kann das gemeinsame Repertoire an zeichnerischen und symbolischen Darstellungsmitteln (z.B. einkreisen, einfärben bestimmter Zahlen oder Positionen, Pfeile, Kurznotationen, Fachbegriffe ...) durch zusätzliche Anregungen erweitern oder zusammenfassend visualisieren, damit es den Kindern bei weiteren Arbeiten zur Verfügung steht. Durch derartige Maßnahmen wird der Aufbau lernmethodischer Kompetenzen bei den Kindern gefördert. Dies gibt den Kindern das notwendige Selbstvertrauen, Lernaktivitäten eigenständig zu organisieren und Aufgabenstellungen auf eigenen Wegen anzugehen, die durch die Formen der natürlichen Differenzierung eröffnet werden.

4 Gemeinsames Mathematiklernen in jahrgangsgemischten Klassen

In einer jahrgangsgemischten Lerngruppe werden natürliche Kommunikations- und Kooperationsanlässe geschaffen, die in einer auf Homogenität angelegten Lerngruppe so nicht möglich sind. Hier kann die Verschiedenheit der Kinder in besonderer Weise zur Stärkung der Einsicht in die Fachstrukturen genutzt werden. Dazu bedarf es allerdings einer Unterrichtskonzeption, die die Kinder weniger in „homogenisierte Gruppen" aufteilt oder an „individualisierten Lernpfaden" arbeiten lässt, sondern die eine Balance zwischen Vielfalt und Gemeinsamkeit schafft. Ebenso wie beim kooperativen Mathematiklernen bieten sich hier Lernumgebungen an, die multiple Fähigkeiten herausfordern und verschiedene Zugänge bieten und somit implizieren, dass Kinder mit unterschiedlichen Begabungen gemeinsam arbeiten und sich bereichern können.

Wenn im jahrgangsgemischten Mathematikunterricht Kinder mit unterschiedlichen Erfahrungen an einer strukturanalogen Aufgabe gemeinsam aus verschiedenen „Blickwinkeln" wesentliche Strukturen vorausschauend erkennen bzw. vertiefend durchdringen, ergeben sich besondere Chancen, konzeptuelles Wissen aufzubauen. Die Kinder erhalten somit unter Ausschöpfung ihrer individuellen Lernmöglichkeiten nicht nur die Gelegenheit, mathematisches Wissen aktiv-entdeckend auf- und auszubauen und mit anderen auszutauschen, sondern zudem die Möglichkeit der reflexiven Vor- bzw. Rückschau auf eigene und andere Lernprozesse und damit verbunden der tiefer gehenden Einsicht in mathematische Grundstrukturen, die im Rahmen des Spiralprinzips wiederkehrend thematisiert werden.

Die besonderen Lernchancen werden einerseits durch eine ganzheitliche Interpretation der zentralen mathematischen Inhalte („Parallelisierung") unterstützt. Andererseits eignen sich für den jahrgangsgemischten Mathematikunterricht offene Aufgaben, die im Sinne der natürlichen Differenzierung jedes Kind unabhängig vom Einschulungsjahrgang ansprechen und herausfordern, so dass der Zwang zu einem gleichschrittigen Lernen entfällt. Darüber hinaus ergibt sich aus der Verknüpfung der besonderen Situation einer jahrgangsgemischten Klasse (ältere und jüngere Kinder) mit den Besonderheiten des Faches Mathematik die Möglichkeit für die Kinder, neue Ansichten auf mathematische Strukturen und Beziehungen zu gewinnen und auf aktive Weise Verbindungen zwischen verschiedenen mathematischen Ideen, Repräsentationen und Strukturen herzustellen. Insofern unterliegt der gemeinsame jahrgangsübergreifende Mathematikunterricht der Orientierung am Fach und der Auffassung von Mathematik als „Wissenschaft von (interaktiv erschließbaren, fortsetzbaren und selbst erzeugbaren) Mustern" (Wittmann 2003, S. 29).

Das gemeinsame Lernen stellt besondere Anforderungen an die Lehrkraft, da sie nicht nur Ideen zur Aufbereitung geeigneter Aufgaben entwickeln muss, sondern vor allem auch die Kinder zu verdichteten Interaktionen führen muss und es schwierig ist, die Effektivität von Interaktionen zu beeinflussen und zu sichern, ohne direkt zu steuern (s. hierzu auch Kap. 3). Um verdichtete Interaktionen zwischen den Kindern über mathematische Entdeckungen, Beziehungen und Strukturen erfolgreich zu initiieren, bedarf es eines flexiblen Repertoires an und eines sensiblen Gespürs für Interventionen. Ferner setzt es ein Bewusstsein voraus, dass sich das mathematische Wissen der Kinder im dialogischen Unterrichtsgeschehen entwickelt, und dass es nicht als fertiger Stoff vorgegeben ist. Dabei wird die Kooperation unter Kolleginnen und Kollegen zu einem bedeutsamen Tätigkeitsbereich einer Lehrkraft, die zum einen auf die Planung gemeinsamer Unterrichtstätigkeiten und zum anderen auf die kooperative Reflexion über erfolgreiche und lernhemmende Unterrichtsprozesse und somit über persönliche Haltungen zum jahrgangsgemischten Mathematikunterricht ausgerichtet ist (vgl. Steinbring 2003).

4.1 Berücksichtigung des Spiralprinzips durch Parallelisierung

Der jahrgangsgemischte Mathematikunterricht impliziert eine „Parallelisierung" (Nührenbörger & Pust 2005) der zeitgleichen Erarbeitung analoger Aufgaben in unterschiedlichen Zahlenräumen, so dass innerhalb eines strukturierten Rahmens alle Kinder herausgefordert und zum Austausch des eigenen Denkens mit den Zugangsweisen und Ideen anderer Kinder angeregt werden. Unter Beachtung der hierarchischen Struktur mathematischer Inhalte können Themen, die im Rahmen des Spiralprinzips bisher auf zwei Jahre verteilt wurden, zu Modulen verknüpft werden (wie z.B. die Einführung und Orientierung sowie das operative Rechnen im Zahlenraum bis 20 bzw. 100, der Umgang mit Formen, Figuren und Körpern sowie mit Zeitspannen, Geldwerten und Längen). Die Idee der Parallelisierung gleicher und strukturanaloger Inhalte für den Ausbau konzeptuellen Wissens gewährt somit die Balance zwischen Individualisierung und Interaktion.

Dabei setzen sich die Kinder mit Ganzheiten auseinander, die in sich strukturiert und überschaubar sind, so dass diese zerlegt werden können und somit jederzeit Detailbetrachtungen und Fokussierungen möglich sind. „Es klingt zunächst paradox, ist aber ein grundlegendes Gesetz des Lernens: Innerhalb gewisser Grenzen bedeutet eine höhere Komplexität der Lernsituation keine Erschwerung, sondern eine Erleichterung des Lernens“ (Wittmann 1991, S. 275). Dazu ist das Spektrum der Aufgaben ebenso wie Arbeits- und Veranschaulichungsmittel auf schuljahresübergreifende Einheiten auszudehnen. Zu letzterem werden als Beispiel Aktivitäten zum „Rechenstrich“ vorgestellt:

Anregung 6: Überlegen Sie sich, inwieweit die von Ihnen im 1. und 2. Schuljahr verwendeten Veranschaulichungsmittel jeweils so zu einem Material modifiziert werden können, dass sie von allen Kindern im jahrgangsgemischten Unterricht genutzt werden können. Im Anhang finden Sie als Beispiel eine mediale Parallelisierung des 20er- und 100er-Feldes.

Am „Rechenstrich“ (auch „leerer Zahlenstrahl“ oder „Denkstrich“ genannt) werden Zahlen mit ihren Beziehungen zueinander als Abstände entsprechend der eigenen geometrisch-räumlichen Zahlvorstellungen „ungefähr“ notiert. Als Rechenstrich wird ein horizontaler Strich bezeichnet, der ggf. nur am Anfang eine Skalierung aufweist. Weitere Zahlen werden von den Kindern individuell unter Beachtung der Reihenfolge markiert, während Rechenwege mit Bögen gekennzeichnet werden.

Der Rechenstrich ist auf Grund seiner Offenheit, seiner geringen Einzelinformationen und der individuellen Notation von Zahlen besonders geeignet, Zahlbeziehungen und Rechenwege in unterschiedlichen Zahlenräumen darzustellen und von einem Zahlenraum auf den anderen zu übertragen. Die strukturanaloge Arbeit auf gänzlich unterschiedlichem Niveau fordert zum Austausch unterschiedlicher Einsichten heraus. Der flexible Umgang gestattet den Schülerinnen und Schülern die Fortführung eigener Erkenntnisse und schließlich die Einsicht in strukturelle Zusammenhänge, indem sie sich mit den eigenen „alten Vorgehensweisen“ aus dem Jahr zuvor auseinander setzen und diese auf einen größeren Zahlenraum übertragen.

An den folgenden Dokumenten von Kindern einer jahrgangsgemischten Lerngruppe 1 und 2 (die älteren Kinder sind kursiv gekennzeichnet) wird deutlich, wie sie Zahlen unterschiedlicher Größe mit verschiedenen Lokalisationsstrategien positionieren

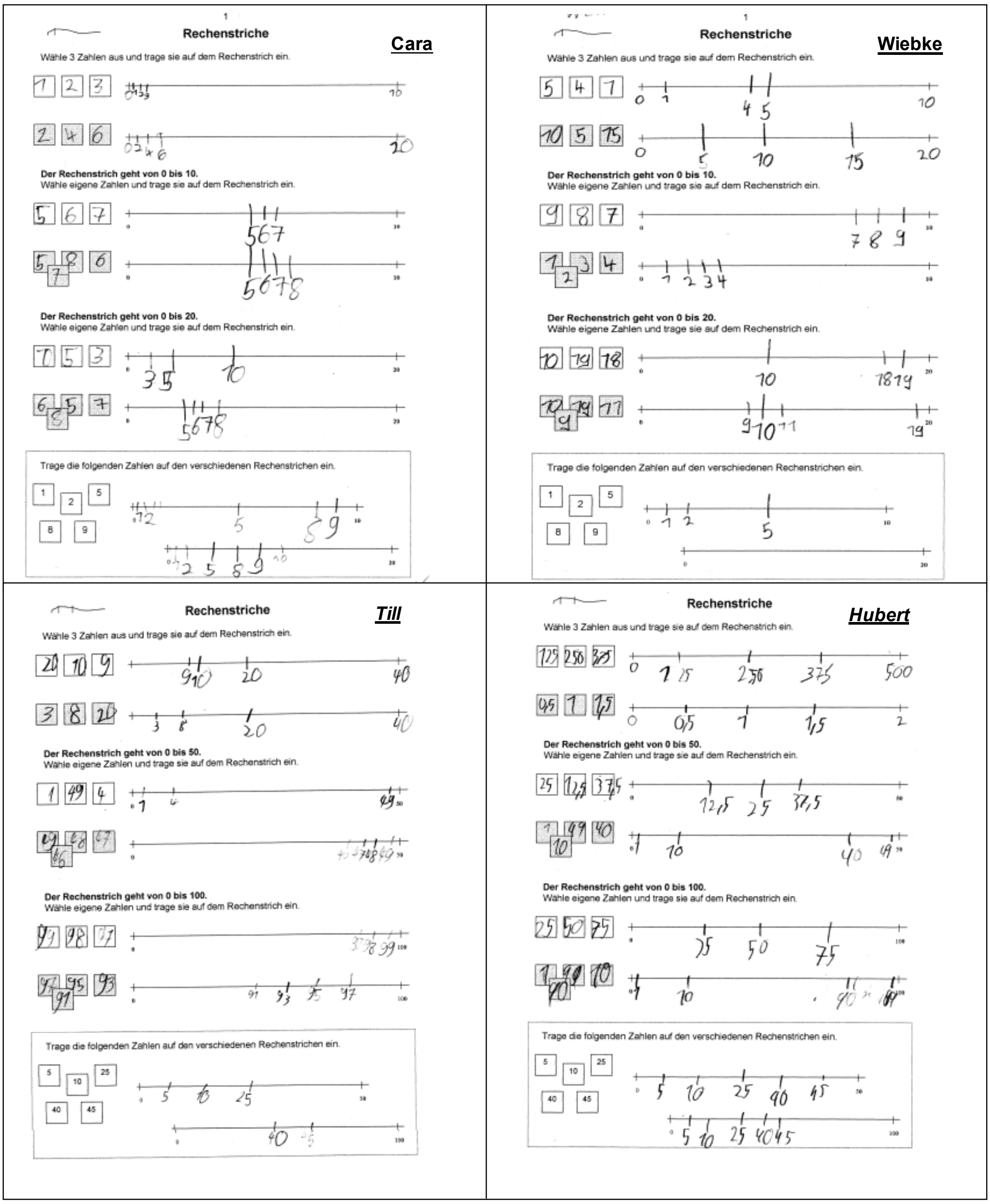


Abb. 7: Positionierung von Zahlen am Rechenstrich (aus: Nührenbörger & Pust 2006)

- Cara erprobt zunächst an kleineren Zahlen die Verteilung in Einer- und Zweiersprüngen. Über das Auffinden der Mitte gelingt es ihr, auch größere Zahlen als Nachbarn zu positionieren.

- Wiebke und *Till* nutzen ähnliche Ideen zur Auswahl der Zahlen: Abschnitte werden halbiert oder Nachbarzahlen von besonderen Zahlen werden notiert.
- *Hubert* fordert sich dadurch heraus, dass er sowohl große wie auch ganz kleine Zahlen wählt. Seine Rechenkompetenzen stellt er beim Umgang mit Zahlen weit über den 100er-Raum ebenso heraus, wie beim Umgang mit Dezimalbrüchen. Hierbei nutzt er sein Wissen um Analogien zwischen den verschiedenen Zahlen, indem er die verschiedenen Rechenstriche viertelt.

Anregung 7: Übertragen Sie die Aufgabenstellung auch auf die Anforderungen für Kinder in der 3. und 4. Klasse und führen Sie sie in den verschiedenen Jahrgängen durch. Welche Unterschiede zeigen sich bei der Notation von Zahlen an den Rechenstrichen zwischen den Kindern? Gelingt es den Kindern, strukturelle Analogien zwischen den Zahlenräumen zu erkennen und aufzugreifen? Lassen Sie die Kinder auch zusammenarbeiten und beobachten Sie, inwieweit sie in der Lage sind, sich gemeinsam über die Sache auszutauschen?

In der im 2-Jahres-Rhythmus wiederkehrenden Auseinandersetzung mit dem Unterrichtsstoff erleben alle Kinder diesen von verschiedenen Seiten. Sie durchlaufen zu unterschiedlichen Zeiten die Phasen des Orientierens und Einführens sowie des Übens, Vertiefens und Erweiterns. Somit kann jedes Kind sein Wissen nach und nach erweitern und festigen. „ (...) Bereits Erkanntes wird gefestigt und um neue Erkenntnisse erweitert, bis man vom Beherrschen des Stoffes ausgehen kann. Dabei können die Kinder der gleichen Generation (...) zusammenarbeiten oder auch Kinder verschiedener Generationen“ (vgl. Franke 1997, S. 18). Da zudem zur gleichen Zeit innerhalb der Lerngruppe verschiedene Kinder unterschiedliche Phasen des Mathematiklernens durchlaufen, wird für alle Kinder das Spiralprinzip lebendig und in der Vor- und Rückschau transparent.

Jüngere Schülerinnen und Schüler erhalten durch das strukturierte, komplexe Angebot vielfältige Anregungen und können bereits frühzeitig weit reichende Beziehungen aufbauen und die Beiträge der älteren Schülerinnen und Schüler im Hinblick auf ihre „Zone der nächsten Entwicklung“ verarbeiten. „Das „Miteinanderdenken“ mit einem etwas kompetenteren Partner ermöglicht Lernfortschritte und macht kooperatives Lernen effektiv“ (vgl. Konrad & Traub 2001, S. 10).

Die Interaktion zwischen Kindern unterschiedlichen Alters über strukturell analoge Inhalte fordert aber insbesondere die Älteren heraus, eigene Gedanken und Erkenntnisse zu verbalisieren und somit das eigene Wissen bewusst zu betrachten, umzustrukturieren und schließlich zu vertiefen. Denn ihnen eröffnet der Rückblick auf den bereits durchlaufenen Lernprozess und auf die Handlungen und das Material jüngerer Kinder nicht nur eine persönlichkeitsförderliche Bestätigung der eigenen Lernentwicklung, sondern auch Reflexionsmöglichkeiten auf der Meta-Ebene.

Zudem fördert die Sichtweise auf ihre „Zone der früheren Entwicklung“ in der Auseinandersetzung mit jüngeren Schülerinnen und Schülern oder mit eigenen früheren Arbeitsprodukten ein bewusstes Verstehen des eigenen Lernprozesses. Freudenthal (1978, S. 64) weist auf diesen Aspekt des „Lernens beim Lehren“ hin: „Wenn man das Lernen eines Gegenstandes bei anderen beobachtet, während man ihn schon beherrscht (...), versteht [man], wie ein anderer lernt, ahnt, wie man selber gelernt hat, objektiviert die Tätigkeit auf niederer Stufe, um sie bewusster wiederholen zu können, auch wenn man sie inzwischen mechanisiert und algorithmisiert hat.“ Mit der Konstruktion einer Verbindung zwischen dem aktuellen und dem früheren mathematischen Wissen kann das alte Wissen tiefer durchdrungen und beziehungsreicher werden sowie als Basis zur Entwicklung neuen Wissens dienen.

Anregung 8: Analysieren Sie die einzelnen Schuljahresbände Ihres Unterrichtswerkes daraufhin, welche Inhalte und Aufgabenformate gleich oder ähnlich sind. Legen Sie die Seiten nebeneinander und überlegen Sie sich, inwieweit die Themen parallelisiert werden können.

4.2 Gemeinsames Mathematiklernen an offenen Aufgabenstellungen

Die besonderen Chancen, die im fachbezogenen Austausch über Entdeckungen und Vorgehensweisen von unterschiedlichen Standpunkten und strukturell verschiedenen Niveaustufen liegen, bieten Anregungen für die Vertiefung und Weiterentwicklung des individuellen Denkens aller Kinder im Hinblick auf eine Verknüpfung von Individualisierung und Interaktion sowie von Aktion und Reflexion. Diesbezüglich sind gerade offene Aufgabenstellungen geeignet, wie sie im Abschnitt 1 erörtert worden sind, da sie so flexibel sind, dass an ihnen Anforderungen (Variation der Zahlenwerte und der

Komplexität) und Entdeckungen unterschiedlichster Qualität möglich sind. Sie sind allerdings an die besonderen Bedingungen des jahrgangsgemischten Unterrichts anzupassen, damit der Austausch über Lernprozesse und -produkte ebenso gelingt wie die individuelle Förderung (s. hierzu auch Abschnitt 4.4).

Beispielsweise wäre es beim „Zahl- und Sachforscherbuch" (s. Abschnitt 1) sinnvoll, wenn die Kinder ihre Entdeckungen in einem Heft für jeden Jahrgang auf einer Seite festhalten würden (z.B. im 1. Jahr auf der linken und im 2. Jahr auf der rechten Seite). Dann könnte die Sammlung im 2. Jahr wiederholt und fortgeführt sowie mit der alten Sammlung verglichen werden: Was hat und warum haben sich Zahlen in dem Jahr verändert? Warum gibt es mehr oder weniger von einer Sorte? Welche Rechengeschichten fallen dir zu den Zahlen auf den zwei Seiten ein?

Während bei dieser Arbeit vor allem der autonome Dialog mit eigenen Produkten aus verschiedenen Zeiten im Vordergrund steht, soll das folgende Beispiel aus dem Anfangsunterricht den Dialog zwischen Kindern zu verschiedenen Zeitpunkten der Auseinandersetzung mit Mathematik aufzeigen. Im Themenfeld „Begegnung mit Zahlen" setzen sich Kinder auf unterschiedliche Weise mit einer ihnen bedeutungsvollen Sachsituation auf mathematischer und zugleich auch auf sachlicher und sprachlicher Ebene auseinander. Dazu werden die Kinder aufgefordert, Zahlen zu unterschiedlichen Aspekten der Klasse (Anzahl der Geschwister, Hobbys, Haustiere, Lieblingsfarben, Augenfarben, Schuhgrößen, des Alters usf.) zusammenzutragen und in Form eines Diagramms festzuhalten (vgl. Radatz u.a. 1998).

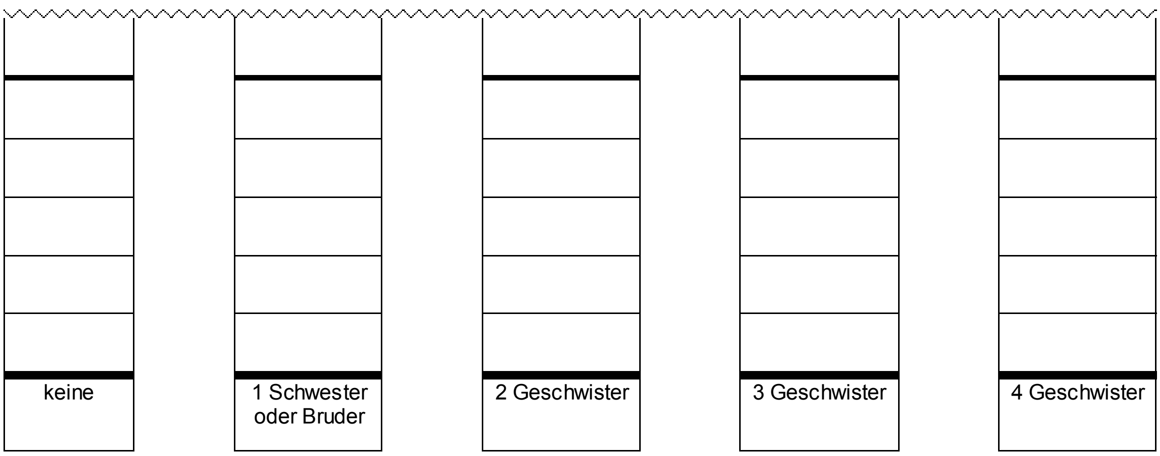


Abb. 8: Klassendiagramm zum Thema „Anzahl der Geschwister" (aus: Nührenbörger & Pust 2006)

Während manche Kinder die Anzahlen notieren, zählen, weiterzählen und arithmetische Beziehungen nutzen, sind andere aufgefordert, eigene Erkenntnisse festzuhalten und als Rechengeschichte zu formulieren oder weitere Fragestellungen auf unterschiedlichen Niveaus, die von Kindern mit Lesekompetenz vorgelesen werden, zu beantworten und somit die Aussagekraft der Diagramme zu erörtern und Interpretationen aufzustellen. Zum Abschluss stellen sich die Kinder gegenseitig ihre Erkenntnisse und ihre schriftlichen oder grafischen Darstellungsformen vor.

Ebenso ist das Spektrum an inhaltlicher Variation bei anderen offenen Aufgabenstellungen so zu erweitern, dass sich alle Kinder auf unterschiedlichen Anforderungsebenen mit Mustern und Strukturen auseinandersetzen und zugleich eine gemeinsame Gesprächsbasis für die kooperative Interaktion im Lösungsprozess und während der Reflexionsphase gewährleistet ist.

Anregung 9: Planen Sie auf der Grundlage der Anregungen aus der Literatur (z.B. Hengartner u.a. (unter www.mathe-projekt.ch)**, Krauthausen 1998 oder Schwätzer 2005) eine Unterrichtseinheit zu Zahlenmauern oder Reihenfolgezahlen für jahrgangsgemischte Klassen und führen sie diese ggf. durch.**

In diesem Zusammenhang bietet sich insbesondere die Darstellung von substantiellen Aufgabenformaten in Form von doppelseitig bedruckten Lernheften an (z.B. zu Zahlenmauern, -häusern, -folgen, -ketten oder Rechendreiecken; s. das Beispiel im Anhang). Auf beiden Seiten finden sich stets strukturgleiche Aufgaben mit „Haltepunkten“ zum gemeinsamen voraus- und zurückschauenden Lernen; sie unterscheiden sich lediglich im Hinblick auf den Zahlenraum oder Abstraktionsgrad. Während jüngeren Kindern beide Seiten zur Verfügung stehen, erhalten ältere ihr Lernheft aus dem Vorjahr zurück und bearbeiten die noch fehlenden Aufgaben. Dies erlaubt gerade den älteren die Reflexion der eigenen Produkte und Vorgehensweisen aus dem Jahr zuvor, die auf den neuen Zahlenraum übertragen werden. Ältere Kinder, die eine Doppelseite vollständig bearbeitet haben, erhalten weitere Blätter für Eigenproduktionen oder zusätzliche Aufgaben. Hingegen können gerade die jüngeren Kinder auf jeder Doppelseite den Abstraktionsgrad neu wählen.

4.3 Gemeinsames Mathematiklernen an strukturanalogen Aufgabenstellungen

Die im vorherigen Abschnitt vorgestellten strukturanalogen Lernhefte deuten bereits die besondere Chance an, die sich für das jahrgangsgemischte Mathematiklernen aus dem Spiralprinzip ergibt: Von verschiedenen, aber miteinander in Beziehung stehenden Standpunkten aus konstruieren und reflektieren Kinder unterschiedlicher Jahrgänge im dialektischen Spannungsfeld zwischen vorausschauendem und vertieftem Nachdenken über mathematische Strukturen, Muster und Beziehungen.

In diesem Zusammenhang bieten sich Aufgaben an, in denen die unterschiedlichen Rollen der Kinder aufgegriffen werden, die sich aus den verschiedenen Einschulungsjahrgängen ergeben und die von den Kindern „natürlich“ wahrgenommen, gesucht und akzeptiert werden (vgl. Laging 1999). Beim „Rechenduett“ (Nührenbörger & Pust 2005) arbeiten zwei Kinder an einem Aufgabenblatt, wobei die „Rollenverteilung“ je nach Klassensituation offen bleiben kann. Jeweils zwei analoge Aufgaben auf unterschiedlichem Schwierigkeitsniveau sind nebeneinander angeordnet (s. hierzu die Schülerdokumente zu verschiedenen Aufgabenstellungen im Anhang). Beide Kinder schreiten stets gemeinsam von Aufgabenpaar zu Aufgabenpaar fort, so dass sie jeweils an der Interpretation des anderen teilhaben können.

Das gemeinsame parallele Arbeiten soll die Interaktionen zwischen den Kindern strukturieren und damit verdichteter machen. Zudem bedingt es metakognitive und sozialinteraktive Kompetenzen, die durch das gemeinsame Entwerfen von analogen Eigenproduktionen weiter gefördert werden. Die wiederkehrende Konfrontation mit einem Aufgabenformat bietet gerade älteren Kindern die Möglichkeit, länger bei einem Thema zu verweilen und einen neue Einsichten eröffnenden Blick auf mathematische Muster zu werfen. Die Arbeit an einem bekannten Aufgabenarrangement eröffnet ihnen die Chance, im Vorjahr gemachte Einsichten bewusst vor dem Hintergrund eigener Aktivitäten und der von den jüngeren Kindern zu reflektieren, um somit neue Erkenntnisse auf einer höheren Abstraktionsebene zu gewinnen.

Welche Chancen und auch Schwierigkeiten sich bei der Auseinandersetzung mit Rechenduetten und Koproduktionen im jahrgangsgemischten Mathematikunterricht ergeben, kann am Rechenduett zu „Mustern am 20er- und 100er-Feld“ deutlich werden.

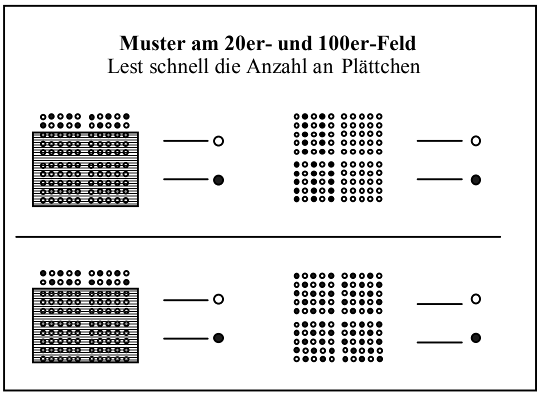


Abb. 9a: Rechenduett zu analogen Mustern

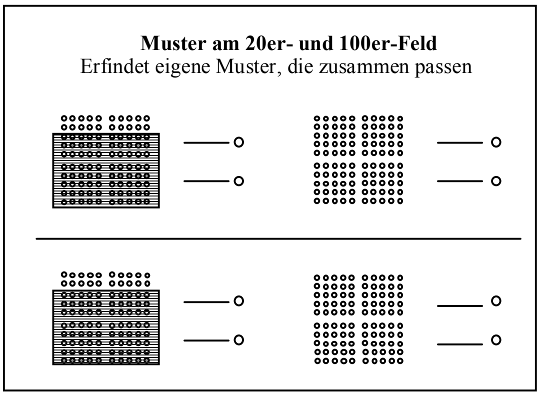


Abb. 9b: Koproduktion zu analogen Mustern

Anregung 10: Bearbeiten Sie zu zweit die Aufgaben und halten Sie fest, welche Absprachen Sie treffen und wie Sie sich fachbezogen austauschen. Was können die Kinder bei der Arbeit an diesem Aufgabenformat lernen?

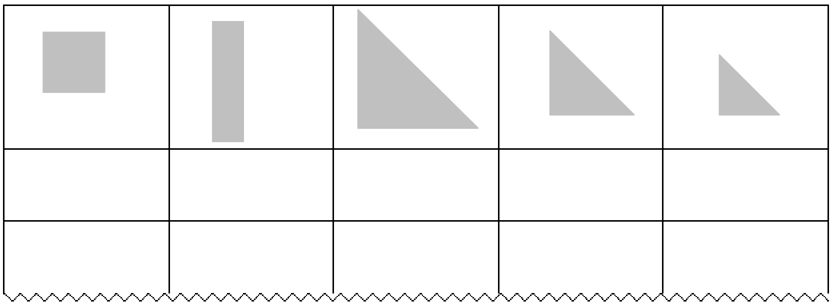
Anregung 11: Betrachten sie die strukturanalogen Aufträge in Form von Rechenduetten im Anhang. Welche fachbezogenen Chancen, welche Schwierigkeiten werden an den Schülerdokumenten deutlich?

4.4 Gemeinsamer jahrgangsgemischter Unterricht, nicht nur in Klassen 1 und 2

An einigen Schulen werden auch andere Modelle jahrgangsgemischten Unterrichts umgesetzt; z.B. werden die die Klassen 3 und 4 miteinander gemischt oder es werden alle vier Jahrgänge übergreifend unterrichtet. Zur Illustration soll hier kurz ein integrativer Unterrichtsinhalt aus dem Bereich Geometrie für die Klassen 1 bis 4 – ebene Figuren aus Dreiecken – vorgestellt werden. Ebene Figuren spielen im Geometrieunterricht der Grundschule eine bedeutsame Rolle, da grundlegende geometrische Begriffe, Eigenschaften und Beziehungen in der Handlung anschaulich entwickelt und ausgebaut werden. Zudem eröffnen sie ein weites Feld für kreative Aktivitäten, die bis zur Konstruktion von Bandornamenten führen.

Eine mögliche Aufgabe für eine gemischte Lerngruppe aus den Klassen 1 bis 4 besteht zunächst darin, aus einem Quadrat verschiedene Dreiecke (2 große oder 4 mittlere oder 8 kleine), vier Quadrate und vier Rechtecke über das Falten oder mit Hilfe der Schere herzustellen. Diese Formen dienen – nachdem sie benannt worden sind – als Material für die Konstruktion von Figuren. Dabei können Figuren aus einem Set an Formen, das sich bei einer Zerlegung eines Quadrats ergibt, hergestellt werden oder aus der Kombination von Sets, wenn beispielsweise mehrere Kinder zusammenarbeiten. Diese Aufgabenstellung führt dazu, dass einige Kinder mit den Formen zunächst ausschließlich experimentieren, während andere bereits elementare Entdeckungen machen, Beziehungen herstellen und diese als Umrissfiguren festhalten und nachlegen:

Sie erkennen einzelne Formen in den Figuren wieder, legen aus den Formen eine neue Form oder bilden in sich oder zueinander symmetrische Figuren. Zur Differenzierung kann man Figuren vorgeben, die ausgelegt oder symmetrisch ergänzt werden sollen. Die jeweiligen Möglichkeiten lassen sich in Form einer Tabelle festhalten (vgl. Radatz & Rickmeyer 1991).



Der freie Umgang mit den ebenen Formen wird einige Kinder dazu animieren, parkettartige Gebilde – d.h. lückenlose und überlappungsfreie Muster – hervorzubringen. Diese Ideen können aufgegriffen werden, um Gesetzmäßigkeiten in den Mustern zu verdeutlichen und Parkettmuster zu erzeugen, die durch wiederholtes Verschieben, Drehen oder Spiegeln eine vorgegebene Fläche ausfüllen. Weitere Aktivitäten wie das Parkettieren mit unregelmäßigen Vierecken (vgl. Carniel & Knapstein 2004) oder die Konstruktion von Parketten mit Hilfe der Knabbertechnik dienen zur Differenzierung.

> **Anregung 12: Sammeln Sie auf der Grundlage Ihrer Schulbücher und geometrischer Handbücher (z.B. Franke 2000, Radatz & Rickmeyer 1991) geometrische Unterrichtsideen für die Jahrgänge 1 bis 4 oder für 3 bis 4.**

4.5 Helfen im jahrgangsgemischten Unterricht

Gemeinsames Lernen umfasst neben dem sozial-interaktiven Lernen auch kooperative Formen des Helfens. Dies kann darin zum Ausdruck kommen, dass in einer jahrgangsgemischten Lerngruppe ältere Kinder „Lehraufgaben" für jüngere übernehmen; z.B. als „Ziffernchefs" die Schreibversuche jüngerer Kinder zu einer Ziffer kontrollieren und korrigieren. Zugleich können aber auch jüngere Kinder im Rahmen des Ziffernschreibkurses Aufgabentafeln für ältere Kinder entwerfen. Kooperatives Arbeiten entwickelt sich allerdings nicht automatisch, auch wenn gerade in einer jahrgangsgemischten Klasse die älteren Kinder von sich aus aktiv Verantwortung für die jüngeren übernehmen und die unterschiedlichen Rollen von den Kindern bewusst akzeptiert werden (vgl. Laging 1999). „Vermutlich ist soziales Lernen, Lernen in sozialen Auseinandersetzungen mehr auf unverzerrte, unbelastete Kommunikation angewiesen, in der Missverständnisse und Fehler ohne Herabsetzung und Schaden aufgeklärt werden können, als auf eine, meist noch dazu fiktive Egalität, die produktive Spannung im Miteinander von Verschiedenheiten verhindern kann“ (Krappmann 2002, S. 100).

Das im Anhang abgebildete Transkript (aus Nührenbörger & Pust 2006) zeigt auf, wie sich Kinder in einer jahrgangsgemischten Lerngruppe 1 und 2 gemeinsam unterstützen. Dabei werden auf der einen Seite die Chancen des Mit- und Voneinanderlernens deutlich, die sich aus der Vielfalt der unterschiedlichen Erfahrungswelten ergeben. Auf der anderen Seite zeigen sich aber auch unterschiedliche Vorstellungen der Kinder zum Helfen auf, die zum Teil (vor)schnell Äußerungen und Handlungen produkt- und weniger prozessorientiert bewerten. Daher sind Prozesse kooperativen Arbeitens stets im Unterricht situationsspezifisch zu thematisieren, so dass die Kinder lernen, Sichtweisen von anderen als mögliche Alternativen zuzulassen und nachzuvollziehen, anstatt diese sofort vor dem Hintergrund der eigenen Idee negativ zu bewerten. Dies kann nur dann gelingen, wenn eine entsprechende Unterrichtskultur von der Lehrperson vorgelebt wird und richtiges „Helfen“ zum Thema gemacht wird. Nach Cohen (1993, S. 46) ist es für die Etablierung erfolgreicher Kooperationsprozesse wesentlich, dass die Art der erwünschten Interaktion mit Berücksichtigung findet: „Bei Routineaufgaben sollten die Schüler einander so helfen, dass sie verstehen, was Lehrer oder Schulbuch sagen, und sie sollten einander über Inhalte und Vorgehensweisen informieren. Beim Begriffslernen besteht die erwünschte Interaktion eher in einem Prozess, in dem Ideen, Hypothesen, Strategien und Spekulationen untereinander ausgetauscht werden. Für Lehrer kommt es darauf an, jene Art von Interaktion anzuregen, die ihrem Unterrichtsziel entspricht.“ Gerade letzteres ist für die Entwicklung struktureller Einsichten entscheidend.

Anregung 13: Lesen Sie das im Anhang abgebildete Transkript. Bilden Sie kleine Gruppen und analysieren Sie innerhalb der Gruppe die besonderen Chancen, die sich im Austausch und in dem Versprachlichen eigenen Wissens

für die älteren Kinder ergeben. Zeigen Sie zudem auf, an welchen Stellen die Kinder unterschiedliche Vorstellungen über das Helfen offenbaren.

5 Schlussbemerkungen

Gerade in der Grundschule stellt die Heterogenität der Lernenden – insbesondere auch in jahrgangsgemischten Lerngruppen – eine besondere Herausforderung für die Gestaltung des Mathematikunterrichts dar, allerdings auch eine besondere Chance.

Um den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen und -möglichkeiten der Schülerinnen und Schüler gerecht werden zu können, darf der Mathematikunterricht nicht nur auf die Entwicklung inhaltlicher Fähigkeiten und Fertigkeiten abzielen, sondern muss ebenso die Vermittlung von Lernstrategien und Arbeitstechniken betonen. Diese Kompetenzen gilt es kontinuierlich und von Anfang an aufzubauen. Dazu bedarf es geeigneter Inhalte, Materialien und Aufgabenstellungen, so dass die Kinder ihre mathematischen Aktivitäten eigenständig, gezielt und selbstverantwortlich zu organisieren und zu strukturieren lernen. Nur so kann zum einen lebenslanges Lernen grundgelegt, zum anderen der Herausforderung durch die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler wirkungsvoll begegnet werden.

Darüber hinaus ist aber gerade der Erwerb mathematischen Wissens auf das gemeinsame Lernen und somit den Austausch der Kinder untereinander und mit den Lehrkräften angewiesen. In diesem Zusammenhang stellt die Vielfalt des Vorwissens und der Lernweisen der einzelnen Schülerinnen und Schüler eine besondere Chance dar, da gerade diese unterschiedlichen Lernvoraussetzungen im Rahmen interaktiver Unterrichtsformen für ein wechselseitiges Erklären und vertiefendes Weiterlernen genutzt werden können. Um eigenständiges und gemeinsames Lernen gleichermaßen im Mathematikunterricht zu realisieren, gilt es, geeignete Fachstrukturen zu erkennen und zu nutzen, die ein konstruktives, kooperatives, selbstregulierendes, zielorientiertes und kumulatives Lernen ermöglichen.

Literatur

Beck, A. (2002). Das Sammelbuch als Anlass und Mittel zur Kommunikation. In: Grundschule, H. 3, S. 21-24.

Boaler, J. (erscheint 2005). Promoting Equity in Mathematics Classrooms – Important Teaching Practices and their impact on Student Learning – full version. Text of a 'regular lecture' given at ICME, 2004, Copenhagen.

Carniel, D. & Knapstein, K. (2004). Parkettieren mit unregelmäßigen Vierecken. In P. Scherer & D. Bönig (Hrsg.). Mathematik für Kinder – Mathematik von Kindern (S. 116-127). Frankfurt: Arbeitskreis Grundschule.

Cohen, E. G. (1993). Bedingungen für kooperative Kleingruppen. In G. L. Huber (Hrsg.). Neue Perspektiven der Kooperation. Ausgewählte Beiträge der Internationalen Konferenz 1992 über Kooperatives Lernen (S. 45-53). Baltmannsweiler: Schneider.

Franke, M. (1997). Offener Mathematikunterricht in einer altersgemischten Gruppe. In Die Grundschulzeitschrift, H. 104, S. 15-18.

Franke, M. (2000). Didaktik der Geometrie. Heidelberg u.a.: Spektrum.

Franke, M. (2002). Strategiekonferenzen. In: Grundschule, H. 3, S. 19-20.

Freudenthal, H. (1978). Vorrede zu einer Wissenschaft vom Mathematikunterricht. München: Oldenbourg.

Gräber, W. & Kleuker, U. (1998). "Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts". Modul 8 des BLK-Programms Sinus: Entwicklung von Aufgaben für die Kooperation von Schülern (www.sinus-transfer.de).

Hengartner, E. u.a. (o.J.). Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte: Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht (www.mathe-projekt.ch).

Johnson, D.W. & Johnson, R.T. (1994). The new Circles of Learning. Cooperation in the Classroom and School. Alexandria/VA.

Konrad, K. & Traub, S. (2001). Kooperatives Lernen. Hohengehren: Schneider.

Krappmann, L. (2002). Untersuchungen zum sozialen Lernen. In H. Petillon (Hrsg.). Individuelles und soziales Lernen in der Grundschule – Kind, Perspektive und pädagogische Konzepte (S. 89-102). Leverkusen: Leske + Budrich.

Krauthausen, G. (1998). Lernen – lehren – Lehren lernen: Zur mathematisch-didaktischen Lehrerbildung am Beispiel der Primarstufe. Leipzig: Klett.

Laging, R. (1999). Altersheterogenität und Helfen – eine Untersuchung in der Schuleingangsstufe der Reformschule Kassel. In R. Laging (Hrsg.). Altersgemischtes Lernen in der Grundschule (S. 54-71). Baltmannsweiler: Schneider.

Nührenbörger, M. (2004). Millionenträume und -gedanken. Aufgabenformate zur Erkundung des Zahlenraums bis eine Million. In P. Scherer & D. Bönig (Hrsg.). Mathematik für Kinder – Mathematik von Kindern (S. 97-106). Frankfurt: Arbeitskreis Grundschule.

Nührenbörger, M. & Pust, S. (2005). Integrierende Lernumgebungen. In R. Christiani (Hrsg.). Jahrgangsübergreifend unterrichten (S. 137-142). Frankfurt am Main: Cornelsen Scriptor.

Nührenbörger, M. & Pust, S. (erscheint 2006). Gemeinsamer Mathematikunterricht in jahrgangsgemischten Lerngruppen der Klassen 1 und 2 - „Aufgaben für Große und Kleine“. Seelze: Kallmeyer.

Peter-Koop, A. (2000). Sachaufgaben ohne Zahlen – ein alternativer Zugang zum Sachrechnen. In: Grundschulunterricht, H. 3, S. 32-36.

Prengel, A. (1995). Pädagogik der Vielfalt. Opladen: Leske+Budrich.

Radatz, H. & Rickmeyer K. (1991). Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen. Hannover: Schroedel.

Radatz, H., Schipper, W., Dröge, R. & Ebeling, A. (1998). Handbuch für den Mathematikunterricht. 1. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

Rasch, R. (2004). Offene Aufgaben für unterschiedlich leistungsfähige Kinder. In: Grundschulunterricht, H. 2, S. 5-10.

Röhr, M. (1997). Kooperatives Lernen im mathematischen Anfangsunterricht. In: Grundschule, H. 3, S. 32-34.

Ruf & Gallin (1999). Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Seelze-Verlber: Kallmeyer.

Schipper, W. (2005). Mathematik zwischen Offenheit und Zielorientierung. Schülervorstellungen aufgreifen – grundlegende Ideen entwickeln. Basismodul G 3 zum BLK-Programm „Sinus-Grundschule Mathematik“ (www.sinus-grundschule.de).

Schmidt, S. (2004). Was können Kinder am Schulanfang mathematisch wissen? Mathematik als Prozess – eine fortwährende Herausforderung für schulische Lehr-Lern-Prozesse. In P. Scherer & D. Bönig (Hrsg.). Mathematik für Kinder – Mathematik von Kindern (S. 14-25). Frankfurt: Arbeitskreis Grundschule.

Schütte, S. (2002). Das Lernpotenzial mathematischer Gespräche nutzen. In: Grundschule, H. 3, S. 16-18.

Schwätzer, U. (2005). Substanzielles Aufgabenformat. In R. Christiani (Hrsg.). Jahrgangsübergreifend unterrichten (S. 152-156). Frankfurt am Main: Cornelsen Scriptor.

Selter, Ch. (1995). Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht. In G.N. Müller & E. Ch. Wittmann (Hrsg.). Mit Kindern rechnen (S. 138-150). Frankfurt: Arbeitskreis Grundschule.

Selter, Ch. (2005). Mehr als Kenntnisse und Fertigkeiten: Erforschen, entdecken und erklären im Mathematikunterricht der Grundschule. Basismodul G 2 zum BLK-Programm „Sinus-Grundschule Mathematik“ (www.sinus-grundschule.de).

Speck-Hamdan, A. (2000). Heterogenität als Lernchancen. Soziales Lernen in gemischten Gruppen. In A. Leonhardt (Hrsg.). Gemeinsames Lernen von hörenden und hörgeschädigten Schülern. Ziele – Wege – Möglichkeiten (S. 48-54). Hamburg: Verlag hörgeschädigter Kinder.

Steinbring, H. (1999). Offene Kommunikation mit geschlossener Mathematik? In Grundschule, H. 3, S. 8-13.

Steinbring, H. (2000). Mathematische Bedeutung als seine soziale Konstruktion – Grundzüge der epistemologisch orientierten mathematischen Interaktionsforschung. In Journal für Mathematik-Didaktik, H. 1, S. 28-49.

Steinbring, H. (2003). Zur Professionalisierung des Mathematiklehrerwissens. In M. Baum & H. Wielpütz (Hrsg.). Mathematik in der Grundschule (S. 195-219). Hannover: Kallmeyer.

Sundermann, B. & Selter, Ch. (1995). Halbschriftliche Addition im Tausenderraum (II). In: Grundschulunterricht, H. 42, S. 30-32.

Sundermann, B. & Selter, Ch. (2005). Mit Eigenproduktionen individualisieren. In R. Christiani (Hrsg.). Jahrgangsübergreifend unterrichten (S. 125-136). Frankfurt am Main: Cornelsen Scriptor.

Verboom, L. (2004). Entdeckend üben will gelernt sein! In: Die Grundschulzeitschrift, H. 177, S. 6-11.

Verboom, L. (2005). Gemeinsame Lernsituationen. In R. Christiani (Hrsg.). Jahrgangsübergreifend unterrichten (S. 143-151). Frankfurt am Main: Cornelsen Scriptor.

Weidner, M. (2003). Kooperatives Lernen im Unterricht. Seelze: Kallmeyer.

Wittmann, E. Ch. (1991). „Was ist in der Tüte?“ Ein Beispiel für aktiv-entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. In: Unterstufe (10), S. 273-275.

Wittmann, E. Ch. (2003). Was ist Mathematik und welche pädagogische Bedeutung hat das wohlverstandene Fach für den Mathematikunterricht der Grundschule? In M. Baum & H. Wielpütz (Hrsg.). Mathematik in der Grundschule (S. 18-46). Hannover: Kallmeyer.

Glossar

- **Aufgabengeneratoren**: Aufgabengeneratoren bestehen zumeist aus einer Zusammenstellung eines ausgewählten Zahlenmaterials und der Vorgabe von durchzuführenden Operationen. Die Kinder können mit diesem Grundmaterial eigenständig Aufgaben bilden und dabei Umfang und Schwierigkeitsgrad selbst bestimmen.
- **Differenzierung**
    - **natürlich**: Natürliche Differenzierung ist eine Differenzierung vom Kinde aus. Dazu bedarf es ganzheitlicher Themenangebote mit Fragestellungen auf unterschiedlichem Niveau, die allen Kindern die Möglichkeit eröffnen, ihren Voraussetzungen und Möglichkeiten entsprechend neue Lernerfahrungen zu machen. Die Kinder entscheiden weitgehend selbst über die Auswahl des Schwierigkeitsgrades der Aufgaben, über die Rechenwege, die Form und Notation der Lösung, die Verwendung von Arbeitsmitteln und Tipps, die Sozialform usw.
    - **qualitativ**: Qualitative Differenzierung berücksichtig die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen und Lernmöglichkeiten der Kinder durch verschiedenste, durch die Lehrkraft gesteuerte differenzierende Maßnahmen. Zu einem Unterrichtsinhalt werden den Kindern von der Lehrperson unterschiedlich schwierige Aufgabenstellungen zugeteilt.
    - **quantitativ**: Quantitative Differenzierung berücksichtigt die Tatsache, dass Kinder unterschiedlich schnell arbeiten. Den Kindern werden für die Bearbeitung einer Aufgabe unterschiedliche Lernzeiten zur Verfügung gestellt. Für die langsameren Kinder wird von daher zumeist der Umfang an Aufgaben reduziert; besonders schnell lernende Schülerinnen und Schüler erhalten in der Regel Arbeitsblätter mit zusätzlichen Aufgaben.
- **Eigenproduktion**: Unter Eigenproduktionen versteht man mündliche oder schriftliche Äußerungen, bei denen Kinder eigene Überlegungen, Erfindungen, Entdeckungen, Erkenntnisse, Vorgehensweisen etc. einbringen und nach eigenen Vorlieben darstellen können.

- **Forscheraufgaben**: Aufgabenstellungen, die zum Untersuchen von mathematischen Zusammenhängen und Gesetzmäßigkeiten auffordern. In der Auseinandersetzung mit derartigen Aufträgen sollen die Kinder Muster und Gesetzmäßigkeiten finden, beschreiben und begründen. Forscheraufträge unterstreichen die aktive Rolle der Lernenden.

- **Individualisierung**: Unterricht soll so gestaltet werden, dass er den individuellen Lernmöglichkeiten, Interessen und Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler angepasst ist und eigene Lernwege und Vorgehensweisen ermöglicht. Nur wenn die persönlichen Lernwege wahrgenommen und gezielt unterstützt werden, kann jedes einzelne Kind nachhaltig gefördert werden.

- **Jahrgangsgemischter Unterricht**: In jahrgangsgemischten (oder auch -übergreifenden bzw. -heterogenen) Klassen bilden Kinder unterschiedlicher Einschulungsjahrgänge eine Lerngruppe und werden gemeinsam, individualisiert oder auch in Leistungsgruppen unterrichtet. Hierbei sind verschiedene Modelle denkbar: Klasse 1 + 2 (ggf. und 3 + 4), Klasse 1 + 3 und 2 + 4, Klasse 1 - 3, Klasse 1 - 4. Vom jahrgangsgemischten Unterricht ist der jahrgangskombinierte zu unterscheiden. Letzterer entspricht in erster Linie dem traditionellen Unterricht in kleinen Schulen, in denen Kinder unterschiedlichen Altes gemeinsam eine Klasse besuchten, aber innerhalb der Klasse in Jahrgangsabteilungen aufgeteilt wurden.

- **Jahrgangshomogener Unterricht**: Im jahrgangshomogenen Unterricht bilden Kinder eines Einschulungsjahrgangs eine Klasse. Teilweise werden an Projekttagen oder in „Lernhäusern“ zu bestimmten Inhalten flexible jahrgangsübergreifende Gruppen gebildet.

- **Koproduktion**: Wenn zwei Kinder gemeinsam zwei strukturanaloge Aufgaben mündlich oder schriftlich entwerfen, entwickeln sie eine Koproduktion („strukturanaloge Eigenproduktion“). Hierbei entscheiden sie in Paar-Verantwortung über ihr Vorgehen und die Darstellung ihrer Ergebnisse sowie die Erläuterung und Reflexion von Auffälligkeiten.

- **Lernhefte**: Lernhefte können offen oder strukturanalog aufgebaut sein. Sie enthalten problemorientierte Aufgabenstellungen, die von den Kindern in Einzel- oder Partnerarbeit bearbeitet und auch zur gemeinsamen klasseninternen Reflexion genutzt werden. Die Lösungswege und Ergebnisse werden im Heft festgehalten. Lernhefte können so strukturiert werden, dass sie in verschiedenen Jahrgängen immer wieder genutzt werden können und somit stets eine Vorausschau und einen Rückblick auf analoge Lerninhalte bieten.

- **Lerntagebücher**: Im Lerntagebuch halten die Kinder die Ergebnisse ihrer individuellen Auseinandersetzung mit dem Lernstoff (Überlegungen, Lösungsansätze, Erfindungen, Reflexion des eigenen Lernzuwachses, Fragen etc.) fest. Lerntagebücher bilden folglich die individuellen Lernwege und Lernentwicklungen der Kinder ab und sind für die Lehrkraft ein wichtiges diagnostisches Instrument.

- **Mathematiklernen**
  - **aktiv-entdeckend**: In der heute vorherrschenden Sichtweise wird Mathematiklernen als konstruktiver Aufbauprozess verstanden. Lernzuwachs erfolgt nicht über passiven Nachvollzug vermittelter Begriffe, Regeln oder Lösungsschemata; vielmehr nutzt das Kind in der aktiven, selbstständigen Auseinandersetzung mit dem Unterrichtsstoff bereits verfügbare Wissenselemente, Fertigkeiten und Fähigkeiten, um noch nicht bekannte Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten zu entdecken und eigene Lösungsstrategien zu entwickeln. Hierzu müssen ergiebige, herausfördernde Lernanlässe bereit gestellt werden.
  - **kooperativ**: Kooperative Lernprozesse ergeben sich, wenn mehrere Kinder im sozialen Austausch als Gruppe gemeinsam an einer Aufgabenstellung arbeiten. Eigenverantwortlichkeit für die Gruppenarbeitsprozesse, positive gegenseitige Abhängigkeit, gemeinsame Reflexion des Arbeitsprozesses, soziale Kompetenzen und kommunikative Arbeitsstrukturen sind die wesentlichen Elemente des kooperativen Lernens.
  - **kumulativ**: Das Lernen soll kumulativ, d.h. aufbauend und erweiternd angelegt sein, um den Schülerinnen und Schülern ein fortschreitendes Lernen zu ermöglichen und sie ihren Kompetenzzuwachs erfahren zu lassen. Das erfordert – insbesondere im Fach Mathematik – ein vielfältiges Verknüpfen der hierarchisch aufgebauten Lerninhalte. Das Spiralprinzip begünstigt kumulatives Lernen.

- **produktiv**: Die Konzeption des produktives Lernens umschreibt die Tatsache, dass die Schülerinnen und Schüler den Unterricht und auch den eigenen Lernprozess sowohl in ergiebiger Weise als auch durch ihre Produkte mitgestalten.

- **offene Aufträge**: Offene Aufträge (Aufgaben, Lernangebote) sind relativ komplex im Gegensatz zu Aufgaben nach dem Prinzip der Isolierung der Schwierigkeiten, die von allen Kindern dieselben Fertigkeiten und Vorgehensweisen erfordern. Sie bieten die Möglichkeit, eigene Kenntnisse und Erfahrungen einzubringen und ermöglichen eigene Lösungswege auf unterschiedlichen Schwierigkeitsstufen sowie Selbstdifferenzierung, z.B. durch die Freistellung des Zahlenraums.

- **Pädagogik der Vielfalt**: Die Pädagogik der Vielfalt geht davon aus, dass sich alle Kinder innerhalb einer Klasse voneinander unterscheiden und diese Heterogenität im Mittelpunkt des Unterrichts und aller theoretischen Überlegungen stehen muss. Dabei wird von dem Primat der intersubjektiven Anerkennung zwischen gleichberechtigten Verschiedenen ausgegangen, so dass nicht gleiche Handlungserwartungen an verschiedene Kinder gestellt werden. Es gilt das Prinzip „zieldifferenzierten Lernens“, das gleichschrittiges Lernen wegen der Unterschiedlichkeit der Lernausgangslagen nicht zulässt.

- **Parallelisierung**: Hierunter wird die zeitgleiche Er- und Bearbeitung analoger Aufgaben in verschiedenen Zahlenräumen verstanden. Themen, die im Rahmen des Spiralprinzips bisher auf zwei Jahre verteilt wurden, werden unter Beachtung der hierarchischen Struktur mathematischer Inhalte zu Modulen verknüpft, so dass alle Kinder in einer jahrgangsgemischten Klasse an einem gemeinsamen Thema lernen können.

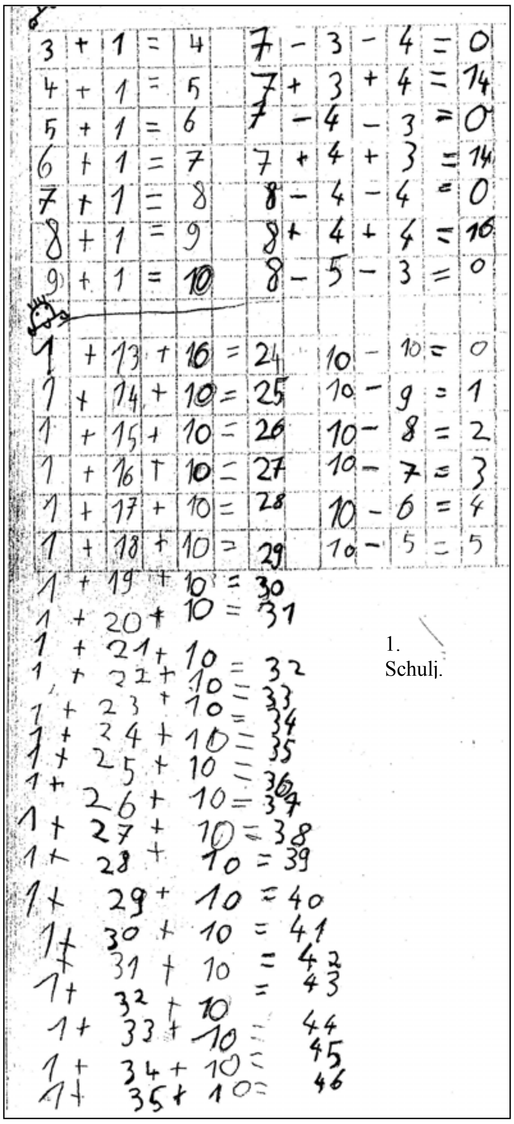
- **Rechenduett**: Zwei Kinder erhalten gemeinsam eine Aufgabe, die zwar auf einem Blatt notiert ist, allerdings zwei strukturell analoge Aufgaben auf unterschiedlichem Niveau beinhalten. Beide Kinder bearbeiten im dialogischen Austausch die Aufgaben.

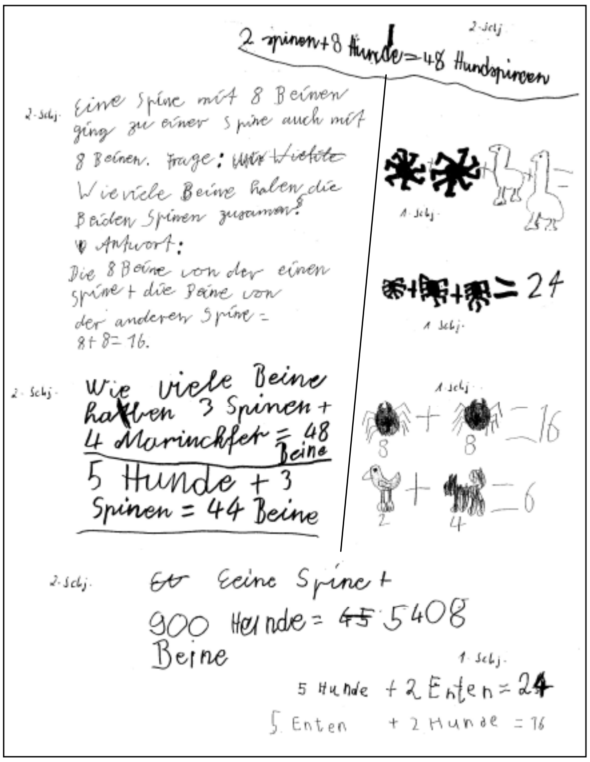
- **Selbstreflexion:** Das Nachdenken über einen Lerninhalt bzw. der Rückblick auf den eigenen Lernprozess vermag bestimmte Lernerfahrungen bei der Auseinandersetzung mit einem Lernangebot ins Bewusstheit zu heben, zu vertiefen oder ggf. auch zu generalisieren. So können Schüler beispielsweise gebeten werden, rückschauend noch einmal ihren Lösungsweg oder ihre Vorgehensweisen mündlich oder schriftlich darzustellen oder zu überprüfen, ob sie ähnliche Aufgabenstellungen auf ähnliche Weise lösen können. Sie können aufschreiben, was sie Neues erfahren oder gelernt haben, aber auch, was sie verstanden bzw. nicht verstanden haben oder was sie besonders leicht oder schwer fanden.

- **Spiralprinzip**: Mathematische Inhalte werden in unterschiedlichen Zahlenräumen und auf verschiedenen Niveauebenen in den einzelnen Schuljahren wiederkehrend eingeführt, wiederholt und vertieft.
- **strukturanaloge Aufgabenstellungen**: Zwei Aufgaben sind strukturanalog, wenn ihre Inhalte in mathematischen Zusammenhängen stehen und somit zu Gunsten einer vernetzten Betrachtung aufeinander bezogen werden können.
- **substanzielle Aufgabenformate**: Darunter versteht man Aufgaben, die der Leistungsheterogenität dadurch Rechnung tragen, dass sie im gleichen inhaltlichen Kontext ein breites Spektrum an unterschiedlichen Anforderungen und Schwierigkeiten abdecken. Durch differenzierte Fragestellungen auf unterschiedlichem Niveau arbeiten alle Kinder am gleichen Inhalt, bearbeiten aber nicht unbedingt alle dieselben Aufgaben. Substanzielle Aufgaben ermöglichen verschiedene Lösungswege und erlauben es, allgemeine Lernziele zu verfolgen.
- **Wissen**
    - **informell**: Informelles Wissen meint die Lernerfahrungen, die Kinder außerhalb von Schule zu einem mathematischen Bereich aufgebaut haben und die die wesentlichen Lernvoraussetzungen ausmachen, die es auszuweiten, angemessen zu gestalten und weiter zu entwickeln gilt.
    - **konzeptuell**: Konzeptuelles Wissen ruht auf der Einsicht und dem Verständnis in grundlegende mathematische Beziehungen und Strukturen.
    - **prozedural**: Prozedurales Wissen beinhaltet routinemäßig angewandte Algorithmen, die auswendig gelernt worden sind, ohne zugleich tiefere Einsichten in die dahinter liegenden Strukturen gewonnen zu haben.

Anhang:

Schülerdokumente zu offenen Aufträgen (zu Kapitel 1 und 2; Anregung 3 und 4)





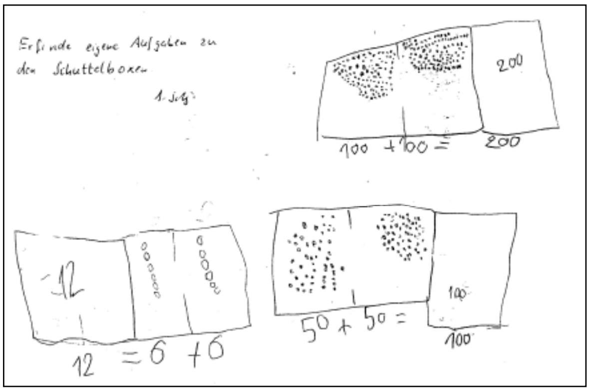


Abb. 10a: Erfindungen zu „Entdeckerpäckchen“, „Geschichten“ und „Schüttelboxen“

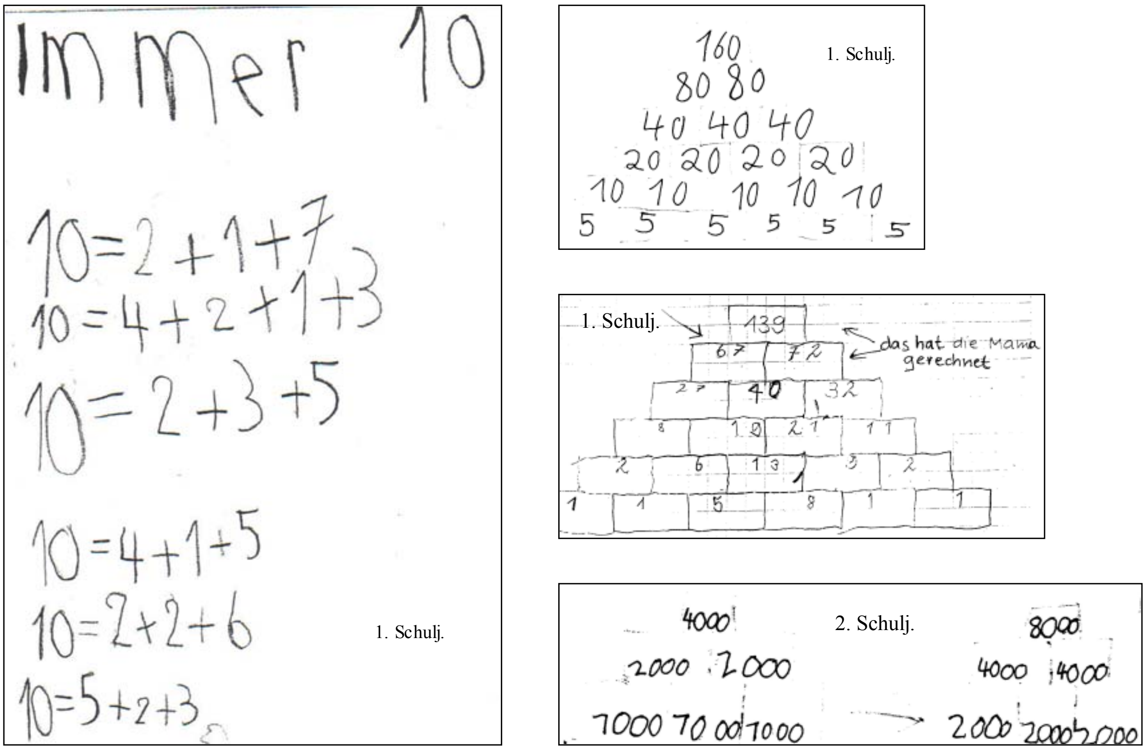


Abb. 10b: Erfindungen zu „Ergebnissummen“ und „Zahlenhäusern“

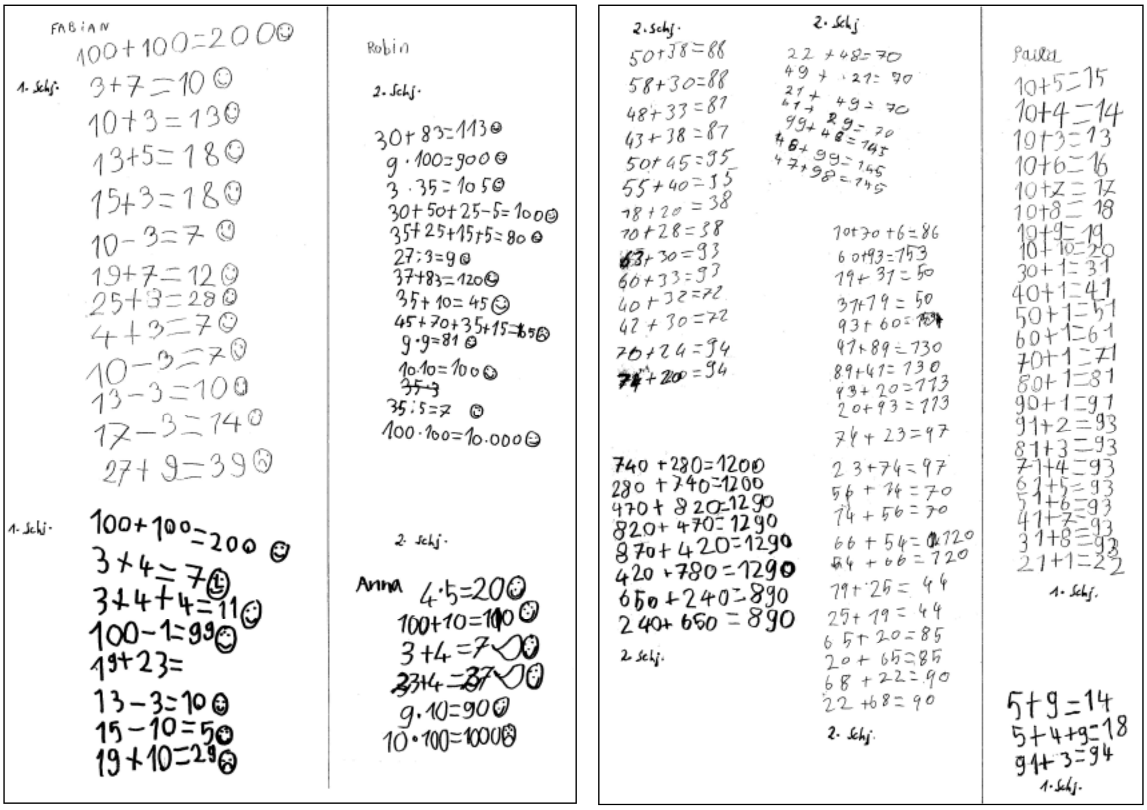


Abb. 10c: Aufgabengeneratoren zu „Zahlenset“ und „Zahlenkarten“

Mediale Parallelisierung des 20er- und 100er-Feldes (zu Kapitel 4.1; Anregung 6)

Abb. 11: 20er- und 100er-Feld (vgl. Nührenbörger & Pust 2005, S. 139)

Ausschnitt aus einem strukturgleich aufgebauten Lernheft (zu Kapitel 4.2)

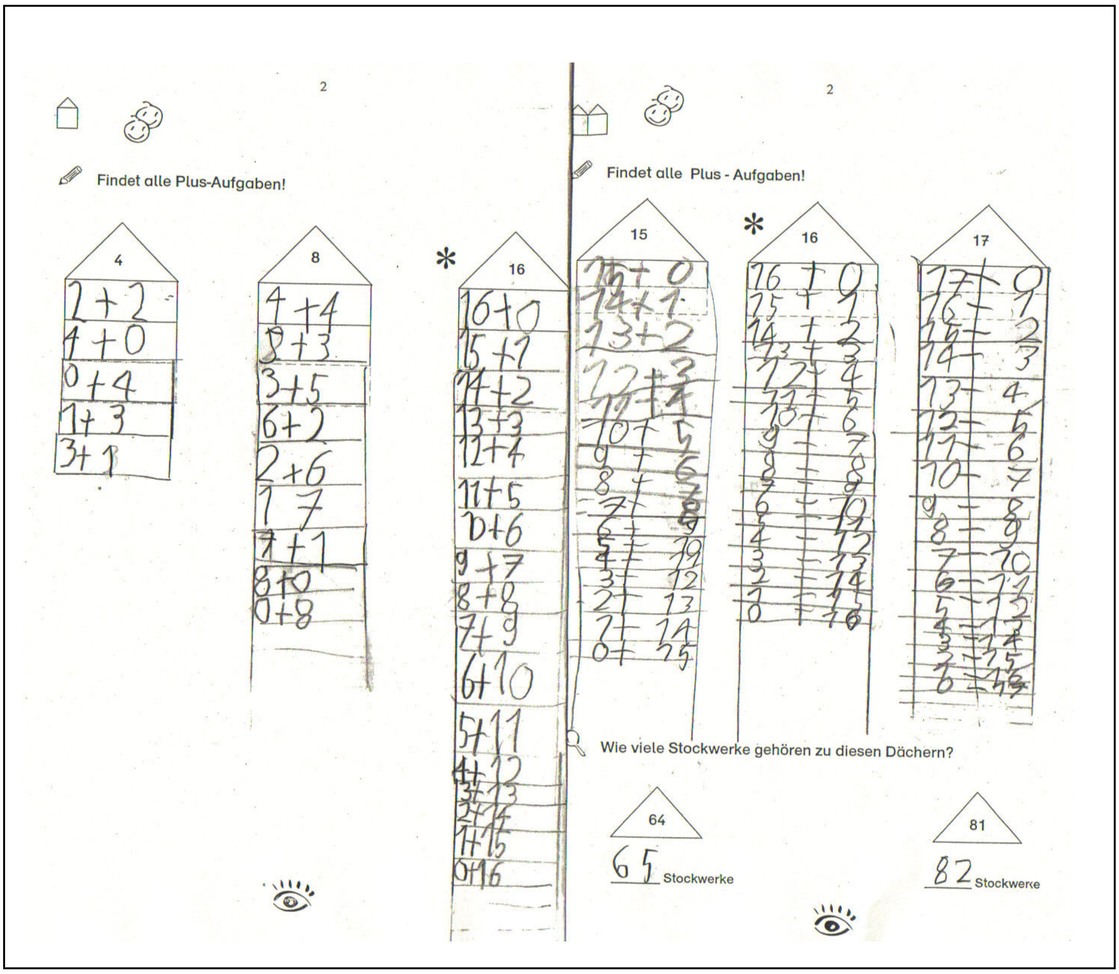
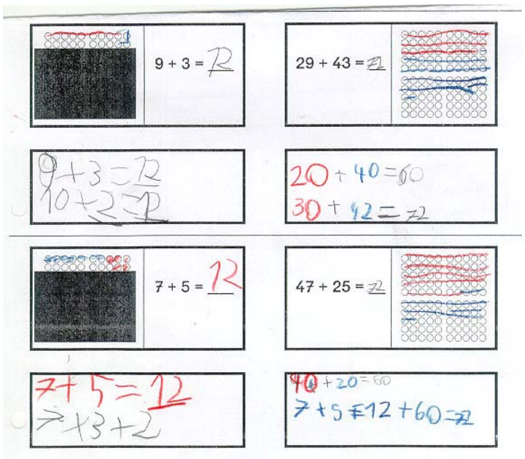


Abb. 12: Zahlenhäuserheft eines älteren Kindes – im 2. Jahr der Bearbeitung

Rechenduett und Koproduktion (zu Kapitel 4.3; Anregung 11)

Rechenwege

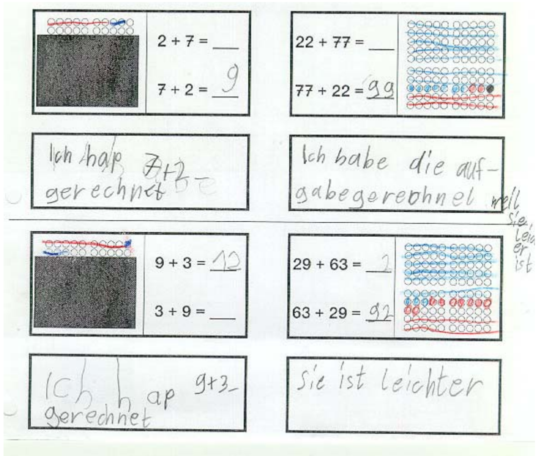
Wie rechnest du?
Male und schreibe deine Rechenschritte auf. Betrachtet eure Rechenwege und überlegt, was ähnlich ist.



Till *Mai*

Tauschaufgaben

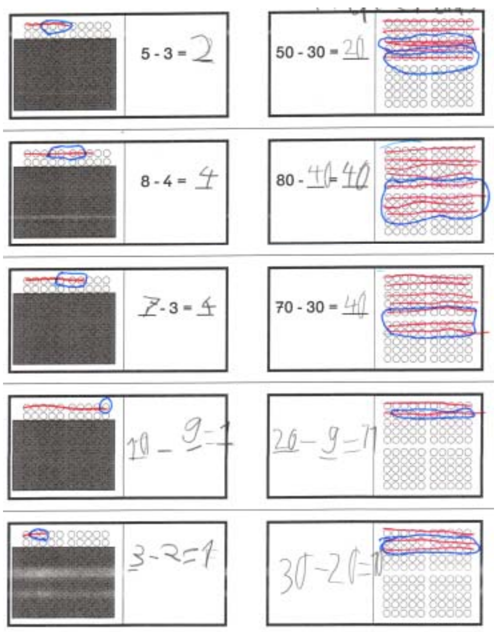
Welche Aufgabe findest du leichter?
Rechne immer nur eine Aufgabe. Male und schreibe deine Rechenschritte auf.



Anne *Luke*

Rechnen mit Einern und mit Zehnern

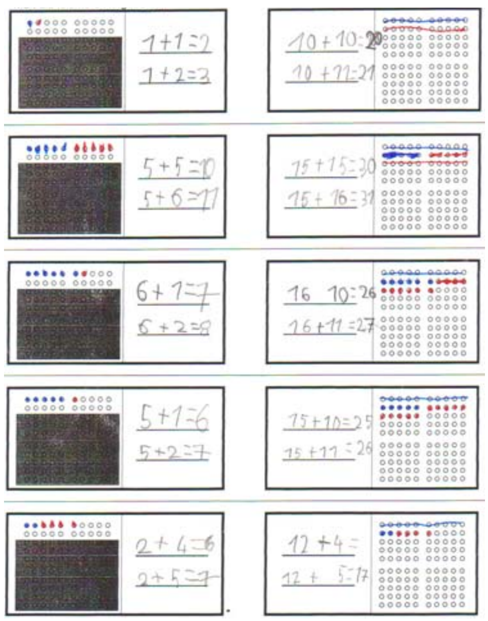
Malt Partneraufgaben und rechnet sie aus.



Hubert *Mai*

Von der leichten zur schweren Aufgabe

Erfindet zwei Aufgaben (leicht und schwer), die zusammengehören. Malt die leichtere Aufgabe auf.



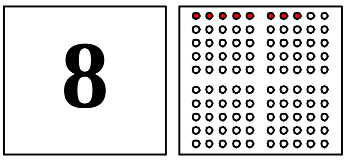
Cathy *Leon*

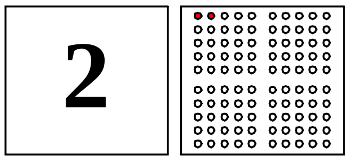
Abb. 13: Rechenduette und Koproduktionen - Die älteren Schüler sind jeweils kursiv gekennzeichnet.

Transkript (zu Kapitel 4.5; Anregung 13)

Das Transkript bezieht sich auf eine Unterrichtsphase, in der die Kinder einer jahrgangsgemischten Klasse 1/2 mit Wendekarten konfrontiert werden. Bei den Wendekarten befindet sich auf der einen Seite die Zahl in Form von Ziffern, während die andere Seite ein Hunderterpunktefeld zeigt, in dem die entsprechende Zahl dargestellt ist. Die älteren Kinder sind jeweils kursiv markiert (Transkript aus Nührenbörger & Pust 2006).

1	L	Wir haben ja in den letzten Stunden darüber gesprochen, wie man Zahlen mit Punkten darstellen kann. Dazu habe ich einige Karten heute mitgebracht [*verteilt verschiedene Wendekarten in der Mitte des Sitzkreises*]. Schaut euch die mal an! [*19 sec. Pause*] Was stellt ihr fest?
2	Si.	Dass die Kärtchen da liegen.
3	L	Mhm. Ra.
4	Ra.	Und ich hab` wohl gesehen, dass da drunter noch Zahlen sind.
5	L	Ah, das hast du schon gesehen? Wie haben jetzt diese Kärtchen etwas mit den Zahlen zu tun da drunter? Mai.
6	*Mai*.	Mh da weil das ist die gleiche Summe ähm wie, wie die Punkte.
7	*Ma.*	Und so ne Zahl.
8	L	Wie meinst du das genau? Versuch das noch mal genau zu erklären.
9	*Mai.*	Also, das ist die gleiche Zahl, wie die hier mit Punkten aufgemalte [*S redet dazwischen*] sind, ist, steht dahinter.
11	L	Aha. Welche Zahl siehst du denn da bei dir?
12	*Mai.*	Sieben.
13	L	Dann dreh die mal um! Klasse [*Mai hält das Kärtchen für die Kinder sichtbar in der Hand*]. Dreh sie mal um und lege sie umgedreht auf den Boden [*Mai legt das Kärtchen umgedreht auf den Fußboden*]. So, mmm, wer kennt denn noch eine andere Zahl, die er entdeckt? Fa.
14	Fa.	Zum Beispiel ne Acht.
15	L	Wo sieht du denn die Acht?
16	Fa.	[*Fa zeigt auf die Wendekarte, auf dem die Zahl zwei dargestellt ist*]





17	Nik.	[*fragende Bemerkung*] Das ist `ne Zwei, ich sag`s nur.
18	Fa.	[*Fa nimmt die Wendekarte mit der dargestellten Eins in die Hände*]
19	*Mat.*	Da ist die, da ist die [*zeigt auf die Wendekarte mit der Acht*]. Hier, da.
20	Nik.	Das ist `ne Eins.
21	L	Das ist also `ne Eins.
22	*Mat.*	[*tippt Fa. auf die Schulter und zeigt erneut auf das Kärtchen*]
23	Fa.	[*nimmt die Wendekarte mit der Acht in die Hand*]
24	Ss	Das ist `ne Acht!
25	L	Mat., jetzt hast du dem Fa. ja geholfen.
26	*Mat.*	Mhm.
27	L	Woran hast du denn gesehen, dass das eine Acht ist?
28	*Mat.*	Weil-
29	L	Dreh `s noch mal um.
30	*Mat.*	Zwei fehlen noch, wegen das sind ze zehn.
31	Fa.	[*Fa zählt die roten Punkte auf der Wendekarte*]
32	L	Mhm. Stimmt` s, Fa.?
33	Fa.	Acht Punkte. Acht.

Programmträger: IPN, Kiel

Projektleitung: Prof. Dr. Manfred Prenzel

SINUS-Transfer Grundschule

Projektkoordination am IPN: Dr. Claudia Fischer

Tel: 49(0)431 / 880 – 3136

e-mail: cfischer@ipn.uni-kiel.de

in Zusammenarbeit mit dem Zentrum zur Förderung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts der Universität Bayreuth (Z-MNU)

Leitung: Prof. Dr. Peter Baptist

BLK-Programmkoordination:

Ministerium für Bildung und Frauen des Landes Schleswig-Holstein (MBF)

MR Werner Klein (SINUS-Transfer Grundschule)

Das Programm wird von Bund und Ländern gemeinsam gefördert.

Bundesministerium für Bildung und Forschung

BLK Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung

http://www.sinus-grundschule.de http://www.ipn.uni-kiel.de