

Stand der mathematischen Kompetenzdiagnosen am Übergang von Kindertagesstätten und Grundschule und zukünftige Perspektiven

Hedwig Gasteiger

Januar 2007

Vorwort	3
Charakterisierung von Verfahren zur Kompetenzdiagnose.....	5
Genormte Tests.....	5
Entwicklungsorientierte Verfahren.....	5
Beschreibung verschiedener Verfahren zur Kompetenzdiagnose	6
1. Schwerpunkt Zahlbegriff, Arithmetik	6
1.1 Kompetenzdiagnosen im Vorschulbereich	6
Zählen und Zahlverständnis von Schulanfängern - Schmidt, Weiser.....	6
Arithmetische Fähigkeiten im Kindesalter – Fragnière et al.	7
Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ) – van Luit et al.	10
Early Numeracy Research Project (ENRP) – Department of Education, Victoria	11
Erfassung von „Vorläuferfertigkeiten“ des mathematischen Verständnisses – Krajewski	13
1.2 Kompetenzdiagnosen zu Schuljahresbeginn	16
Untersuchung zur Zählfähigkeit der Schulanfänger - Schmidt	16
Der MORE-Entry-Test – van den Heuvel-Panhuizen	17
Erhebung arithmetischer Vorkenntnisse zu Beginn des 1. Schuljahres – Knapstein/Spiegel	18
2. Mathematische Kompetenzen in allen Inhaltsbereichen der Mathematik ..	21
2.1 Kompetenzdiagnosen im Vorschulbereich	21
Förderdiagnostische Aufgaben für Kindergarten und Anfangsunterricht - Lorenz	21
2.2 Kompetenzdiagnosen zu Schuljahresbeginn	24
Mathematische Kompetenzen von Schulanfängern – Grassmann et al.	24
3. Geometrie.....	27
Geometrische Fähigkeiten der Schulanfänger – Grassmann	27
Vorstellungen der Kinder zu geometrischen Inhalten, Begriffen und Zusammenhängen - Höglinger/Senftleben.....	28
mathe 2000-Geometrie-Test – Waldow/Wittmann	29
Einordnung der Verwendbarkeit vorhandener Verfahren in Bezug auf Informationsgewinnung an der Schnittstelle Kindertagesstätte - Grundschule ..	31
Resümee	34
Literatur	35

Vorwort

Die Idee zu erforschen, wie sich mathematische Kompetenzen bei Kindern entwickeln, geht schon weit zurück: Schon 1896 legt Hartmann eine „Analyse des kindlichen Gedankenkreises als die naturgemäße Grundlage des ersten Schulunterrichts“ vor¹. Bei dieser frühen Studie ist bereits als Motivation zu erkennen, dass der Einblick in die Vorkenntnisse der Kinder Einfluss haben muss auf die Entwicklung von Lehrplänen und die Gestaltung des konkreten Unterrichts. Kühnel mahnt 1916 deutlich an, dass die kindliche Entwicklung maßgeblich sein muss für die Organisation von Mathematikunterricht.² Bis Kompetenzdiagnosen mit allen daraus erwachsenden Konsequenzen einen Einzug in die Schule halten, vergeht jedoch noch einige Zeit:

Piagets und Szeminskas Forschungen zur Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kind³ bestimmen über einen langen Zeitraum die Konzeptionen zur frühen mathematischen Bildung. Auf der Grundlage seiner Forschungen mit spezifischen Aufgabenstellungen beschreibt Piaget den Zahlbegriffserwerb gestützt auf seine Theorie der Entwicklungsstufen. Die Förderung so genannter pränumerischer Kompetenzen nimmt daraufhin einen hohen Stellenwert im mathematischen Anfangsunterricht ein. Vor allem die Schwerpunktsetzung auf dem kardinalen Zahlaspekt und auf der Erhaltung der Quantitäten sowie das Stufenkonzept der Entwicklung des Denkens stoßen jedoch auf vielfältige Kritik⁴ sowohl von psychologischer als auch von mathematikdidaktischer Seite.

Durch zahlreiche Untersuchungen der Vorkenntnisse von Vorschulkindern und Schulanfängern – beginnend in den 80er Jahren – ergeben sich weitere Erkenntnisse über die Entwicklung des Zählens und des Zahlverständnisses. Die Vorkenntnisse von Kindern, bzw. deren gute Kompetenzen im Umgang mit Zahlen und Mengen, rücken in den Mittelpunkt und werden Ausgangspunkt für die Diskussion um Konsequenzen für die Gestaltung von Unterrichtsprozessen⁵. Zählkompetenz wird als wichtige Grundlage für die Entwicklung von Zahlverständnis angesehen, wohingegen die Mengeninvarianz als zentrale Voraussetzung für das Verständnis des Anzahlbegriffs kritisch gesehen wird. Das bis zu diesem Zeitpunkt traditionelle Konzept des mathematischen Anfangsunterrichts (Pränumerik, Fokussierung auf den kardinalen Zahlbegriff) gerät ins Wanken.

¹ Schipper, W. (1998), S. 121

² vgl. Kühnel, J. (1959), S. 17

³ Piaget, J.; Szeminska, A. (1969)

⁴ eine ausführliche Diskussion dieser Thematik findet sich in Moser Opitz, E. (2002)

⁵ z. B. Schmidt, R. (1982); Schmidt, S; Weiser, W. (1982)

Erst in den 90er Jahren halten Vorkenntnisermittlungen im arithmetischen Bereich ihren Einzug in die Schulen⁶ und bewirken auf lange Sicht eine Veränderung im Anfangsunterricht der Grundschule. Das Anknüpfen an die Kompetenzen der Kinder wird zentrales Thema und führt letztlich zur Aufhebung der Mathematikdidaktik der kleinen Schritte⁷. Aktuell führt ein veränderter Blick auf die Leistung der Kinder zur Forderung nach Standortbestimmungen nicht nur zu Beginn der Schulzeit⁸.

Mit Blick auf ein Lernen ohne Brüche im Übergangsbereich von Kindertageseinrichtungen und Schulen gewinnt die Ermittlung mathematischer Kompetenzen erneut an Bedeutung. Jedes Kind hat als eigenständig und aktiv-entdeckend lernende Persönlichkeit eine Lerngeschichte, die an den ersten Lebenstagen beginnt und die sich kontinuierlich weiterentwickelt. Die „Fiktivität der Stunde Null“⁹ gilt nicht nur für den Schulanfang. Erziehende und Lehrkräfte, die die mathematischen Kompetenzen der Kinder beobachten, gezielt erheben und verstehend dokumentieren, erhöhen gleichzeitig ihr Bewusstsein für mathematische Lerngelegenheiten. Im vorschulischen Bereich gilt es, die Lernchancen, die in Spiel- und Alltagssituationen liegen, mit Blick auf die bereits vorhandenen Kompetenzen der Kinder zu nutzen. Kontext- und handlungsgebundene Fähigkeiten und der Aufbau tragfähiger Vorstellung sollen dabei im Mittelpunkt stehen. Der diagnostische Blick auf die mathematischen Kompetenzen der Kinder ist ein entscheidender Ansatzpunkt für die Zusammenarbeit der Institutionen und den fachlichen Austausch.

⁶ z. B. Heuvel-Panhuizen, M. van den (1996); Selter, Ch. (1995); Knapstein, K; Spiegel, H. (1995)

⁷ In den aktuellen Lehrplänen vieler Bundesländer zeigt sich dies deutlich.

⁸ Sundermann, B.; Selter, Ch. (2006)

⁹ Selter, Ch. (1995)

Charakterisierung von Verfahren zur Kompetenzdiagnose

Genormte Tests

Soll das Ergebnis eines Testverfahrens als Entscheidungskriterium beispielsweise für eine Therapie, für außerinstitutionelle Fördermaßnahmen oder Ähnliches dienen, so muss das Testergebnis eine sehr präzise Information über die Ausprägung des getesteten Merkmals geben¹⁰. Aus diesem Grund werden Testverfahren genormt, d. h. das Testergebnis kann in Bezug zu einer adäquaten Vergleichsgruppe gesetzt werden. Intelligenztests geben das Ergebnis beispielsweise verglichen mit der Altersgruppe an. Die Durchführung genormter Tests erfolgt nach einer genauen Testanweisung und genauen Auswertungsbestimmungen. Das Testergebnis des Kindes wird dann auf einer Werteskala eingeordnet, die im Rahmen der Testentwicklung durch Testen einer repräsentativen Stichprobe entstanden ist. Mittels dieser Skala ist der Vergleich mit der so genannten Normgruppe möglich.

Sollen verlässliche Werte erzielt werden, darf diese Stichprobe nicht zu klein sein.

Genormte Tests fallen unter die quantitativen Methoden der Forschung.

Entwicklungsorientierte Verfahren¹¹

Um Entwicklungen festzustellen, können verschiedene Vorgehensweisen sinnvoll sein. Allein dadurch, dass eine Kompetenzdiagnose nach einem gewissen Zeitraum erneut durchgeführt wird, oder durch die Verwendung von Aufgaben mit unterschiedlichem Abstraktionsgrad kann z. B. eine Entwicklung sichtbar gemacht werden. Befragungen der Kinder nach ihren Lösungswegen, Fehleranalysen oder die Beobachtung und Analyse von Lösungsstrategien zeigen ebenfalls den Entwicklungsstand auf. Entscheidend für die Nutzbarkeit dieser Verfahren ist die Aufgabenauswahl. Sie muss theoriegeleitet sein und einen Rückschluss auf den Entwicklungsprozess ermöglichen. Um Aussagen über Entwicklungen fällen zu können, ist es nicht notwendig, eine bestimmte Mindestanzahl an Kindern zu untersuchen. Die Orientierung an theoretischen Konzepten steht hierbei im Mittelpunkt.

Entwicklungsorientierte Verfahren bedienen sich in der Regel qualitativer Methoden der Forschung, wie z. B. Einzelinterviews.

¹⁰ vgl. Bortz, J.; Döring, N. (2002), S. 190

¹¹ vgl. hierzu: Ricken, G. (2003), S.265ff.

Beschreibung verschiedener Verfahren zur Kompetenzdiagnose

Für die Untersuchung von mathematischen Vorkenntnissen der Kinder zu Schulbeginn oder auch bereits im Vorschulbereich gibt es verschiedene Motivationsgründe. Innerhalb der letzten 20 Jahre wurden verschiedene Verfahren erprobt und durchgeführt, deren Zielsetzung von der Erforschung der Rechenstrategien von Kindern bis hin zur Identifikation so genannter „Risikokinder“ (Kinder, die von Rechenschwäche bedroht sind) reicht. Einigen Untersuchungen liegt die Überlegung zugrunde, dass es so genannte „Vorläuferfertigkeiten“ für mathematisches Lernen geben muss, in anderen hingegen wird die mathematische Entwicklung als Kontinuum gesehen, das nicht in strengen Abfolgen durchlaufen wird, sondern auch durch parallele Entwicklungen, Voreilen und Zurückschreiten gekennzeichnet sein kann.

Ein Schwerpunkt der Untersuchungen liegt im arithmetischen Bereich, jedoch gibt es auch Untersuchungen zum Bereich der Geometrie und in einige Verfahren fließen Aufgaben aus den Bereichen „Maße“ mit ein.

Im Weiteren erfolgt ein Überblick über die vorhandenen Verfahren getrennt nach mathematischen Lernbereichen und im Anschluss eine Diskussion der Einsatzmöglichkeiten.

1. Schwerpunkt Zahlbegriff, Arithmetik

1.1 Kompetenzdiagnosen im Vorschulbereich

Zählen und Zahlverständnis von Schulanfängern - Schmidt, Weiser¹²

Zur Einschätzung des arithmetischen Kenntnisstands von Schulanfängern werden im letzten halben Jahr vor der Einschulung mit jedem Kind insgesamt 6 Einzelinterviews mit einer Gesamtlänge von 1 ½ bis 2 Stunden durchgeführt. Ziel der Untersuchung ist in erster Linie die Rolle des Zählens beim Erwerb arithmetischer Grundfähigkeiten zu ermitteln. Die Aufgaben werden teilweise durch konkretes Material (z. B. Plättchen) unterstützt.

Die qualitative, entwicklungsorientierte Untersuchung wurde von Schmidt/Weiser mit 24 Kindern im Alter zwischen 5 und 7 Jahren durchgeführt.

¹² Schmidt, S; Weiser, W. (1982)

Leitlinien:

- kardinaler und ordinaler Aspekt, Größen-, Operator- und Skalenaspekt
- Berücksichtigung von Längen, Gewichten, Geldbeträgen und Zeitspannen im Bereich des Größenaspekts
- zu jedem Aspekt gibt es, soweit möglich, Aufgaben, die den Aspekt konstitutiv betreffen, die die Kleiner-Relation und die Addition und Subtraktion im Aspekt betreffen

Inhalte zum Kardinalzahlaspekt:

- verbales Zählen, Schreiben und Lesen von Ziffern und lebensweltliche Erfahrungen mit Zahlen („Wo braucht man Zahlen? Braucht man Zahlen auch beim Einkaufen, Spielen,...? Fällt dir sonst noch etwas ein?“)
- Zählkompetenz und konstitutive Elemente des kardinalen Aspekts (z. B. Mengen auszählen: „Lege 6 Plättchen in die leere Schachtel“; „Lege in die leere Schachtel genau so viele weiße Plättchen, wie hier schwarze Plättchen sind“; „Wie viele Plättchen sind hier?“)
- Zählkompetenz und Erfassen der Ordnungs-Relation (kleiner bzw. größer) natürlicher Zahlen im kardinalen Aspekt (z. B. „Gibt es mehr schwarze oder mehr weiße Plättchen?“; „Hier liegen 7 schwarze Plättchen. Lege in die leere Schachtel mehr weiße Plättchen.“)
- Zählkompetenz und die Bewältigung von Additionssituationen (z. B. „Vor dir liegen 6 Plättchen. Ich lege ein Plättchen dazu. Wie viele Plättchen liegen vor dir?“ „In der Schachtel liegen fünf schwarze Plättchen. Ich lege jetzt noch zwei weiße Plättchen dazu. Wie viele Plättchen liegen jetzt in der Schachtel?“)

Arithmetische Fähigkeiten im Kindesalter – Fragnière et al.¹³

Ziel dieser Untersuchung ist die Ermittlung der Rechenfähigkeit von Kindergartenkindern und die Informationsgewinnung über Vorstellungen von Kindern und Vorgehensweisen im Umgang mit Zahlen. Die Aufgaben werden mit den Kindern in Einzelinterviews durchgeführt und sind in den Kontext „zoologischer Garten“ eingebunden. Dazu werden verschiedene Situationen mit Playmobil-Figuren aufgebaut. Es gibt einen mehrfach erprobten Interview-Leitfaden zu den Aufgabenstellungen. Als Weiterentwicklung dieser Untersuchung wurden zehn geeignete Aufgaben gezeichnet, um sie

¹³ Fragnière, N.; Jost, N.; Michel, A.; Weishaupt, R.; Hengartner, E. (1999)

Kindergartengruppen vorlegen zu können, wenn das konkrete Material nicht vorhanden ist (vgl. Abb. 1). Werden diese Aufgaben in Kleingruppen durchgeführt, müssen die Kinder die Ziffern kennen.

Diese qualitative Untersuchung wurde von den Autorinnen und Autoren mit 17 Kindergartenkindern erprobt. Aufgrund der Erfahrungen werden Vorschläge gemacht, wie diese Untersuchung mit Kindergruppen von Erzieherinnen und Erziehern in unterschiedlichen Situationen durchgeführt werden könnte.

Inhalte:

Zahlaspekte:

- Kardinalzahl (z. B. „Wie viele Affen siehst du auf diesen zwei Felsen?“)
- Zählpzahl (Dieser Aspekt kommt bei allen Aufgaben zum Tragen, die nach der Anzahl fragen: z. B. „Wie viele Leute stehen im Ganzen vor der Kasse?“)
- Ordnungs- oder Ordinalzahl (z. B. „Kannst du mir die zweite Person zeigen?“)
- Maßzahl (z. B. „Um 4 Uhr gibt es ein Elefantenreiten. Kannst du 4 Uhr auf der Uhr einstellen?“)

Operationen:

- Addieren (z. B. „Vier Pinguine gehen ins Haus hinein. Es gehen noch zwei hinein. Wie viele sind jetzt im Haus?“)
- Subtrahieren (Wegnehmen bzw. Ergänzen) (z. B. „Drei Pinguine kommen noch heraus. Wie viele sind noch drin?“)
- Verdoppeln und Halbieren (z. B. „Drei Leute gehen zum Elefantenreiten. Es kommen nochmals drei Leute zum Reiten. Wie viele sitzen jetzt auf dem Elefanten?“)
- Zählen in Schritten (z. B. Affen zählen, die in Dreier-Gruppen auf den Felsen sitzen)

Schwerpunktmäßig beschränkt sich diese Kompetenzdiagnose auf den Zahlbereich bis 10, einige Aufgaben gehen darüber hinaus.


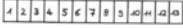








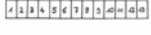



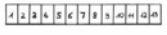



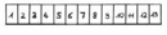




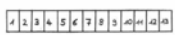



 	<p>1. Anzahl «Wie viele Affen turnen am Baum?» Die Kinder kreuzen die Zahl, die der Anzahl Affen entspricht, am Zahlenband an.</p>	  	<p>7b) Addieren mit Franken «Der Eintritt für ein Kind kostet zwei Franken. Wie viel muss der Vater für sich und das Kind bezahlen?» Die Kinder kreuzen die entsprechende Zahl des Zahlenbandes an.</p>
 	<p>2. Anzahl «Wie viele Affen turnen auf beiden Bäumen?» Die Kinder kreuzen die Zahl am Zahlenband an.</p>	 	<p>8a) Uhrzeiten ablesen «Um diese Zeit (auf Uhr links zeigen) beginnt das Elefantenreiten. Weißt du, wie spät es ist?» Die Lehrerin notiert die Antwort der Kinder.</p>
 	<p>3. Anzahl «Wie viele Affen turnen auf den drei Bäumen?» Die Kinder kreuzen die Zahl am Zahlenband an.</p>	 	<p>8b) Uhrzeiten ablesen «Um diese Zeit (auf Uhr rechts zeigen) bekommen die Elefanten zu fressen. Weißt du, wie spät das ist?» Die Lehrerin notiert die Antwort der Kinder.</p>
 	<p>4. Ordnungszahl «Umkreise die zweite Person, die ansteht.» Die Kinder umkreisen die zweite Person der Schlange.</p>	 	<p>9a) Uhrzeiten einzeichnen «Um sechs Uhr schließt der Zoo. Kannst du sechs Uhr auf der oberen Uhr (auf Uhr links zeigen) einzeichnen?» Die Kinder zeichnen die Uhrzeit ein.</p>
 	<p>5. Ordnungszahl «Die wievielte Person von vorne ist das Kind mit dem Ballon?» Um die entsprechende Zahl des Zahlenstrahls zeichnen die Kinder einen Ballon.</p>	 	<p>9b) Uhrzeiten einzeichnen «Um halb acht sind die Leute zu Hause. Zeichne halb acht Uhr in der unteren Uhr ein (auf Uhr rechts zeigen).» Die Kinder zeichnen die Uhrzeit ein.</p>
  	<p>7a) Addieren mit Franken «Eine erwachsene Person muss fünf Franken Eintritt bezahlen. Wie viel kosten zwei Billette für Erwachsene?» Die Kinder kreuzen die entsprechende Zahl des Zahlenbandes an.</p>	  	<p>10. Verdoppeln «Die Leute gehen Elefanten reiten. Du siehst hier drei Leute. Auf der andern Seite sitzen auch drei Leute. Wie viele Leute reiten auf dem Elefanten?» Die Kinder kreuzen die entsprechende Zahl auf dem Zahlenband an.</p>
			<p>11. Verdoppeln «Es kommt noch ein Elefant mit Leuten. Es sitzen nochmals auf jeder Seite drei Leute. Wie viele Leute reiten jetzt im Ganzen?» Die Kinder kreuzen die entsprechende Zahl auf dem Zahlenband an.</p>

Abb. 1¹⁴

¹⁴ Fragnière, N.; et al. (1999), S. 142

Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ) – van Luit et al.¹⁵

Durch diesen Test kann der Stand der Zahlbegriffsentwicklung eines Kindes ermittelt werden, indem die Leistung des Kindes mit einer Normgruppe gleichaltriger Kinder verglichen wird. Im Gegensatz zu den beiden anderen bereits vorgestellten Verfahren handelt es sich hier um einen genormten Test. Er kann auch ein zweites Mal eingesetzt werden, um eventuelle Fortschritte nach Fördermaßnahmen aufzuzeigen. Der Test ist für Kinder im Alter zwischen 5 und 7,5 Jahren geeignet. Er wird in einer Eins-zu-eins-Situation durchgeführt und dauert 25 bis 30 Minuten. Dem Kind werden 40 Aufgaben gestellt – fünf Aufgaben zu jedem der unten angegebenen Inhaltsbereiche. Die Aufgaben werden mündlich gestellt, sind jedoch durch Bilder oder Legematerial gestützt.

Der OTZ wurde in den Niederlanden entwickelt und dort mit einer Versuchsgruppe von 823 Kindern von 4 bis 7 Jahren zum Zwecke der Normierung erprobt. Die übersetzte Version wurde in Deutschland mit 330 Kindern durchgeführt, um die Normwerte zu anzupassen.

Inhalte:

- Vergleichen (z. B. „Hier siehst du Pilze. Zeige auf den Pilz, der höher ist als diese Blume.“)
- Klassifizieren (z. B. „Sieh dir diese Bilder an. Was kann nicht fliegen?“)
- Eins-zu-eins-Zuordnen (z. B. „Hier siehst du drei Bilder mit Hühnern und Eiern. Kannst du das Bild finden, in dem jedes Huhn jeweils ein Ei gelegt hat?“)
- nach Reihenfolgen ordnen (z. B. „Hier siehst du Hunde. Jeder Hund soll einen Stock holen. Ein großer Hund holt einen großen Stock und ein kleiner Hund holt einen kleinen Stock. Kannst du Linien zeichnen von den Hunden zu den Stöcken, die sie holen?“)
- Zahlwörter benutzen (z. B. „Zähle bis 20.“)
- synchrones und verkürztes Zählen (z. B. „Zähle diese Würfel.“)
- resultatives Zählen (z. B. „Wie viele Würfel liegen hier?“)
- Anwenden von Zahlenwissen (z. B. „Dies ist ein Würfelspiel. Du hast mit zwei Würfeln gewürfelt. Welche Zahl hast du insgesamt gewürfelt und wohin darf die Figur gehen?“)

Die Aufgaben dieses Tests umfassen den Zahlbereich bis 20.

¹⁵ van Luit, J.; van de Rijt, B.; Hasemann, K. (2001)

Early Numeracy Research Project (ENRP) – Department of Education, Victoria^{16,17}

Mit diesem in Australien entwickelten Interviewverfahren können mathematische Kompetenzen von Vor- und Grundschulkindern bis zum Ende der Klasse 2 erfasst und analysiert werden. Im Mittelpunkt steht die als „numeracy“ bezeichnete Kompetenz, Mathematik im Lebensalltag effizient zu nutzen. Das Interview findet in einer Eins-zu-eins-Situation statt und ist materialgestützt, wodurch der Einfluss der Sprachfähigkeit auf die Ergebnisse geringer gehalten werden kann. Im Rahmen des Early-Numeracy-Forschungsprojektes wurde ein Raster für die Entwicklung von „numeracy“ entworfen. Für die Bereiche Zahlen, Maße und Raum werden verschiedene Kompetenzen beschrieben. Mit Hilfe dieser Kompetenzbeschreibungen ist es möglich, den Kindern das ihnen entsprechende Entwicklungsniveau zuzuordnen. In jedem Bereich gibt es drei verschiedene Niveaustufen, die durch die Beschreibung einzelner Kompetenzen charakterisiert sind. Es wird explizit darauf hingewiesen, dass weitere Beobachtungen und Aufzeichnungen die durch das Interview erhobenen Daten stützen und ergänzen, wodurch eine verbesserte Beschreibung der individuellen mathematischen Entwicklung gelingen kann. Das Interview wird mit Schulanfängern und dann erneut jedes Schuljahr durchgeführt. Die Bestimmungen zur Interview-Durchführung weisen an zentralen Stellen darauf hin, wie weiter verfahren werden soll, wenn das Kind nicht antworten kann, z. B. gibt es dann einige „detours“, die noch einmal einen Schritt zurück gehen. Eine dieser „Umleitungen“ ist für den Vorschulbereich gut geeignet. Sie wird unten beschrieben. Das komplette Interview umfasst folgende Bereiche:

Zahlen und Operationen:

- Zählen (z. B. vorwärts zählen, rückwärts zählen, in Schritten zählen)
- Stellenwerte (z. B. „Lies diese Zahlen: 3, 8, 36, ..., 407, ...“)
- Strategien zur Addition und Subtraktion (z. B. „Ich habe 12 Erdbeeren und ich esse 9. Wie viele sind noch da? ... Erkläre bitte.“)
- Strategien zur Multiplikation und Division (z. B. „Hier sind vier Autos. Setze bitte zwei Teddys in jedes Auto. Wie viele Teddys sind es? Erkläre mir, wie du darauf gekommen bist.“)

¹⁶ Beschreibung des in Australien entwickelten Interviewverfahrens in Peter-Koop, A.; Grüßing, M. (2006) bzw. in Grüßing, M. (2006)

¹⁷ Department of Education, Employment and Training (2001) Early Numeracy Interview Booklet. State of Victoria

Größen und Messen

- Zeit (z. B. „Welche Zeit zeigt deine Uhr an?“)
- Längen (z. B. „Bitte miss den Strohhalm mit dem Lineal.“)
- Massen/Gewichte (z. B. „Welche Dinge sind schwer und welche Dinge sind leicht?“)

Raum und Form

- Eigenschaften ebener Figuren (z. B. „Bitte sortiere diese Formen in verschiedene Gruppen.“)
- Visualisieren und Orientieren (z. B. „Siehst du etwas in diesem Raum, das dieselbe Form hat, wie diese hier?“)

Für Kinder im Vorschulalter geeignet ist ein Teil des ENRP, der als „detour“ vorgesehen ist¹⁸, wenn Kinder im regulären Teil des Interviews zu Zahlen Schwierigkeiten haben. In Australien findet er in der Eingangsklasse der Grundschule Verwendung, die von allen Kindern im Alter von fünf Jahren besucht wird. Ziel ist es, einzuschätzen, wie weit die mathematische Entwicklung des Kindes fortgeschritten ist.

Inhalte der „detour“ für Schulanfänger:

- einfache Zählaufgaben („Wie viele gelbe Teddys sind das?“)
- Vergleich von Mengen („Sind es mehr grüne oder mehr gelbe Teddys?“)
- Invarianz („Nimm fünf blaue Teddys. Stelle sie nebeneinander auf. Sag mir, wie viele blaue Teddys hier stehen.“)
- mathematisches Sprachverständnis in Bezug auf Raum-Lage-Beziehungen (z. B. „Lege einen grünen Teddy hinter den blauen Teddy.“)
- Muster (z. B. „Lege das Muster bitte weiter.“)
- Ordinalzahlaspekt (z. B. „Welche Farbe hat der dritte Teddy?“)
- Simultanerfassung (z. B. strukturierte Mengendarstellungen erkennen)
- Menge-Zahl-Zuordnung („Finde zu jeder Karte mit Punkten die passende Zahl.“)
- Ziffernfolge (z. B. „Lege die Ziffern von der kleinsten bis zur größten Zahl.“)
- Teil-Ganzes-Beziehungen („Zeige mir bitte sechs Finger. Kannst du mir die sechs Finger auch anders zeigen?“)
- Vorgänger-Nachfolger (z. B. „Welche Zahl kommt nach 4?“)
- Eins-zu-eins-Zuordnung (z. B. „Stelle in jeden Becher einen Strohhalm.“)

¹⁸ Im Rahmen einer Längsschnittstudie der Universität Oldenburg wurde dieser Teil des ENRP-Interviews mit ca. 1000 Kindern in Deutschland durchgeführt. vgl. Grüßing, M. (2006), S. 125

- Seriation (z. B. „Lege die Kerzen von der kleinsten bis zur größten.“ „Zeige auf die kleinste Kerze.“)

Der für Kinder im Vorschulalter geeignete Teil des ENR-Projekts beschränkt sich im Wesentlichen auf den Zahlbereich bis 10. Den Aufgaben zum Zählen und zur Bestimmung des Vorgängers bzw. Nachfolgers liegt der Zahlbereich bis 20 zugrunde.

Erfassung von „Vorläuferfertigkeiten“ des mathematischen Verständnisses – Krajewski¹⁹

In einer Langzeiteffektstudie versuchte die Psychologin Krajewski ein Instrumentarium zu finden, das die Vorhersage von Rechenschwäche ermöglicht. Dazu entwickelte sie ein Interview für Kinder im Vorschulalter, mit dem sie so genannte „Vorläuferfertigkeiten des mathematischen Verständnisses“²⁰ ermittelt. Im Schulalter misst sie die Rechenfähigkeit mit Hilfe eines standardisierten Tests. Die Ergebnisse der Datensammlung lassen Krajewski von „spezifischen Vorläuferfertigkeiten“ sprechen, deren Fehlen im Vorschulalter mit späteren Problemen im Mathematikunterricht einhergeht.

Die von Krajewski entwickelten Aufgaben werden den Kindern im letzten Kindergartenjahr in einem Einzelinterview gestellt, das etwa 35 Minuten dauert. Zur Beschreibung ihrer Aufgaben verwendet Krajewski Begrifflichkeiten, die sich mit den in der Mathematikdidaktik gebräuchlichen Begriffen nicht decken und die teilweise in einem anderen Bedeutungszusammenhang verwendet werden, wodurch es zu Verständnisproblemen kommen kann. Auf diesem Hintergrund werden im Folgenden die Begriffe neu geklärt.

In der Untersuchung wird zwischen spezifischen und unspezifischen Prädiktoren für Mathematikleistungen unterschieden. Unter spezifischen Prädiktoren versteht Krajewski Faktoren, deren Präsenz einen Effekt auf die spätere Mathematikleistung hat und unspezifische Faktoren, die sich auf Schulleistung generell auswirken (z. B. auch auf Leistungen im Fachbereich Deutsch). Es wurde vermutet, dass Konzentrationsfähigkeit, das familiäre Umfeld und die Intelligenz zu diesen unspezifischen Prädiktoren zählen und sich zwar auf Schulleistung auswirken, jedoch nicht im Besonderen auf die Leistung im mathematischen Bereich. Zur Überprüfung der Hypothesen von Krajewski wurden in zwei Messzeitpunkten 126 bzw. 153 Kindergartenkinder interviewt.

¹⁹ Krajewski (2003)

²⁰ Krajewski (2003), S. 128

Inhalte:

Spezifische Prädiktoren:

- Vergleiche von Größen und Anzahlen; Aufgaben zum Ergänzen mit abzählbaren Mengen (bei Krajewski: „Mengenvorwissen“²¹):
 - Seriation (z. B. „Zeige mir genau eine Blume von denen, die größer ist als diese hier aber kleiner als diese hier.“)
 - Mengenvergleich (z. B. „Die Kinder wollen ins Schwimmbad. Sie haben sich an zwei Kassen angestellt. Wo stehen mehr Kinder an – hier oder hier (auf zwei gleich lange Reihen deuten, eine mit fünf, die andere mit 6 Würfeln – oder stehen überall gleich viele an?“)
 - Längenvergleich (z. B. „Kannst du mir sagen, ob ein Streifen länger oder kürzer ist, oder sind beide gleich lang?“; „Wie viele von diesen Einer Streifen muss du bei diesem Streifen dazulegen, damit er genauso lang ist wie dieser?“)
- Zählen, Ziffern- und Münzkenntnis, Operationen (bei Krajewski: „Zahlenvorwissen“):
 - Zählfertigkeiten (z. B. „Kannst du schon zählen?“); Zahlvergleich ohne Mengenvorgabe („Was ist größer: 5 oder 3?“)
 - Ziffernkenntnis und Kenntnis von Münzen und Wertvergleich (bei Krajewski: „Arabisches Zahlwissen“)
 - Aufgaben zur Addition und Subtraktion mit und ohne Möglichkeit zum Abzählen (z. B. „Hier hast du 5 Murmeln, ich habe 4 Murmeln. Wie viele Murmeln haben wir zusammen?“)
- Simultan- bzw. Quasisimultanerfassung von Mengen auf Zeit (Würfelbilder schnell benennen); auf Zeit Ziffern lesen und in der richtigen Reihenfolge verbinden (bei Krajewski „Zahlenspeed“)

Mit Ausnahme der Aufgaben zum Zählen und zur Ziffernkenntnis beschränken sich die Aufgaben auf den Zahlenraum bis 10.

Unspezifische Prädiktoren:

- Nachsprechen von Zahlenfolgen mit einsilbigen Zahlwörtern; Simultanerfassung von Mengen: Blitzlesen mit unstrukturierten Mengenbildern; Nachklopfen von vorgeklopfen Anzahlen (bei Krajewski: „Gedächtniskapazität“)
- Symmetrie („Ich möchte, dass du diese Kärtchen hier genau verkehrt herum hinlegst wie diese hier.“); Formen erkennen und Bauwerke nachbauen (z. B.

²¹ Testbeschreibung s. Krajewski (2003), S. 128 ff.

„Kannst du mir die Steine geben, die ich für die Figur auf dem Bild hier gebraucht habe?“) (beides fällt bei Krajewski unter „räumliches Vorstellungsvermögen“)

- Begriffe der räumlichen Lage (z. B. „Stelle den blauen Würfel zwischen die rote Brücke und die gelbe Rutsche.“) (bei Krajewski: „Sprachverständnis für relationale Begriffe“)
- Konzentrationsfähigkeit (gemessen mit dem Frankfurter Konzentrationstest für Fünfjährige)
- Intelligenz (gemessen mit dem Culture Fair Intelligence Test: CFT 1)
- familiäres Umfeld (Informationsgewinnung über Elternfragebogen)

Die Ergebnisse der Datenerhebungen lassen Krajewski schlussfolgern, dass das, was sie als mengen- und zahlenbezogenes Vorwissen bezeichnet – also Zählfertigkeiten, Ziffern- und Münzkenntnis, das Lösen einfacher Additionen und Subtraktionen und der Vergleich von Mengen und Größen „Vorläuferfertigkeiten schulischer Mathematikleistung“²² sind. Bei Kindern, die im Kindergarten Schwierigkeiten mit diesen Aufgaben hatten, zeigten sich auch Probleme im mathematischen Anfangsunterricht.

Bei den Aufgaben, die von den Kindern unter dem Fokus der Geschwindigkeit gelöst werden mussten (Simultanerfassung, Ziffern lesen, Ziffern der Reihe nach verbinden) konnte kein ausschließlicher Effekt auf die spätere Mathematikleistung gezeigt werden. Kinder, die an diesen Aufgaben scheiterten wiesen mit höherer Wahrscheinlichkeit allgemein schlechtere Schulleistungen auf. Ähnliches galt für Kinder mit niedrigerer Intelligenz und bei unzureichender Bearbeitung der Aufgaben zum Nachsprechen von Ziffern, Simultanerfassen unstrukturierter Mengenbilder und Nachklopfen von Anzahlen.

In der Untersuchung zeigte sich, dass eventuell auch die Zugehörigkeit zu einer Schulklasse einen Einfluss auf die Mathematikleistung haben kann.

Da Krajewski – wie oben beschrieben – Begriffen andere Bedeutungszusammenhänge zuweist, wie dies in der Mathematikdidaktik der Fall ist, sei noch einmal explizit darauf hingewiesen, dass die Ergebnisse dieser Untersuchung auf diesem Hintergrund interpretiert und betrachtet werden müssen.

²² Krajewski (2003), S. 211

1.2 Kompetenzdiagnosen zu Schuljahresbeginn

Zur Ermittlung der arithmetischen Vorkenntnisse von Schulanfängern gibt es eine Reihe von Untersuchungen. Den Ausschlag für viele Vorkenntniserhebungen bei Schulanfängern in den letzten 10 Jahren gab der im Rahmen der „Realistic Mathematics Education“ in den Niederlanden entstandene Test von Marja van den Heuvel-Panhuizen.

Untersuchung zur Zählfähigkeit der Schulanfänger - Schmidt²³

Mit einer groß angelegten Untersuchung ermittelte Schmidt Anfang der 80er-Jahre die Zählfähigkeit von Schulanfängern. Ziel der Untersuchung war es, Aufschluss über die Fähigkeiten der Kinder bei Schuleintritt zu bekommen, um eine Diskussion über die Veränderung von Unterricht in Gang zu setzen.

Zur Ermittlung der Zählfähigkeit werden zu Beginn des Schuljahres Einzelinterviews durchgeführt. An der ursprünglichen Untersuchung beteiligten sich 1138 Schülerinnen und Schüler. Diese große Zahl erlaubt Schmidt Rückschlüsse zu ziehen, die einen gewissen Anspruch auf Allgemeingültigkeit haben und stützen seine Argumentation, dass die Vorkenntnisse der Kinder im Anfangsunterricht respektiert werden müssen und dass die Notwendigkeit eines pränumerischen Beginns (wie zu dieser Zeit allgemein üblich) bezweifelt werden muss

Inhalte:

- verbales Zählen („Zähle soweit du kannst.“)
- vorgegebenen Mengen das passende Zahlwort, die passende Ziffer zuordnen (z. B. „Wie viele Plättchen sind es? – Lege die richtige Zahl zu den Plättchen.“)
- zu vorgegebenen Zahlwörtern/Ziffern die passende Menge legen (z. B. „Lege vier Plättchen dort hinein.“)
- Ziffern schreiben und lesen

Die Zuordnungsaufgaben beschränken sich auf den Zahlenraum bis 20. Die Zähltaufgabe ist unbeschränkt, sie kann jedoch bei 100 abgebrochen werden.

Aufgrund der großen Anzahl interviewter Kinder können die Ergebnisse der Untersuchung zum Vergleich herangezogen werden und interessante Informationen geben.

²³ Schmidt, R. (1982a)

Der MORE-Entry-Test – van den Heuvel-Panhuizen²⁴

Hierbei handelt es sich um eine Kompetenzdiagnose mit 26 Aufgaben, die von den Kindern schriftlich beantwortet werden kann (z. B. durch Ankreuzen oder Einkreisen der entsprechenden Ziffer), wobei die Aufgaben mündlich durch die Lehrkraft gestellt werden. Einige Wochen nach Schulbeginn durchgeführt, kann der Test einen Überblick über die arithmetischen Kompetenzen einzelner Schülerinnen und Schüler geben. Insbesondere soll der Test folgende Fragen beantworten:

- Kennen die Kinder schon Teile der Zahlwortreihe?
- Können sie die Anzahl von Objekten bestimmen?
- Kennen sie bereits Ziffern?
- Können sie bereits Operationen mit Mengen oder Ziffern durchführen?

Er ist in ca. 30 Minuten zu bewältigen.

Die niederländische Untersuchung fand drei Wochen nach Schulbeginn statt und der Test wurde dabei von 441 Kindern bearbeitet. Die Aufgabenstellungen wurden mittlerweile unverändert oder abgewandelt vielfach zur Kompetenzdiagnose eingesetzt.

Inhalte:

- Relationsbegriffe zum Vergleich (z. B. „Kreuze das höchste Gebäude an.“)
- Ziffernkenntnis (z. B. „Welcher Fußballspieler hat das Trikot mit der Nummer 14?“)
- Zählfolge (z. B. „Welche Zahl folgt als nächstes?“)
- resultatives Zählen (z. B. „Male fünf Murmeln aus.“)
- Addition und Subtraktion im Kontext (z. B. „An welche Stelle musst du den Spielstein setzen?“ – Dazu wurden zwei Würfel mit Augenzahl 2 und 4 gezeigt.) Neben dem genannten Beispiel werden auch Aufgaben gestellt, bei denen ein Abzählen nicht möglich ist.

Der Test ist im Wesentlichen auf den Zahlbereich bis 10 beschränkt und erfordert Ziffernkenntnis. Zeigt sich bei den Aufgaben zur Ziffernkenntnis, dass die Kinder nicht in der Lage sind, die Ziffern zu erkennen, kann auch der Rest des Tests nicht sinnvoll ausgewertet werden. Bei diesen Kindern würde sich die Testdurchführung in einer Eins-zu-eins-Situation anbieten. Einige Aufgaben sind offen gestellt: Die Kinder können die Zahlen, mit denen sie arbeiten wollen, selbst auswählen.

²⁴ Heuvel-Panhuizen, M. van den (1996)

Die in Abbildung 2 gezeigten sechs Testaufgaben aus der Untersuchung von van den Heuvel-Panhuizen wurden 1993 auch in Deutschland eingesetzt²⁵ und sieben zum Teil andere Aufgaben in der Schweiz²⁶.

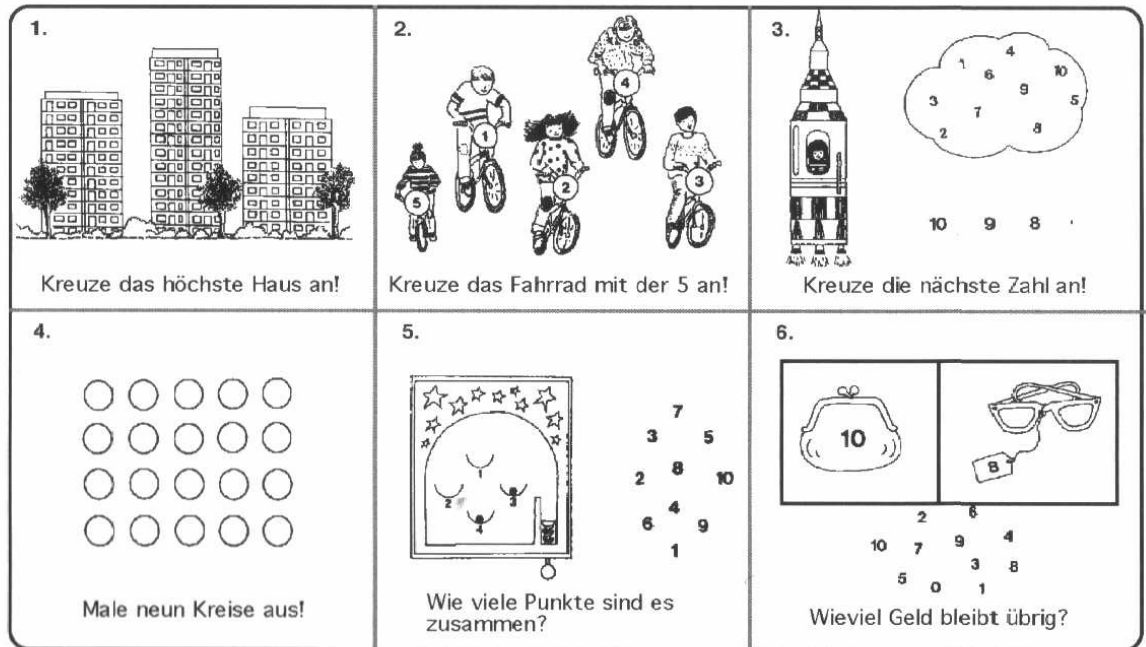


Abb. 2²⁷

Erhebung arithmetischer Vorkenntnisse zu Beginn des 1. Schuljahres – Knapstein/Spiegel²⁸

Knapstein/Spiegel entwickelten mit dieser Kompetenzdiagnose einen Test, der von der Lehrkraft in den ersten Unterrichtswochen durchgeführt werden kann. Die Auswertung der Ergebnisse gibt einen Überblick über die arithmetischen Kompetenzen einzelner Schülerinnen und Schüler oder auch der ganzen Klasse und ermöglicht das Anknüpfen an das Vorwissen der Kinder im Mathematikunterricht der ersten Schulwochen. Die Aufgabenzusammenstellung besteht aus einem Kerntest mit 8 Aufgaben (vgl. Abb. 3) und Zusatzaufgaben zu denselben Themengebieten, jedoch mit einem höheren Anspruch. Die Lehrkraft kann sich daraus die Aufgaben für die eigene Klasse passend zusammenstellen. Die Aufgaben werden mündlich gestellt, sind für die Kinder mit einem Bild im entsprechenden Kontext (Bus fahren, Einkaufen, ...) unterstützt und wer-

²⁵ Selter, Ch. (1995)

²⁶ Hengartner, E.; Röthlisberger, H. (1995)

²⁷ Sundermann, B.; Selter, Ch. (2004), S. 145

²⁸ Knapstein, K.; Spiegel, H. (1995)

den in der Regel beantwortet, indem die Lösungszahl in einer vorgegebenen Zahlenwolke eingekreist wird. Insofern ist die Durchführung in der Kleingruppe (empfohlen werden 3-4 Kinder) oder auch im Klassenverband möglich. Die Bearbeitungszeit wird mit etwa 10 bis 20 Minuten angegeben.

Inhalte:

- Anzahlbestimmung („Finde heraus, wie viele Gummibärchen in der Tüte sind.“)
- Orientierung im Zahlenraum („Auf diesem Lineal fehlt vorne eine Zahl. Finde heraus, welche es ist und kreise sie in der Wolke ein.“)
- Addition und Subtraktion zählbarer und nicht zählbarer Teilmengen (z. B. „In diesem Waggon sitzen 3 Personen. Am Bahnhof steigen noch 5 Personen ein. Wie viele Personen sitzen dann in dem Waggon?“)
- Addition und Subtraktion im Kontext Geld („Finde heraus, wie viel Mark/Euro in diesem Portemonnaie sind.“)
- symbolische Addition und Subtraktion (im Zusatzteil)

Der Kerntest beschränkt sich auf den Zahlenraum bis 10, bei einigen der Zusatzaufgaben kommen Zahlen bis 20 vor. Ziffernkenntnis ist auch für diese Kompetenzdiagnose erforderlich. Ansonsten muss auf die Einzeltestsituation zurückgegriffen werden.

<p>1 Du siehst hier eine Tüte Gummibärchen. Finde heraus, wie viele Gummibärchen in der Tüte sind, und kreise die gefundene Zahl in der Wolke ein.</p> <p>2 Auf diesem Lineal fehlt vorne eine Zahl. Finde heraus, welche es ist, und kreise sie in der Wolke ein.</p> <p>3 In diesem Waggon sitzen 3 Personen. Am Bahnhof steigen noch 5 Personen ein. Wie viele Personen sitzen dann in dem Waggon? Kreise die Zahl in der Wolke ein.</p> <p>4 Jetzt sollst Du Dir einen Waggon vorstellen, in dem 8 Personen sitzen. Am Bahnhof steigen noch 2 Personen ein. Wie viele Personen sitzen dann in dem Waggon? Kreise die Zahl in der Wolke ein.</p>	
	<p>5 In diesem Waggon sitzen 7 Personen. Am Bahnhof steigen 4 Personen aus. Wie viele Personen sitzen dann in dem Waggon? Kreise die Zahl in der Wolke ein.</p> <p>6 Stell Dir nun einen Waggon vor, in dem 6 Personen sitzen. Am Bahnhof steigen 2 Personen aus. Wie viele Personen sitzen dann in dem Waggon? Kreise die Zahl in der Wolke ein.</p> <p>7 Finde heraus, wie viel Mark in diesem Portemonnaie sind, und kreise die gefundene Zahl in der Wolke ein.</p> <p>8 Stell Dir vor, Du gehst mit diesem Portemonnaie einkaufen und kaufst den Ball für 3 Mark. Wie viel Mark hast Du nachher noch übrig? Kreise die Zahl in der Wolke ein.</p>

Abb. 3²⁹

²⁹ Bild entnommen aus Sundermann, B.; Selter, Ch. (2004), S. 146

2. Mathematische Kompetenzen in allen Inhaltsbereichen der Mathematik

2.1 Kompetenzdiagnosen im Vorschulbereich

Förderdiagnostische Aufgaben für Kindergarten und Anfangsunterricht - Lorenz³⁰

Mit einer Sammlung förderdiagnostischer Aufgaben soll ermöglicht werden, frühzeitig Entwicklungsrückstände wahrzunehmen, die für ein erfolgreiches Mathematiklernen problematisch werden können. Zugrunde liegen der Aufgabenkonzeption psychologische Forschungsergebnisse, nach denen Zahlen auch durch räumlich-geometrische Beziehungen im Denken verankert sind. Aus diesem Grund misst Lorenz Grundfähigkeiten wie z. B. Raumvorstellung und visuelle Wahrnehmung eine große Bedeutung bei und erachtet sie als grundlegend für das Mathematiklernen. Er sieht in zwei Bereichen „Vorläuferfähigkeiten“ für den Mathematikunterricht, die gezielt beobachtet und auch gefördert werden sollten: kognitive Faktoren und von ihm als „pränumerisch“ bezeichnete Kompetenzen. Dazu bietet Lorenz eine Sammlung von Aufgaben an, die frei verwendet werden kann. Die Aufgaben sind so konzipiert, dass sie einen Überblick über die Kompetenzen des Kindes ermöglichen, aber auch Anforderungen illustrieren, die für die Förderung exemplarisch sein können. Es handelt sich hierbei nicht um ein festes Testverfahren sondern um ein Aufgabenangebot. Zeigen sich beispielsweise bei einem Kind Schwierigkeiten im Bereich der visuellen Wahrnehmung, können die entsprechenden Aufgaben ausgewählt und mit dem Kind durchgeführt werden. Auf die im Vorschulalter unterschiedlich entwickelten Kompetenzen kann durch Förderung ausgleichend reagiert werden, wenn deutliche Leistungsunterschiede erkannt werden. Das isolierte Trainieren einzelner Fähigkeiten sollte jedoch nicht zum Selbstzweck werden. Lorenz sieht die Chance dieser förderdiagnostischen Aufgaben eher im Ausgleich von Fähigkeitsunterschieden.

Beim Einsatz im Vorschulbereich wird sich bei den meisten Aufgaben die Eins-zu-eins-Situation anbieten. Einige Aufgaben können evtl. auch in der Kleingruppe durchgeführt werden, weil die Beantwortung durch Ankreuzen lösbar ist.

Inhalt:

- kognitive Faktoren:
 - visuelle Differenzierung: Heraussuchen eines identischen Gegenstandes unter mehreren leicht veränderten Gegenständen.

³⁰ Lorenz, J. H. (2006)

- Figur-Grund-Diskrimination: Die Umrisse dreier Gegenstände sind übereinander gezeichnet. Das Kind identifiziert die einzelnen Gegenstände aus sechs Vorschlägen. (vgl. Abb. 4)
- Labyrinth: Der Weg in einem vorgegebenen Labyrinth muss gefunden werden. (Auge-Hand-Koordination)
- Nachzeichnen: In einem Punktraster vorgegebene Linien werden in ein leeres Punktraster übertragen. (Auge-Hand-Koordination, räumliche Orientierung)
- Lokalisieren: Ein Gegenstand wird lokalisiert und in einem Raster wird die Position des Gegenstandes benannt.
- Spiegelbilder: Unter mehreren Abbildungen wird das Spiegelbild herausgesucht.
- Puzzle: Gegenstände werden in der Vorstellung zusammengesetzt. (räumliches Operieren)
- Mosaik: Ein Muster wird mit Teilstücken vervollständigt. (räumliches Operieren)
- visuelles Gedächtnis: Ein Bild wird kurz präsentiert. Der oder die gezeigten Gegenstände werden aus mehreren Lösungsalternativen herausgesucht.
- Kategorien: Gezeigt werden verschiedene Gegenstände, z. B. lauter verschiedene Blumen und ein Blatt. Das Kind findet den nicht passenden Gegenstand heraus.
- Analogien bei gegenständlichen und geometrischen Figuren: z. B. Ein Bildpaar zeigt eine Schraube und einen Schraubendreher. Das zu einem Nagel entsprechende Werkzeug muss aus fünf vorgegebenen Bildern ausgewählt werden.
- Zahlennachsprechen: Sich in der Länge steigende Zahlenfolgen werden vorwärts und rückwärts nachgesprochen. (auditive Gedächtnisleistung – Diese wird im Mathematikunterricht beispielsweise beim Kopfrechnen benötigt.)
- Präpositionen: Aus Bilderfolgen werden Bilder herausgesucht, in denen sich ein Objekt vor, hinter, unter, über, links, rechts von einem anderen befindet. (Verständnis für räumliche Beziehungen)
- Handlungsfolgen: Bildgeschichten in vier oder fünf Einzelbildern werden in die richtige Reihenfolge gebracht. (zeitliche Ordnung)
- von Lorenz als „pränumerisch“ bezeichnete Kompetenzen:
 - perzeptiver Vergleich: Mengen werden aufgrund der Wahrnehmung verglichen. Von zwei Bildern wird das Bild mit der größeren/kleineren Menge identifiziert. Die Mengen sind so groß, dass Zählen nicht möglich ist.
 - mathematisches Sprachverständnis: Die richtige Verwendung von Präpositionen wird im Alltag beobachtet. Dazu gibt es keine eigenen Aufgabenstellungen.

- Zählfertigkeiten: Die Kenntnis der Zahlwortreihe und des Zählens von Objekten wird geprüft.
- visuell-gliedernde Mengenerfassung: Kleinere Mengen können mit einem Blick erfasst werden. Dazu werden Mengen gedanklich strukturiert.
- Operationsverständnis: Additions- und Subtraktionsaufgaben werden verdeckt ausgeführt. Die Anzahl der Objekte ist für das Kind nicht wahrnehmbar.
- Mengenkorrespondenz: Die Kinder suchen aus drei Bildern das heraus, bei dem genauso viele Bonbons wie Kinder gezeigt sind. Bei allen drei Bildern sind beide Reihen (Kinder und Bonbons) gleich lang. (vgl. Abb. 4)
- Seriation: Objekte werden der Größe oder Länge nach geordnet bzw. in eine bestehende Reihe richtig eingeordnet.
- Zuordnung: In einer Bilderreihe wird jedem Gegenstand ein abstraktes Zeichen zugeschrieben. In einer zweiten Reihe ordnen die Kinder den Gegenständen das entsprechende abstrakte Zeichen zu. (vgl. Abb.4)

Zählen, simultane Mengenerfassung und das Lösen einfacher Additions- und Subtraktionsaufgaben erfordert kardinales Zahlverständnis – der Zusammenhang zwischen Zahl und Menge muss dem Kind bewusst sein. Diese Kompetenzen sind deshalb – obwohl sie von Lorenz so bezeichnet werden – allgemein nicht als „pränumerisch“ zu betrachten.

Diese Aufgabensammlung entstand in erster Linie aufgrund psychologischer Erkenntnisse und weist deshalb auch eine andere Strukturierung auf, wie einige der bereits geschilderten Kompetenzdiagnosen. Es sind z. B. Aufgabenstellungen enthalten, die oftmals den geometrischen Vorkenntnissen zugeordnet werden (z. B. räumliche Orientierung, Muster ergänzen), Aufgaben, die zum Bereich Zahlbegriffsentwicklung gehören (z. B. Zählen, Mengenkorrespondenz) und mit der Seriation auch eine Aufgabe, die dem Bereich Maße/Messen zugeschrieben werden kann.

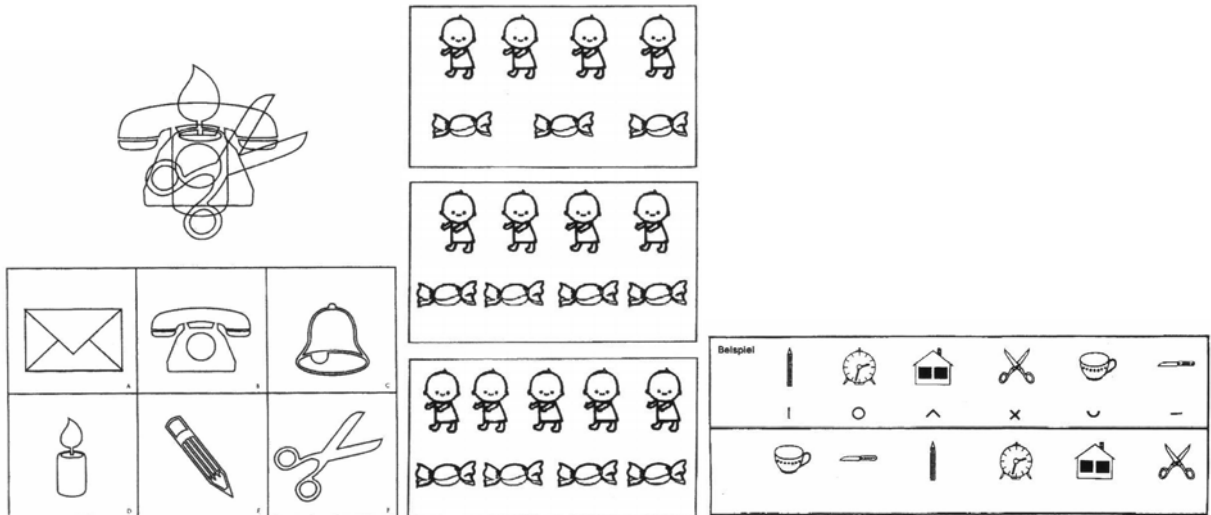


Abb. 4: Aufgaben zur Figur-Grund-Diskrimination, zur Mengenkorrespondenz, zur Zuordnung³¹

2.2 Kompetenzdiagnosen zu Schuljahresbeginn

Mathematische Kompetenzen von Schulanfängern – Grassmann et al.³²

Grassmann et al. erheben in ihrer Untersuchung das mathematische Vorwissen über den arithmetischen Bereich hinaus (vgl. Abb.4). Die Aufgaben können von den Kindern schriftlich gelöst werden, die Aufgabenstellungen erfolgen mündlich und die Bearbeitungszeit wird mit ca. einer Unterrichtsstunde angegeben. Einige Aufgaben erfolgen in Anlehnung an van den Heuvel-Panhuizen³³.

Ein Ziel der Forschergruppe war es unter anderem, Instrumentarien zu entwickeln, mit Hilfe derer die Lernausgangslage der Kinder erfasst werden kann, um Unterricht darauf auszurichten. Im Rahmen der Potsdamer Studie bearbeiteten 830 Schulanfänger diese Aufgabensammlung.

Inhalt:

- Ziffernkenntnis („Auf dem Bild siehst du einige der Seifenkisten; jede Seifenkiste hat eine Startnummer. Kreuze die Startnummer 5 an.“)
- resultatives Zählen (z. B. „Wie viele Vögel sind es?“)
- Rückwärtszählen (Raketenstart)

³¹ Lorenz, J. H. (2006), S. 57 und 62

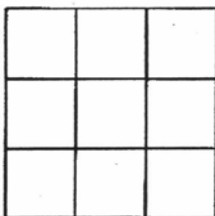
³² Grassmann, M.; Klunter, M.; Köhler, E.; Mirwald, E.; Raudies, M.; Thiel, O. (2002)

³³ Heuvel-Panhuizen, M. van den (1996)

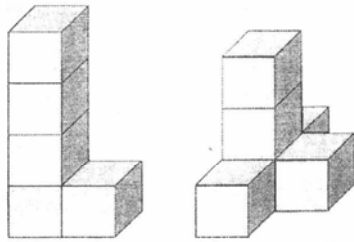
- Zuordnung: Punktbild – Ziffer („Auf dem Bild seht ihr Punkte und Zahlen. Neben einem Kästchen mit Punkten seht ihr die passende Zahl. Fülle die leeren Kästchen aus.“)
- Addition und Subtraktion mit und ohne Möglichkeit des Abzählens (z. B. „Sebastian hat in seinem Portemonnaie 10 Mark/Euro. Er kauft für seine Mutter einen Blumenstrauß für 6 Mark/Euro. Wie viel Geld bleibt übrig? Kreuze die Zahl an.“)
- Orientierung: Begriffe der räumlichen Lage (z. B. „Zeichne rechts unten einen Strich.“)
- Volumenvergleich („In welcher Flasche ist mehr Wasser?“)
- Relationsbegriffe zum Vergleich („Auf dem Bild seht ihr Stifte. Male ein Kreuz auf den kürzesten Stift.“)
- Formenkenntnis („Zeichne ein Viereck.“)
- Wahrnehmungskonstanz („Male alle Dreiecke aus.“)
- Raumvorstellung (z. B. „Welches Kind sieht den Bus so wie auf dem kleinen Bild?“)
- Größen vergleichen/schätzen („In der Schachtel ist eine Murmel. Wie viele Murmeln passen wohl in die Schachtel, wenn die Schachtel ganz voll ist?“)
- Verdoppeln und Halbieren (z. B. „Auf dem Bild siehst du Kästchen. Male die Hälfte der Kästchen aus.“)
- Kapitänsaufgabe („Rotkäppchen hat für seine Großmutter eingekauft. Sie hat in ihrem Korb 2 Becher Joghurt und 5 Brötchen. Wie alt ist die Großmutter?“)

Da anzunehmen ist, dass zu Schuljahresbeginn nicht alle Kinder die Ziffern schreiben können, können die Kinder die Ziffer zu schreiben auch eine entsprechende Anzahl von Strichen malen.

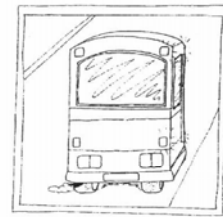
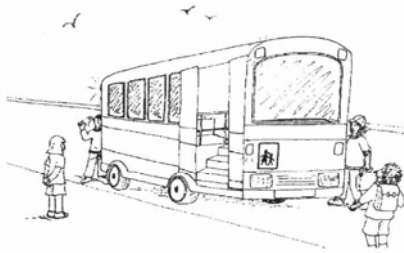
Die Aufgabenstellungen beschränken sich im Wesentlichen auf den Zahlbereich bis 10. Lediglich eine Aufgabe ist im Zahlbereich bis 20 zu lösen.



Auf dem Bild siehst du Kästchen. Zeichne in das mittlere Kästchen ein Kreuz. Zeichne in das Kästchen darüber einen Punkt. Zeichne rechts unten einen Strich.



Tom hat mit Würfeln gebaut. Auf dem Bild seht ihr zwei seiner Gebäude. Wo hat er mehr Würfel gebraucht? Kreuze an.



Auf dem Bild seht ihr einen Bus und vier Kinder. Seht ihr alle vier Kinder? Neben dem großen Bild ist ein kleines. Welches Kind sieht den Bus so wie auf dem kleinen Bild.

Die Kinder erhielten eine Streichholzschachtel mit einer Murmel. Im Aufgabenheft war folgende Abbildung zu sehen:



In der Schachtel ist eine Murmel. Wie viele Murmeln passen wohl in die Schachtel, wenn die Schachtel ganz voll ist.

Abb. 5: Auswahl einiger Aufgaben, die nicht aus dem arithmetischen Bereich sind.³⁴

³⁴ Grassmann, M.; et al. (2002), S. 10 und 13

3. Geometrie

Geometrische Fähigkeiten der Schulanfänger – Grassmann³⁵

Den Blick auf die geometrischen Kompetenzen von Schulanfängern lenkt Grassmann mit einer Aufgabenzusammenstellung, die sich nicht auf geometrische Kenntnisse beschränkt, sondern allgemeine kognitive Fähigkeiten hinzuzieht. Sie verwendet dabei Aufgaben, die in der Tschechischen Republik entwickelt und dort Mitte der 90er-Jahre eingesetzt wurden³⁶. Die Ermittlung der geometrischen Fähigkeiten ist für den Anfang des ersten Schuljahres geplant und kann von den Kindern schriftlich bearbeitet werden. An der deutschen Untersuchung nahmen 583 Schülerinnen und Schüler teil.

Inhalt:

- Relationsbegriffe zum Vergleich („Male den kürzeren Bleistift aus.“)
- Formenkenntnis („Male die Quadrate farbig aus.“)
- Invarianz des Längenbegriffs („Male den längeren Weg aus.“)
- Volumenbegriff – Berücksichtigung zweier Dimensionen („In welcher Flasche ist mehr Brause? Male ein Kreuz auf diese Flasche.“)
- Raumvorstellung („Für welchen Bau benötigst du weniger Würfel?“)
- räumliche Orientierung – Perspektivenwechsel, Begriffe der räumlichen Lage („Welches Auto biegt nach rechts ab? Markiere es.“)

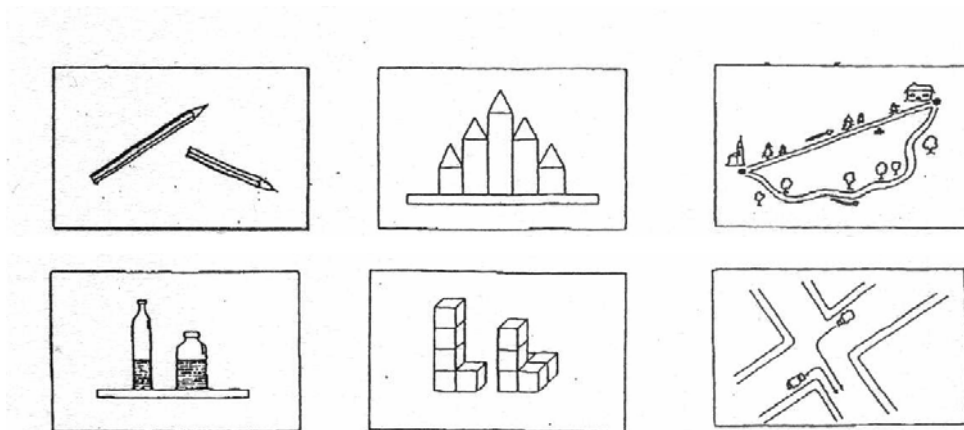


Abb. 6

Räumliches Vorstellungsvermögen nimmt bei diesen Aufgaben einen großen Raum ein. Die Kinder müssen in der Lage sein, ein zweidimensionales Bild dreidimensional zu interpretieren (Aufgabe 3, 4, 5 und 6). Die Frage nach dem kürzeren Stift kann auch dem Bereich Maße und Messen zugeordnet werden.

³⁵ Grassmann, M. (1996)

³⁶ Kurina, F., Ticha, M; Hospesova, A. (1997)

Vorstellungen der Kinder zu geometrischen Inhalten, Begriffen und Zusammenhängen - Höglinger/Senftleben³⁷

Ziel dieser Untersuchung war zum einen, das Vorwissen zu geometrischen Lerninhalten in seiner gesamten Bandbreite zu ermitteln und zum anderen, die Vorstellungsbilder, geometrische Denk- und Sichtweisen und auch Fehlvorstellungen der Kinder in Erfahrung zu bringen. Dies geschieht mittels vier Aufgabentypen, die in der Situation des Einzelinterviews von den Kindern bearbeitet werden. Sie sind jeweils in eine Geschichte eingebunden und beinhalten immer mehrere Einzelaufgaben. Exemplarische Beispiele zu den einzelnen Aufgabentypen zeigt Abbildung 6. Diese Methode erlaubt das Nachfragen und ermöglicht Einsicht in die Begründungszusammenhänge zu den Lösungen. Die Zeitdauer des Interviews wurde nicht begrenzt, um keinen Zeitdruck zu erzeugen. Die Untersuchung mit dem Fokus auf die bestehenden Vorstellungen zu geometrischen Begriffen und Zusammenhängen führten Höglinger/Senftleben mit ca. 50 Kindern durch.

Inhalt:

- Erfassen geometrischer Grundformen – mit Formenplättchen („Diese drei Häuser stehen nebeneinander in derselben Straße. In dem ersten Haus wohnt die Familie ‚Dreieck‘. In diesem Haus wohnt die Familie ‚Viereck‘ und im letzten Haus die Familie ‚Kreis‘. Hier auf dem Tisch liegen nun ganz viele verschiedene Plättchen. Finde heraus, wo jedes Plättchen wohnt. Hast du für ein Plättchen das richtige Haus gefunden, lege es dazu.“)
- Ergänzen von Flächenstücken zu Quadraten – gedankliches Operieren mit Flächenformen („In der Küche lagen einige Kekse auf dem Tisch. Das freche Krümelmonster hat von allen Keksen ein Stück abgebrochen aber nicht aufgeessen. Was meinst du, welches dieser vier Keksstücke wurde von dem Keks abgebrochen?“; s. z. B. Abb. 7)
- Zeichnen symmetrischer Figuren („Malermeister Kleks soll vier Bilder zeichnen. Jedes Bild hat er angefangen, aber keines fertiggestellt. Der Maler dachte, wer wissen will, wie das Bild fertig aussieht, braucht nur einen Spiegel auf den geraden Strich stellen und plumps, schon sieht er die fertigen Zeichnungen. Einen Spiegel habe ich jetzt nicht dabei. Kannst du mir die Bilder fertig zeichnen?“ s. z. B. Abb. 7)

³⁷ Höglinger, S.; Senftleben, H.-G. (1997)

- Erfassen von Drehbewegungen – gedankliches Operieren mit in Rotation befindlichen Gegenständen („Hier habe ich dir ein Riesenrad aus der Puppenstadt mitgebracht. Die rote Gondel steht gerade oben. Da sitzt der kleine Maulwurf drin. Nun stell dir vor, das Riesenrad dreht sich weiter, und zwar so lange, bis die rote Gondel mit dem kleinen Maulwurf unten ist. Wo befinden sich dann die anderen Gondeln?“)

Sowohl geometrische Formen als auch Abbildungen sind Inhalt dieser Untersuchung, wobei die Vorstellungen der Kinder im Mittelpunkt stehen.

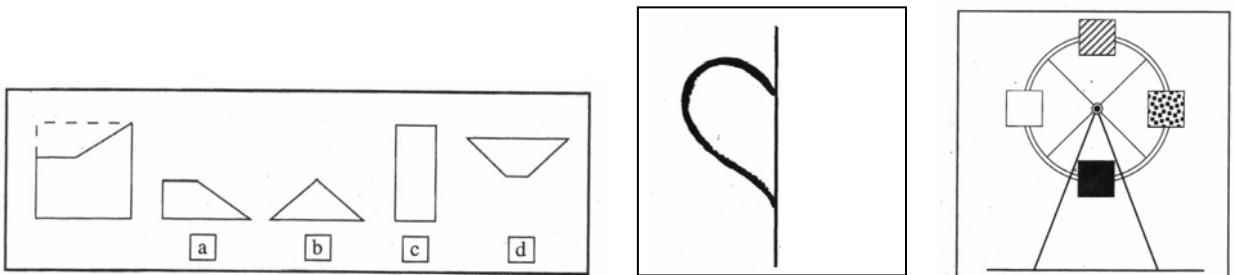


Abb. 7: zu Aufgabenstellung 2, 3 und 4³⁸

mathe 2000-Geometrie-Test – Waldow/Wittmann³⁹

Zur Ermittlung geometrischer Vorkenntnisse auf der Basis der im Projekt mathe 2000 entwickelten sieben fundamentalen Ideen der Elementargeometrie⁴⁰ gibt es eine Aufgabenzusammenstellung, die bereits mit Schulanfängern durchgeführt werden kann. Es werden darin auch Themen behandelt, die erst in späteren Klassen zum Unterrichtsstoff gehören (z. B. Ähnlichkeit). Der Test besteht aus 16 Aufgaben, die den Kindern in Einzelinterviews mündlich gestellt werden, die sie aber schriftlich bearbeiten. Sie verbinden, kreisen ein, malen an oder zeichnen. Für zwei Aufgaben benötigt man zusätzliches Material (Lineal, geometrische Körper). Die Dauer eines Interviews liegt bei 25 bis 40 Minuten. Die ursprüngliche Untersuchung wurde mit 83 Schulanfängern durchgeführt und mit Videoaufnahmen dokumentiert.

Inhalte:

Aufgaben zu den sieben Grundideen der Elementargeometrie:

- geometrische Formen und ihre Konstruktion:

³⁸ Höglinger, S.; Senftleben, H.-G. (1997), S. 37 und 38

³⁹ Waldow, N.; Wittmann, E. Ch. (2001)

⁴⁰ Wittmann, E. Ch. (1999)

- Stempel: „Kannst du jetzt einmal versuchen, die gestempelten Bilder mit dem Stempel zu verbinden, mit dem sie gemacht worden sind?“
- Ähnliche Dreiecke/Rechtecke: z. B. „Du sollst die Dreiecke einkreisen, die genauso aussehen wie das große, die nur ein bisschen kleiner sind.“
- Operieren mit Formen:
 - Spiegelbilder: „Hier siehst du verschiedene Männchen. Das sind aber nur halbe Männchen. Zwei Männchen kann man immer so zusammensetzen, dass es ein richtiges Männchen ergibt. Kannst du jetzt immer zwei Männchen verbinden, die zusammen ein richtiges Männchen ergeben?“
 - Tangram: „Hier oben siehst du ein Puzzle. Und unten habe ich die Puzzleteile so umgelegt, dass dieses Männchen dabei herausgekommen ist. Findest du die Teile, die hier oben liegen, unten wieder? Die sollst du dann wieder verbinden.“
 - Verkleinern: „Hier oben siehst du ein Haus. Und unten, das soll ein kleines Bild wie ein Foto von dem Haus werden. Hier ist schon der Fußboden gezeichnet. Und du sollst jetzt mal das Bild weitermalen, sodass es so aussieht wie das richtige Haus.“
- Koordinaten: In einem Koordinatenraster (8 mal 8) ist ein Feld eingefärbt. In einem leeren Gitter sollen die Kinder das entsprechende Feld kennzeichnen.
- Maße:
 - Bohrer: „Hier siehst du Bohrer. Mit Bohrern kann man zum Beispiel Löcher in Holz bohren. Jetzt hat jemand die Bohrer benutzt, hat sie aber nicht wieder in den Kasten eingeräumt. Kannst du einmal jeden Bohrer mit dem Platz verbinden, wo er hingehört?“
 - Messen: Länge eines Rechtecks mit dem Lineal messen
- geometrische Gesetzmäßigkeiten und Muster: z. B. „Hier siehst du ein Muster. Kannst du das Muster ein bisschen weiter malen?“
- Formen in der Umwelt: Den Kindern wird ein blauer Zylinder, eine gelbe Kugel und ein roter Quader gezeigt. „Hier auf dem Bild kann man Dinge erkennen, die so aussehen, wie die Formen, die ich dir hier mitgebracht habe. Kannst du sie in der gleichen Farbe anmalen?“
- Übersetzung in die Sprache der Geometrie (Geometrisierung): Deuten eines Sitzplanes: Die Kinder suchen zuerst den freien Platz und kreisen dann den entsprechenden Namen ein.

Dieser Test deckt ein breites Spektrum an geometrischen Themen ab und hat durch Aufgaben wie z. B. die Fragestellung zur Ähnlichkeit oder zum Sitzplan einen hohen Anspruch.

Einordnung der Verwendbarkeit vorhandener Verfahren in Bezug auf Informationsgewinnung an der Schnittstelle Kindertagesstätte - Grundschule

Die vorgestellten Verfahren zur Ermittlung von Kompetenzen und Vorkenntnissen der Kinder verfolgen zum Teil sehr unterschiedliche Zielsetzungen und eignen sich deshalb auch für verschiedene Intentionen. Auch die Durchführungsmodalitäten sind je nach Verfahren sehr different.

Informelle Diagnose:

Eine Kompetenzdiagnose, die in erster Linie der Informationsgewinnung an der Schnittstelle Kindertagesstätte – Grundschule dient, sollte einen Einblick in die vorhandenen Vorkenntnisse und Vorstellungen der Kinder geben und etwaige Defizite aufdecken um den Übergang möglichst ohne Brüche gestalten zu können und um individuell auf die Voraussetzungen des Kindes reagieren zu können. Es handelt sich dabei um eine Art informelle Diagnose. Bei der Interpretation der Ergebnisse liegt das primäre Interesse nicht am Gesamtergebnis einer Gruppe, sondern die Einzelergebnisse jedes Kindes sind von entscheidender Bedeutung. Will man sich einen Überblick über den Lern- und Entwicklungsstand eines Kindes verschaffen, können Aufgabenstellungen zum Einsatz kommen, wie sie von Fragniere et al., van den Heuvel-Panhuizen, Knapstein-Spiegel, Grassmann (2002) oder Höglinger/Senftleben verwendet wurden, oder wie sie auch das ENRP vorschlägt. Auch ausgewählte Aufgabenstellungen des OTZ können dazu dienen, Einblick z. B. in die Zählfähigkeiten oder die Mengenerfassung des Kindes zu bekommen. Prinzipiell können aus jeder vorgestellten Kompetenzdiagnose einzelne Aufgaben ausgewählt werden, um aktuell eine spezifische Information zum Entwicklungsstand eines bestimmten Kindes zu bekommen.

Die Durchführung eines Tests in Form von Einzelinterviews hat den klaren Vorteil, Lösungsstrategien der Kinder wahrnehmen zu können und sie in ihrer Entwicklung eher einschätzen zu können, bedeutet aber auch einen erheblichen Zeitaufwand. Während in der Schule ein Test, den die Kinder schriftlich bearbeiten können und der mit einer größeren Gruppe durchgeführt werden kann (van den Heuvel-Panhuizen, Knapstein-Spiegel), praktikabler ist, erscheint es in der Kindertagesstätte unter Umständen sinnvoller, zu verschiedenen Zeitpunkten im persönlichen Kontakt mit dem Kind einzelne Aufgabenstellungen zu bearbeiten (z. B. ENRP, Fragniere et al., van den Heuvel-Panhuizen, Schmidt). Die Ergebnisse können dokumentiert werden und fügen sich nach einiger Zeit zu einem Gesamtbild. Zu beachten ist jedoch, dass die schriftlich

durchführbaren Tests in der Regel Ziffernkenntnis voraussetzen. Sie liefern deshalb keine Informationen von Kindern, die durchaus eine Vielzahl mathematischer Grunderfahrungen haben können, jedoch die Ziffern nicht lesen oder schreiben können.

Ergänzende Informationen können durch diagnostische Aufgaben, wie sie Lorenz vorschlägt, gewonnen werden. Dies bietet sich vor allem an, wenn Defizite im Bereich der kognitiven Fähigkeiten, wie z. B. der visuellen Wahrnehmung, vermutet werden.

Normorientierter Vergleich:

Der Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung ist ein Verfahren, das einen Vergleich mit Normwerten vorsieht. Die Auswertung der Testergebnisse zeigt das Niveau der individuellen Zahlbegriffsentwicklung eines Kindes auf einer fünfstufigen Skala, verglichen mit einer Normgruppe von Kindern gleichen Alters. Ein standardisiertes Verfahren mit klaren Bewertungsmaßstäben kann hilfreich sein, eigene Beobachtungen zu ergänzen. Vermutet man beispielsweise bei einem Kind größere Defizite, kann das Testergebnis die eigene Einschätzung bestätigen und evtl. als Argumentationshilfe dienen. Je nach Kenntnisstand der Erzieherin oder des Erziehers bzw. der Lehrkraft werden Beobachtungen von Leistungen der Kinder ganz unterschiedlich eingeschätzt, so dass ein Vergleich mit einer Norm Orientierung geben kann.

Klare Hinweise auf die Begründungszusammenhänge für das Abschneiden eines Kindes und Hinweise zur Förderung gibt der Test nicht. Diesbezüglich wird bei den Testdurchführungsbestimmungen auf die Bedeutung der Notation von zusätzlichen Beobachtungen hingewiesen, die wiederum wertvolle Hinweise für die Weiterarbeit mit dem Kind geben können.

Ebenfalls eine Orientierung an einer großen Grundgesamtheit erlauben die Untersuchungsergebnisse von Schmidt. Diese Untersuchung ist zwar kein genormter Test nach psychometrischen Grundsätzen, sie wurde jedoch mit über 1000 Kindern des ersten Schuljahres durchgeführt. Insofern können die Ergebnisse der Kinder in der eigenen Klasse durchaus mit denen der Ursprungsuntersuchung in Bezug gesetzt werden. Dies kann für die Einschätzung der Fähigkeiten der eigenen Kinder hilfreich sein. So gibt Schmidt beispielsweise an, dass 97% der von ihm untersuchten Kinder bis mindestens 10 zählen können. Kann ein Kind dies nicht, so kann der Vergleich den Anstoß geben, die Kompetenzen dieses Kindes genauer zu untersuchen.

Wissenschaftliche Erkenntnisgewinnung als Grundlage für Intervention in verschiedenen Bereichen:

Einige der vorgestellten Untersuchungen dienen in erster Linie dazu, neue Informationen über die Vorkenntnisse der Kinder zu bekommen, um gegebenenfalls Unterricht modifizieren zu können oder um eine solide Basis für notwendige Veränderungen der Curricula zu gewinnen. Der Frage: „Welche Rolle spielt das Zählen beim Erwerb des Zahlverständnisses?“ geht die Untersuchungen von Schmidt/Weiser nach. Aufgrund ihrer Untersuchungsergebnisse fordern sie beispielsweise 1982 bereits, dass es nicht Aufgabe des Anfangsunterrichts sein kann, die Zahlen bis 10 einzuführen. Stattdessen sollte das Vorverständnis der Kinder differenziert und angereichert werden⁴¹.

Krajewski widmet sich der Frage: „Gelingt es, Rechenschwäche zu prognostizieren?“ mit dem Ziel, Faktoren zu identifizieren, die im Einzelfall eine frühzeitige Intervention möglich machen kann. Sie findet aufgrund ihrer Untersuchungsergebnisse so genannte „Prädiktoren“. Die von ihr identifizierten Faktoren müssen jedoch immer auf der Grundlage der Aufgabenstellungen betrachtet werden, die sie zur Definition der einzelnen „Prädiktoren“ verwendet. Diese entsprechen nicht den gängigen Begriffen: Zum „Mengenvorwissen“ gehört bei Krajewski beispielsweise der Größenvergleich von Gegenständen, zum „Zahlenvorwissen“ die Kenntnis von Münzen, um nur einige Beispiele zu nennen.

„Welche Vorstellungen haben Kinder zu Inhalt und Umfang geometrischer Begriffe und Zusammenhänge?“ – diese Frage beschäftigte Höglinger/Senftleben mit dem Ziel durch Befunde eine Grundlage für die Weiterentwicklung des Geometrieunterrichts zu bekommen. Im Bereich der geometrischen Vorkenntnisuntersuchungen kann noch nicht auf eine so lange Forschungsgeschichte zurückgegriffen werden wie im arithmetischen Bereich. Insofern sind auch Fragestellungen zu untersuchen, wie z. B. auf welche Inhalte sich eine geometrische Vorkenntnisuntersuchung stützen kann (Waldow/Wittmann).

⁴¹ vgl. Schmidt, S; Weiser, W. (1982) S. 259f.

Resümee

Der Einsatz von Kompetenzdiagnosen vor oder zu Schulbeginn kann wichtige Informationen über den Kenntnisstand einzelner Kinder geben und deutliche Impulse für die Planung und Gestaltung von Lernumgebungen und die individuelle Förderung liefern. Die Effektivität solcher Maßnahmen wird sich jedoch erst zeigen, wenn die Ergebnisse mit fachdidaktischem Sachverstand entsprechend interpretiert und analysiert werden. Dazu ist ein hohes Maß fachdidaktischer Kompetenz notwendig. Schipper warnt in diesem Zusammenhang davor, dass sich z. B. eine hohe Kompetenz eines Kindes „nicht in erster Linie an der Tatsache der Lösung einer Aufgabe festmachen“ lässt, „sondern vor allem an der Art und Weise der Lösung.“⁴² Das Zustandekommen von Ergebnissen ist letztendlich von höherer Relevanz.

Im Moment gibt es einige Forschungsvorhaben, die sich damit befassen, so genannte „Risikokinder“ zu identifizieren⁴³. Darunter versteht man Kinder, die vermutlich zu einem späteren Zeitpunkt Schwierigkeiten beim Mathematiklernen haben werden. Diese Vorgehensweise erfordert ein Höchstmaß an Sensibilität. Wie zielführend dieser Ansatz sein wird, muss sich in der Praxis und der wissenschaftlichen Evaluation noch zeigen. Die Selektion von Kindern in „Risiko“- und Normalkinder befriedigt auf den ersten Blick den Ruf nach Förderung der Schwachen. Sie birgt aber die große Gefahr der Stigmatisierung und zeitgleich der Vernachlässigung der Aufmerksamkeit für alle Kinder. Ziel der frühen Förderung muss nach wie vor sein, alle Kinder in den Blick zu nehmen. Die reine Defizitorientierung ist dazu nicht der richtige Weg.

Sich die Fähigkeiten der Kinder in der Gruppe der Kindertagesstätte oder in der Schulklasse bewusst vor Augen zu führen ist in jedem Fall ein idealer Anknüpfungspunkt, um die Lern- und Lösungsprozesse der Kinder bewusster wahrzunehmen und unabdingbare Voraussetzung dafür, passende Lernangebote bereitzustellen zu können. Dabei geht es nicht um isolierte Trainingsprogramme sondern um Lernangebote, die den Kindern ein Mathematiklernen auf ihren Wegen ermöglicht, um Anregungen, die die Kinder als aktiv-konstruierend Lernende ernst nimmt und die sich durch Anknüpfen an die individuelle Ausgangslage in den natürlichen Lernprozess stimmig einfügen. Man ermöglicht so allen Kindern frühzeitig mathematische Grunderfahrungen zu sammeln und ihre individuellen Fähigkeiten auszubauen, wodurch sich ihre Voraussetzungen auch für das schulische Lernen verbessern.

⁴² Schipper, W. (1998), S. 135

⁴³ z. B. Krajewski, K. (2003), Grüßing, M. (2006)

Literatur

Bortz, J.; Döring, N. (2002): Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler. 3. überarbeitete Auflage. Heidelberg: Springer Medizin

Department of Education, Employment and Training (2001): Early Numeracy Interview Booklet. State of Victoria

Fragnière, N.; Jost, N.; Michel, A.; Weishaupt, R.; Hengartner, E. (1999): Arithmetische Fähigkeiten im Kindergartenalter. In Hengartner (Hrsg.): Mit Kindern lernen. Schweiz, Zug: Klett

Grassmann, M. (1996): Geometrische Fähigkeiten der Schulanfänger. In: Grundschulunterricht Heft 43, S. 25-27

Grassmann, M.; Klunter, M.; Köhler, E.; Mirwald, E.; Raudies, M.; Thiel, O. (2002): Mathematische Kompetenzen von Schulanfängern. Teil 1: Kinderleistungen – Lehrerwartungen. Potsdam: Universität

Grüßing, M. (2006): Handlungsleitende Diagnostik und mathematische Frühförderung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule. In: Grüßing, M.; Peter-Koop, A. (Hrsg.): Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren. Offenburg: Mildenberger

Hengartner, E.; Röthlisberger, H. (1995): Rechenfähigkeit von Schulanfängern. In: Brügelmann, H.; Ballhorn, H. Füssenich, I. (Hrsg.): Am Rande der Schrift. Lengwil: Libelle

Heuvel-Panhuizen, M. van den (1996): Assessment and Realistic Mathematics Education. Utrecht

Höglinger, S.; Senftleben, H.-G. (1997): Schulanfänger lösen geometrische Aufgaben. In: Grundschulunterricht Heft 5, S. 36-39

Kühnel, J. (1959): Neubau des Rechenunterrichts. 10. Auflage. Regensburg: Pustet.

Knapstein, K.; Spiegel, H. (1995): Testaufgaben zur Erhebung arithmetischer Vorkenntnisse zu Beginn des 1. Schuljahres. In: Müller, G. N.; Wittmann, E. Ch. (Hrsg.): Mit Kindern rechnen. Arbeitskreis Grundschule - Grundschulverband. Frankfurt

Krajewski, K. (2003): Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. Hamburg: Dr. Kovač

- Kurina, F.; Ticha, M.; Hospesova, A. (1997): How to evaluate und utilise our children's geometrical experience. Prague: Proceedings of the Symposium on Elementary Mathematics Teaching.
- Lorenz, J. H. (2006): Förderdiagnostische Aufgaben für Kindergarten und Anfangsunterricht. In: Grüßing, M.; Peter-Koop, A. (Hrsg.): Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren. Offenburg: Mildenberger
- Luit, J. E. H. van; Rijt, B. A. M. van de; Hasemann, K. (2001): Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung. Göttingen, Bern, Toronto, Seattle: Hogrefe
- Moser Opitz, E. (2002): Zählen, Zahlbegriff, Rechnen. 2. Auflage. Bern, Stuttgart, Wien: Haupt
- Peter-Koop, A.; Grüßing, M. (2006): Zur Diagnostik von Lernausgangslagen im Mathematikunterricht, in PÄD Forum: unterrichten erziehen 2, S. 103-106
- Piaget, J.; Szeminska, A. (1969): Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde. 2. Auflage. Stuttgart: Klett
- Ricken, G. (2003): Psychometrische und entwicklungsorientierte Verfahren zur Diagnostik des Rechnens. In: Fritz, A; Ricken, G.; Schmidt, S. (Hrsg.): Rechenschwäche – Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim, Basel, Berlin: Beltz
- Schipper, W. (1998): „Schulanfänger verfügen über hohe mathematische Kompetenzen.“ – Eine Auseinandersetzung mit einem Mythos. In: Peter-Koop, A. (Hrsg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. 2. Auflage 2002. Offenburg: Mildenberger
- Schmidt, R. (1982a). Die Zählfähigkeit der Schulanfänger – Ergebnisse einer Untersuchung. In: Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe 12 (10), 371-376
- Schmidt, R. (1982b). Ziffernkenntnis und Ziffernverständnis der Schulanfänger. In: Grundschule Heft 14: S. 166-167
- Schmidt, S.; Weiser, W. (1982): Zählen und Zahlverständnis von Schulanfängern. In: Journal für Mathematik-Didaktik 3/4, 227-263
- Selter, Ch. (1995): Zur Fiktivität der „Stunde Null“ im arithmetischen Anfangsunterricht. In: Mathematische Unterrichtspraxis. Heft 16: S. 11-19
- Sundermann, B.; Selter, Ch. (2006): Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen Scriptor

Waldow, N.; Wittmann, E. Ch. (2001): Ein Blick auf die geometrischen Vorkenntnisse von Schulanfängern mit dem mathe 2000-Geometrie-Test. In: Weiser, W.; Wollring, B. (Hrsg.): Beiträge zur Mathematikdidaktik für die Primarstufe. Hamburg: Dr. Kovač

Wittmann, E. Ch. (1999): Konstruktion eines Geometrieunterrichts ausgehend von Grundideen der Elementargeometrie. In: Henning, H. (Hrsg.) Mathematik lernen durch Handeln und Erfahrung. Oldenburg: Bültmann und Gerriets

Zitation

Empfohlene Zitation:

Gasteiger, Hedwig (2007). *Stand der mathematischen Kompetenzdiagnosen am Übergang von der Kindertagesstätte zur Grundschule und zukünftige Perspektiven*. Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin (TransKiGs)
Verfügbar über:

http://www.transkigs.de/fileadmin/user/redakteur/Berlin/ExpertiseKompetenzdiagnosen_Gasteiger.pdf