



Auf dem Weg zum veränderten Mathematikunterricht in der Grundschule

Teil I



Herausgeber:

Landesinstitut für Schule und Medien Brandenburg (LISUM Bbg)
14974 Ludwigsfelde-Struveshof

Tel.: 03378 209-153

Fax: 03378 209-303

Internet: www.lisum.brandenburg.de

Autorinnen:

Ute Baumann, Elke Binner, Angelika Möller

© Landesinstitut für Schule und Medien Brandenburg (LISUM Bbg); 2006

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte einschließlich Übersetzung, Nachdruck und Vervielfältigung des Werkes vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des LISUM Bbg in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden. Eine Vervielfältigung für schulische Zwecke ist erwünscht. Das LISUM Bbg ist eine Einrichtung im Geschäftsbereich des Ministeriums für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg (MBS).

Inhalt

1	Was ist NEU im Rahmenlehrplan Grundschule Mathematik? - Welche Veränderungen sollen im Mathematikunterricht initiiert werden?.....	2
2	Akzentsetzungen in den Themenfeldern des Rahmenlehrplans.....	5
2.1	Form und Veränderung	5
2.2	Zahlen und Operationen.....	7
2.3	Größen und Messen.....	9
2.4	Daten und Zufall	11
3	Veränderte Aufgabenkultur – veränderter Mathematikunterricht	13
3.1	Versuch einer Begriffsklärung	13
3.2	Aufgaben-Beispiele	14
4	Auf dem Weg zur schulinternen Planung - erste Erfahrungen	22
4.1	Herangehensweisen im ersten Jahr der Implementation	22
4.2	Bestandsaufnahme.....	23
4.3	Einblick in das Vorgehen verschiedener Grundschulen	23
4.4	Herangehensweise zu Beginn des zweiten Jahres der Implementation	25
4.5	Fortbildung.....	25
5	Literatur.....	26

Die in der Werkstatt (vgl. /4/) veröffentlichten und die folgenden Texte entstanden während der Implementation des Rahmenlehrplans Mathematik Grundschule. Sie widerspiegeln den Erfahrungsaustausch der Mitglieder der Brandenburger Rahmenlehrplangruppe Grundschule Mathematik mit Lehrkräften und Fachberaterinnen und Fachberatern des Landes Brandenburg. Sie haben das Ziel, Impulse für die inhaltliche Arbeit der Fachkonferenzen zu geben. Die Literaturangaben sind als Empfehlungen für eine vertiefte inhaltliche Auseinandersetzung zu verstehen.

1 Was ist NEU im Rahmenlehrplan Grundschule Mathematik? - Welche Veränderungen sollen im Mathematikunterricht initiiert werden?

Vor dem Hintergrund der Einführung eines neuen Rahmenlehrplans Grundschule Mathematik ist es notwendig herauszufinden, welche neuen Intentionen in ihm verankert sind. Gleichzeitig wird von jeder Lehrkraft erwartet, die individuellen Vorstellungen von Ziel und Gestaltung des Mathematikunterrichtes neu zu durchdenken und gemessen an den Vorgaben im Rahmenlehrplan gegebenenfalls notwendige Veränderungen bewusst vorzunehmen.

Daraus ergeben sich für die Mitglieder der Fachkonferenz einer Schule folgende Aufgabefelder. Es ist eine inhaltliche Verständigung zu den Intentionen des Rahmenlehrplans als Grundlage für gemeinsame Vereinbarungen notwendig. Diese sind in Form einer schulinternen Planung festzuhalten. Um schulische Entwicklungsprozesse zu gestalten, muss die eigene Unterrichtsarbeit auf den Prüfstand gestellt und die eigene Professionalität weiterentwickelt werden.

Die inhaltlichen Veränderungen des Rahmenlehrplans spiegeln Ergebnisse internationaler und bundesweiter Diskussionen zu Konsequenzen aus Leistungsvergleichsuntersuchungen (u. a. PISA und IGLU-E), Erkenntnisse und Erfahrungen aus bundesweiten Programmen (u. a. SINUS), fachdidaktischer Untersuchungen zu Kompetenzmodellen und Erkenntnisse der Lernforschung wider. Das hat zur Konsequenz, dass im Rahmen der Modernisierung der Ziele und Ansprüche in der pädagogischen Ausgestaltung der Grundschule das Fach Mathematik mit seinem spezifischen Beitrag zu beschreiben ist. Darüber hinaus hat der Rahmenlehrplan der Modernisierung des Fachprofils, d. h. einem veränderten Verständnis von Mathematik, einer veränderten Zielbeschreibung und daraus resultierend veränderten Ansprüchen an den Mathematikunterricht Rechnung zu tragen.

Damit trotzdem ein überschaubares, handhabbares Arbeitspapier für Lehrkräfte entsteht, sind die Mitglieder der länderübergreifenden Rahmenlehrplangruppe Grundschule Mathematik davon ausgegangen, dass sich dieser Rahmenlehrplan an kompetente Lehrkräfte wendet, die eine solide pädagogische, fachliche und fachdidaktische Ausbildung haben und sich den aktuellen Entwicklungen durch Fort- und Weiterbildung stellen. Mit diesem Verständnis haben sich die Verfasser des Rahmenlehrplans darauf beschränkt, Bewährtes nur kurz darzustellen und Veränderungsdimensionen ausführlicher zu betonen, in dem Akzentuierungen und Schwerpunktsetzungen vorgenommen wurden. Das erfolgte mit dem Ziel, Lehrkräften eine Orientierung für das Nachdenken über Unterrichtsveränderungen und Ansätze dafür zu geben.

Das Rahmenlehrplankonzept stellt mit dem Kompetenzmodell die Persönlichkeitsentwicklung des Lernenden in den Mittelpunkt. Kompetenzen beschreiben dabei eine Qualität, wie der Lerner in der Lage ist, auf Anforderungen zu reagieren.

Lernen erfolgt immer komplex und erfordert in der Schule, dass fachübergreifendes und fachbezogenes Lernen miteinander vernetzt werden und der Lernprozess in der Organisation und inhaltlich darauf ausgerichtet ist. Somit ist das Fach Mathematik zwar in seiner Fachspezifik zu betrachten, aber auch immer in seinem Bezug zu anderen Fächern.

Die mathematische Grundbildung hat über alle Schulstufen das Ziel, Fähigkeiten zum Argumentieren und zum Kommunizieren, zur mathematischen Modellbildung, zum Problemlösen, zur Nutzung von Darstellungen und zum Umgang mit der Fachsprache sowie Fähigkeiten zur sinnvollen Nutzung von Arbeits- und Hilfsmitteln zu entwickeln. Diese Zielbeschreibung liegt den Rahmenlehrplanentwicklungen in allen Bundesländern, den daraus resultierenden nachfolgenden Materialien und der Entwicklung der Bildungsstandards durch die Kultusministerkonferenz zu Grunde.

Als schulische Eingangsstufe steht der Mathematikunterricht der Grundschule in der Pflicht, die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler zu erkennen, zu bewahren und zu entwickeln. Die Standards im Rahmenlehrplan beschreiben in Bezug auf Sach- und Methodenkompetenz die Fähigkeiten, die die Lernenden am Ende der Grundschulzeit im Fach Mathematik erworben haben sollen. Ihre Entwicklung ist untrennbar mit der Entwicklung sozialer und personaler Kompetenzen verbunden. Standards werden formuliert, um die Gestaltung des Unterrichts als Prozess anzuregen und die Qualität von Lernergebnissen evaluieren zu können.

Unter dem Gesichtspunkt der Qualitätssicherung sind somit die Standards und das zugrunde gelegte Kompetenzmodell Kern des Rahmenlehrplans. Alle weiteren Texte des Rahmenlehrplans Mathematik geben Lehrkräften und Fachkonferenzen eine Orientierung mit dem Ziel, einen entwicklungsfördernden Unterricht für alle Schülerinnen und Schüler zu gestalten. Die weitere Konkretisierung der dafür notwendigen Schritte an der Schule ist durch die Fachkonferenzen vorzunehmen und in Form der schulinternen Planung bzw. in der persönlichen Planung der Lehrkräfte festzuhalten. Somit weist die schulinterne Planung die Entwicklungsschritte zu den Standards aus.

Der Rahmenlehrplan enthält dafür Strukturhilfen, indem für den Weg zu den Standards in den Themenfeldern Anforderungen für die Doppeljahrgangsstufen beschrieben werden. Für den Verständigungsprozess in der Fachkonferenz hat es sich bewährt, die Anforderungen und die Standards nebeneinander zu stellen. Das erleichtert den Austausch darüber, was und wie, auf welcher Niveaustufe in den einzelnen Jahrgangsstufen initiiert werden muss, um die Kompetenzentwicklung zu befördern.

Die Themenfelder wurden aus den klassischen Inhaltsbereichen der Mathematik abgeleitet. Sie orientieren sich an Leitideen des Faches und spiegeln eine veränderte Schwerpunktsetzung wider. Das Kompetenzmodell erfordert eine veränderte Sicht auf die Inhalte von Lernprozessen. Inhalte sind grundsätzlich nach ihrem Beitrag zur Kompetenzentwicklung und unter dem Gesichtspunkt der Sicherung der Anschlussfähigkeit auszuwählen. In diesem Sinne sind verbindliche Inhalte in den Doppeljahrgangsstufe festgeschrieben. Innerhalb der Fachkonferenz sollte man sich verständigen, welche Inhalte darüber hinaus geeignet sind, die Kompetenzentwicklung zu fördern und zu sichern. Anregungen dafür geben neben der Themenfeldübersicht auch die ausgewiesenen offenen Inhalte. Gemeinsame Vereinbarungen dazu sind Teil der schulinternen Planung.

Für die weitere Erschließung des Rahmenlehrplans ist es notwendig, sich darüber klar zu werden, dass eine Anforderung durch unterschiedliche verbindliche und offene Inhalte gefördert werden kann. Aber auch umgekehrt kann die Auseinandersetzung mit einem Inhalt mehrere Anforderungen bedienen. Auf der Suche nach solchen Beziehungen im Rahmenlehrplan erkennt man die Vernetzung der Themenfelder. Sie sollten als Teil der schulinternen Planung festgehalten werden.

Die veränderten Zielstellungen haben auch Konsequenzen für die Unterrichtsgestaltung. Sie erfordern eine Schwerpunktverschiebung dahingehend, dass durch den Unterricht mehr inner- und außermathematische Vernetzungen ermöglicht werden, mehr Denkaktivitäten und Eigenkonstruktionen der Schülerinnen und Schüler angeregt und zugelassen werden, der Lernprozess bewusst reflektiert und ein flexiblerer Methodeneinsatz herausgefordert wird. Dafür gibt das fachdidaktische Konzept klare Orientierungen. Unter dem Gesichtspunkt der Qualitätssicherung heißt „Unterrichten“ auch erfolgreiches Lernen für alle Schülerinnen und Schüler zu organisieren. In diesem Zusammenhang hat die Aufgabengestaltung im Fach Mathematik einen besonderen Stellenwert. Um im beschriebenen Sinne mathematische

Grundbildung zu fördern, sind bisher verwendete Aufgabenstellungen hinsichtlich ihrer Eignung zu überprüfen und gegebenenfalls abzuwandeln. Von Bedeutung ist in diesem Zusammenhang vor allem das Bilden von Aufgaben mit Bezug zum Alltag der Schülerinnen und Schüler durch den Lehrenden und darüber hinaus das Bilden von Aufgaben durch die Schülerinnen und Schüler selber. In diesem Prozess können sich Fachkonferenzen Anregungen aus Materialien der BLK-Programme SINUS, SINUS-Transfer und speziell SINUS-Transfer Grundschule holen. Darüber hinaus wird empfohlen, sich mit den Aufgabenbeispielen zu den KMK-Bildungsstandards Mathematik Jahrgangsstufe 4 sowie mit landesspezifischen Materialien z. B. mit den Erläuterungen zu den Aufgabenbeispielen für die Vergleichsarbeit Mathematik der Jahrgangsstufe 5 (Land Brandenburg) auseinander zu setzen.

Die Lehrkraft und die Lernenden benötigen kontinuierlich Einsichten bezüglich des Verlaufs und des Ergebnisses von Lernprozessen. Verfahren und Methoden zur Ermittlung von Kompetenzzuwachs gehören zum Bestandteil der Unterrichtstätigkeit der Lehrkräfte. Vor diesem Hintergrund ist eine Verständigung über Fragen der Leistungsermittlung und -bewertung unbedingt notwendig. Fortbildungen mit Lehrkräften zeigen, dass in diesen Fragen Unsicherheiten und Verständigungsbedarf bestehen. Ein Schwerpunkt für Debatten sollte dabei der Umgang mit dem Spannungsfeld zwischen normativen Vorgaben durch Standards und der individuellen Bezugsnorm des Lernenden sein. Weitere Schwerpunkte sind die Verständigung zu vielfältigen Formen und Methoden der Leistungsermittlung und -bewertung, deren Möglichkeiten, Grenzen und effektiven Nutzung, sowie Überlegungen zur Veränderung der eigenen Bewertungspraxis (Winter, 2004).

Für Schülerinnen und Schüler ist Lernen im Unterricht immer mit Leistungsanforderungen verbunden. Jedoch ist es für den Lernenden bedeutungsvoll, bewusst den Unterschied zwischen Lern- und Leistungssituation zu thematisieren.

Lernsituationen bieten für die Lehrkraft und den Schüler die Chance, Fehler als Lernanlass zu nutzen und somit das kreative Potential von Fehlern zu entdecken. Es ergeben sich in diesem Zusammenhang vielfältige Gelegenheiten das Lernen zu lernen, Möglichkeiten die Selbstkontrolle zu entwickeln und Schülerinnen und Schüler individuell zu fördern. Es bieten sich für den Lernenden und die Lehrkraft die Möglichkeit einer kontinuierlichen Beobachtung des Lernprozesses und damit die Grundlage und der Anlass für die Beratung der Schülerinnen und Schüler. Das Ziel von Leistungssituationen ist es im Unterschied dazu, die individuelle Lernentwicklung und die Lernfortschritte bewusst zu machen. Damit sind Schülerinnen und Schüler gefordert, Fehler zu vermeiden.

Leistungsermittlung und -bewertung sind somit ein Bestandteil schulinterner Evaluationsprozesse. Die Standards veranlassen die Fachkonferenz, die erreichten Ergebnisse zu evaluieren und daraus Folgerungen für die weitere Arbeit abzuleiten.

2 Akzentsetzungen in den Themenfeldern des Rahmenlehrplans

Zu jedem Themenfeld werden im Rahmenlehrplan unter dem Punkt 5.1 „Übersicht über die Themenfelder“ „Aspekte des Unterrichtes erläutert, die im Zusammenhang mit den fachdidaktischen Ansprüchen wesentlich sind.“ (vgl. /1/ S. 27)

In diesen Texten sind im Grunde genommen die Betonungen bestimmter inhaltlicher Schwerpunkte enthalten. Wir wollen diese im Folgenden als Akzente durch in Klammern gesetzte Nummerierung herauslesen.

2.1 Form und Veränderung

„Im Themenfeld Form und Veränderung geht es vordergründig um die Entwicklung von raumgeometrischen Vorstellungen. Raumvorstellung ist in vielen Lebensbereichen bedeutsam. Die Entwicklung der Raumvorstellung ist ein Schwerpunkt und zentrales Ziel des Mathematikunterrichts. Im Sinne des Spiralprinzips wird dabei wiederholt auf gleiche Schwerpunkte, wie die geometrischen Formen, das Operieren mit ihnen und die Beziehungen zwischen Formen, eingegangen, wodurch diese immer umfassender verstanden werden.“ (vgl. /2/ S. 7)

(1) Raumvorstellung als zentrales Ziel

„Betrachtungen zu Körpern sind an den Anfang zu stellen. Die Schülerinnen und Schüler hantieren mit Repräsentanten für geometrische Körper. Sie erkennen die Eigenschaften dieser Körper, deren Beziehungen untereinander sowie die Flächen, von denen sie begrenzt werden. Sie benennen die Repräsentanten mit den entsprechenden geometrischen Bezeichnungen. Die Schülerinnen und Schüler realisieren die Begriffe, indem sie selbst Modelle der Körper herstellen: Massivmodell (Vollkörper), Kantenmodell und Flächenmodell aus einem Körpernetz. Das Herstellen von Modellen und das Durchführen von vielfältigen Manipulationen an ihnen unterstützen neben den speziellen geometrischen Fähigkeiten auch die Entwicklung der Motorik und der Sprache der Schülerinnen und Schüler. Begriffe werden hinsichtlich Umfang und Inhalt aufgebaut und Beziehungen zwischen Begriffen hergestellt.“ (vgl. /2/ S. 28)

(2) mit räumlichen Objekten aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler handeln und diese so im wörtlichen Sinn begreifen

(3) Unterschied zwischen Körper und ebener Figur sowie deren Beziehungen herausarbeiten

(4) Begriffsbildung an die Arbeit mit realen Objekten und an die von Schülerinnen und Schülern hergestellten Modelle binden

„Die Schülerinnen und Schüler entdecken Abbildungen in ihrer Umwelt und erkennen ihre Eigenschaften. Ausgehend von achsensymmetrischen Figuren werden die Kenntnisse zur Abbildungsgeometrie zunehmend angereichert und vertieft. Kongruenzabbildungen wie Spiegelungen, Drehungen und Verschiebungen werden von den Schülerinnen und Schülern dargestellt, beschrieben und miteinander in Beziehung gesetzt. Sie erzeugen ebene und räumliche Figuren auf der Basis ihrer Kenntnisse.“ (vgl. /2/ S. 28)

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

Körper aus der Erfahrungswelt analysieren: Bausteine, Verpackungen, Körper bauen aus verschiedenen Materialien und Teilen, z. B.

- Vollkörper aus Plastiline formen,
- Hohlkörper (Flächenmodell) aus einem Blatt Papier falten,
- Hohlkörper (Flächenmodell) aus einem Netz falten,
- Würfel-Hohlkörper (Flächenmodell) aus drei unterschiedlich farbigen in fünf kongruente Quadrate geteilte Papierstreifen falten,
- Kantenmodell aus Stäben und Schrauben von Stabilbaukästen bauen,
- Kantenmodell mithilfe von Papierstreifen und Papierecken kleben.

- (5) räumliches Deuten ebener Darstellungen
- (6) Bewegungen sind Kongruenzabbildungen

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

- Bauen und identifizieren von Körpern nach ebenen Darstellungen (verschiedene Ansichten)
- Beschreibung in Bauten umsetzen und umgekehrt
- Baupläne; Körpernetze
- Darstellen von Bewegungen ebener Figuren im Koordinatensystem
- Darstellen von Bewegungen von Körpern auf Rasterpapier
- Modelle von Körpern zur Deutung der entsprechenden Zeichnungen

„Als wesentliche Voraussetzung für das Lösen von Problemen und für die Gewinnung der Einsicht in die Schönheit und Ästhetik von Mustern müssen die Schülerinnen und Schüler Fertigkeiten zur zeichnerischen Darstellung von ebenen Figuren und Körpern erwerben. Damit stehen ihnen neben dem Hantieren mit geometrischen Objekten die zeichnerische Darstellung derselben als Stütze für das Erfassen von Zuordnungen und Strukturen sowohl im geometrischen als auch im arithmetischen Bereich zur Verfügung. Der Prozess der Entwicklung von Zeichenfertigkeiten durchzieht alle Jahrgangsstufen. Hierbei gewinnen die Schülerinnen und Schüler sukzessive Sicherheit im Umgang mit Schablonen, Rastern und Zeichengeräten, dabei wird in den Jahrgangsstufen 1 bis 4 weitgehend auf systematische Konstruktionsverfahren verzichtet. Das Zeichnen ohne Hilfsmittel, die Freihandzeichnungen werden von der Jahrgangsstufe 1 an als selbstverständliche Möglichkeit des zeichnerischen Darstellens verwendet.“ (vgl. /2/ S. 28)

- (7) Freihandzeichnungen
- (8) Zeichnen von ebenen Figuren und auch von Körpern mithilfe von Rastern
- (9) Erkennen von Mustern und Strukturen
- (10) Verknüpfen von arithmetischer und geometrischer Deutung innerhalb von Strukturen

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

- Unliniertes Papier
- Unterschiedliche Raster in verschiedener Größe: Karo, Punktraster gerade bzw. schräg
- Würfelbauten: Steckwürfel, Spielwürfel
- Geobrett
- Ebene Puzzles:
 - Tangram in vielen Abwandlungen
 - Pentominos (Figuren aus fünf Quadraten)
 - Figuren aus sechs gleichseitigen Dreiecken
- Räumliche Puzzles: SOMA –Würfel

„In allen Jahrgangsstufen können Sachverhalte aus der Topologie, wie Durchlaufbarkeits- und Färbeprobleme und Betrachtungen zu Knoten, eingebunden werden. Das sollte sowohl im Rahmen der fachübergreifenden Bezüge als auch im Zusammenhang mit anderen geometrischen Inhalten erfolgen. Topologische Betrachtungen haben einen großen Wert für die Entwicklung von räumlichen Vorstellungsvermögen sowie der Methodenkompetenz bei den Schülerinnen und Schülern.“ (vgl. /2/ S. 28)

- (11) Finden von Mustern, Erkennen von Zusammenhängen/Gesetzmäßigkeiten, an Sachverhalten aus der Topologie

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

- Durchlaufbarkeit von Netzen- Zeichnen in einem Zuge
- Färbungsprobleme
- Knotentechniken
- Labyrinth/Irrgärten
- Ausführen von Handlungen mit Drähten, Pfeifenputzern, Seilen, Farbstiften

2.2 Zahlen und Operationen

„Im Themenfeld Zahlen und Operationen erfolgt eine deutliche Schwerpunktsetzung auf ein solides Zahl- und Operationsverständnis, auf sichere Fertigkeiten im Kopfrechnen und auf das verständnisorientierte halbschriftliche Rechnen. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten dabei mit den ihnen zur Verfügung stehenden Zahlen, ohne auf bestimmte Zahlenräume begrenzt zu werden.“ (vgl. /2/ S. 28)

„Das Zahlverständnis der Schülerinnen und Schüler wird ausgebaut, gefestigt und systematisiert. Die Schülerinnen und Schüler erwerben eine flexible Zählfähigkeit sowie eine Vorstellung von Zahlen. Der Aspektreichtum der Zahlen wird im Zusammenhang mit ihren vielfältigen Verwendungsmöglichkeiten im Alltag erlebt. Die Schülerinnen und Schüler durchschauen die unregelmäßige sprachliche Struktur der Zahlwortbildung in der deutschen Sprache und stellen diesbezüglich Vergleiche zu anderen Kulturen an. Sie erfahren, dass es dekadische und nichtdekadische Stellenwertsysteme gibt. In Lebensweltbezügen wenden sie das Prinzip der fortgesetzten Bündelung zu verschiedenen Basen an. Sie begreifen das Stellenwertprinzip. Dieses Verständnis wird durch den kreativen Umgang mit der Stellentafel in allen Jahrgangsstufen vertieft.“ (vgl. /2/ S. 28)

(1) Zahlvorstellung; Operationsverständnis; Rechnen können

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

- Zahlaspekte
- Zahlbildungsprinzip (Bündeln, Entbündeln)
- Stellenwertbegriff
- Umkehroperationen

Enaktiv: Steckwürfel, Mehrsystemblöcke, Cuisenaire-Stäbe, Legeplättchen
 Rechengeld

Ikonisch: Zeichnungen mithilfe der benutzten Materialien

Symbolisch: Zahlenkarten, Stellentafel

„Die Schülerinnen und Schüler gewinnen ein systematisches und beziehungsreiches Operationsverständnis. Das bedeutet, dass sie für jede Rechenoperation innermathematische Zusammenhänge und Strukturierungen erkennen sowie die Beziehungen zwischen den Operationen von Anfang an erfassen. Sie erwerben variable Rechenfähigkeiten und bringen ihre individuellen Strategien ein. Lehrerinnen und Lehrer vermeiden eine vorschnelle Festlegung auf bestimmte Vorgehensweisen. Die Strategien der Schülerinnen und Schüler werden als Ausgangspunkt für das Weiterlernen wertgeschätzt. Bis zum halbschriftlichen Rechnen sind die Grundaufgaben der Addition und Subtraktion (Einspluseins) sowie die Grundaufgaben der Multiplikation und Division (kleines Einmaleins) zu erarbeiten. Das sichere Ausführen der Grundrechenoperationen und der dazugehörigen Grundaufgaben ist Voraussetzung des Rechnens in allen Zahlenräumen.“ (vgl. /2/ S. 29)

(2) gedächtnismäßiges Beherrschen der Grundaufgaben

(3) Rechengesetze, Rechenregeln

(4) Zahlenfolgen

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:
Entdeckungen an:

- Zahlenfeldern wie Kalenderblatt, 25-Tafel, 100-Tafel
- Additions- und Multiplikationstafeln

„In den Jahrgangsstufen 1 bis 4 lernen die Schülerinnen und Schüler unterschiedliche Methoden zum Rechnen kennen. Kopfrechnen ist als Grundlage des Rechnens durchgängig bedeutsam. Die Schülerinnen und Schüler sollen ein Gefühl für Zahlen und den Umgang mit ihnen entwickeln. In diesem Zusammenhang wird den Fähigkeiten zum Überschlagen und Schätzen große Bedeutung beigemessen, auch wird der Unterschied zwischen Überschlagen und Runden herausgearbeitet. Ebenso bedeutungsvoll wie Kopfrechnen ist halbschriftliches Rechnen und gestütztes Kopfrechnen. Hierfür entwickeln die Schülerinnen und Schüler eigene Wege, indem sie ihre Zahlvorstellungen, bekannte Zahlbeziehungen und Rechengesetze anwenden. Zur Unterstützung bieten Lehrerinnen und Lehrer geeignete Notationen an. Die Fähigkeit, halbschriftliche Strategien zu nutzen, verliert mit der Einführung schriftlicher Rechenverfahren nicht an Bedeutung. Mit dem schriftlichen Rechnen lernen die Schülerinnen und Schüler algorithmische Verfahren kennen. Sie erfahren, an Beispiele gebunden, dass diese Konventionen in den einzelnen Kulturen unterschiedlich sein können. Ihnen wird die Gelegenheit gegeben, die Verfahren des schriftlichen Rechnens verständnisgestützt entdeckend zu entwickeln und in verschiedenen Situationen anzuwenden. Im Vordergrund steht das Verstehen der Verfahren, nicht das formale Einüben. Für die schriftliche Subtraktion kann das algorithmische Verfahren in Abstimmung zwischen Lehrenden und Lernenden frei gewählt werden. Das Verfahren der schriftlichen Division wird mit einstelligem Divisor und situationsabhängig mit ausgewählten zweistelligen Divisoren durchgeführt. Die Schülerinnen und Schüler benutzen den Taschenrechner als Hilfsmittel zur Kontrolle und Entlastung von aufwendigen Rechnungen zugunsten des Entdeckens und Problemlösens.“ (vgl. /2/ S. 29)

- (5) Fertigkeiten im Kopfrechnen (Kopfrechnen ist Rechnen mit Zahlen.):
Strategien des halbschriftlichen Rechnens, Überschlagen, Schätzen beim Rechnen mit Größen
- (6) Fähigkeiten zum schriftlichen Rechnen (Schriftliches Rechnen ist Rechnen mit den Koeffizienten der Zehnerpotenzen.)
- (7) Runden (Runden ist das Bestimmen von Näherungswerten nach festgelegten Regeln.)
- (8) Überschlagen (Überschlagen ist das Bestimmen von Näherungswerten für Rechenaufgaben durch das Vereinfachen/Verändern der Zahlenwerte, so dass eine Rechenaufgabe entsteht, die gut im Kopf gelöst werden kann.)
- (9) Taschenrechner zum Trainieren des Rechnens und Unterstützen des Denkens

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

- Selbstständigkeit in der Auswahl einer der möglichen Vorgehensweisen
- Rechenspiele, z.B. TRIO
- Kryptogramme (verschlüsselte Rechenaufgaben)
- „normale“ Taschenrechner, welche zur Aufgabe das Ergebnis liefern
- spezielle Rechner, welche zur gewählten Rechenoperation Aufgaben stellen, wie „Little Professor“

„In den Jahrgangsstufen 5 und 6 erleben die Schülerinnen und Schüler die erste systematische Zahlbereichserweiterung. Dabei werden die Kenntnisse aus dem Bereich der natürlichen Zahlen auf den erweiterten Zahlbereich übertragen. Sie bekommen die Gelegenheit, sich unter Verwendung geeigneter Arbeitsmittel und Veranschaulichungen den Bereich der gebrochenen Zahlen entdeckend zu erschließen. Sie lernen den Dezimalbruch und den gemeinen Bruch als unterschiedliche Schreibweisen für den Bruchteil als Anteil eines Ganzen kennen, die Zuordnung zwischen diesen zu verstehen und vorzunehmen.

Dem Gebrauch von Dezimalbrüchen wird eine größere Gewichtung beigemessen als dem Gebrauch der gemeinen Brüchen. Das Rechnen mit gemeinen Brüchen ist auf einfache Brüche zu beschränken.“ (vgl. /2/ S. 29)

- (10) Brüche begreifen vor dem Rechnen mit Brüchen
- (11) Fähigkeiten im Rechnen mit gemeinen Brüchen
- (12) Fertigkeiten im Arbeiten mit Dezimalbrüchen

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

- Vorstellungen von Bruchteilen von Größen aus dem Alltag
- Legematerialien
- Bruchteile in Faltfiguren
- Bruchteile in Figuren am Geobrett

„In allen Jahrgangsstufen erhalten die Schülerinnen und Schüler beim Arbeiten mit Zahlen und beim Rechnen ausreichend Gelegenheit, Muster, Strukturen und Zuordnungen zu entdecken und diese in unterschiedlicher Weise darzustellen. Hierauf wird bei der Behandlung der Proportionalität aufgebaut.“ (vgl. /2/ S. 29)

- (13) Entdecken und Erörtern von Mustern, Strukturen und Zuordnungen

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

- Pascalsches Dreieck
- Zahlenmauern
- Rechendreiecke
- Zahlenketten

2.3 Größen und Messen

„Das Themenfeld Größen und Messen stellt ein Bindeglied zwischen dem Mathematikunterricht und anderen Unterrichtsfächern sowie zwischen den Themenfeldern innerhalb des Mathematikunterrichtes dar. Es bieten sich vielfältige Möglichkeiten, den Schülerinnen und Schülern bewusst zu machen, dass in ihrer Erfahrungswelt Größen auftreten. Diese Erfahrungen sollten sie mathematisch durchdringen.“ (vgl. /2/ S. 29/30)

- (1) Erfahrungen aus dem Alltag und aus anderen Unterrichtsfächern aufgreifen und mathematisieren

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

Fächerverbindender Unterricht (vgl. /2/ S. 25)

Themenfeldübergreifende Bezüge

„Die Arbeit mit Größen basiert auf der Idee des Messens. Im Unterricht sind sowohl praktisches als auch gedankliches Messen von Bedeutung. Exemplarisch wird die Vorstellung entwickelt, dass Messen das Bestimmen von Näherungswerten von Größen unter Verwendung von Messinstrumenten durch Vergleich mit festgelegten Einheiten ist.“ (vgl. /2/ S. 30)

- (2) Handhabung von Messgeräten
- (3) Einsicht: Messwerte sind Näherungswerte

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

- Nutzen der eigenen Körpermaße
- Herstellen von Messgeräten, z. B. Waagen, Uhren
- Projekte:
 - Messen gleicher Objekte mit unterschiedlichen Messgeräten
 - Messen von DIN- Papierformaten und ermitteln des Zusammenhangs zwischen ihnen

„Die Schülerinnen und Schüler entwickeln Größenvorstellungen im Umgang mit realen Gegenständen, durch das Erfassen ihrer eigenen Körpermaße und deren Veränderungen sowie in zahlreichen Bezügen zu historischen Maßen und in Erkundungsaufträgen im Sachunterricht. Sie erwerben vielfältige inhaltsreiche Vorstellungen von Repräsentanten der jeweiligen Größe. Entsprechend den Anforderungen des täglichen Lebens lernen sie auch einige Repräsentanten für Bruchteile von Einheiten kennen.“ (vgl. /2/ S. 30)

„Unter Bezugnahme auf die Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler werden die mit unterschiedlichen Einheiten möglichen Angaben einer Größe gedeutet. Die Angabe von Größen in Kommaschreibweise kann mithilfe der Stellentafelerweiterung nach rechts erklärt werden. Die Schülerinnen und Schüler erfahren, dass eine unterschiedliche Anzahl von Nachkommastellen sinnvoll ist. Ihr Verständnis für den Aufbau des jeweiligen Größenbereiches kann auch durch das Kennenlernen der Bedeutung von Bestimmungswörtern Vorsilben (Vorsätzen) in Zusammensetzungen gestützt werden. Die richtige Deutung der dezimalen Schreibweise, die Einsicht in den Aufbau des Größenbereiches und die Kenntnis der Bestimmungswörter Vorsilben (Vorsätze) bilden die Basis für das verständnisvolle Umwandeln von Größenangaben und für das Rechnen mit Größen.“ (vgl. /2/ S. 30)

(4) Größenvorstellungen

(5) Gedächtnismäßiges Beherrschen der Bedeutung von Vorsilben in Größenangaben

(6) Aufbau des Größenbereiches mithilfe der Stellentafel stützen

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

- Kenntnis über:
 - die eigenen Körpermaße
 - Repräsentanten für die Einheiten einer Größenart
 - die Beziehung zwischen den Einheiten einer Größenart
 - die Umrechnungszahlen und –operationen zwischen den Einheiten einer Größenart
- Tabellarische Übersichten zu Vorsilben
- Stellentafeln für alle Größenarten erarbeiten

„Sachprobleme veranlassen die Schülerinnen und Schüler, Größenangaben durch Messen und Schätzen zu ermitteln, mit Größen zu rechnen und Größenangaben umzuwandeln. In diesem Zusammenhang werden Messgeräte ausgewählt, benutzt, selbst hergestellt, ihre Verwendung geübt und kritisch reflektiert. Es wird thematisiert und begründet, dass Messwerte Näherungswerte sind. Die Schülerinnen und Schüler lernen das Schätzen als eine Möglichkeit zum Bestimmen von Näherungswerten ohne die Verwendung von Messinstrumenten kennen. Sie erfahren, dass beim Schätzen die Größenangabe ausschließlich aufgrund von bestimmten Vorstellungen und Erfahrungen gewonnen wird. Weil sie beim Schätzen bewusst auf die ihnen verfügbaren Repräsentanten zurückgreifen, verstehen sie, dass Schätzen nicht mit Raten gleichzusetzen ist. Sie wissen, dass Schätzwerte nicht exakt sind, jedoch häufig für sachbezogene Vergleiche ausreichen.“ (vgl. /2/ S. 30)

(7) Schätzen (Schätzen ist das Bestimmen von Näherungswerten für Größen bzw. Anzahlen ohne Verwendung von Messinstrumenten durch Vergleich mit bekannten Größen. Das Ergebnis ist nicht eine Zahl, sondern ein Bereich.)

(8) Messen (Messen ist das Bestimmen von Näherungswerten für Größen unter Verwendung von Messinstrumenten durch Vergleich mit festgelegten Einheiten. Der Messwert ist abhängig vom verwendeten Messgerät.)

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

- Schätzen einer Größe bei Vorgabe/Auswahl von Vergleichsgrößen
- Übungen zum Schätzen von Massen und Zeiten
- Ursachen von Messfehlern erörtern

„Der Umgang mit Größen bietet viel Raum zum Erfassen funktionaler Zusammenhänge, die sprachlich beschrieben und in unterschiedlichen Darstellungsformen festgehalten werden.“ (vgl. /2/ S. 30)

(9) Zuordnungen zwischen Größen einer Größenart (Größenverhältnisse)

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

- Körpermaße im Vergleich mit dem griechischen Schönheitsideal
- Planeten des Sonnensystems

2.4 Daten und Zufall

„Im Themenfeld Daten und Zufall entwickeln die Schülerinnen und Schüler ein Bild von Mathematik, in dem die Worte richtig und falsch ihre ausschließliche Bewertungskraft verlieren. Aufgrund des Lebensweltbezuges und über die experimentelle Tätigkeit sowie deren intuitive Deutungen erleben sie, dass es Erscheinungen mit mehreren möglichen Ergebnissen gibt. Sie erfassen, dass deren Eintreten vom Zufall abhängt und nur im Sinne von Wahrscheinlichkeitsaussagen vorhersehbar ist.“ (vgl. /2/ S. 30)

(1) Einfluss des Zufalls auf Vorgänge in der Natur und im täglichen Leben

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

- Spielerische Tätigkeiten der Schülerinnen und Schüler
- Erhebung, Darstellung und Auswertung von Daten:
 - aus dem Schulleben
 - von Glücksspielen auf Jahrmärkten
 - aus Zufallsversuchen, wie Würfeln, Münzen werfen

„Das Themenfeld befasst sich mit ersten Beschreibungen Grundlegungen aus den Bereichen Kombinatorik, beschreibende Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Bei einfachen kombinatorischen Aufgaben geht es um Möglichkeiten der Auswahl und/oder der Anordnung von bestimmten Objekten. Die Schülerinnen und Schüler erwerben Fähigkeiten zur Ausführung systematischer Probiervorgänge für das Auffinden von Möglichkeiten und lernen dazu hilfreiche Darstellungsweisen kennen.“ (vgl. /2/ S. 30)

(2) kombinatorische Überlegungen zur Auswahl oder Anordnung von Objekten aus der Wirklichkeit oder dem Denken

(3) Darstellungsmöglichkeiten: Aufschreiben/Zeichnen aller Möglichkeiten, Pfeilbild, Tabelle, Baumdiagramm

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

- Endliche Mengen unterschiedlicher Größe, wie:
 - Spielmaterialien und Kinder
 - Grundziffern
 - Personen und Plätze
 - Anzahl der Teilnehmer an einem Sportwettkampf und Medaillenverteilung
- Differenzierung des Schwierigkeitsgrades durch die Größe und Anzahl der Mengen

„Im Rahmen der beschreibenden Statistik befassen sich die Schülerinnen und Schüler mit dem Ermitteln, Darstellen und Auswerten von Daten. Sie gewinnen die Einsicht, dass und unter welchen Bedingungen Ergebnisse verschiedener Untersuchungen vergleichbar werden. Sie erwerben Fähigkeiten zum Lesen und Erstellen von Grafiken und lernen dabei, funktionale Zusammenhänge zwischen den darzustellenden Größen zu erkennen und zu verstehen. Die Schülerinnen und Schüler erleben, dass Daten unter verschiedenen Aspekten zu untersuchen sind. Sie erfahren, dass oft mehr als eine Schlussfolgerung erlaubt ist und unterschiedliche Interpretationen kritisch zu reflektieren sind.“ (vgl. /2/ S. 31)

(4) Erfassen, Aufbereiten und Darstellen statistischer Daten sowie die Berechnung von Kennzahlen, wie z. B. Mittelwerte

(5) Darstellung von Daten in Tabellen und Diagrammen

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

- Erfassen der quantitativen (zahlenmäßigen) oder qualitativen (artmäßigen) Ausprägung von Merkmalen durch Beobachtung und Befragung
- Darstellen der Daten in Strichlisten, Häufigkeitstabellen, Streckendiagrammen (Säulendiagrammen)
- Auswahl der Art des Diagramms in Abhängigkeit vom Sachverhalt:
 - Liniendiagramm für stetiges Material und Messwerte
 - Streckendiagramm für diskretes Material und Messwerte
 - Flächendiagramm für stetiges oder diskretes Material und rang- oder nominalskalierte Daten

„Betrachtungen zur Wahrscheinlichkeit werden zumeist an die Durchführung von Spielen gebunden. In diesem Zusammenhang gewinnen Schülerinnen und Schüler auch Erfahrungen mit einfachen Zufallsexperimenten. Dabei lernen sie Charakteristika einzelner Zufallsgeräte kennen und sicher mit diesen umzugehen. Die experimentell gewonnenen Ergebnisse werden zusammengetragen, als Datenbasis veranschaulicht und gedeutet. Die Schülerinnen und Schüler reflektieren Spielverläufe unter verschiedenen Aspekten. In den Jahrgangsstufen 1 und 2 stehen das Erfassen und Akzeptieren verschiedener Spielausgänge im Vordergrund. In den Jahrgangsstufen 3 und 4 beginnen Überlegungen darüber, ob alle Spieler die gleichen Chancen haben, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, beim Spiel zu gewinnen oder zu verlieren und wie man seine Gewinnchancen verbessern kann. Die Schülerinnen und Schüler verstehen die Wahrscheinlichkeit als ein Maß dafür, wie sicher mit dem Eintreten eines Ereignisses gerechnet werden kann. Sie gehen auf einer naiven Ebene mit Begriffen wie Chance, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit oder Gewinnmöglichkeit um, ohne dafür mathematische Definitionen zu erfahren.

Zu diesem inhaltlichen Verständnis gelangen die Schülerinnen und Schüler nicht nur über spielerische Tätigkeiten, sondern auch über die Beschreibung von Alltagssituationen mit Hilfe von Begriffen wie wahrscheinlich, unwahrscheinlich, sicher, möglich und unmöglich.“ (vgl. /2/ S. 31)

(6) Zufallsexperimente - Zufallsgeräte

(7) absolute und relative Häufigkeit

(8) Wahrscheinlichkeit eines zufälligen Ereignisses

Vorgehensweisen und geeignete Materialien:

Zufallsexperimente/Spiele:

(a) Zählen, wie oft ein zufälliges Ereignis eintritt:

- inhaltliches Beschreiben unter Verwendung von Begriffen wie: oft, häufig, selten, nie
 - Angeben der absoluten Häufigkeit durch die (absolute) Anzahl
 - Angeben der relativen Häufigkeit als Quotienten aus der absoluten Anzahl und der Anzahl der Versuche
- Die relative Häufigkeit kann auch in Form eines Bruches angegeben werden.

(b) Feststellen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein zufälliges Ereignis eintritt:

- inhaltliches Beschreiben unter Verwendung von Begriffen wie: möglich, wahrscheinlich, sicher
- Verwendung unterschiedlicher Formulierungen wie: in 2 von 8 Fällen, mit einer Wahrscheinlichkeit von einem Viertel ($1/4$) oder 0,25, oder auch von 25%
- Gesetz der großen Zahlen inhaltlich erfassen: Durchführen langer Versuchsreihen mit der Erkenntnis, dass sich die relativen Häufigkeiten um einen Wert stabilisieren

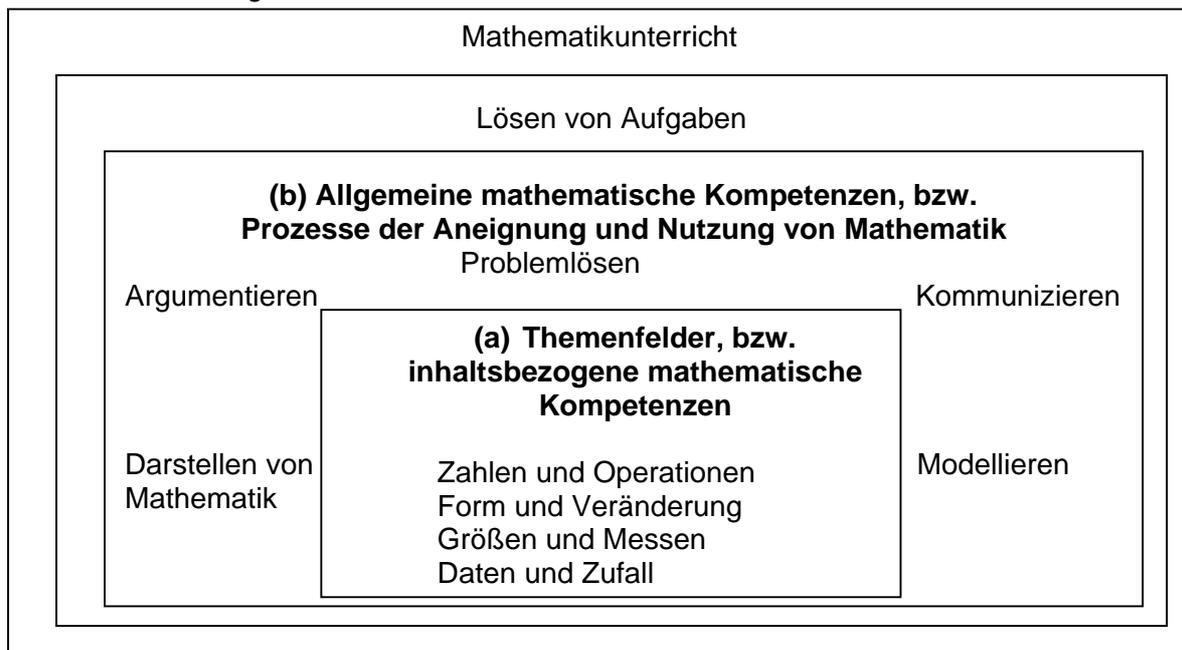
3 Veränderte Aufgabenkultur – veränderter Mathematikunterricht

3.1 Versuch einer Begriffsklärung

Eine inhaltliche Untersetzung zum Begriffsverständnis für „veränderte Aufgabenkultur“ und „veränderten Mathematikunterricht“ erfolgt im Wesentlichen auf der Grundlage der Materialien /1/ und /2/.

Lösen von Aufgaben und Erwerb von Kompetenzen

Im Mathematikunterricht ist das Lösen von Aufgaben das Mittel zum Erwerb von Handlungskompetenz. Die sich dabei realisierenden Vernetzungen werden mit der nachfolgenden Grafik schematisch dargestellt und anschließend erörtert.



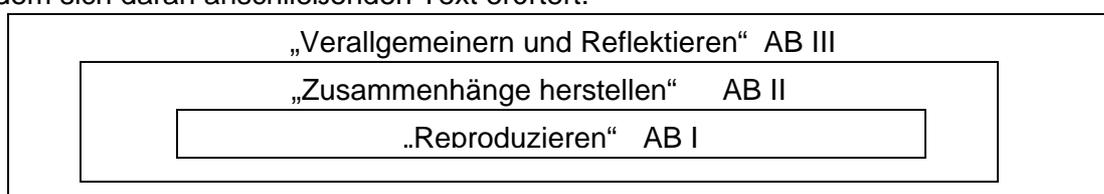
Vernetzung von Kompetenzen und Lösen von Aufgaben

(a) Die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen umfassen sowohl die Sachkompetenz als auch die fachbezogene Methodenkompetenz. Sie werden bei der Auseinandersetzung mit den Inhalten der einzelnen Themenfelder erworben, angewendet und erweitert.

(b) Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen umfassen die fachübergreifende Methodenkompetenz sowie die Sozial- und Personalkompetenz. Es sind allgemein geistige Fähigkeiten, die der Einzelne zum aktiven Treiben von Mathematik benötigt, die er aber auch bei der Bewältigung der Anforderungen erwirbt und weiterentwickelt. Des Weiteren sind es die geistigen Prozesse, die sich beim Lösen von Problemen vollziehen. Insofern sind die allgemeinen mathematischen Kompetenzen an alle Themenfelder des Mathematikunterrichtes gebunden und zugleich themenfeld- sowie fachübergreifend.

Lösen von Aufgaben und Bewältigen von Anforderungen

Die Anforderungen, welche beim Lösen von Aufgaben zu bewältigen sind, können im Wesentlichen drei Bereichen zugeordnet werden. Diese Anforderungsbereiche sind in der nachfolgenden Grafik dargestellt. Die zwischen ihnen bestehenden Zusammenhänge werden in dem sich daran anschließenden Text erörtert.



Anforderungsbereiche

Die erste Aufgabe erfordert das richtige Ausführen der schriftlichen Verfahren der Addition, Subtraktion und Multiplikation mit mehrstelligen Operanden. Hierzu gehören das Reproduzieren von Grundaufgabenkenntnissen und Verfahrenswissen (AB I, automatisierendes Üben), sowie Können im Ausführen der Normalverfahren (fachbezogene Methodenkompetenz).

2. Aufgabe:
 Kristina ist Viertklässlerin und hat diese Aufgaben so gerechnet:

	1	3	7	6	0	9			1	0	9	5	2	0		7	5	9	•	5	2	
+	3	4	5	2	9	1			-	7	5	7	1	8			3	7	9	5		
	4	8	2	8	0	0				2	3	3	8	0	2			1	5	1	8	
																		5	3	1	3	

Vergleiche mit deinen Ergebnissen. Streiche die Rechenfehler von Kristina an! (AB II)

Beispielaufgabe aus den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich

Die zweite Aufgabe erfordert die Ausführung der geistigen Operationen Vergleichen und Abstrahieren. Dabei ist neben Verfahrenkenntnissen auch Selbstbewusstsein und Vertrauen in die eigenen Lösungen notwendig. Es sind die Verfahrenkenntnisse bewusst anzuwenden, um Fehler in den Lösungen einer fiktiven Person zu finden. Zusammenhänge zwischen den Algorithmen und ihrem Ausführungsergebnis sind herzustellen. (AB II, operatives Üben)

3. Aufgabe:
 Du hast die Rechenfehler markiert. Schreibe auf, was Kristina falsch gemacht hat. (AB III)

bei der Addition: _____

bei der Subtraktion: _____

Beispielaufgabe aus den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich

Die dritte Aufgabe erfordert das Verallgemeinern der erkannten Zusammenhänge und die sprachliche Darstellung derselben. (AB III, produktives Üben)

Die Dreigliedrigkeit dieser Aufgabe - und der weiteren 13 Aufgaben in //1/ - macht die unterschiedlichen Niveaus der Anforderungen deutlich, die zu ein und demselben Sachverhalt erhoben werden können. Es ist im Sinne der Zielstellungen des Mathematikunterrichtes, dass sich jedes Kind mit jeder der drei Teilaufgaben auseinandersetzt. Natürliche Differenzierung wird insofern erreicht, dass durch die freie Wahl von Hilfsmitteln und Arbeitspartnern günstige Bedingungen für die Bewältigung der unterschiedlichen Anforderungen auf dem eigenen Leistungsniveau vorliegen.

b) Rechenfehler

6. An einem Projekttag stehen Tricks und Zaubereien auf dem Programm. Andreas tritt als Rechenkünstler auf. Er stellt sich vor die Klasse und sagt: „Ich werde euch zeigen, dass $18 : 3 = 15$ ist. Wer von euch dann immer noch meint, dass $18 : 3 = 6$ sei, der muss mir erst einmal nachweisen, dass ich beim Rechnen gemogelt habe.“ Andreas rechnet also an der Tafel vor. Alle lauschen und staunen. Kann das denn wahr sein?

Andreas schreibt:

$$\begin{array}{r} \text{Division:} \\ 18 : 3 = 15 \\ - 3 \\ \hline 15 \\ - 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \cdot 3 \\ \hline 15 \\ + 3 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 15 \\ + 15 \\ \hline 18 \end{array}$$

Andreas spricht beim Rechnen:

Ich dividiere:
18 durch 3; geht auf jeden Fall einmal.
Einmal 3 ist 3.
18 minus 3 ist 15 und 15 durch 3 ist 5.
5 mal 3 ist 15 und 15 minus 15 ist 0.
Ergebnis: $18 : 3 = 15$

Ich mache die Probe durch Multiplikation:
3 mal 5 ist 15.
3 mal 1 ist 3.
15 plus 3 ist 18.
Ergebnis: $15 \cdot 3 = 18$, also stimmt $18 : 3 = 15$.

Ich mache die Probe durch Addition:
Von oben angefangen $5 + 5 = 10 + 5 = 15$.
Und jetzt weiter von unten nach oben. Das ergibt dann
 $15 + 1 = 16 + 1 = 17 + 1 = 18$.
Ergebnis: $15 + 15 + 15 = 18$, also stimmt $18 : 3 = 15$.

Schau dir die obigen Rechnungen von Andreas genau an und erkläre, wo er gemogelt hat.

Beispielaufgabe aus Mathematik Lehrbuch für die Klasse 6, Berlin-Brandenburg. 2005. Kapitel 6 „Mathematik verstehen und anwenden“ von Angelika Möller. DUDEN PAETEC Schulbuchverlag S. 207

Hierbei handelt es sich um eine so genannte „große Aufgabe“ (vgl. /1/), die zwar anspruchsvolle Anforderungen enthält, die jedoch für jedes Kind der Jahrgangsstufen 5/6 erfüllbar sein sollten. Im Kern ist es eine innermathematische Problemaufgabe mit einem authentischen Sachbezug. Die Aufgabe enthält Anforderungen aus allen drei Bereichen (vgl. /1/, AB I, II und III).

Zum „Nachrechnen“ und Finden der Fehlerstellen sind das gedächtnismäßige Beherrschen der Grundaufgaben sowie das inhaltliche Verständnis der Verfahren des schriftlichen Rechnens erforderlich. (Sachkompetenz und fachbezogene Methodenkompetenz, AB I)

Beim Charakterisieren der Fehlerstellen muss das Kind „Beweglichkeit des Denkens durch Herstellen vielfältiger Beziehungen und Zusammenhänge“ nachweisen. (AB II, operatives Üben) Es muss die Methoden von Andreas durchschauen und im Vergleich mit dem eigenen verfestigten Verfahrenswissen die Fehlerquelle herausarbeiten. Eine ganz grundlegende Rolle spielt hierbei das Verständnis des dekadischen Positionssystems. (AB III, produktives Üben)

Erprobt wurde diese Aufgabe in einer 6. Klasse im Mathematikunterricht von Frau Binner..

In kleinen Gruppen setzten sich die Schülerinnen und Schüler mit der fehlerbehafteten Darstellung zum schriftlichen Rechnen auseinander. Die Ideen und Argumente der Gruppen wurden im Klassenverband ausgetauscht. Die Schülerinnen und Schüler kommunizierten über ihre in der Kleingruppe gesammelten Erfahrungen.

Frau Binner hatte in dieser Phase des Problemlösens eine super Gelegenheit zur Diagnose des Leistungsstandes und des Sozialverhaltens der Schülerinnen und Schüler ihrer Klasse. Es lässt sich folgendes grundlegendes Herangehen der Schülerinnen und Schüler rekapitulieren: Zuerst untersuchten sie die beiden Kontrollrechnungen schriftliches Addieren und Multiplizieren. Sie fanden heraus, dass in beiden Fällen die Zehner als Einer behandelt wurden. Wegen der Fehler in den Kontrollrechnungen schlussfolgerten die Schülerinnen und Schüler, dass in der Division ein Fehler stecken muss. Dieser wurde an zwei Stellen festgemacht: beim ersten Vielfachen des Divisors und beim ersten Rest. Es kam auch ein Vorschlag, wie das Ergebnis innerhalb der angegebenen Darstellung noch korrigiert („gerettet“) werden könnte, nämlich durch das Setzen eines „+“ - Zeichens zwischen die 1 und die 5.

Der gesamte Problemlöseprozess dauerte eine Unterrichtsstunde - 45 Minuten - in denen die Schülerinnen und Schüler ihre Fähigkeiten anwendeten, vertieften und erweiterten – und zwar nicht nur im Fach Mathematik, sondern auch bezüglich des Lesens und des Sprachgebrauchs.

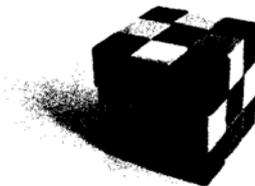
Beispiel zum Themenfeld Form und Veränderung: Würfelbauten

Raumvorstellung; zeichnerisches Darstellen

1 Tina hat eine Kiste voll kleiner Holzwürfel, mit denen sie bauen kann. Die Würfel sind alle gleich groß, jedoch nicht gleichfarbig. Es gibt grüne und braune Würfel.

Tina möchte nun aus den kleinen Würfeln größere Würfel bauen. Diese sollen zweifarbig sein, wobei grüne und braune Würfel immer abwechselnd liegen (siehe Bild).

- a) Wie viele kleine Würfel braucht Tina mindestens, um daraus einen größeren Würfel bauen zu können?
- b) Wie viele weitere kleine Würfel benötigt Tina noch, um aus dem Würfel von Aufgabe a) den nächstgrößeren Würfel zu bauen?
- c) Wie viele grüne und wie viele braune kleine Würfel muss sie für den Würfel aus b) haben, damit sich auch bei ihm die Farben regelmäßig abwechseln?
- d) Zeichne den zweifarbigen Würfel aus b) im Schrägbild.



Beispielaufgabe aus Mathematik Lehrbuch für die Klasse 6, Berlin-Brandenburg. 2005. Kapitel 6 „Mathematik verstehen und anwenden“ von Angelika Möller. DUDEN PAETEC Schulbuchverlag S. 204

Diese Aufgabe stellt ein authentisches Sachproblem dar, weil anzunehmen ist, dass jedes Kind Erfahrungen mit Bausteinen gemacht hat. Ihr Anspruchsniveau entspricht den Anforderungsbereichen II und III. Durch den fotografierten 3·3·3-Würfel wird im Schulbuch eine ikonische Hilfe gegeben. Das Kind muss den Text Sinn erfassend lesen und den inhaltlichen Bezug einzelner Teilaufgaben zum Foto herstellen. Wenn es die Hilfe als solche erkennt und nutzen kann, dann muss es bei Teilaufgabe d) nur abzeichnen.

Der Schwierigkeitsgrad der Aufgabe nimmt zu, wenn z. B. das Würfelphoto weggelassen wird. In dieser Form wurde die Aufgabe Lehramtsstudentinnen zur Bearbeitung vorgelegt. Die Studentinnen hatten auch keine Möglichkeiten, enaktiv mit Würfeln zu bauen. Der für sie an die Aufgabe geknüpfte Auftrag lautete: „Lösen Sie diese Aufgabe und stellen Sie ihren Lösungsweg so dar, dass er auch von einem Grundschulkind verstanden werden kann.“

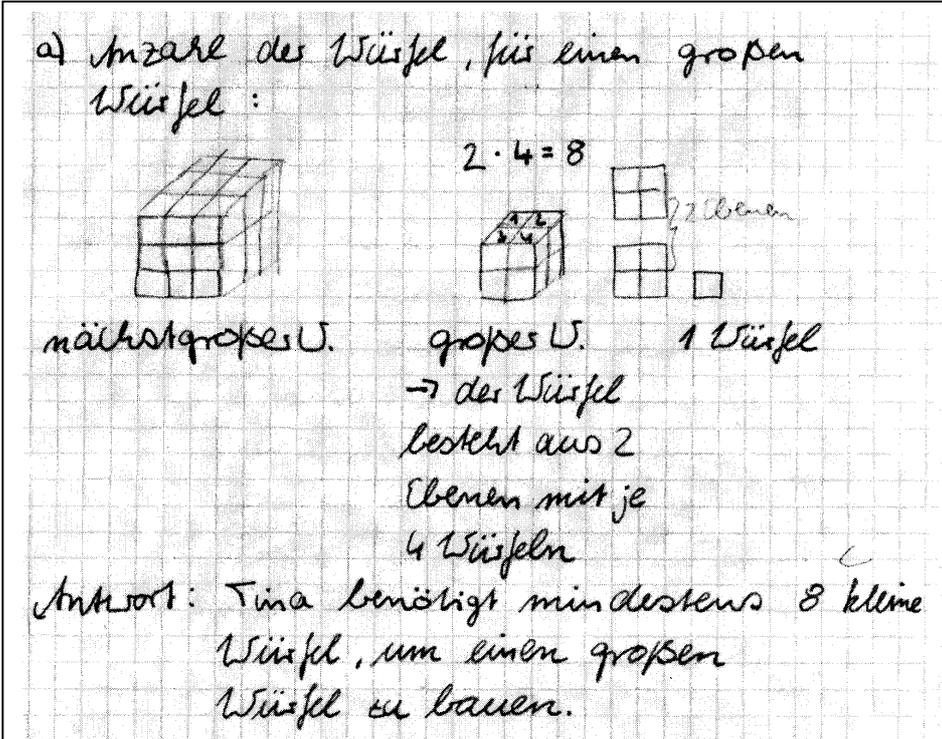
Aus den Lösungswegdarstellungen der Lehramtsstudentinnen wird im Folgenden zu den Teilaufgaben a), b) und c) je ein repräsentatives Beispiel vorgestellt.

Zur Teilaufgabe a)

In der Lösungswegdarstellung von A.M. können die geistigen Prozesse Analyse (Untersuchen, Zergliedern) und Synthese (Zusammenfügen) gut erkannt werden.

A.M. veranschaulicht ihren Lösungsgedanken sowohl auf der ikonischen Ebene als auch auf der symbolischen Ebene.

a) Anzahl der Würfel, für einen großen Würfel:



The handwritten solution on grid paper includes the following elements:

- A 2x2x2 cube labeled "mächstgrößes U." (next largest cube).
- A 2x2x1 cube labeled "großes U." (large cube) with the calculation $2 \cdot 4 = 8$ written above it.
- Two 2x2 layers of small cubes, with a bracket and the label "2 Ebenen" (2 layers) next to them.
- A single small cube labeled "1 Würfel" (1 cube).

→ der Würfel besteht aus 2 Ebenen mit je 4 Würfeln

Antwort: Tina benötigt mindestens 8 kleine Würfel, um einen großen Würfel zu bauen.

Beispiellösung einer Lehramtsanwärterin

A.M. geht aus, von einer Skizze eines aus kleinen Würfeln zusammengesetzten großen Würfels. Rechts davon zeichnet sie den darin enthaltenen kleinstmöglichen zusammengesetzten Würfel und kennzeichnet in diesem durch Zahlen die Anzahl der kleinen Würfel je Schicht. Daneben zeichnet sie die beiden Schichten von Würfeln aus denen der größere Würfel zusammengesetzt ist und einen einzelnen Würfel. Beim Zeichnen benutzt sie die Tatsache, dass die Begrenzungsflächen von Würfeln Quadrate sind.

Zur Teilaufgabe b)

Man kann bei der Lösungswegdarstellung von A.M. die von ihr in a) verwendete Methode wieder erkennen. Sie kombiniert auf die gleiche Weise die ikonische und symbolische Ebene. Sie benutzt ihre in a) gewonnenen Erkenntnisse.

b) Wieviel kleine Würfel benötigt Tina zusätzlich für den nächst größeren Würfel?

kleiner Würfel

nächst größerer Würfel

Der nächst größte Würfel besteht aus 3 Ebenen mit jeweils 9 Würfeln.

$9 \cdot 3 = 27$ $27 - 8 = 19$

Anzahl der Würfel, die schon vorhanden sind.

Beispiellösung einer Lehramtsanwärterin

Auf der ikonischen Ebene stellt sie die einzelnen aus kleinen Würfeln bestehenden Schichten der jeweiligen zusammengesetzten Würfel mithilfe von Quadratflächen dar. Dadurch kann das Problem sehr anschaulich durch Abzählen der Würfel (Quadratflächen) gelöst werden. Durch die farbliche Markierung wird optisch das Hinzunehmen von kleinen Würfeln beim Übergang von einem großen zum nächst größeren zusammengesetzten Würfel deutlich. Wiederum werden die Zeichnungen auf symbolischer Ebene erörtert und gedeutet. Hierbei spielen Zahlen, Rechenaufgaben und sprachliche Formulierungen eine Rolle.

Mit der vorgenommenen Lösungswegbeschreibung würde A.M. alle Schülerinnen und Schüler einer Klasse erreichen. Diejenigen, die entsprechend der Zeichnung bauen und abzählen, diejenigen, die sich den Sachverhalt skizzieren und daraus die Lösung ablesen, aber auch diejenigen, die beide Vorgehensweisen nur im Kopf durchspielen und die Lösung aufgrund ihres räumlichen Vorstellungsvermögens finden.

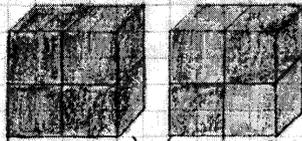
Zur Teilaufgabe c)

L.T. arbeitet verstärkt auf der abstrakten symbolischen Ebene. Sie beschreibt ihre Gedanken sprachlich unter Einbeziehung von Zahlen und Rechenaufgaben. Die Zeichnung fügt sie zur Illustration ihres Vorgehens ein, benötigt diese jedoch zur Lösung des Problems nicht wirklich. Die Arbeitsweise von L.T. entspricht dem Anforderungsbereich III, denn sie hat Zusammenhänge erkannt, verallgemeinert und diese auch angewendet.

c) Antwort: Es müssen 13 braune und 14 grüne oder 13 grüne und 14 braune kleine Würfel sein, damit sich die Farben in dem großen Würfel regelmäßig abwechseln.

Beweis? Bei dem Würfel aus a) wird sofort sichtbar, dass bei 2 Farben die Anzahl der ^{kleinen} Würfel durch 2 dividiert werden muß, damit sich die Farben regelmäßig abwechseln.

Noch klarer wird es, wenn wir den Würfel aufschneiden:



$$(2 \cdot \text{grün}, 2 \cdot \text{braun}) + (2 \cdot \text{grün}, 2 \cdot \text{braun}) = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$$

Also betrachten wir den ^{kleinen} Würfel aus b) auf die selbe Weise: Es besteht aus 27 ^{kleinen} Würfeln.

$27 : 2 = 13 + 13 \text{ Rest } 1$ Bei dem Rest 1 können wir uns aussuchen, ob er grün oder braun sein soll.

Beispiellösung einer Lehramtsanwärterin

L.T. gibt nicht nur eine Beschreibung ihres Lösungsgedankens sondern auch eine ausführliche sprachliche Begründung ihrer Lösung. Sie macht dem Leser ihre Lösungsstrategie transparent. Damit wird sie dem an die Geometrieaufgabe geknüpften didaktischen Auftrag für Lehramtsstudentinnen gerecht.

Mit den vorgestellten Lösungswegbeschreibungen wird beabsichtigt, einige fachdidaktische Ansprüche hervorzuheben, mit denen das Lösen von Aufgaben als Mittel und das Aufgaben lösen Können als Ziel des Mathematiklernens eng verknüpft sind.

Einige dieser Ansprüche seien nachfolgend konkretisiert.

- Bei offenen Problemaufgaben sind unterschiedliche, individuell verschiedene, Lösungswege möglich.
- Der Lehrende sollte in der Lage sein, für ein und dasselbe Problem mehrere Lösungswege zu sehen und zu erklären. Darüber hinaus muss er offen sein, für alle (anderen) Ideen der Schülerinnen und Schüler.
- Das Grundschulkind muss stets die Freiheit haben, eigene Vorgehensweisen zu entwickeln und auszuprobieren. Parallel dazu sollte es andere Vorgehensweisen kennen und verstehen lernen.

- Zum Lösen von Problemaufgaben ist die Arbeit auf allen drei Repräsentationsebenen -enaktiv, ikonisch, symbolisch- denkbar. Der Grad ihrer Verwirklichung ist nicht nur abhängig vom geistigen Entwicklungsstand des Bearbeiters, sondern auch vom Anforderungsniveau indem die Aufgabe präsentiert wird.

Die Beispielaufgabe „Würfelbauten“ wurde im vorstehenden Text auf zwei unterschiedlichen Niveaustufen formuliert: Schulbuchaufgabe im Anforderungsbereich II und Klausuraufgabe für Lehramtsstudentinnen im Anforderungsbereich III.

Eine Vereinfachungsmöglichkeit für diese Aufgabe besteht darin, dass genügend kleine Würfel zum Bauen zur Verfügung gestellt werden. Dies ermöglicht ein handelndes Lösen des Problems. Wenn die kleinen Würfel auch noch in den beiden Farben vorhanden sind, kann so auch herausgefunden werden, dass Teilaufgabe c) zwei Lösungen hat.

4 Auf dem Weg zur schulinternen Planung - erste Erfahrungen

Mit dem Beitrag werden unterschiedliche Herangehensweisen an die Umsetzung des Rahmenlehrplans Mathematik erörtert, welche im ersten Jahr der Einführung der Rahmenlehrpläne von Fachberaterinnen beobachtet und begleitet werden konnten.

Die Basis hierfür sind die Eckpunkte für die Gestaltung des Implementationsprozesses, die auf der Internetseite des Landesinstituts für Schule und Medien (vgl. /4/) veröffentlicht wurden.

4.1 Herangehensweisen im ersten Jahr der Implementation

Für viele Lehrerkollegien begann dieser Prozess bereits mit der Veröffentlichung des Rahmenlehrplanentwurfes Grundschule Mathematik. Neben einer intensiven Auseinandersetzung mit dem Kompetenzmodell und den grundlegenden Aussagen des Abschnittes 1 „Bildung und Erziehung in der Grundschule“ wurden trotz der kurzen Anhörungsphase viele Fragen und Kritiken zu Teilen des Fachplanes insbesondere zu Inhalten formuliert.

Die in Zusammenarbeit zwischen dem Landesinstitut für Schule und Medien Brandenburg und den Fachberatern durchgeführten regionalen Auftaktveranstaltungen wurden sehr rege besucht. Es gab von Anfang an einen großen Bedarf nach Informationen zu den Veränderungsdimensionen im Fach Mathematik.

Darauf folgend initiierten die Fachberater für Mathematik die Bildung regionaler Arbeitskreise der Fachkonferenzleiter. Es begann ein gemeinsames Suchen nach inhaltlichen Schwerpunkten und effektiven Arbeitsweisen. Das geschah zunächst auf der Ebene der Fachkonferenzleiter, die diesen Gedanken in ihre Fachkonferenzen weitertrugen. Für den Verständigungsprozess hat es sich bewährt, die Anforderungen und die Standards nebeneinander zu stellen. Dadurch wurde der Austausch darüber, was und wie, auf welcher Niveaustufe in den einzelnen Jahrgangsstufen initiiert werden muss, um die Kompetenzentwicklung zu befördern, auf verschiedenen Ebenen angeregt. Die Frage nach der äußeren Form des Fachplanes trat in den Vordergrund. Ihre Diskussion wurde durch die Formulierung „Für das Planungshandeln im Schulalltag müssen schulinterne Curricula allen zugänglich und praktisch handhabbar sein.“ (vgl. /2/ S.15) initiiert. Einerseits verunsicherte diese Formulierung einige Lehrkräfte, andererseits forcierte sie die Suche nach geeigneten Darstellungsformen für den Fachplan der Schule. Die Spannweite der Vorschläge reichte von Tabellen in zahlreichen Varianten, über Ganzjahresübersichten im Format DIN A2 und größer, bis hin zu schwerpunktmäßigen Verabredungen über alle Jahrgangsstufen hinweg.

Der Austausch über mögliche Darstellungsformen und Inhalte der Fachpläne sowie über die damit verbundenen unterschiedlichen Forderungen der Schulleiterinnen und Schulleiter wurde in den Arbeitskreisen der Fachkonferenzleiter geführt. Infolgedessen gewannen die beteiligten Lehrkräfte die Überzeugung, einen tatsächlich handhabbaren Plan für ihre Fachkonferenz erstellen zu können.

Parallel zur Arbeit der Arbeitskreise der Fachkonferenzleiter begann in den einzelnen Schulen ein Prozess, der sehr unterschiedlich von den Schulleiterinnen und Schulleitern geführt wurde. So entwickelten Schulleitungen zusammen mit einem Lehrkräfteteam selbstständig ein Konzept zur Implementation und begannen den schulischen Implementationsprozess schrittweise. Andere Schulleiterinnen und Schulleiter holten sich Unterstützung von Außenstehenden, wie Mitarbeitern des LISUM Brandenburg oder Fachberaterinnen und Fachberatern.

4.2 Bestandsaufnahme

Die gründliche Analyse der vorhandenen Schulsituation sei hier exemplarisch als mehrstündige schulinterne Veranstaltung dargestellt. Dazu wurden Fragebögen entwickelt, die eine Selbstreflexion jeder Lehrkraft ermöglichte und Aufschlüsse über die Unterrichtsgestaltung gaben.

Nachfolgend einige Auszüge aus einem Fragebogen:

Fragen an meinen Unterricht

- Kenne ich die unterschiedlichen Lerntypen meiner Schülerinnen und Schüler? Weiß ich, wie jeder Einzelne am besten lernt?
- Setze ich unterschiedliche Arbeitsformen in meinem Unterricht ein? Welche und wie oft?
- Lasse ich die Schülerinnen und Schüler (entsprechend ihrer Entwicklungsphase) ihren Lernprozess selbstständig planen und gestalten?
- Welche Form der Differenzierung überwiegt
 - offene Aufgabenstellungen, in denen die Schülerinnen und Schüler entsprechend ihren Interessen und Möglichkeiten arbeiten,
 - Aufgaben unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades,
 - Umfang der zu leistenden Aufgaben,
 - unterschiedliche Inhalte?
- Lasse ich unterschiedliche Lernmethoden und Lösungsansätze zu?

Fragen zur Arbeit mit den Eltern

- Beziehe ich Eltern in die pädagogische Arbeit mit ein? Wie?
- Führt sachlich vorgetragene Kritik von Eltern zum Nachdenken über meine Arbeit und ggf. zu Änderungen?

Fragen zur Arbeit in unserem Kollegium

- Welche Vorschläge habe ich zur Verbesserung unserer gemeinsamen Arbeit?
- Worüber sollten wir uns im Kollegium auch noch austauschen?
- In Auswertung dieser Fragen ergab sich die Zusammenstellung der Ergebnisse der schulinternen Veranstaltung.
- Evaluierung unserer bisherigen Unterrichtsarbeit nach folgenden Schwerpunkten:
 - gute Erfahrungen
 - ausbaufähig
 - Probleme/Fortbildungsbedarf

4.3 Einblick in das Vorgehen verschiedener Grundschulen

Im Folgenden sei aufgezeigt, wie der Prozess der Implementation organisatorisch in Gang gesetzt wurde. Nachdem bisher jede Lehrkraft in drei Fachkonferenzen tätig war, wurden Zusammensetzungen von Fachkonferenzen neu strukturiert, so dass der gesamte Implementationsprozess auf breite Schultern verteilt werden konnte. In der Fachkonferenz Mathematik wurden neben der Gesamtfachkonferenz Vereinbarungen zu fachspezifischen Arbeitsgruppen festgelegt, z. B. Arbeitsgruppe Leistungsdifferenzierung 5/6, Arbeitsgruppe schulinterner Fachplan, Arbeitsgruppe Förderunterricht. In der Arbeitsgruppe schulinterner Fachplan wurde von fünf Lehrkräften, je Klassenstufe eine Lehrkraft, etappenweise ein erster Entwurf eines Fachplanes entwickelt. Die Lehrkräfte verständigten sich zu folgender Form.

Zeitraum	Anforderungen (Schwerpunkte)	Themenfelder, wesentliche Inhalte, innermathematische Verknüpfungen, Klassenarbeiten	Schulinterne Verbindlichkeiten (aktiver Wortschatz, Zeichengeräte, Vergleichsarbeiten,..)	Schulcurriculum (Bezug zu anderen Fächern, Projekte,)

Beispiel eines Fachplans

Am Ende jeder Etappe (insgesamt vier) wurde kritisch reflektiert, ob die Formulierungen brauchbar waren und gegebenenfalls wurden Veränderungen in den Formulierungen vorgenommen. Die Lehrkräfte jeder Jahrgangsstufe hatten dabei fortlaufend die Aufgabe, die Arbeitsergebnisse der Arbeitsgruppe mit ihren parallel arbeitenden Lehrkräften auszutauschen und deren Kritiken in die Fortschreibung einfließen zu lassen. Etwa zum Halbjahr entstand das Bedürfnis, einige Verabredungen in knapper Form übersichtlich darzustellen. Es entstanden Tabellen mit dem aktiven Wortschatz für Schülerinnen und Schüler und eine Übersicht über den Einsatz von Zeichengeräten und verbindlichen Arbeitsmitteln in jeder Klassenstufe. Im zweiten Jahr der Implementation soll dieser Fachplan an die nachrückenden Lehrkräfte weitergegeben und fortgeschrieben werden. Besonders hinsichtlich innermathematischer Verknüpfungen und fachübergreifender und fächerverbindender Ansätze besteht Überarbeitungsbedarf.

Andere Schulen legten Hauptstränge für die Entwicklung schulinterner Fachpläne fest. Das waren z.B. die beiden großen Fächer Deutsch und Mathematik oder das Fach Sachunterricht, an das sich unter fachübergreifender Sicht die anderen Fächer angliedern.

In einigen Schulen ging man so vor, dass zunächst jede Lehrkraft seinen eigenen Weg mit dem neuen Rahmenlehrplan suchte und im zweiten Schulhalbjahr aus den Erfahrungen heraus eine Formulierung des Fachplanes erfolgte.

Schulen mit einem besonderen pädagogischen Konzept, wie z. B. Montessori, nahmen eine Zuordnung zwischen ihren Leitlinien und den veränderten Gesichtspunkten des Rahmenlehrplanes vor.

An Kleinen Grundschulen gab es bereits sehr gut funktionierende Lehrkräfteteams, die sich meist auf der Ebene der Jahrgangsstufen an die inhaltliche Umsetzung des neuen Rahmenlehrplans heranmachten. Z. B. wurden die Anforderungen auf die verschiedenen Klassenstufen schwerpunktmäßig verteilt und entsprechende Inhalte zugeordnet. In anderen Kleinen Grundschulen traf man Verabredungen zu verschiedenen Strategien, die in allen Klassenstufen gleichermaßen bedeutungsvoll sind, wie z. B.:

- verbindliche Begriffe am Ende der Jahrgangsstufen,
- Verwendung von Geräten,
- mathematische Form,
- fächerübergreifende Verbindungen,
- Lernorte,
- Runden, Schätzen, Knobelaufgaben und Kopfrechnen,
- Medien und Unterrichtsmittel,
- Basteln in Mathematik,
- Mathematikolympiade,
- fakultative Inhalte,
- Zensurierung,
- notwendige Anschaffungen,
- Raum für Ergänzungen.

4.4 Herangehensweise zu Beginn des zweiten Jahres der Implementation

Zu Beginn des zweiten Jahres der Implementation waren die Unsicherheiten bezüglich der schulinternen Planung noch nicht in allen Fachkonferenzen ausgeräumt. Immer wieder wurde an die Fachberater die Frage gestellt, wie gestalte ich den schuleigenen Fachplan richtig. Um darauf Antworten zu finden, führten einige Mitglieder eines regionalen Arbeitskreises eine gemeinsame Beratung mit dem Ziel durch, eine gemeinsame Basis für das Weiterarbeiten zu schaffen. Die teilnehmenden Fachkonferenzleiter legten ihre derzeit existierenden Fachpläne nebeneinander und diskutierten in konstruktiver Weise alle Für und Wider.

Im Ergebnis dessen stellte die Gruppe folgende Grundlagen heraus.

- „Die Rahmenlehrpläne sind verbindliche Grundlage für die curriculare Arbeit in der einzelnen Schule und für die Gestaltung des Unterrichts.
- Schulinterne Curricula berücksichtigen die Eigenverantwortung der Schule und Besonderheiten des Standortes sowie die besonderen Fähigkeiten der Lehrerinnen und Lehrer.
- Schulinterne Curricula ... umfassen u.a. die Fach-Pläne der Fachkonferenzen, Jahrgangsstufen-Pläne, themenorientierte Pläne.
- Für das Planungshandeln der Lehrer ... müssen schulinterne Curricula allen zugänglich und praktisch handhabbar sein.“(vgl. /2/ S.15)
- Die Fachpläne sind ein Instrument der Qualitätsentwicklung und –sicherung.

In der Beratung einigten sich die Fachkonferenzleiter weiterhin über inhaltliche Minimalanforderungen für Fachpläne, die wie folgt beschrieben wurden:

- Schwerpunkte der Anforderungsebene bzw. der Kompetenzentwicklung, ohne den Rahmenlehrplan abzuschreiben und dazu passende Inhalte
- in der Fachkonferenz vereinbarte Begriffe, Materialien
- fachübergreifende Ansätze, Projekte
- eine nicht zu enge Zeitschiene
- vereinbarte Bewertungskriterien
- Schlussfolgerungen aus den schulspezifischen Ergebnissen der diagnostischen Tests in Jahrgangsstufe 2, VERA 4 und der Vergleichsarbeiten in Jahrgangsstufe 5
- Vereinbarungen zur Fachleistungsdifferenzierung

Zum Umfang und zur äußeren Form einigten sich die Fachkonferenzleiter darauf, dass ein Fachplan ein Arbeitspapier in regelmäßiger Fortschreibung sein muss. Die Mitglieder der Fachkonferenz legen in gemeinsamer Absprache fest, wie umfangreich und in welcher Form z. B. Tabellen, Texte, Mindmaps o.a. ihr Fachplan gestaltet wird. Dieser Fachplan darf die persönliche Planung der Lehrkräfte nicht einengen.

Ein Fachplan ist kein Stoffverteilungsplan.

4.5 Fortbildung

In den Fortbildungsveranstaltungen zeigte sich, dass alle teilnehmenden Lehrkräfte nach Anregungen und Ideen suchen und um Professionalität bemüht sind. Sie führten regen Erfahrungsaustausch sowohl untereinander als auch mit Fachdidaktikerinnen. Fachtagungen am LISUM und in den Schulamtsbereichen wurden zahlreich besucht. Die Lehrkräfte wünschen sich die Fortsetzung solcher Fortbildungen mit Workshopcharakter.

Mit dem Blick auf eine veränderte Aufgabenkultur bewerten viele Lehrkräfte das schillernde Angebot an Lehr- und Lernmitteln, sowie an Lehrbüchern kritisch. Als ein Fortbildungsschwerpunkt hat sich der Umgang mit Leistungsermittlung und –bewertung herauskristallisiert.

5 Literatur

- /1/ Kultusministerkonferenz (KMK) (2004):
Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)
www.kmk.org/schul/Bildungsstandards/bildungsstandards.htm
- /2/ Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg (Hrsg.) (2004):
Rahmenlehrplan Grundschule Mathematik
- /3/ Mathematik Lehrbuch für die Klasse 6, Berlin-Brandenburg. 2005. Kapitel 6 „Mathematik verstehen und anwenden“ von Angelika Möller. DUDEN PAETEC Schulbuchverlag;
- /4/ Schulinterne Curricula, Beitrag des Faches Mathematik
http://www.bildungbrandenburg.de/fileadmin/bbs/unterricht_und_pruefungen/rahmenlehrplaene/grundschule/schulinterne_curricula/pdf/SIC_Ma.pdf
- /5/ Horster, L./ Rolff, H.-G. (2001): Unterrichtsentwicklung. Grundlagen, Praxis, Steuerungsprozesse. – Weinheim.
- /6/ Winter, Felix (2004): Leistungsbewertung. Eine neue Lernkultur braucht einen anderen Umgang mit den Schülerleistungen. In: Bennack, J./ Kaiser, A./ Winkel, R. (Hrsg.) (2004): Grundlagen der Schulpädagogik. – Bd. 49 – Baltmannsweiler.
- /7/ Bund-Länder-Kommission (Hrsg.) (1997): Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“. – Materialien zu Bildungsplanung und Forschungsförderung, Heft 60 – Bonn.
- /8/ Bund-Länder-Kommission (Hrsg.) (2004): SINUS-Transfer Grundschule. Weiterentwicklung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts an Grundschulen. Gutachten des Leibniz-Institutes für die Pädagogik der Naturwissenschaften (IPN) Kiel. - Materialien zu Bildungsplanung und Forschungsförderung, Heft 112 – Bonn
- /9/ Pädagogisches Landesinstitut Brandenburg (PLIB) (Hrsg.) (2002): Aufgabenbeispiele für Vergleichsarbeiten. Mathematik. Jahrgangsstufe 5. – Ludwigsfelde-Struveshof.