

## Simulation eines vierfachen Münzwurfs mit GeoGebra

Zu: „Daten und Zufall“, Jahrgangsstufe 7 oder 8

### *Kommentar:*

In diesem Beispiel soll der vierfache Münzwurf 1000-mal simuliert werden. Beim Zufallsexperiment des vierfachen Münzwurfs wird jeweils die Anzahl der Würfe, die „Kopf“ ergeben, gezählt. Für den Ergebnisraum  $\Omega$  gilt dementsprechend  $\Omega = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ . Die sich aus den 1000 simulierten Durchführungen ergebenden relativen Häufigkeiten der unterschiedlichen möglichen Ergebnisse sollen in einem Säulendiagramm veranschaulicht werden.

### **Aufgabenkontext:**

- Wir stellen uns vor, wir werfen eine Münze viermal und notieren uns jeweils, wie oft „Kopf“ gefallen ist (0- bis 4-mal), diesen Versuch wiederholen wir 1000-mal. Die 1000-fache Wiederholung simulieren wir mit GeoGebra.

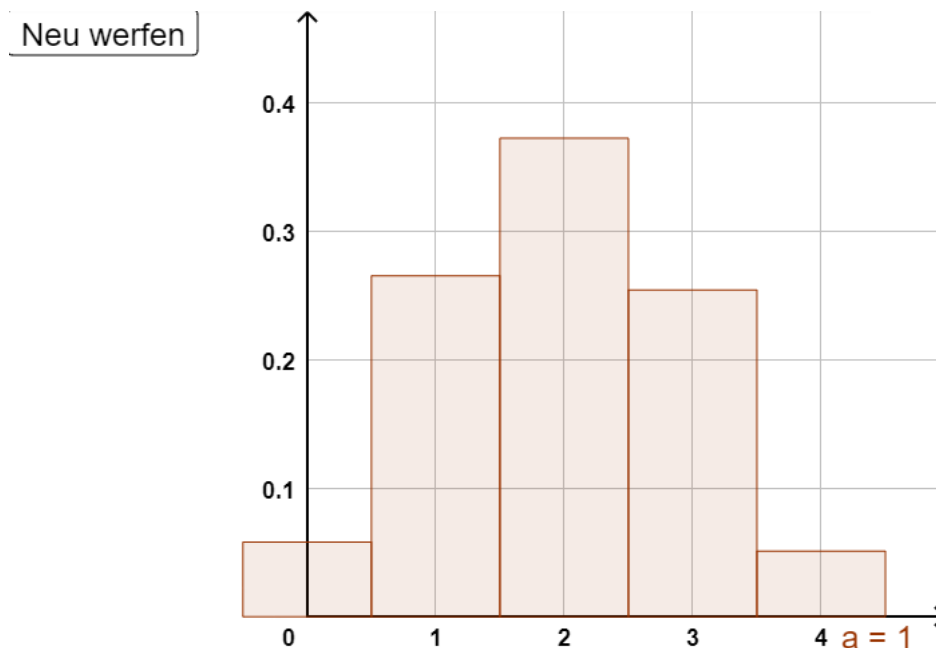
## Aufgabe 1: Erstellen einer Simulation mit GeoGebra

### **Anleitung:**

- **Schritt 1:** Gib folgenden Befehl ein:  
$$\text{Folge}(\text{Zufallszahl}(0, 1) + \text{Zufallszahl}(0, 1) + \text{Zufallszahl}(0, 1) + \text{Zufallszahl}(0, 1), n, 1, 1000)$$
  - die Funktionsvorschrift (bzw. der „Ausdruck“) besteht aus der Summe von vier Zufallszahlen (jeweils 0 oder 1)
  - „0“ steht hierbei für „Zahl“ und „1“ steht hierbei für „Kopf“
  - Du erhältst eine Liste „I1“ mit 1000 zufälligen ganzzahligen Werten zwischen 0 und 4.
- **Schritt 2:** Bestimme die absoluten Häufigkeiten: zähle, wie oft ein bestimmtes Ergebnis (Anzahl von „Kopf“) beim vierfachen Münzwurf erzielt wurde  
Gib ein:  $\text{Folge}(\text{ZähleWenn}(x \stackrel{?}{=} k, I1), k, 0, 4)$ 
  - Achtung: hier musst du „ $\stackrel{?}{=}$ “ anstatt „ $=$ “ als Relationszeichen verwenden, dieses findest du im Menü, das sich über einen Klick auf  $\boxed{\alpha}$  (PC) bzw.  $\boxed{\# \& \neg}$  (Tablet) öffnet
  - „I1“ (mit seinen 1000 Einträgen) wird durchgegangen und dabei für jeden ganzzahligen Wert zwischen 0 und 4 geschaut, wie oft dieser jeweils vertreten ist
  - Du erhältst eine neue Liste „I2“ mit diesen fünf absoluten Häufigkeiten.
- **Schritt 3:** Bestimme die relativen Häufigkeiten und erstelle ein Säulendiagramm  
Gib ein:  $\text{Folge}(k, k, 0, 4)$ 
  - Du erhältst eine neue Liste „I3“, die die möglichen Anzahlen von „Kopf“ beim vierfachen Münzwurf enthält, also die Liste: (0, 1, 2, 3, 4)  
Gib ein:  $1 / 1000 * I2$

- Du erhältst eine neue Liste „I4“, die die relativen Häufigkeiten der unterschiedlichen Ergebnisse beim vierfachen Münzwurf enthält  
     Gib ein: *Säulendiagramm(I3, I4)*
- man erhält die unten abgebildete Darstellung
- **Schritt 4:** Erzeugen eines Buttons zur erneuten Simulations-Durchführung
  - Gib ein: *Schaltfläche()*
  - Rechtsklick auf erstellte Schaltfläche (beim Tablet: gedrückt halten)  
 → Einstellungen → Reiter: „Skripting“ → Reiter: „Bei Mausklick“, hier eintragen:  
*AktualisiereKonstruktion()*
  - wichtig: Einstellungsfenster schließen
  - Verändere nun noch die Achsenverhältnisse unter „Graphik“ – „Grundeinstellungen“ – „xAchse : yAchse“ in 10:1

So sollte das Ganze nun ungefähr aussehen:



## Aufgabe 2: Beschreiben der Gemeinsamkeiten und Unterschiede verschiedener Simulationen

- a) Wiederhole die Simulation einige Male durch Drücken auf die Schaltfläche und beschreibe, was gleich bleibt und was sich ändert.
- b) Benenne, welche Anzahl an „Kopf“ bei viermaligem Münzwurf am häufigsten auftritt. Stelle eine Vermutung an, ob dies immer der Fall ist. Überprüfe, ob sich die häufigste Anzahl bei zehnmaligem Wiederholen der Simulation ändert.

- c) Beurteile, inwiefern das Säulendiagramm als „symmetrisch“ oder „annähernd symmetrisch“ bezeichnet werden kann. Erkläre, woran das liegen kann.

**Weiterführende Aufgaben:**

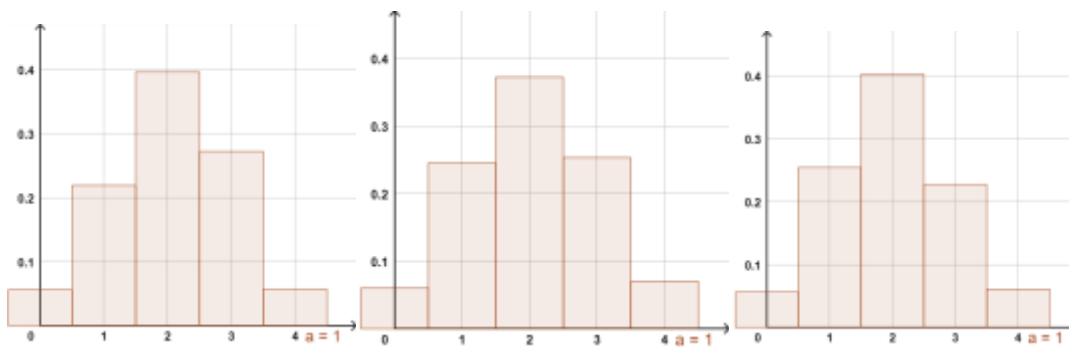
- Führe dieselbe Simulation mit nur 100 statt 1000 Würfeln durch. Beschreibe, wie sich die Schwankungen bei Wiederholung der Simulation im Gegensatz zu den 1000 Würfeln verhalten.
- Stelle eine Vermutung an, wie sich die Schwankungen bei 100.000 Würfeln verhalten würden. Begründe deine Vermutung und überprüfe sie mit GeoGebra.

## Lösungen (für die Lehrkraft)

Bei 1000-facher Wiederholung des 4-fachen Münzwurfs schwanken die Balken deutlich weniger als beim 100-fachen, jedoch noch deutlich mehr als beim 100.000-fachen.

Beim 1000-fachen Wurf wird sehr wahrscheinlich immer 2 die häufigste Anzahl für „Kopf“ sein.

3 verschiedene Beispiele für die Simulation mit 1000-fachem Wurf:



Das Diagramm ist in den allermeisten Fällen durchaus als annähernd symmetrisch zu bezeichnen. Als Begründung für diese Erkenntnis kann man sich z. B. die Fälle „1x Kopf“ und „3x Kopf“ ansehen. Da Kopf und Zahl ungefähr gleich häufig auftreten, sollte der Fall „1x Kopf (und entsprechend 3x Zahl)“ bei vierfachem Münzwurf auch mit ungefähr derselben Häufigkeit auftreten wie der Fall „3x Kopf (und 1x Zahl)“. Dasselbe gilt für „0x Kopf (und 4x Zahl)“ sowie „4x Kopf (und 0x Zahl)“.