

Der Folge-Befehl in GeoGebra

Zu: „Terme und Gleichungen“, Jahrgangsstufe 7 oder 8

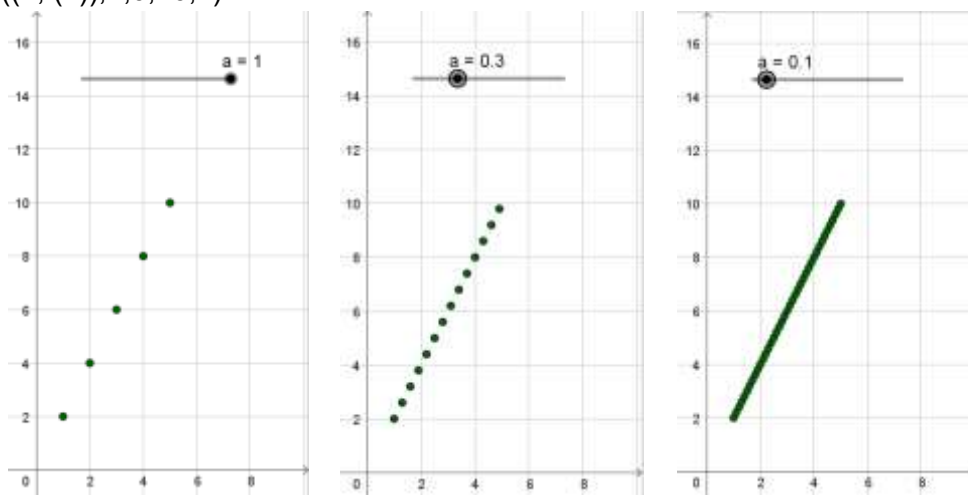
- Syntax: Folge(<Ausdruck>, <Variable>, <Anfangswert>, <Endwert>, <Schrittweite>)
- Der Parameter *Schrittweite* ist optional: Wird hier kein Wert angegeben, geht GeoGebra von der Schrittweite 1 aus.
- Als Variable kann ein beliebiger Buchstabe oder Begriff (String) gewählt werden.

Erste Beispiele für den Einsatz in unteren Klassen der Sekundarstufe

- Folge($2 \cdot n$, n , 1, 10) erzeugt die Zweierreihe / Liste $l1 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$.
- Folge($5 \cdot n$, n , 1, 10) erzeugt die Fünferreihe / Liste $l2 = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$.
- Folge($2 \cdot n + 1$, n , 0, 5) erzeugt die ersten ungeraden Zahlen / die Liste $l3 = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$.
- Start- und Endwert können als Schieberegler gesetzt werden, z. B. Folge(n^2 , n , 1, a) mit einem Schieberegler für a , von 1 bis 100.
- Man kann auch Folgen von Punkten erzeugen, z. B. Folge($(n, 2 \cdot n)$, n , 1, 5), was die Liste $l4 = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10)\}$ liefert. GeoGebra visualisiert eine Folge von Punkten automatisch im Graphikfenster.
- Auch Listenoperationen sind möglich: Man kann Listen elementweise addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren, potenzieren usw., oder auch die Elemente einer Liste mit einer festen Zahl einer Rechenoperation unterziehen, siehe <https://wiki.geogebra.org/de/Listen>.

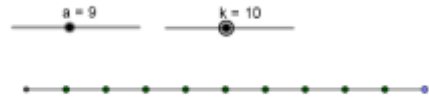
Von der Punktfolge zum Funktionsgraphen

- Folge($(n, 2 \cdot n)$, n , 1, 5, 1) liefert die Liste $l4 = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10)\}$ und im Graphikfenster eine entsprechende Abfolge von Punkten.
- Durch Verkleinerung der Schrittweite kann diese Darstellung in den Graphen einer reellen Funktion überführt werden, z. B. indem man die Schrittweite a als Schieberegler (Minimum 0.01, Maximum 1, Schrittweite 0.01) setzt.
- Analog kann man für beliebige Funktionen f verfahren, die man zuvor definiert, über Folge($(n, f(n))$, n , 0, 20, a).

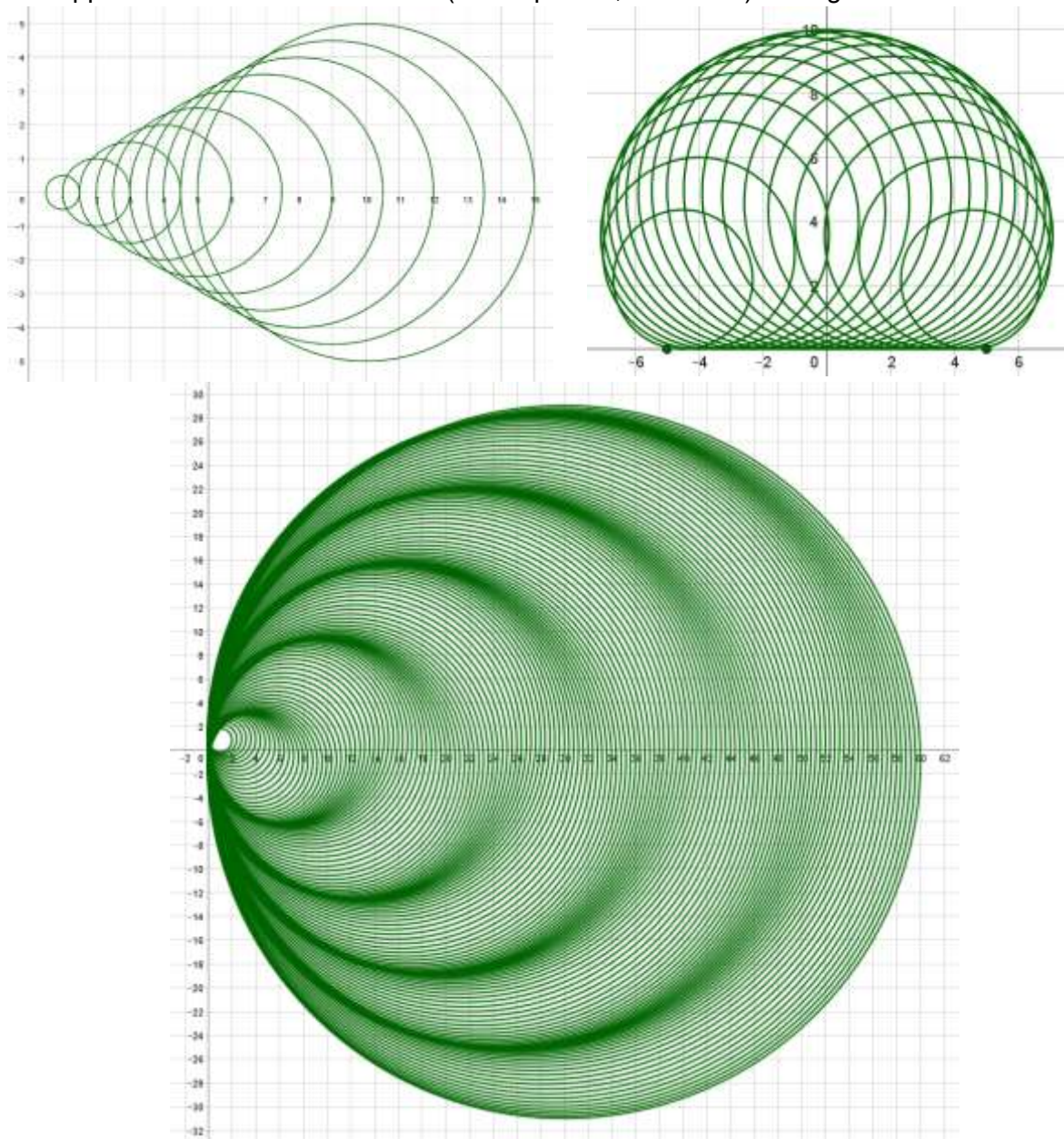


Aktivität 1: Strecke teilen

- Zeichnen Sie eine Strecke der Länge $a=9$.
- Erzeugen Sie eine Folge von Punkten, die diese Strecke in $k=10$ gleich lange Stücke teilen.
- Führen Sie Schieberegler für die Länge a der Strecke und die Anzahl k der Unterteilungen ein und wiederholen Sie die Konstruktion für diese variablen Werte.

**Aktivität 2: Kreismuster**

- Erzeugen Sie eine Folge von Kreisen, bei denen sich sowohl der Mittelpunkt als auch der Radius verändert.
- Tipp: Kreise kann man über Kreis(<Mittelpunkt>, <Radius>) erzeugen.



Unterrichtsidee: Zahlenfolgen algebraisch beschreiben

Mit dem Folge-Befehl können Schülerinnen und Schülern im frühen Algebra-Unterricht forschend-untersuchend tätig werden, z. B. indem sie zu vorgegebenen Zahlenfolgen eine GeoGebra-Syntax finden und diese durch Eingabe eigenständig überprüfen. Um anzuregen, dass Argumente und Begründungen ausgetauscht werden, bietet sich Partner:innenarbeit an. Eine Unterrichtssequenz dazu könnte beispielsweise wie folgt aussehen:

1. Die Lehrkraft stellt den Folge-Befehl an drei Beispielen vor (inklusive Eingabe in GeoGebra, dabei Graphikfenster ausblenden):
Folge($2 \cdot n, n, 1, 10, 1$) → mit Schrittweite, zur Erklärung der Eingabe
Folge($10 + 2 \cdot n, n, 0, 5$) → Null als Startwert möglich
Folge($2 \cdot n, n, 5, 10$) → erzeugt dieselbe Zahlenfolge wie das vorherige Beispiel, zeigt prinzipielle Uneindeutigkeit der Syntax zu einer gegebenen Folge
2. SuS arbeiten zu zweit, Arbeitsanweisung:
Findet (mehrere verschiedene) Folge-Befehle, mit denen die vorgegebenen Zahlenfolgen erzeugt werden können. Überprüft eure Lösungen mit GeoGebra.
(Tipp: Der Folgebefehl ist nach Eingabe im Konstruktionsprotokoll sichtbar.)
 - a) 7, 10, 13, 16, 19
 - b) 50, 45, 40, 35, 30, 25, 20, 15, 10, 5
 - c) 1, 2, 4, 8, 16, 32
 - d) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13
 - e) 7, 9, 11, 13, 15, 17
 - f) 1, 4, 9, 16, 25, 36
 - g) 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21
 - h) -1, 1, -1, 1, -1, 1
 - i) 0, 7, 26, 63, 124
 - j) -2, -2, 0, 4, 15
3. Überlegt euch selbst Folgen aus mindestens fünf Zahlen zu einem Folge-Befehl. Tauscht mit einer anderen Gruppe, so dass sie zu euren Zahlenfolgen einen Folge-Befehl finden müssen und ihr zu den Zahlenfolgen der anderen Gruppe.
4. Plenumsphase: leichte, mittlere und schwere Beispiele; Kriterien für Schwierigkeitsgrad diskutieren; Einigung auf Lernertrag / Sicherung (z. B. als Eintrag in Wissensspeicher)

Aktivität 1, Lösung

Wenn die Strecke auf der x-Achse liegt und im Ursprung beginnt: Folge(($n \cdot a/k, 0$), $n, 1, k$).

Aktivität 2, Lösung

Die dargestellten Beispiele wurden durch erzeugt durch:

Folge(Kreis(($n, 0$), $n / 2$), $n, 1, 10$)

Folge(Kreis(($n, (25 - n^2)^{0.5}$), $(25 - n^2)^{0.5}$), $n, -5, 5, 0.5$)

Folge(Kreis(($n, \sin(n)$), n), $n, 1, 30, 0.2$)

Unterrichtsidee, Schritt 2, Lösungen

Hier ist jeweils ein möglicher Folge-Befehl aufgeführt.

- | | |
|--|---|
| a) 7, 10, 13, 16, 19 | → Folge($7+3 \cdot n, n, 0, 4$) |
| b) 50, 45, 40, 35, 30, 25, 20, 15, 10, 5 | → Folge($5 \cdot (10-n), n, 0, 9$) |
| c) 1, 2, 4, 8, 16, 32 | → Folge($2^n, n, 0, 5$) |
| d) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 | → Folge($2 \cdot n+1, n, 0, 6$) |
| e) 7, 9, 11, 13, 15, 17 | → Folge($2 \cdot n+1, n, 3, 8$) |
| f) 1, 4, 9, 16, 25, 36 | → Folge($n^2, n, 1, 6$) |
| g) 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21 | → Folge($0.5 \cdot n \cdot (n+1), n, 0, 6$) |
| h) -1, 1, -1, 1, -1, 1 | → Folge($(-1)^n, n, 1, 6$) |
| i) 0, 7, 26, 63, 124 | → Folge($n^3-1, n, 1, 5$) |
| j) -2, -2, 0, 4, 15 | → Folge($(n+1) \cdot (n-2), n, 0, 4$) |