

Brüche multiplizieren

(LU 10)

Inhaltsverzeichnis

A Hinweise für die Lehrkraft	2
B Lernumgebung	6
C Materialien / Sprachbildung / Lösungen.....	7

1 Einordnung innerhalb des Themenbereichs

Mit dieser Lernumgebung werden die Grundvorstellungen der Schülerinnen und Schüler zur Multiplikation von Brüchen vertieft. Sie erkennen, dass das Produkt nur dann größer als beide Faktoren ist, wenn die Faktoren größer als 1 (unechte Brüche) sind. Diese Erkenntnis stellt einen Bruch zu bisherigen Vorstellungen der Kinder zur Multiplikation (im Bereich der natürlichen Zahlen) dar.

Die Schülerinnen und Schüler müssen sich aktiv damit auseinandersetzen, wie sie mit Hilfe der Ziffernkärtchen möglichst große Faktoren erzeugen können. So analysieren sie Muster und wenden diese auf die Lösung der folgenden Aufgaben an. Bei der Betrachtung der möglichen Produkte, wenden sie die Kommutativität der Multiplikation an.

Die Schülerinnen und Schüler beschreiben auf Kompetenzstufe D die Zusammenhänge zwischen den Rechenoperationen beim Rechnen mit gebrochenen Zahlen¹. Sie können gemeine Brüche multiplizieren und dividieren und prüfen die Übertragbarkeit der bisherigen Vorstellungen zu den Grundrechenoperationen auf den Bereich der gebrochenen Zahlen.²

Die Schülerinnen und Schüler untersuchen Muster und Strukturen bei der Multiplikation von Brüchen. Sie können Aussagen über die Größe des Produkts in Abhängigkeit von den Faktoren treffen.

Niveaustufe D

2 Didaktisch-methodische Hinweise (praktische Hinweise zur Durchführung)

Zeitumfang: ein bis zwei Stunden

Einführung:

Im Plenum wird geklärt, wie sich aus den Ziffernkärtchen Brüche bilden lassen. Dabei wird auf die Sonderstellung der Brüche mit dem Nenner 1 eingegangen.

zu 1.:

Die Kinder bilden mithilfe von Ziffernkarten (Ziffern 1 bis 6) zunächst Brüche, dann Multiplikationsaufgaben und berechnen die Produkte. Aus vier Ziffernkärtchen lassen sich zwölf Brüche bilden. Durch die Kommutativität der Multiplikation ergeben sich aber nur sechs Produkte. (siehe [Lösungsbogen](#))

Die Frage, warum sich nur sechs verschiedene Produkte bilden lassen, verknüpft kombinatorische Überlegungen mit arithmetischen. Sie muss nicht von allen Kindern beantwortet werden und sollte als Herausforderung für leistungsstärkere Kinder eingesetzt werden.

¹ vgl. Rahmenlehrplan Jahrgangsstufen 1-10, Teil C Mathematik, S. 23, Berlin, Potsdam 2015.

² ebenda S. 37

zu 2.:

Diese Aufgabe hat den Charakter einer operativen Übung, da die Lernenden mit den Faktoren experimentieren, um möglichst große und kleine Produkte zu finden. Dabei können sie jetzt die Ziffern 1 bis 9 benutzen. Die Kinder sollen gemeinsam nach einer Begründung suchen, warum es keine größeren bzw. kleineren Produkte gibt. Die Lehrkraft entscheidet selbst, ob dies mündlich oder schriftlich erfolgen soll.

zu 3.:

Im Anschluss wenden die Kinder ihrer Kenntnisse an. Dazu können sie mithilfe der Spielmarke den Wert **zweier** Karten verdoppeln.

zu 4.:

Die offene Abschlussaufgabe bietet vielfältige Differenzierungsmöglichkeiten und Raum für eigene Entdeckungen. So ist es möglich, weitere Ziffernkarten einzusetzen bzw. mehrstellige Zahlen aus den Ziffernkarten zuzulassen. Die Aufgaben werden im Plenum vorgestellt.

Wenn die Division bereits eingeführt ist, können die Schülerinnen und Schüler aufgefordert werden, den kleinsten/größten Quotienten zu finden. Die anschließende Diskussion bietet gute Möglichkeiten, den Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division vertiefend zu diskutieren.

3 Prozessbezogene mathematische Kompetenzbereiche (siehe Handreichung, Punkt 2)

Mathematisch argumentieren	Probleme mathematisch lösen	Mathematisch modellieren	Mathematische Darstellungen verwenden	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen umgehen	Mathematisch kommunizieren
1.1.1, 1.1.2, 1.2.1	2.1.2, 2.3.1			5.2.1	6.1.2, 6.3.2, 6.4.1

4 Sprachbildung

4.1 Sprachliche Stolpersteine in der Aufgabenstellung (*entfällt*)

Es muss sichergestellt werden, dass die Lernenden folgende Begriffe/Wörter verstehen:

das Ziffernkärtchen, die Anzahl der Produkte, die Spielmarke, der Wert der Karte, die Forscheraufgabe

4.2 Wortliste zum Textverständnis

Die Lehrkraft muss sich vergewissern, dass die Schülerinnen und Schüler folgenden Wortschatz verstanden haben, bevor sie die Lernumgebung bearbeiten.

Nomen	Verben	Sonstige
das Produkt der Bruch	multiplizieren – ich multipliziere verdoppeln – sie verdoppeln vergleichen – ich vergleiche	das größte Produkt bilden das kleinste Produkt bilden

Im Rahmen dieser Lernumgebung wenden die Schülerinnen und Schüler folgende Sprachmittel aktiv an. Diese dienen als Grundlage für die gemeinsame Erarbeitung eines Wortspeichers während der Ergebnissicherung.

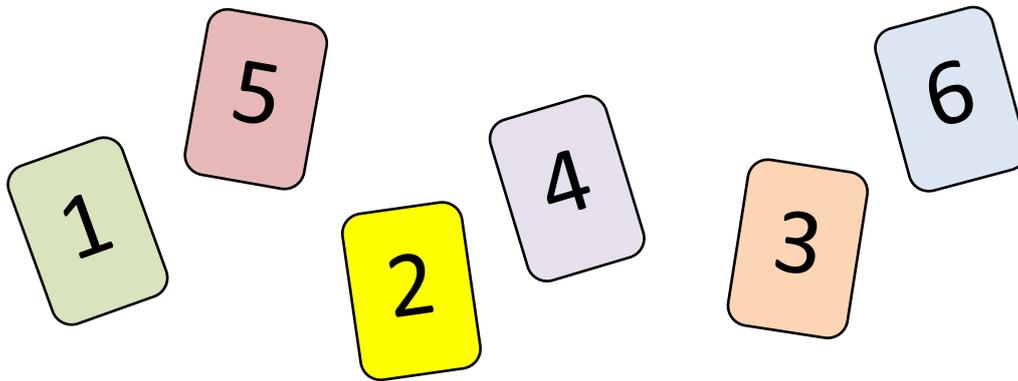
die größten/kleinsten Ziffern
Produkt der Zähler
Produkt der Nenner
kürzen
verdoppeln

4.3 Sprachliche Hilfen zur Darstellung des Lösungsweges (*entfällt*) (siehe Kapitel C, Sprachliche Hilfen für den Lösungsbogen)

5 Material für den Einsatz dieser Lernumgebung

Anzahl	Name des Materials
pro Kind	Lernumgebung (LU)
pro Kind	Material Ziffernkarten (M)
pro Paar	2 Spielmarken oder Klebepunkte mit der Aufschrift •2

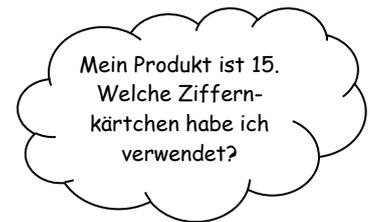
6 Evaluation (siehe Handreichung, Punkt 7)



1. Wähle vier Ziffernkärtchen

- Wie viele Brüche kannst du bilden? Notiere die Brüche.
- Lege mit den vier Ziffernkärtchen Brüche und multipliziere sie. (Verwende jede Ziffer nur einmal!) Wie viele verschiedene Produkte findest du?
- Vergleiche die Anzahl der Produkte mit einem anderen Kind. Ist die Anzahl immer gleich? Warum ist das so?

- Jana erhält das Produkt 15. Welche Ziffernkärtchen hat sie verwendet?



2. Verwende alle Ziffernkärtchen (1 bis 9)

- Bilde das größte und das kleinste Produkt.
- Vergleiche mit einem anderen Kind.
- Habt ihr das größte bzw. kleinste Produkt gefunden? Begründet.

3. Verwendet alle Ziffernkärtchen (1 bis 9). Ihr erhaltet **zwei** Spielmarken **•2**. Sie verdoppeln den Wert der Karte. Wie heißt das größte Produkt, das ihr so bilden könnt?



4. Überlegt eigene Forscheraufgaben und löst sie!

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9

zu 1.: Aus vier Ziffernkarten lassen sich zwölf Brüche bilden.

Setzt man für die vier Ziffern die Variablen a, b, c und d, so ergeben sich die

Brüche $\frac{a}{b}, \frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{a}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}, \frac{c}{a}, \frac{c}{b}, \frac{c}{d}, \frac{d}{a}, \frac{d}{b}, \frac{d}{c}$.

Da alle Ziffernkärtchen nur einmal verwendet werden können und die Multiplikation kommutativ ist, können daraus folgende sechs Produkte gebildet werden

$\frac{ac}{bd}, \frac{ad}{bc}, \frac{ab}{cd}, \frac{bc}{ad}, \frac{bd}{ac}, \frac{cd}{ab}$.

Das Produkt 15 erhält man durch Auswahl der Ziffernkarten 1, 2, 5 und 6.

Die Aufgaben heißen $\frac{6}{1} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{1} \cdot \frac{6}{2} = 15$.

zu 2.: Verwendet man die Ziffernkarten 1 bis 9, so ist das größte Produkt $\frac{9}{1} \cdot \frac{8}{2} = 36$,
das kleinste $\frac{1}{36}$.

zu 3.: Nach Verdoppelung von zwei Spielmarken erhält man als größtes Produkt 144,
als kleinstes $\frac{1}{144}$.

zu 4.: Eine mögliche Frage wäre, wie groß das größte Produkt ist, wenn man die Bildung zweistelliger Zahlen gestattet? Dann ist das größte Produkt 3724.