

Abschlussprüfung an der Berufsoberschule im Schuljahr 2009/2010

| | |
|----------------------------|---|
| Fach | Mathematik (A) |
| Prüfungstag | 5. Mai 2010 |
| Prüfungszeit | 09:00 - 13:00 Uhr |
| Zugelassene Hilfsmittel | Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmerteil; Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch (Duden) |
| Allgemeine Arbeitshinweise | Die Reinschriften und Entwürfe sind nur auf den besonders gekennzeichneten Bögen anzufertigen, die Sie für die Prüfung erhalten. Diese sind zu nummerieren und sofort mit Ihrem Namen zu versehen. Für jede Aufgabe ist ein neuer gekennzeichnete Bogen zu beginnen. Schwerwiegende oder gehäufte Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit oder gegen die äußere Form führen zu einem Abzug von bis zu einem Punkt (Malus-Regelung). Bedenken Sie die Folgen einer Täuschung oder eines Täuschungsversuchs! |
| Spezielle Arbeitshinweise | Aus den fünf Aufgaben müssen Sie drei auswählen. Die Aufgabe 1 (Exponentialfunktionen) ist eine Pflichtaufgabe . Sie muss von allen bearbeitet werden! Zwischen Aufgabe 2 (Gebrochenrationale Funktionen) und Aufgabe 3 (Trigonometrische Funktionen) müssen Sie wählen . Auch zwischen Aufgabe 4 (Analytische Geometrie) und Aufgabe 5 (Stochastik) müssen Sie wählen . Die Lösungswege müssen klar gegliedert, schrittweise und eindeutig nachvollziehbar sowie angemessen kommentiert sein. Nebenrechnungen sind durch Einrücken etc. kenntlich zu machen. Nur einwandfrei Leserliches wird bewertet. Die erste nicht durchgestrichene Lösung zählt. |

Gesamtzahl der abgegebenen Lösungsblätter:

_____ **Blätter**

Bewertungseinheiten, Gesamtpunkte

| Aufgabe Nr. | Soll % | Ist | Ist (Zweitkorrektur) |
|----------------------|--------|---------------|----------------------|
| 1 | 34 | | |
| 2 oder 3 | 33 | | |
| 4 oder 5 | 33 | | |
| Summe: | 100 | | |
| Notenpunkte | 15 | __ /15 Punkte | __ /15 Punkte |
| Maluspunkt | -1 | __ Punkt | __ Punkt |
| Insgesamt | | __ Punkte | __ Punkte |
| Datum, | | | |
| Unterschrift: | | | |

1 Exponentialfunktionen

/34

Die Sicherheitsbehörden eines Landes erwarten in nächster Zukunft einen schweren Angriff durch ein Computervirus. Die Anzahl der infizierten Computer (in Millionen) während der Virusattacke soll durch die Funktionen f und g modelliert werden.

Die Funktion f habe die Funktionsgleichung $f(t) = 2t \cdot e^{-0,1t}$, $t \geq 0$ (t in Stunden).

Für die Ableitungen gilt: $f'(t) = (2 - 0,2t) \cdot e^{-0,1t}$ und $f''(t) = (-0,4 + 0,02t) \cdot e^{-0,1t}$

Die Stammfunktion lautet: $F(t) = (-20t - 200) \cdot e^{-0,1t}$

1.1 Zeigen Sie, dass gilt: $f'(t) = (2 - 0,2t) \cdot e^{-0,1t}$ **/3**

1.2 Zu welchem Zeitpunkt ist mit der maximalen Anzahl infizierter Computer zu rechnen? **/6**

Wie viele infizierte Computer werden dann erwartet?

1.3 Zu welchem Zeitpunkt wird die Anzahl der infizierten Computer am schnellsten zurückgehen?
[Auf einen Nachweis mithilfe der 3. Ableitung kann verzichtet werden.] **/5**

Wie groß ist die momentane Änderung der Anzahl der infizierten Computer zu diesem Zeitpunkt?

1.4 Vervollständigen Sie die folgende Wertetabelle und zeichnen Sie den Graphen von f im Intervall $[0; 60]$ mithilfe der berechneten Ergebnisse in das Koordinatensystem auf der nächsten Seite.

/9

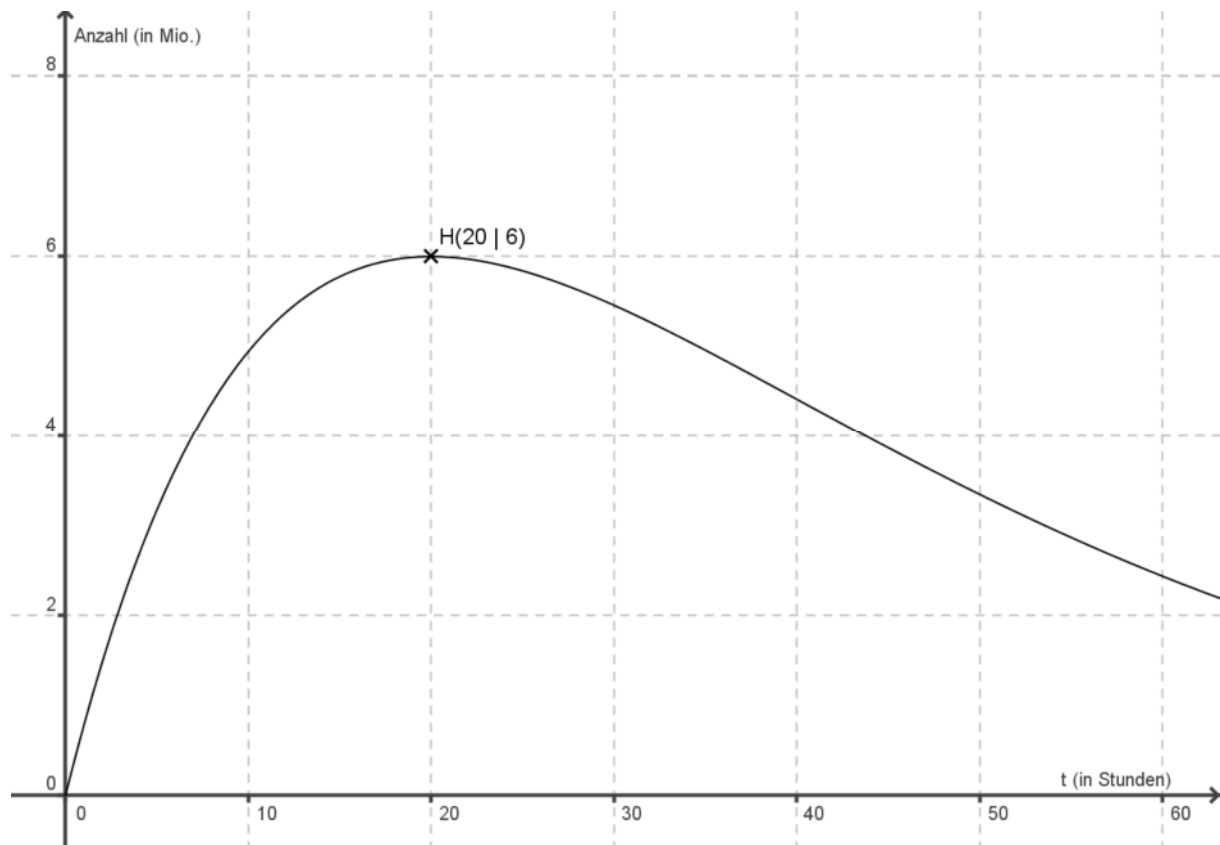
| | | | | |
|------------------|---|----|----|----|
| t (in h) | 0 | 20 | 40 | 60 |
| $f(t)$ (in Mio.) | | | | |

1.5 Wie groß ist die durchschnittliche Anzahl infizierter Computer in den ersten 60 Stunden? **/3**

Fortsetzung auf der nächsten Seite →

1 Exponentialfunktionen (Fortsetzung)

Im zweiten Szenario, das durch die Funktion g beschrieben wird, geht man davon aus, dass die Anzahl der infizierten Computer ihr Maximum von 6 Millionen nach genau 20 Stunden erreichen wird.



Die zugehörige Funktion g lässt sich ebenfalls durch eine Funktionsgleichung vom Typ $g(t) = at \cdot e^{bt}$, $a > 0$ und $b \neq 0$, beschreiben.

1.6 Weisen Sie nach, dass die erste Ableitung von g die Funktionsgleichung $g'(t) = a(1 + bt) \cdot e^{bt}$ besitzt. /3

1.7 Stellen Sie die Funktionsgleichung für g auf. Ermitteln Sie dafür die Parameter a und b so, dass g den Hochpunkt $H(20 | 6)$ hat. /5

2 Gebrochenrationale Funktionen /33

Die Funktion f sei gegeben mit $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 1}{x^2}$.

2.1 Geben Sie den maximalen Definitionsbereich D_f von f an. /1

2.2 Untersuchen Sie die Art der Definitionslücke und das Verhalten der Funktion in deren Umgebung. /4

2.3 Ermitteln Sie die Gleichung der Asymptote a . /2

2.4 Der Graph von f besitzt genau einen Schnittpunkt mit der x -Achse.
Geben Sie diesen an. /2

2.5 Zeigen Sie entweder, dass $f'(x) = \frac{2x^3 - 2}{x^3}$ oder dass $f'(x) = 2 - \frac{2}{x^3}$ gilt. /2

2.6 Bestimmen Sie den Extrempunkt von f . /4
[Verwenden Sie: $f''(x) = \frac{6}{x^4}$]

2.7 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f und die Asymptote a unter Verwendung der berechneten Werte für $-1,5 \leq x \leq 2,5$ in ein Koordinatensystem.

Berechnen Sie dafür auch die fehlenden Funktionswerte:

| | | | | | | |
|--------|-------|------|-----|------|-----|----|
| x | -1,5 | -0,5 | 0,5 | 1,5 | 2,5 | |
| $f(x)$ | -1,56 | 4,00 | | 4,44 | | /6 |

2.8 Die Gerade $t(x) = 4x + 4$ ist Tangente an den Graphen von f .
Weisen Sie dies nach. /6

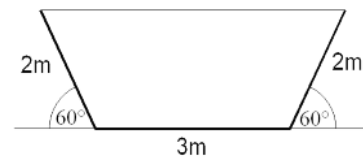
Bestimmen Sie die Koordinaten des Berührungspunktes B .

2.9 Die Graphen von f und t haben einen weiteren gemeinsamen Punkt.
Berechnen Sie auch die Koordinaten dieses Punktes. /6

3 Trigonometrische Funktionen

/33

Zum Bau eines Grabens wurden auf einer 3 m breiten Grundplatte zwei 2 m breite Platten als Uferbefestigung errichtet. Der Böschungswinkel dieser Platten beträgt 60° .

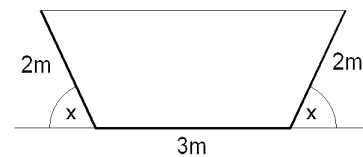


3.1 Berechnen Sie die Querschnittsfläche A des Grabens.

/4

Für die weiterführenden Berechnungen wird der Winkel x im Bogenmaß betrachtet.

Um den Durchfluss durch den Graben zu erhöhen, überlegt man, ob es bezüglich des Böschungswinkels x ein Optimum gibt.



3.2 Erstellen Sie eine Funktionsgleichung für die Querschnittsfläche A in Abhängigkeit vom Böschungswinkel x .

/7

[Zur Kontrolle: $A(x) = 6 \sin x + 4 \sin x \cdot \cos x$]

3.3 Berechnen Sie die fehlenden Werte in der Wertetabelle.

| | | | | | | | |
|-----|---|------------------|------------------|------------------|-------------------|------------------|------------------|
| x | 0 | $\frac{1}{9}\pi$ | $\frac{2}{9}\pi$ | $\frac{1}{3}\pi$ | $\frac{7}{18}\pi$ | $\frac{4}{9}\pi$ | $\frac{1}{2}\pi$ |
| A | | 3,34 | 5,83 | | | 6,59 | |

/8

Zeichnen Sie den funktionalen Zusammenhang zwischen Böschungswinkel und Querschnittsfläche.

Lesen Sie aus dieser Zeichnung den ungefähren Wert für den Böschungswinkel ab, bei dem die Querschnittsfläche maximal wird.

3.4 Weisen Sie nach, dass $A'(x) = 8 \cos^2 x + 6 \cos x - 4$.

/7

3.5 Bestimmen Sie den unter 3.3 geschätzten Winkel rechnerisch.

[Auf den Nachweis mithilfe von A'' kann verzichtet werden.]

/7

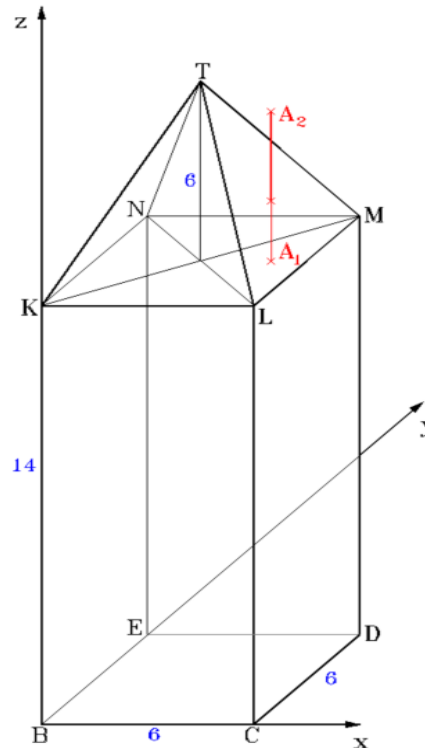
Geben Sie diesen Winkel auch im Gradmaß an.

Berechnen Sie den Inhalt der maximalen Querschnittsfläche.

4 Analytische Geometrie

/33

Der Turm einer Burg hat die Form eines geraden quadratischen Prismas mit aufgesetzter Pyramide (siehe Skizze – Angaben in m).



- 4.1** Bestimmen Sie eine Ebenengleichung E für die Dachfläche LMT in Normalenform.
 [Zum Vergleich: Koordinatenform $E : 2x + z = 26$] **/10**
 Berechnen Sie den Winkel zwischen dem Dachboden $KLMN$ und der Dachfläche LMT .
- 4.2** Auf dem Dachboden $KLMN$ beginnt im Punkt A_1 eine 5 m lange Antenne. Sie steht senkrecht und endet im Punkt $A_2(5 | 3 | 19)$. Im Punkt Q durchstößt sie die Dachfläche LMT . **/7**
 Berechnen Sie die Koordinaten von Q .
 Wie lang ist das außerhalb des Daches befindliche Antennenstück?
- 4.3** Im Burghof steht im Punkt $F_1(24 | 3 | 0)$ ein 13 m hoher Fahnenmast. Von der Spitze F_2 des Mastes geht ein Seil geradlinig zur Turmspitze T . **/10**
 Zeigen Sie, dass das Seil die Antenne nicht berührt.
 Wie lang ist das Seil?
- 4.4** Zur Stabilisierung soll die Antenne von A_2 aus an der Dachfläche LMT so verankert werden, dass das Verankerungsseil minimale Länge hat. **/6**
 Berechnen Sie die Koordinaten des Verankerungspunktes auf der Dachfläche.

5 Wahrscheinlichkeitsrechnung

/33

Auf einer fernen Insel darf die Fahrprüfung bei Nichtbestehen zweimal wiederholt werden. Sie darf daher insgesamt dreimal abgelegt werden. Die Durchfallquoten betragen im ersten Durchgang q , in der ersten Wiederholung $\frac{q}{2}$ und in der zweiten Wiederholung $\frac{q}{4}$, wobei $0 < q < 1$ gilt. Eine bestandene Prüfung darf nicht wiederholt werden.

- 5.1** Erstellen Sie ein Baumdiagramm und bestimmen Sie die folgenden fünf Wahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit von q :

Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht eine zufällig gewählte Person die Prüfung im ersten Anlauf, erst im zweiten Anlauf, erst im dritten Anlauf, gar nicht? Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt sie in den Genuss eines Führerscheins?

/10

- 5.2** Wie groß darf q maximal sein, damit eine zufällig gewählte Person die Fahrprüfung – egal in welchem der drei Durchgänge – mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % besteht?

/4

In Wirklichkeit haben lediglich 80 % der Erwachsenen einen Führerschein, die anderen sind auf Bus, Bahn, Fahrrad und Chauffeure angewiesen.

- 5.3** Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben von zwölf zufällig ausgewählten Erwachsenen genau zehn einen Führerschein?

/3

- 5.4** Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben von zwölf zufällig ausgewählten Erwachsenen mindestens zehn einen Führerschein?

/2

- 5.5** Wie viele Erwachsene müssen zufällig ausgewählt werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99,9 % zumindest einer einen Führerschein besitzt?

/4

- 5.6** Auf einer Party langweilen sich elf Personen, von denen sieben einen Führerschein haben. Drei der elf halten es nicht mehr aus, suchen sich eine ruhige Ecke und holen die Skatkarten heraus.

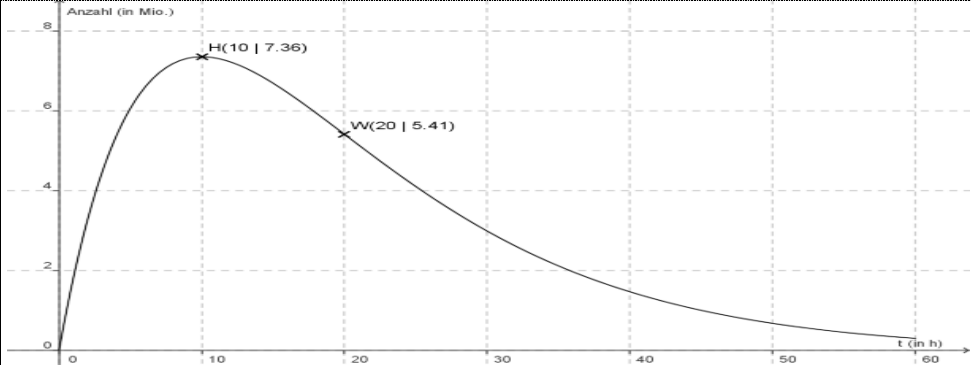
/4

Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben genau zwei von diesen drei Personen einen Führerschein?

- 5.7** In einer groß angelegten Untersuchung soll herausgefunden werden, ob es einen stochastischen Zusammenhang zwischen der Haarfarbe und dem Bestehen der Fahrprüfung im ersten Anlauf gibt. Dazu werden 12345 Personen, die zumindest einmal an der Fahrprüfung teilgenommen haben, befragt. 2345 von ihnen sind blond. Von den Nichtblonden haben 7560 die Fahrprüfung gleich beim ersten Mal bestanden; insgesamt haben 9506 die Fahrprüfung gleich beim ersten Mal bestanden.

/6

Sind Haarfarbe und Prüfungserfolg stochastisch abhängig?

| Teilaufgaben | Erwartete Teilleistung | BE in AB | | | | | | | | | | | | |
|--|--|----------|------|------|----|----|--------|---|------|------|------|---|--|--|
| | | I | II | III | | | | | | | | | | |
| 1.1 | $f'(t) = 2e^{-0,1t} + 2t(-0,1)e^{-0,1t} = \underline{\underline{(2 - 0,2t)e^{-0,1t}}}$ | | 3 | | | | | | | | | | | |
| 1.2 | $f'(t_E) = (2 - 0,2t_E)e^{-0,1t_E} = 0; \quad 2 - 0,2t_E = 0$ | | 2 | | | | | | | | | | | |
| | $\underline{t_E = 10}$ | 1 | | | | | | | | | | | | |
| | $f''(10) = -0,2e^{-1} \approx -0,07 < 0; \quad f$ hat bei $t = 10$ ein lokales Maximum. | | 1 | | | | | | | | | | | |
| | $f(10) = 20e^{-1} \approx \underline{7,36}$ | 1 | | | | | | | | | | | | |
| | Nach 10 Stunden ist mit einem Maximum von ca. 7,36 Millionen infizierten Computern zu rechnen. | 1 | | | | | | | | | | | | |
| 1.3 | Der „schnellste Rückgang“ tritt im Wendepunkt ein. $f''(t_W) = (-0,4 + 0,02t_W)e^{-0,1t_W} = 0; \quad -0,4 + 0,02t_W = 0$ | | 2 | | | | | | | | | | | |
| | $\underline{t_W = 20}$ | 1 | | | | | | | | | | | | |
| | $f'(20) = -2e^{-2} \approx \underline{-0,27}$ | 1 | | | | | | | | | | | | |
| | Der stärkste Rückgang wird nach 20 Stunden erwartet. Er beträgt ca. 270.000 infizierte Computer weniger pro Stunde. | 1 | | | | | | | | | | | | |
| 1.4 | <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>t</td> <td>0</td> <td>20</td> <td>40</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>$f(t)$</td> <td>0</td> <td>5,41</td> <td>1,47</td> <td>0,30</td> </tr> </table> | t | 0 | 20 | 40 | 60 | $f(t)$ | 0 | 5,41 | 1,47 | 0,30 | 4 | | |
| | t | 0 | 20 | 40 | 60 | | | | | | | | | |
| $f(t)$ | 0 | 5,41 | 1,47 | 0,30 | | | | | | | | | | |
|  | | | 5 | | | | | | | | | | | |
| 1.5 | $\bar{N} = \frac{1}{60} \int_0^{60} f(t) dt = \frac{1}{60} [(-20t - 200)e^{-0,1t}]_0^{60} \approx \underline{\underline{3,275}}$ Die durchschnittliche Anzahl infizierter Computer in den ersten 60 Stunden beträgt ca. 3,275 Millionen. | | | 3 | | | | | | | | | | |
| 1.6 | $g'(t) = ae^{bt} + atbe^{bt} = (a + abt)e^{bt} = \underline{\underline{a(1 + bt)e^{bt}}}$ | | 3 | | | | | | | | | | | |
| 1.7 | $g'(20) = a(1 + 20b)e^{20b} = 0; \quad 1 + 20b = 0; \quad \underline{b = -0,05}$ | | | 5 | | | | | | | | | | |
| | $g(20) = 20ae^{-0,05t} = 20ae^{-1} = 6; \quad \underline{a = \frac{3}{10}e \approx 0,815}$ $\underline{\underline{g(t) = 0,815te^{-0,05t}}}$ | | | | | | | | | | | | | |
| | Summe (Aufgabe 1) | 10 | 16 | 8 | | | | | | | | | | |
| | Mögliche BE | 34 | | | | | | | | | | | | |

| Teilaufgaben | Erwartete Teilleistung | BE in AB | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------|---|------------------------------|-------------|------|-------------|-----|-----|--------|-------|------|-------------|------|-------------|---|--|--|
| | | I | II | III | | | | | | | | | | | | |
| 2.1 | $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ | 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 2.2 | $x_0 = 0$; $Z(0) = 1 \neq 0$; $N(0) = 0$; Untersuchung der Umgebung; $x_p = 0$ ist Polstelle ohne Vorzeichenwechsel. | | 4 | | | | | | | | | | | | | |
| 2.3 | Zerlegung ergibt $f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x^2}$. | | 1 | | | | | | | | | | | | | |
| | $a(x) = 2x + 1$ | 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 2.4 | $2x_N^3 + x_N^2 + 1 = 0$; durch Probieren: $x_N = -1$; | 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| | $S_x(-1 0)$ | 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 2.5 | $f'(x) = \frac{(6x^2 + 2x)x^2 - (2x^3 + x^2 + 1) \cdot 2x}{x^4} = \frac{2x^3 - 2}{x^3}$ oder $f'(x) = 2 - \frac{2}{x^3}$ | | 2 | | | | | | | | | | | | | |
| 2.6 | $2x_E^3 - 2 = 0$; $x_E = 1$ | | 2 | | | | | | | | | | | | | |
| | $f''(1) = 6 > 0$; $T(1 4)$ | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | |
| 2.7 | <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-1,5</td> <td>-0,5</td> <td>0,5</td> <td>1,5</td> <td>2,5</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>-1,56</td> <td>4,00</td> <td>6,00</td> <td>4,44</td> <td>6,16</td> </tr> </table> | x | -1,5 | -0,5 | 0,5 | 1,5 | 2,5 | $f(x)$ | -1,56 | 4,00 | 6,00 | 4,44 | 6,16 | 2 | | |
| | x | -1,5 | -0,5 | 0,5 | 1,5 | 2,5 | | | | | | | | | | |
| $f(x)$ | -1,56 | 4,00 | 6,00 | 4,44 | 6,16 | | | | | | | | | | | |
| | | für f 3 BE für a 1 BE | | 1 | 3 | | | | | | | | | | | |
| 2.8 | $t'(x_B) = f'(x_B)$; $4 = \frac{2x_B^3 - 2}{x_B^3}$; $x_B = -1$ | | | 3 | | | | | | | | | | | | |
| | $f(-1) = t(-1) = 0$; t ist Tangente an f . $B(-1 0)$ | 1 | 2 | | | | | | | | | | | | | |
| 2.9 | $f(x_S) = t(x_S)$; $4x_S + 4 = \frac{2x_S^3 + x_S^2 + 1}{x_S^2}$ | | | 3 | | | | | | | | | | | | |
| | $2x_S^3 + 3x_S^2 - 1 = 0$; $x_B = -1$ (doppelte Lösung, bekannt aus 2.8), $x_S = 0,5$ (lässt sich ohne Polynomdivision finden!) $P(0,5 6)$ | | 2 | | | | | | | | | | | | | |
| Summe (Aufgabe 2) | | 10 | 17 | 6 | | | | | | | | | | | | |
| Mögliche BE | | 33 | | | | | | | | | | | | | | |

| Teil- auf- gaben | | BE in AB | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------------|---|----------|------------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|------------------|------------------|-----|---|------|------|-------------|-------------|------|-------------|---|--|--|
| | | I | II | III | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.1 | Trapez: $\underline{A} = \frac{3 + (3 + 2 \cdot 2 \cos 60^\circ)}{2} \cdot 2 \sin 60^\circ \approx \underline{6,93}$, Einheit m ² | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.2 | Mit $a = 3$, $h = 2 \sin x$ und $c = 3 + 4 \cos x$ ergibt sich für $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$: | | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | $A(x) = \frac{3 + (3 + 4 \cos x)}{2} \cdot 2 \sin x$ $A(x) = 6 \sin x + 4 \sin x \cdot \cos x$ | | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.3 | <table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{9}\pi$</td> <td>$\frac{2}{9}\pi$</td> <td>$\frac{1}{3}\pi$</td> <td>$\frac{7}{18}\pi$</td> <td>$\frac{4}{9}\pi$</td> <td>$\frac{1}{2}\pi$</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>0</td> <td>3,34</td> <td>5,83</td> <td>6,93</td> <td>6,92</td> <td>6,59</td> <td>6,00</td> </tr> </table> | x | 0 | $\frac{1}{9}\pi$ | $\frac{2}{9}\pi$ | $\frac{1}{3}\pi$ | $\frac{7}{18}\pi$ | $\frac{4}{9}\pi$ | $\frac{1}{2}\pi$ | A | 0 | 3,34 | 5,83 | 6,93 | 6,92 | 6,59 | 6,00 | 4 | | |
| | x | 0 | $\frac{1}{9}\pi$ | $\frac{2}{9}\pi$ | $\frac{1}{3}\pi$ | $\frac{7}{18}\pi$ | $\frac{4}{9}\pi$ | $\frac{1}{2}\pi$ | | | | | | | | | | | | |
| | A | 0 | 3,34 | 5,83 | 6,93 | 6,92 | 6,59 | 6,00 | | | | | | | | | | | | |
| | | 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Der abgelesene Winkel x_s beträgt $x_s \approx 1,1$. | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.4 | $A'(x) = 6 \cos x + 4(\cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot \sin x)$ | | 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | $A'(x) = 6 \cos x + 4(\cos^2 x - \sin^2 x)$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | $A'(x) = 6 \cos x + 4(2 \cos^2 x - 1)$ | | | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | $A'(x) = 8 \cos^2 x + 6 \cos x - 4$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.5 | $A'(x_E) = 8 \cos^2 x_E + 6 \cos x_E - 4 = 0$ Substitution $z = \cos x_E$ liefert eine quadratische Gleichung mit | | | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | $z_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{8}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | $z_1 \approx 0,425$ liefert $x_{E_1} \approx 1,131$, also $\alpha_E \approx 64,8^\circ$. $z_2 \approx -1,175$ liefert wegen $ \cos x_E \leq 1$ keine Lösung. | | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | $A(1,131) \approx 6,97$, Einheit m ² | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Summe (Aufgabe 3) | 10 | 17 | 6 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Mögliche BE | 33 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| Teilaufgaben | Erwartete Teilleistung | BE in AB | | |
|---------------------------|--|---|----|-----|
| | | I | II | III |
| 4.1 | $L(6 0 14), M(6 6 14), T(3 3 20)$ $E: ax + by + cz = d$ Einsetzen der Koordinaten: $(L) \quad 6a + 14c = d$ $(M) \quad 6a + 6b + 14c = d$ $(T) \quad 3a + 3b + 20c = d$ liefert z. B.: $E: 2x + z = 26$ | und damit z. B.: $E: \begin{pmatrix} \vec{x} - \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ | | |
| | Normalenvektor $KLMN: \vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; Normalenvektor $LMT: \vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\cos \alpha = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }; \cos \alpha = \frac{1}{1 \cdot \sqrt{5}} \approx 0,4472; \underline{\underline{\alpha \approx 63,44^\circ}}$ | 5 | | |
| 4.2 | $A_1(5 3 14)$ | 1 | | |
| | $\vec{OQ} = \vec{OA}_1 + \lambda \cdot (\vec{OA}_2 - \vec{OA}_1) = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 14 + 5\lambda \end{pmatrix}$ $Q \in E; \quad 2 \cdot 5 + (14 + 5\lambda) = 26; \quad \lambda = 0,4$ $\underline{\underline{Q(5 3 16)}}$ | | 5 | |
| | $\underline{\underline{d(Q, A_2) = d((5 3 16), (5 3 19)) = 3}}$ Die Länge beträgt 3 m. | 1 | | |
| 4.3 | $F_2(24 3 13)$ | 1 | | |
| | Gerade durch T und F_2 : $g: \vec{x} = \vec{OT} + \mu(\vec{OF}_2 - \vec{OT}) = \begin{pmatrix} 3 + 21\mu \\ 3 \\ 20 - 7\mu \end{pmatrix}; \mu \in \mathbb{R}$ | | 2 | |
| | Schnittpunkt: $\begin{pmatrix} 3 + 21\mu \\ 3 \\ 20 - 7\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 14 + 5\lambda \end{pmatrix}; \quad \mu = \frac{2}{21}; \lambda = \frac{16}{15} > 1;$ Schnittpunkt liegt oberhalb von A_2 . | | 5 | |
| | $\underline{\underline{d(T, F_2) = d((3 3 20), (24 3 13)) = \sqrt{21^2 + 7^2} \approx 22,14}}$ Die Länge beträgt 22,14 m. | 2 | | |
| Zwischensumme (Aufgabe 4) | | 10 | 17 | 0 |

| Teil- auf- gaben | Erwartete Teilleistung | BE in AB | | |
|------------------------|---|----------|----|-----|
| | | I | II | III |
| | Übertrag (Aufgabe 4) | 10 | 17 | 0 |
| 4.4 | <p>Gerade durch A_2 senkrecht zu E :</p> $h: \vec{x} = \overrightarrow{OA_2} + \kappa \vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 5+2\kappa \\ 3 \\ 19+\kappa \end{pmatrix} \in E; \quad 2(5+2\kappa) + (19+\kappa) = 26; \quad \kappa = -\frac{3}{5}$ <p>Verankerungspunkt $V \left(\frac{19}{5} \mid 3 \mid \frac{92}{5} \right)$</p> | | | 6 |
| | Summe (Aufgabe 4) | 10 | 17 | 6 |
| | Mögliche BE | 33 | | |

| Teilaufgaben | Erwartete Teilleistung | BE in AB | | |
|--------------|--|----------|----|-----|
| | | I | II | III |
| 5.1 | <p><i>b</i>: Fahrprüfung bestanden <i>d</i>: Fahrprüfung nicht bestanden</p> <p> $P(\{\text{im 1. Anlauf bestanden}\}) = 1 - q$ $P(\{\text{im 2. Anlauf bestanden}\}) = q - \frac{q^2}{2}$ $P(\{\text{im 3. Anlauf bestanden}\}) = \frac{q^2}{2} - \frac{q^3}{8}$ $P(\{\text{in keinem der drei Anläufe bestanden}\}) = \frac{q^3}{8}$ $P(\{\text{in einem der drei Anläufe bestanden}\}) = 1 - \frac{q^3}{8}$ </p> | 5 | | |
| 5.2 | <p>Gesucht ist das größte q, so dass $1 - \frac{q^3}{8} \geq 0,9$</p> <p>$\Leftrightarrow 0,1 \geq \frac{q^3}{8} \Leftrightarrow q^3 \leq 0,8 \Leftrightarrow q \leq \sqrt[3]{0,8} \approx 0,9283.$</p> | | | 2 |
| 5.3 | <p>Sei X die Anzahl der Personen mit Führerschein. X ist binomialverteilt mit $n = 12$, $p = 0,8$ und $k = 0, \dots, 12$.</p> <p>$P(\{X = 10\}) = \binom{12}{10} \cdot 0,8^{10} \cdot 0,2^2 \approx 0,2835$</p> | | 2 | |
| 5.4 | <p>$P(\{X \geq 10\}) = P(\{X = 10\}) + P(\{X = 11\}) + P(\{X = 12\}) \approx 0,2835 + 0,2062 + 0,0687 \approx 0,5583$</p> | 1 | | 2 |
| 5.5 | <p>Gesucht ist das kleinste n, so dass $P(\{X \geq 1\}) = 1 - P(\{X = 0\}) \geq 0,999$.</p> <p>Es folgt $0,001 \geq \binom{n}{0} \cdot 0,8^0 \cdot 0,2^n$, also $n \geq \frac{\lg 0,001}{\lg 0,2} \approx 4,292$, also $n = 5$.</p> | | | 4 |
| | Zwischensumme (Aufgabe 5) | 8 | 9 | 6 |

| Teilaufgaben | Erwartete Teilleistung | BE in AB | | |
|--------------|---|----------|----|-----|
| | | I | II | III |
| | Übertrag (Aufgabe 5) | 8 | 9 | 6 |
| 5.6 | Sei Y die Anzahl der Führerscheinbesitzer. Y ist hypergeometrisch verteilt mit $N = 11$, $K = 7$, $n = 3$ und $k = 0, \dots, 3$. | | 3 | |
| | $P(\{Y = 2\}) = \frac{\binom{7}{2} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{11}{3}} \approx 0,5091$ | 1 | | |
| 5.7 | Mit den Abkürzungen <i>blond</i> : „Die Haarfarbe ist blond“ und <i>b1</i> : „hat die Fahrprüfung im ersten Anlauf bestanden“ gelten | | 3 | |
| | $P(b1) = \frac{9506}{12345} \approx 0,7700$ und | | | |
| | $P_{\text{blond}}(b1) = \frac{9506 - 7560}{2345} \approx 0,8299 \neq 0,7700.$ | | 2 | |
| | Daher sind Prüfungserfolg und Haarfarbe stochastisch abhängig. | 1 | | |
| | Summe (Aufgabe 5) | 10 | 17 | 6 |
| | Mögliche BE | 33 | | |