Zentrale schriftliche Abiturprüfung 2015

Mathematik

Leistungskurs

Aufgabenvorschlag

Hilfsmittel: Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache

Formelsammlung, die an der Schule eingeführt ist bzw. für Berlin von der zuständigen Senatsverwaltung für die Verwendung im Abitur zugelassen ist.

Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind und nicht über Möglichkeiten der numerischen Differenziation oder Integration oder des automatisierten Lösens von Gleichungen verfügen.

Gesamtbearbeitungszeit: 270 Minuten inkl. Lese- und Auswahlzeit

Aufgabenstellung 1

Thema/Inhalt: Analysis

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 1.1 oder 1.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 2

Thema/Inhalt: Analytische Geometrie

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 2.1 oder 2.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 3

Thema/Inhalt: Stochastik

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 3.1 oder 3.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabe 1.1: Kelchglas

In der Abbildung 1 ist ein Trinkglas in Kelchform ohne Stiel und Fuß dargestellt.
Die seitliche Profillinie eines solchen Glases lässt sich mathematisch mithilfe einer Exponentialfunktion f der Form $f(x) = -a \cdot e^{-bx^2}$ modellieren, $a, b \in IR$, $a > 0$, $b > 0$.
Das Koordinatensystem wird gemäß der Abbildung 1 festgelegt, für die Achseneinheiten gilt: 1 LE = 1 cm.

Die Profillinie des Glases ändert ihr Krümmungsverhalten bei $x = -2$ und bei $x = 2$. Außerdem ist ein Tiefpunkt $T(0\,|\,-12)$ erkennbar.

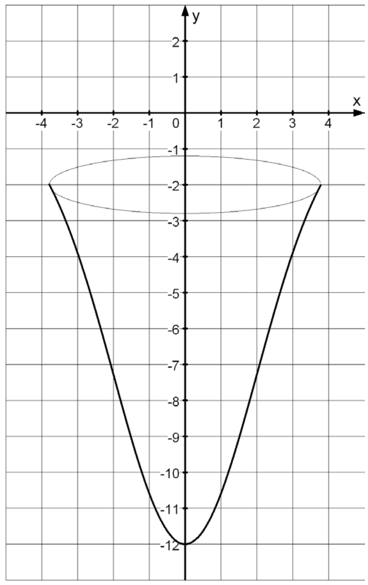


Abbildung 1

a) Untersuchen Sie die Graphen aller möglichen Funktionen f in Abhängigkeit von a und b auf relative Extrempunkte und deren Art sowie auf Wendepunkte.
Für die Berechnung der Wendestellen genügt die Verwendung der notwendigen Bedingung.
[Kontrollergebnis für die Berechnung der zweiten Ableitung: $f''(x) = (2ab - 4ab^2x^2) \cdot e^{-bx^2}$]

b) Geben Sie alle Bedingungen an, die von der Funktion f erfüllt werden müssen, damit der Graph von f die Profillinie des Glases darstellen kann.
Berechnen Sie für die Profillinie des Glases die Parameter a und b.
[Kontrollergebnis: $f_{Glas}(x) = -12 \cdot e^{-0{,}125x^2}$]
Das Kelchglas hat eine Höhe von 10 cm.
Berechnen Sie den Umfang und die Größe der Kreisfläche der Öffnung.

c) Für $x \geq 0$ ist der Graph von f_{Glas} in der Anlage eingezeichnet.
Für $x \geq 0$ besitzt f_{Glas} eine Umkehrfunktion f^*_{Glas}.
Zeichnen Sie als Spiegelachse die Gerade zu $y = x$ in die Anlage ein und zeichnen Sie den Graphen der Umkehrfunktion f^*_{Glas}.
Bestimmen Sie eine Gleichung der Umkehrfunktion f^*_{Glas}.
[Kontrollergebnis: $f^*_{Glas}(x) = \sqrt{8} \cdot \sqrt{\ln(12) - \ln(-x)}$ mit $-12 \leq x < 0$]

d) Der Graph von f^*_{Glas} rotiert für $-12 \leq x \leq -2$ um die x-Achse.
Dabei entsteht als Rotationskörper das Kelchglas in waagerechter Lage (siehe Abbildung 2).
Berechnen Sie das Volumen des Glases.
Ohne Nachweis dürfen Sie verwenden, dass für $x < 0$ gilt: $\int \ln(-x)\,dx = -x + x \cdot \ln(-x) + C$.

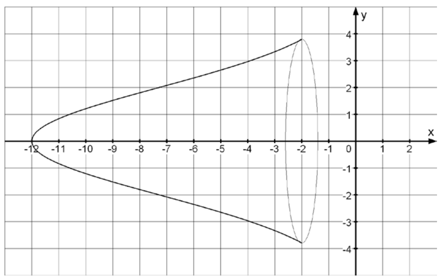
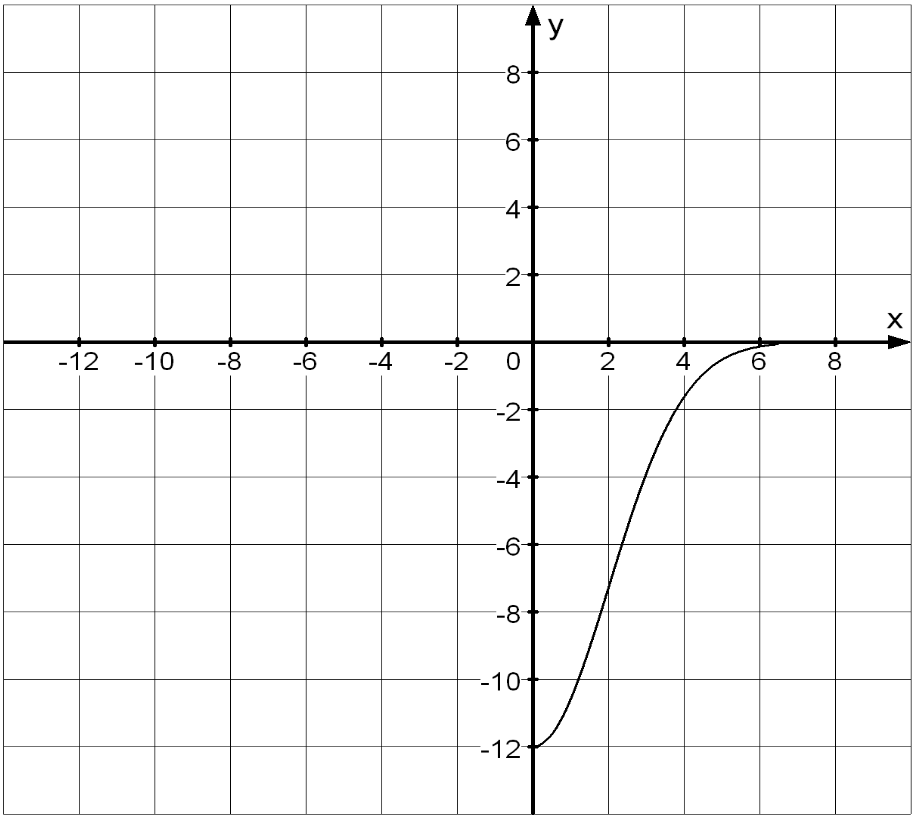


Abbildung 2

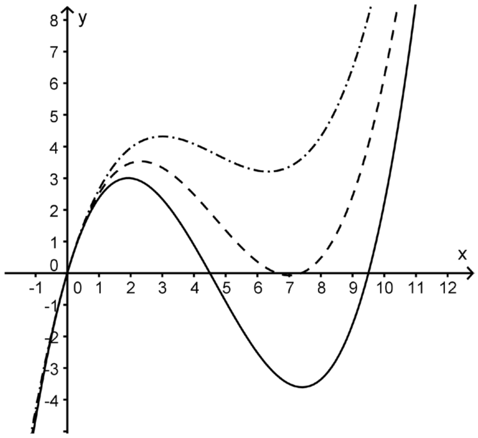
Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben					
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	Summe
BE	13	11	8	8	40

Anlage

Anlage zu Aufgabe 1.1: Kelchglas



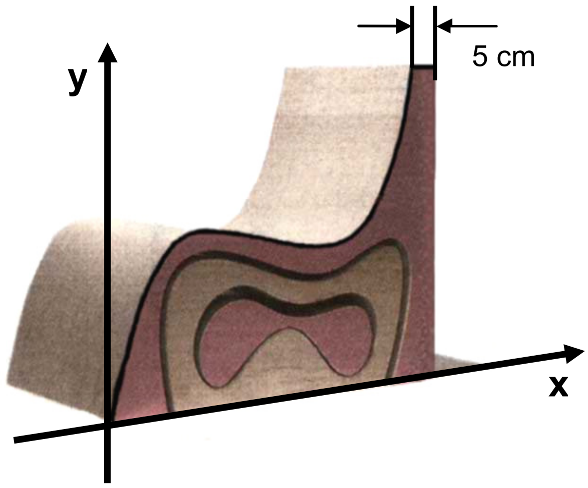
Aufgabe 1.2: Designersessel



Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit
$f_a(x) = ax^3 - 14ax^2 + 3{,}42x$; $a \in IR, a > 0$.
Drei Graphen der Schar sind in der Abbildung dargestellt.

a) Weisen Sie nach, dass alle Graphen der Schar bei $x_n = 0$ dieselbe Steigung haben.
Einer der Graphen der Schar hat außer $x_n = 0$ genau eine weitere Nullstelle.
Berechnen Sie den Parameterwert dieser Funktion gerundet auf zwei Nachkommastellen.

b) Jeder Graph der Schar hat genau einen Wendepunkt. Bestimmen Sie seine Koordinaten und weisen Sie damit nach, dass alle Wendepunkte auf einer Parallelen zur *y*-Achse liegen. Geben Sie die Gleichung dieser Geraden an.
Einer der Graphen der Schar hat an der Stelle $x_e = 3$ einen Hochpunkt.
Bestimmen Sie für die zu diesem Graphen gehörende Funktion f_a die Funktionsgleichung.



Der abgebildete Designersessel hat Seitenflächen, die für $0 \le x \le 9$ aus der Fläche unter dem Graphen von $f_{0,06}$ der gegebenen Funktionenschar (oberster Graph in der oberen Abbildung) und für $9 < x \le 9{,}5$ aus einem angesetzten Rechteck von 5 cm Breite bestehen (1 LE = 10 cm).

c) Bestimmen Sie die Gesamthöhe des Sessels und ermitteln Sie, wie hoch der Sessel an der niedrigsten Stelle der Sitzfläche ist (Angaben in cm).

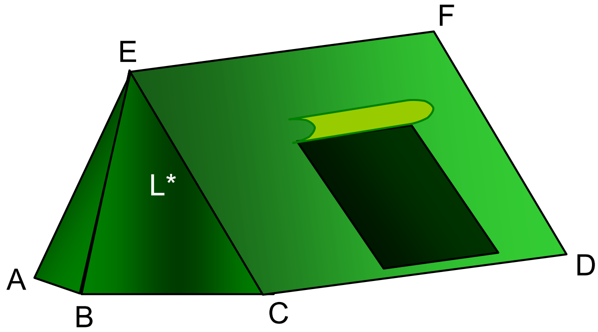
d) Berechnen Sie die Größe der in der Abbildung sichtbaren Seitenfläche (Angabe in m^2).
Diese Seitenfläche enthält auch die 5 cm breite Rechteckfläche am hinteren Rand.
Die Seitenfläche soll grafisch neu gestaltet werden.
Für die Grafik wird ein achsenparalleles Rechteck der Größe 85 cm x 30 cm benötigt.
Untersuchen Sie, ob ein solches Rechteck auf die Seitenfläche passt.

e) Für jede Stelle x_1 im Fußbereich ($x_1 < 3$) gibt es eine Stelle x_2 im Lehnenbereich ($x_2 > 6{,}3$) mit gleicher Steigung.
Weisen Sie für $f_{0,06}$ nach, dass für je zwei *x*-Werte x_1 und x_2, bei denen die Steigung gleich ist, gilt: $x_1 + x_2 = \frac{28}{3}$.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben						
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	Summe
BE	9	11	7	8	5	40

Aufgabe 2.1: Campingzelt

Im Bild ist ein Campingzelt mit fünfeckiger Grundfläche dargestellt, von dem die Punkte $A(3\,|\,4\,|\,0)$, $B(4\,|\,3{,}5\,|\,0)$, $C(5\,|\,4\,|\,0)$, $D(5\,|\,6{,}5\,|\,0)$ und $E(4\,|\,4\,|\,1{,}5)$ gegeben sind (Skizze nicht maßstabsgerecht, $1\,\text{LE} = 1\,\text{m}$).
Die Punkte *E* und *F* sind Anfangs- und Endpunkt der zum Erdboden parallel verlaufenden oberen Zeltkante.
Das Zelt hat eine Höhe von 1,50 Metern und ist symmetrisch zur Ebene durch die Punkte *E*, *B* und *F*.



a) Die fünfeckige Grundfläche dieses Zeltes wird von dem gleichschenkligen Dreieck *ABC* und dem Rechteck mit den Seitenlängen $\overline{AC}$ und $\overline{CD}$ gebildet.
Ermitteln Sie die Größe der Grundfläche.

b) Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung für die Ebene H, in der die Zeltfläche *BCE* dieses Zeltes liegt.
[Kontrollergebnis für $H:\ -3x + 6y - 2z = 9$]

c) Im Punkt $L(7{,}25\,|\,-0{,}625\,|\,9{,}75)$ ist ein punktförmig gedachter Lautsprecher installiert, der auf der Zeltfläche *BCE* den Schattenpunkt *L** erzeugt.
Die einfallenden Sonnenstrahlen werden vereinfacht als parallel angenommen und verlaufen in Richtung des Vektors $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$.
Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes *L** sowie die Größe des Winkels, unter dem die Sonnenstrahlen auf die Zeltfläche *BCE* treffen.

d) Die obere Kante der „Eingangsöffnung des Zeltes" liegt in der Ebene *CDFE* und verläuft im Abstand von 50 Zentimetern parallel zur Zeltkante $\overline{EF}$.
Prüfen Sie, ob ein Kind mit $1{,}15\ \text{m}$ Körpergröße aufrecht, also ohne sich bücken zu müssen, durch diesen Eingang gehen kann.

e) Im Inneren des Zeltes haben die Camper eine kleine Lampe aufgehängt. Diese befindet sich genau $25\,\text{cm}$ unter dem Mittelpunkt der Zeltkante $\overline{EF}$ mit $F(4\,|\,6{,}5\,|\,1{,}5)$.
Prüfen Sie, ob der Sicherheitsabstand von $0{,}2\ \text{m}$ zur Zeltfläche *CDFE* eingehalten wird.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben						
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	Summe
BE	7	5	7	4	7	30

Aufgabe 2.2: Berliner Gaslaterne

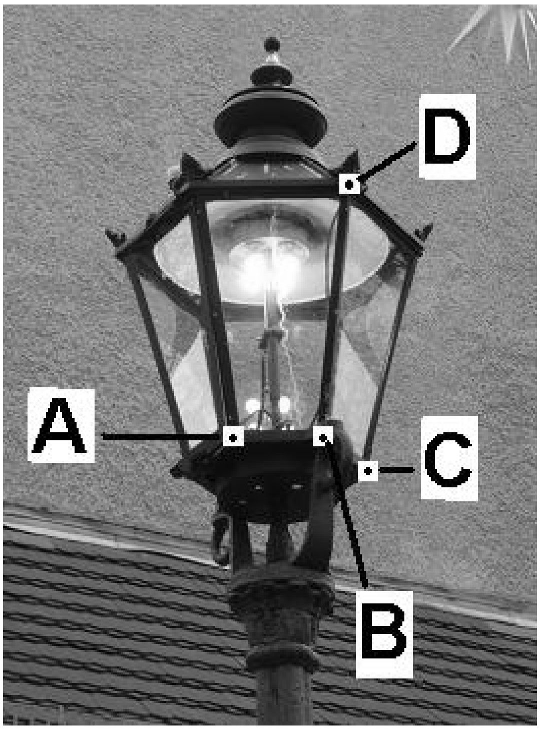
In Berlin gibt es so genannte Schinkellaternen, die zum Teil noch mit Gas betrieben werden (siehe Foto 1).

Der verglaste Laternenkopf ist ein (umgedrehter) regelmäßiger, sechsseitiger Pyramidenstumpf mit pyramidenförmiger Abdeckung. Die Zierelemente werden nicht beachtet.

Das Koordinatensystem wird so gelegt, dass der Laternenfuß im Punkt $O(0|0|0)$ liegt. Die Gehwegfläche entspricht der x-y-Ebene.

Von folgenden Eckpunkten des Pyramidenstumpfes (siehe Foto 2) sind die Koordinaten bekannt:
$A(7\,|\,-7\sqrt{3}\,|\,320)$, $B(14\,|\,0\,|\,320)$,
$C(7\,|\,7\sqrt{3}\,|\,320)$, $D(24\,|\,0\,|\,360)$.
1 LE = 1 cm.


(Foto 1)



(Foto 2)

a) Die Geraden, auf denen die schrägen Kanten des verglasten Laternenkopfes liegen, schneiden sich in einem Punkt auf der z-Achse. Berechnen Sie dessen Koordinaten.

b) Die Glasscheibe mit den Eckpunkten A, B und D liegt in einer Ebene E_1.
Die Glasscheibe mit den Eckpunkten B, C und D liegt in der Ebene
$E_2:\quad -4\sqrt{3}\cdot x - 4\cdot y + \sqrt{3}\cdot z = 264\cdot\sqrt{3}$.
Berechnen Sie den Schnittwinkel der Ebenen E_1 und E_2 und geben Sie den Winkel an, den zwei benachbarte Glasscheiben miteinander bilden.

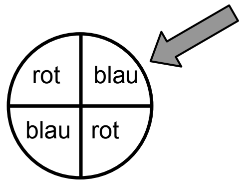
c) Im Punkt $L(0\,|\,0\,|\,360)$ befindet sich die punktförmig gedachte Lichtquelle.
Berechnen Sie den Abstand der Ebene E_2 von der Lichtquelle.
In der x-y-Ebene entsteht eine Schattenfläche der von L aus beleuchteten, sechseckigen Grundfläche des Laternenkopfes.
Berechnen Sie die Koordinaten des zu A gehörenden Schattenpunktes A'.

d) Zur Kontrolle der Lichtintensität werden Messungen im Abstand von 3 m zur Lichtquelle vorgenommen.
Geben Sie eine Gleichung der Kugel K an, auf der die Messpunkte liegen.

e) In den anfangs beschriebenen regelmäßigen sechsseitigen Pyramidenstumpf wird eine Kugel mit maximalem Radius einbeschrieben.
Der Mittelpunkt dieser Kugel soll bestimmt werden. Erläutern Sie, welche Bedingungen dieser Punkt erfüllen muss und stellen Sie eine Gleichung auf, mit der die Lage des Mittelpunkts berechnet werden kann. (Die Gleichung sollen Sie nicht lösen.)

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben						
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	Summe
BE	5	9	9	3	4	30

Aufgabe 3.1: Glücksrad



Marc und Jannik haben sich folgendes Glücksspiel mit dem nebenstehend skizzierten Glücksrad ausgedacht:

Sie drehen abwechselnd je zweimal das Glücksrad.

- Marc gewinnt (und Jannik verliert), wenn insgesamt zweimal „rot" erscheint und die anderen beiden Male „blau".
- Jannik gewinnt (und Marc verliert), wenn genau dreimal „rot" erscheint und nur einmal „blau" oder umgekehrt genau dreimal „blau" erscheint und nur einmal „rot".
- In den übrigen Fällen endet das Spiel unentschieden.

a) Bestimmen Sie die Gewinnwahrscheinlichkeit für Marc und die für Jannik.

[Zur Kontrolle Ihrer Rechnung: $P(M) = 0{,}375;\ P(J) = 0{,}5$.]

b) Am ersten Ferientag spielen die beiden um Geld. Jannik setzt pro Spiel 1 € und Marc 80 Cent. Der Gewinner erhält beide Einsätze, im unentschiedenen Fall erhält jeder seinen Einsatz zurück.
Berechnen Sie Janniks mittleren Gewinn pro Spiel.

c) Nun wird das Ereignis *G* untersucht.
G: Die beiden ersten Drehungen zeigen die gleiche Farbe („rot-rot" oder „blau-blau").

Jannik schlägt vor, das Spiel nur dann zu Ende zu spielen und zu werten, wenn das Ereignis *G* eingetreten ist; andernfalls wird das Spiel abgebrochen, es gewinnt keiner und die Einsätze werden zurückgegeben.

- Berechnen Sie die Gewinnwahrscheinlichkeit für Jannik unter der Bedingung *G*.
- Ermitteln Sie die neue Gewinnwahrscheinlichkeit von Marc und beraten Sie ihn, ob er dieser neuen Regelung zustimmen sollte.

Marc und Jannik spielen das ursprüngliche Spiel jetzt mehrmals hintereinander.
Die Gewinnregeln bleiben unverändert.

d) Die beiden Jungen spielen 10-mal hintereinander.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Jannik alle Spiele gewinnt.

Bestimmen Sie die Mindestanzahl der Spiele, die die beiden Jungen spielen müssen, damit Jannik mit einer Wahrscheinlichkeit von über 95 % mindestens ein Spiel gewinnt.

Die Anzahl der Spiele wird auf 50 festgesetzt. Jannik möchte mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80 % mehr als *k* Spiele gewinnen.
Ermitteln Sie das größtmögliche *k*.

e) Bei einem neuen Spiel werden die Regeln so verändert, dass Jannik die unbekannte Gewinnwahrscheinlichkeit *p* hat. Es wird insgesamt zehnmal gespielt, davon viermal am Vormittag und sechsmal am Nachmittag.
Ermitteln Sie in Abhängigkeit von *p* eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit dafür, dass Jannik genau zwei der vier Vormittagsspiele und genau drei der sechs Nachmittagsspiele gewinnt.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben						
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	Summe
BE	5	4	5	11	5	30

Anlage

Anlage zu Aufgabe 3.1: Glücksrad

Summierte Binomialverteilungen

Gerundet auf vier Nachkommastellen, weggelassen ist „0“, alle freien Plätze links unten enthalten 1,0000, rechts oben 0,0000. Wird die Tabelle „von unten“ gelesen (p > 0,5), ist der richtige Wert 1 – (abgelesener Wert).

n	k	p										k	n
		0,05	0,10	$\frac{1}{6}$	0,20	0,25	0,30	$\frac{1}{3}$	0,40	0,45	0,50		
50	0	0769	0052	0001								49	50
	1	2794	0338	0012	0002							48	
	2	5405	1117	0066	0013	0001						47	
	3	7604	2503	0238	0057	0005						46	
	4	8964	4312	0643	0185	0021	0002					45	
	5	9622	6161	1388	0480	0070	0007	0001				44	
	6	9882	7702	2506	1034	0194	0025	0005				43	
	7	9968	8779	3911	1904	0453	0073	0017				42	
	8	9992	9421	5421	3073	0916	0183	0050	0002			41	
	9	9998	9755	6830	4437	1637	0402	0127	0008	0001		40	
	10		9906	7986	5836	2622	0789	0284	0022	0002		39	
	11		9968	8827	7107	3816	1390	0570	0057	0006		38	
	12		9990	9373	8139	5110	2229	1035	0133	0018	0002	37	
	13		9997	9693	8894	6370	3279	1715	0280	0045	0005	36	
	14		9999	9862	9393	7481	4468	2612	0540	0104	0013	35	
	15			9943	9692	8369	5692	3690	0955	0220	0033	34	
	16			9978	9856	9017	6839	4868	1561	0427	0077	33	
	17			9992	9937	9449	7822	6046	2369	0765	0164	32	
	18			9997	9975	9713	8594	7126	3356	1273	0325	31	
	19			9999	9991	9861	9152	8036	4465	1974	0595	30	
	20				9997	9937	9522	8741	5610	2862	1013	29	
	21				9999	9974	9749	9244	6701	3900	1611	28	
	22					9990	9877	9576	7660	5019	2399	27	
	23					9996	9944	9778	8438	6134	3359	26	
	24					9999	9976	9892	9022	7160	4439	25	
	25						9991	9951	9427	8034	5561	24	
	26						9997	9979	9686	8721	6641	23	
	27						9999	9992	9840	9220	7601	22	
	28							9997	9924	9556	8389	21	
	29							9999	9966	9765	8987	20	
	30								9986	9884	9405	19	
	31								9995	9947	9675	18	
	32								9998	9978	9836	17	
	33								9999	9991	9923	16	
	34									9997	9967	15	
	35									9999	9987	14	
	36										9995	13	
	37										9998	12	
n	k	0,95	0,90	$\frac{5}{6}$	0,80	0,75	0,70	$\frac{2}{3}$	0,60	0,55	0,50	k	n
		p											

Aufgabe 3.2: „Vorsorgemuffel"

Zu „Vorsorgemuffeln" zählen Bundesbürger, die nicht regelmäßig eine Zahnarztpraxis zu Kontrolluntersuchungen aufsuchen. Nach einer Umfrage des Instituts der Deutschen Zahnärzte (2013) zählen dazu 29,3 % der weiblichen und sogar 44,7 % der männlichen Bundesbürger.
Unabhängig davon, ob er ein „Vorsorgemuffel" ist oder nicht, geht im Mittel jeder sechste Bundesbürger bei akuten Beschwerden sofort zu einem Zahnarzt.

Wenn nicht ausdrücklich von männlichen oder weiblichen Bundesbürgern die Rede ist, sind immer alle Bundesbürger unabhängig vom Geschlecht gemeint.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: Unter 20 zufällig ausgewählten männlichen Bundesbürgern befinden sich acht oder neun „Vorsorgemuffel".

B: Von 100 zufällig ausgewählten Bundesbürgern gehören mindestens 15 und weniger als 29 Personen zu denjenigen, die einen Zahnarzt bei akuten Beschwerden sofort aufsuchen.

C: Unter 100 zufällig ausgewählten Bundesbürgern befinden sich mindestens 85 Personen, die bei akuten Beschwerden nicht sofort zum Zahnarzt gehen.

b) Berechnen Sie, wie viele weibliche Bundesbürger höchstens ausgewählt werden dürften, damit die Wahrscheinlichkeit dafür, wenigstens einen „Vorsorgemuffel" zu entdecken, unter 99 % liegt.

c) Nacheinander wurden zufällig ausgewählte männliche Bundesbürger befragt.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass spätestens der fünfte Befragte ein „Vorsorgemuffel" war.

d) Der Anteil der Männer unter allen Bundesbürgern liegt bei 48,88 % (Zensus 2011).
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein unter allen Bundesbürgern zufällig ausgewählter Bundesbürger kein „Vorsorgemuffel" ist, also regelmäßig zur zahnärztlichen Kontrolluntersuchung geht.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für den Fall, dass eine aus der Gruppe der „Vorsorgemuffel" zufällig ausgewählte Person eine Frau ist.

e) In einem Landesteil Deutschlands beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Einwohner „Vorsorgemuffel" ist, p mit $0 < p < 1$.
Berechnen Sie p für den Fall, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter vier zufällig ausgewählten Einwohnern dieses Landesteiles genau drei „Vorsorgemuffel" befinden, maximal ist. Auf den Nachweis des lokalen Maximums wird verzichtet.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben						
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	Summe
BE	11	4	3	8	4	30

Anlage

Anlage zur Aufgabe 3.2: „Vorsorgemuffel“

Summierte Binomialverteilungen

Gerundet auf vier Nachkommastellen, weggelassen ist „0,“,
alle freien Plätze links unten enthalten 1,0000, rechts oben 0,0000.
Wird die Tabelle „von unten“ gelesen ($p > 0,5$), ist der richtige Wert 1 – (abgelesener Wert)

n	k \ p	0,02	0,05	0,10	$\frac{1}{6}$	0,20	0,25	0,30	$\frac{1}{3}$	k
	0	1326	0059							99
	1	4033	0371	0003						98
	2	6767	1183	0019						97
	3	8590	2578	0078						96
	4	9492	4360	0237	0001					95
	5	9845	6160	0576	0004					94
	6	9959	7660	1172	0013	0001				93
	7	9991	8720	2061	0038	0003				92
	8	9998	9369	3209	0095	0009				91
	9	9999	9718	4513	0231	0023				90
	10		9885	5832	0427	0057	0001			89
	11		9957	7030	0777	0126	0004			88
	12		9985	8018	1297	0253	0010			87
	13		9995	8761	2000	0469	0025	0001		86
	14		9999	9274	2874	0804	0054	0002		85
	15			9601	3877	1285	0111	0004		84
	16			9794	4942	1923	0211	0010	0001	83
	17			9900	5994	2712	0376	0022	0002	82
	18			9954	6965	3621	0630	0045	0005	81
	19			9980	7803	4602	0995	0089	0011	80
	20			9992	8481	5595	1488	0165	0024	79
	21			9997	8998	6540	2114	0288	0048	78
	22			9999	9370	7389	2864	0479	0091	77
	23				9621	8109	3711	0755	0164	76
	24				9783	8686	4617	1136	0281	75
	25				9881	9125	5535	1631	0458	74
	26				9938	9442	6417	2244	0715	73
	27				9969	9658	7224	2964	1066	72
	28				9985	9800	7925	3768	1524	71
	29				9993	9888	8505	4623	2093	70
	30				9997	9939	8962	5491	2766	69
	31				9999	9969	9307	6331	3525	68
	32					9985	9554	7107	4344	67
	33					9993	9723	7793	5188	66
	34					9997	9836	8371	6019	65
	35					9999	9906	8839	6803	64
100	36					9999	9948	9201	7511	63
	37						9973	9470	8123	62
	38						9986	9660	8630	61
	39						9993	9790	9034	60
	40						9997	9875	9341	59
	41						9999	9928	9566	58
	42						9999	9960	9724	57
	43							9979	9831	56
	44							9989	9900	55
	45							9995	9943	54
	46							9997	9969	53
	47							9999	9983	52
	48							9999	9991	51
	49								9996	50
	50								9998	49
	51								9999	48
	52									47
n	k		0,95	0,90	$\frac{5}{6}$	0,80	0,75	0,70	$\frac{2}{3}$	p \ k