LAND
BRANDENBURG

Ministerium für Bildung,
Jugend und Sport

Rahmenlehrplan für die gymnasiale Oberstufe

Teil C

Mathematik

Impressum

Erarbeitung

Dieser Rahmenlehrplan wurde vom Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM) erarbeitet. Er enthält vollumfänglich die Kapitel 2 – 4 des Rahmenlehrplans für den Unterricht in der gymnasialen Oberstufe im Land Brandenburg, der am 01.08.2018 gültig wurde. Das Kapitel 1 dieses Rahmenlehrplans wird in der vorliegenden Fassung durch die Teile A (Bildung und Erziehung in der gymnasialen Oberstufe) und B (Fachübergreifende Kompetenzentwicklung) des Rahmenlehrplans für die gymnasiale Oberstufe 2021 Teil A und Teil B ersetzt.

Herausgeber

Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg

Gültigkeit

Gültig ab Schuljahr 2022/23 hinsichtlich der Regelungen zur Einführungsphase in der gymnasialen Oberstufe. Der Rahmenlehrplan gilt für Schülerinnen und Schüler, die im Schuljahr 2022/23 in die Einführungsphase an Gesamtschulen/beruflichen Gymnasien/ Einrichtungen des Zweiten Bildungsweges eintreten.

Gültig ab Schuljahr 2023/24 hinsichtlich der Regelungen zur Qualifikationsphase in der gymnasialen Oberstufe. Der Rahmenlehrplan gilt für Schülerinnen und Schüler, die im Schuljahr 2023/24 in die Qualifikationsphase an Gymnasien/Gesamtschulen/beruflichen Gymnasien/Einrichtungen des Zweiten Bildungsweges (Land Brandenburg) eintreten.

Die Teile A und B des Rahmenlehrplans für die gymnasiale Oberstufe sind ab dem Schuljahr 2022/2023 hinsichtlich der Regelungen zur Einführungsphase in der gymnasialen Oberstufe und ab dem Schuljahr 2023/2024 hinsichtlich der Regelungen zur Qualifikationsphase in der gymnasialen Oberstufe gültig.

Inhaltsverzeichnis

1 Einführungsphase

Zielsetzung

Im Unterricht der Einführungsphase vertiefen und erweitern die Schülerinnen und Schüler die in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen und bereiten sich auf die Arbeit in der Qualifikationsphase vor. Spätestens am Ende der Einführungs-phase erreichen sie die für ein erfolgreiches Lernen in der Qualifikationsphase notwendigen Voraussetzungen.

Die für die Qualifikationsphase beschriebenen Grundsätze für Unterricht und Erziehung sowie die Ausführungen zum Beitrag des Faches zum Kompetenzerwerb gelten für die Einführungsphase entsprechend. Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Möglichkeit, Stärken weiterzuentwickeln und Defizite auszugleichen. Sie vertiefen bzw. erwerben fachbezogen und fachübergreifend Grundlagen für wissenschaftspropädeutisches Arbeiten und bewältigen zunehmend komplexe Aufgabenstellungen selbstständig. Hierzu gehören auch die angemessene Verwendung der Sprache und die Nutzung von funktionalen Lesestrategien. Dabei wenden sie fachliche und methodische Kenntnisse und Fertigkeiten mit wachsender Sicherheit selbstständig an.

Zur Vorbereitung auf die Arbeit in der jeweiligen Kursform erhalten die Schülerinnen und Schüler individuelle Lernspielräume und werden von ihren Lehrkräften unterstützt und beraten. Notwendig ist darüber hinaus das Hinführen zur schriftlichen Bearbeitung umfangreicherer Aufgaben im Hinblick auf die Klausuren in der gymnasialen Oberstufe.

In der Einführungsphase kommen Schülerinnen und Schüler mit unterschiedlichen Kenntnissen und Fähigkeiten zusammen. Aufgabe des Unterrichts der Einführungsphase ist es, dass die Schülerinnen und Schüler die im Rahmenlehrplan 1–10 ausgewiesenen fachbezogenen Kompetenzen auf der Niveaustufe H erwerben, um den Übergang zur gymnasialen Oberstufe erfolgreich bewältigen zu können. Je nach Interessen und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler werden fachspezifische Verfahren, Techniken und Strategien im Hinblick auf die Anforderungen des Kurses vertieft, indem z. B. binnendifferenziert gearbeitet und dabei die Herausbildung größerer Lernerautonomie gefördert wird.

2 Beitrag des Faches Mathematik zum Kompetenzerwerb

2.1 Fachprofil

Mathematische Bildung muss sich daran messen lassen, inwieweit die Schülerinnen und Schüler in der Lage und bereit sind, diese Bildung für ein wirksames und verantwortliches Handeln einzusetzen. Zur mathematischen Bildung gehört somit auch die Fähigkeit, mathematische Fragestellungen im Alltag zu erkennen, mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht zur Bearbeitung vielfältiger innermathematischer und kontextbezogener Probleme einzusetzen und begründete mathematische Urteile abzugeben.

In diesem Sinne zeigt sich mathematische Bildung an einer Reihe von Kompetenzen, die sich auf Prozesse mathematischen Denkens und Arbeitens beziehen. Dies sind im Einzelnen die Kompetenz, die Wirklichkeit mit mathematischen Mitteln zu beschreiben (Modellieren), mathematisch fassbare Probleme zu strukturieren und erfolgreich zu bearbeiten (Problem-lösen), schlüssige Begründungen zu suchen und sorgfältig zu prüfen (Argumentieren), mathematische Informationen und Argumente aufzunehmen und verständlich weiterzugeben (Kommunizieren) und gemeinsam an mathematischen Problemen zu arbeiten. Bei all diesen Tätigkeiten ist es unabdingbar, sich mathematischer (symbolischer und graphischer) Darstellungsweisen zu bedienen und Begriffe, mathematische Verfahren und Werkzeuge zu beherrschen.

Die genannten Kompetenzen bilden sich bei der aktiven Auseinandersetzung mit konkreten **Inhalten** und im Rahmen von konkreten Fragestellungen heraus. Diese sollen die zentralen Ideen des Faches Mathematik widerspiegeln. Solche zentralen Ideen haben sich in der Kulturgeschichte des Menschen in der über Jahrtausende währenden Auseinandersetzung mit Mathematik herausgebildet: Die Mathematik beschäftigt sich von Anfang an mit der Idee der Zahl und der Idee des räumlichen Strukturierens. Beide Ideen fließen zusammen in der Leitidee des Messens. Die Idee des Algorithmus gewinnt im Rahmen von Anwendungen in der Naturwissenschaft und Technik zunehmend an Bedeutung.

Ebenfalls herausgebildet haben sich in den letzten Jahrhunderten die Leitidee, den Zufall mit Mitteln der Mathematik zu erfassen und empirisch gewonnene Daten mit mathematischen Verfahren zu untersuchen sowie die Leitidee, funktionale Zusammenhänge in allen Bereichen der Mathematik mit einer gemeinsamen Sprache zu beschreiben.

Diese Leitideen sind Kristallisationspunkte der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragen und durchziehen und vernetzen alle Inhaltsbereiche. Sie dienen als strukturierende Elemente für die Beschreibung der vielfältigen, auf konkrete mathematische Inhalte bezogenen Kompetenzen, die die Schülerinnen und Schüler im allgemeinbildenden Mathematikunterricht erwerben sollen.

Mathematische Bildung zeigt sich erst im Zusammenspiel von Kompetenzen, die sich auf mathematische Prozesse beziehen, und solchen, die auf mathematische Inhalte ausgerichtet sind. Diese Kompetenzen sind miteinander verzahnt:

Allgemeine mathematische Kompetenzen werden bei der Beschäftigung mit konkreten Lerninhalten, also unter Nutzung inhaltsbezogener Kompetenzen, erworben und weiterentwickelt.

Inhaltsbezogene Kompetenzen wiederum werden durch problemlösende Auseinander-setzung mit inner- und außermathematischen Problemen und durch schlüssiges Argumentieren, also unter Nutzung allgemeiner mathematischer Kompetenzen, erworben. Der Mathematikunterricht fördert den Erwerb der beschriebenen Kompetenzen, indem er drei sich jeweils ergänzende Grunderfahrungen (nach H. Winter) von Mathematik ermöglicht:

– Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,

- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennenzulernen und zu begreifen,
- in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen, zu erwerben (heuristische Fähigkeiten).

Im Sinne dieser drei Grunderfahrungen sollen die Schülerinnen und Schüler Mathematik als lebendiges, kulturelles und geistiges Produkt erleben, aber ebenso als aktiven Prozess der Auseinandersetzung mit gehaltvollen Problemen.

Der Erwerb mathematischer Bildung in der Qualifikationsphase vollzieht sich in drei Perspektiven:

- Die Schülerinnen und Schüler erwerben mathematische Kompetenzen, mit denen sie Probleme im Alltag und in ihrem zukünftigen Beruf bewältigen können und erkennen die Rolle, die mathematisches Denken in der Welt spielt. Sie vertiefen dabei die in der Sekundarstufe I erworbene mathematische Bildung.
- Die Schülerinnen und Schüler erwerben mathematische Kompetenzen, die sie zu einem Hochschulstudium in einem mehr oder weniger mathematikintensiven Fach befähigen, erleben und erarbeiten dabei propädeutisch Strukturen und Prozesse wissenschaftlichen Denkens und Arbeitens im Fach Mathematik.
- Die Schülerinnen und Schüler erwerben, aufbauend auf den in der Sekundarstufe I erreichten Kompetenzniveaus, weitere Kompetenzen, die sie befähigen, digitale Werkzeuge zur Bearbeitung mathematischer Problemstellungen sachgerecht zu nutzen.

Unter digitalen Werkzeugen werden im Folgenden computergestützte mathematische Hilfsmittel (z. B. Tabellenkalkulationsprogramme, Dynamische-Geometrie-Software, Computeralgebrasysteme, Software zur Darstellung von Funktionsgraphen), unabhängig von der verwendeten Hardware (z. B. Desktop-Computer, Tablets, Handhelds, Smartphones), verstanden.

Das Potenzial dieser Werkzeuge entfaltet sich im Mathematikunterricht

- bei der experimentellen Bearbeitung von Problemstellungen und beim Entdecken mathematischer Zusammenhänge, insbesondere durch interaktive Erkundungen beim Modellieren und Problemlösen und durch das Visualisieren und Präsentieren von Arbeitsergebnissen,
- durch Verständnisförderung für mathematische Zusammenhänge, nicht zuletzt mittels vielfältiger verknüpfter Darstellungsmöglichkeiten,
- mit der Reduktion schematischer Abläufe und der Verarbeitung größerer Datenmengen,
- durch die Unterstützung individueller Präferenzen und Zugänge beim Bearbeiten von Aufgaben, einschließlich der reflektierten Nutzung von Kontrollmöglichkeiten.

Die Integration digitaler Werkzeuge in den Mathematikunterricht ist nicht nur durch die von digitalen Medien geprägte Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler und hinsichtlich des Ausbaus der in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen im Bereich der Medienbildung geboten, sondern insbesondere auch in Hinblick auf die Entwicklung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen unverzichtbar. Demzufolge sind damit verbundene grundlegende Arbeitsweisen im Mathematikunterricht zu vermitteln und einzufordern. Dabei ist der Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht stets in das Gesamtkonzept der Schule zum Einsatz digitaler Medien zu integrieren und der daraus resultierende Beitrag des Fachs Mathematik zur digitalen Bildung festzuschreiben.
Allerdings ist zu berücksichtigen, dass der Einsatz digitaler Werkzeuge nur einen zusätzlichen Zugang zum Erwerb mathematischer Kompetenzen darstellt. Deshalb ist neben einem konsequenten Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht auch der Kompetenzerwerb ohne diese Hilfsmittel erforderlich.

2.2 Fachbezogene Kompetenzen

Das Kompetenzmodell im Fach Mathematik hat folgende Struktur:

Allgemeine mathematische Kompetenzen	Leitideen
Mathematisch argumentieren [K1]	JugendundSportLandBrandenburg Algorithmus und Zahl [L1]

☑ **Fahnenlehrplan** für den Unterrichti		

Mathematisch modellieren [K3]	Raum und Form [L3]
Mathematische Darstellungen verwenden [K4]	Funktionaler Zusammenhang [L4]
Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen [K5]	Daten und Zufall [L5]
Mathematisch kommunizieren [K6]	

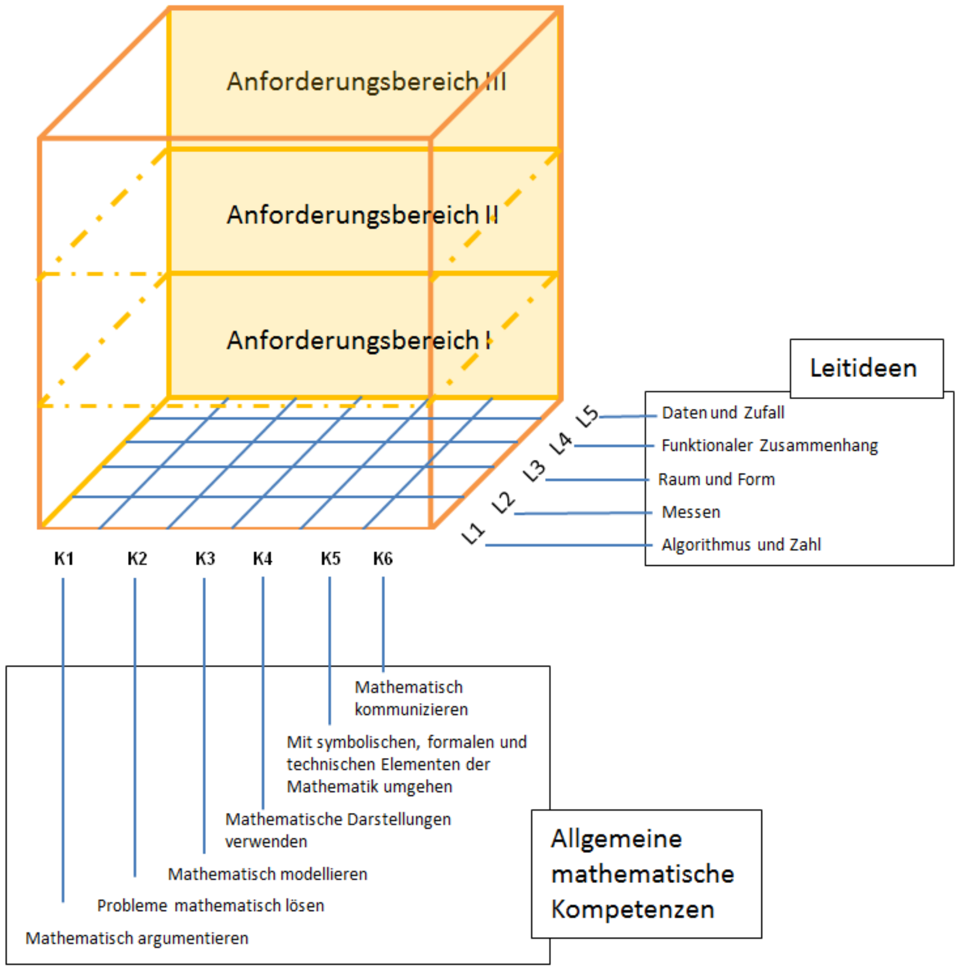

Abbildung: Kompetenzmodell der Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife

Der Erwerb der allgemeinen mathematischen Kompetenzen erfolgt nur durch eine aktive Auseinandersetzung mit den Fachinhalten durch die Lernenden. Die drei Anforderungsbereiche beschreiben dabei unterschiedliche kognitive Ansprüche von kompetenzbezogenen mathematischen Aktivitäten. Allgemeine mathematische Kompetenzen und Leitideen sind untrennbar miteinander verknüpft, d. h. die allgemeinen mathematischen Kompetenzen manifestieren sich in jedem einzelnen mathematischen Inhalt (in der Abbildung angedeutet).

Die graphische Darstellung basiert auf den Bildungsstandards zum Erwerb der allgemeinen Hochschulreife und schließt an die Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss an.

Man wird erst dann vom hinreichenden Erwerb einer allgemeinen mathematischen Kompetenz sprechen, wenn diese an unterschiedlichen Leitideen in allen drei Anforderungsbereichen erfolgreich eingesetzt werden kann.

Im Unterricht ist für den Erwerb der Kompetenzen auf eine Vernetzung der Inhalte der Mathematik untereinander und mit anderen Fächern zu achten. Aufgaben mit innermathematischen Anwendungen und Anwendungen aus der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler haben die gleiche Wichtigkeit und Wertigkeit.

3 Eingangsvoraussetzungen und abschlussorientierte Standards

3.1 Eingangsvoraussetzungen

In den Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss im Fach Mathematik ist festgelegt, welche Kompetenzen von den Schülerinnen und Schülern am Ende der Jahrgangs-stufe 10 erwartet werden. Darüber hinaus sollen die Schülerinnen und Schüler, die in die Qualifikationsphase eintreten, über weitere Kompetenzen verfügen.

Grundlage für einen erfolgreichen Kompetenzerwerb in der Qualifikationsphase ist die Erfüllung der im Rahmenlehrplan 1–10, Teil C Mathematik, formulierten Standards auf der Niveaustufe H.

Um den Schülerinnen und Schülern zu ermöglichen, sich ihres Leistungsstandes zu vergewissern und Lehrkräften Anhaltspunkte zur individuellen Lernberatung sowie für differenzierende Lernarrangements für einen erfolgreichen Kompetenzerwerb in der Qualifikationsphase zu geben, sind nachfolgend grundlegende Eingangsvoraussetzungen für die Qualifikationsphase formuliert.

3.1.1 Eingangsvoraussetzungen bezüglich der allgemeinen mathematischen Kompetenzen

Mathematisch argumentieren [K1]

Die Schülerinnen und Schüler

- erkunden mathematische Situationen und stellen Vermutungen auf,
- begründen die Plausibilität von Vermutungen oder widerlegen diese durch Angabe von Beispielen oder Gegenbeispielen,
- entwickeln ein- oder mehrschrittige, schlüssige Argumentationen zur Begründung mathematischer Aussagen,
- hinterfragen Argumentationen und Begründungen kritisch, finden und korrigieren Fehler.

Probleme mathematisch lösen [K2]

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren und finden mögliche mathematische Problemstellungen,
- geben inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wieder, strukturieren sie und entnehmen ihnen die relevanten Größen,
- vereinfachen Probleme, bilden und untersuchen Beispiele,
- finden und nutzen geeignete Darstellungen und Hilfsgrößen (z. B. Hilfslinien, Strukturierung des Lösungsweges, Variablen),
- verwenden heuristische Strategien (wie z. B. Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Zeichnen einer informativen Figur, Zurückführen auf Bekanntes),
- reflektieren Lösungswege und überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen.

Mathematisch modellieren [K3]

Die Schülerinnen und Schüler

- strukturieren und reduzieren den Komplexitätsgrad von Realsituationen, sodass diese mathematisch zugänglich werden, und reflektieren die Vereinfachungen,
- beschreiben reale Situationen mit mathematischen Modellen (Terme, Funktionen, Figuren, Diagramme, Graphen, Zufallsversuche u. a.),
- interpretieren und prüfen Ergebnisse einer Modellierung,
- überprüfen Modelle auf ihre Gültigkeit oder Grenzen und verwerfen oder verbessern sie gegebenenfalls,
- geben zu einem mathematischen Modell verschiedene Realsituationen, die es beschreibt, an.

Mathematische Darstellungen verwenden [K4]

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren verschiedene mathematische Darstellungen (verbale, numerische, graphische und symbolische),
- wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen aus oder übersetzen zwischen ihnen,
- erkennen Beziehungen und reflektieren Unterschiede zwischen ihnen.

Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen [K5]

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Variablen, Terme, Gleichungen zum Strukturieren von Information, zum Modellieren und zum Problemlösen und Übersetzen zwischen symbolischer und natürlicher Sprache,
- führen algorithmische Verfahren aus, reflektieren deren Anwendung und überprüfen die Ergebnisse,
- setzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge in geeigneten Zusammenhängen ein.

Mathematisch kommunizieren [K6]

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und reflektieren mathematische Informationen in mathematikhaltigen Darstellungen und in nicht aufbereiteten, authentischen Texten (z. B. aus Zeitungen),
- stellen Zusammenhänge adressatengerecht mit eigenen Worten dar und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen,
- erläutern eigene Problembearbeitungen und Einsichten sowie mathematische Prozesse,
- dokumentieren Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse, stellen diese verständlich dar und präsentieren sie auch unter Nutzung geeigneter Medien,
- organisieren die gemeinsame Arbeit an mathematischen Problemen.

3.1.2 Eingangsvoraussetzungen bezüglich inhaltsbezogener Kompetenzen (Leitideen)

Algorithmus und Zahl [L1]

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zahlen der Situation angemessen als Brüche, Dezimalzahlen, Prozentzahlen und in Zehnerpotenzschreibweise dar, runden Dezimalzahlen sachgerecht und verwenden Darstellungen irrationaler Anteile (z. B. 5π, $3 \cdot \sqrt{7}$),
- verwenden natürliche, ganze, gebrochene und reelle Zahlen zur Darstellung mathematischer Situationen und wenden diese zur Lösung von Problemen an,
- führen Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf durch und nutzen Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen,
- erläutern und reflektieren die Verwendung von negativen Zahlen und die Eigenschaften von irrationalen Zahlen an Beispielen,
- beschreiben und reflektieren ein Verfahren zur Einschachtelung einer irrationalen Zahl,
- lösen Potenz- und Wurzelgleichungen unter Nutzung der entsprechenden Gesetze,
- lösen lineare (2,2)- und (3,3)-Gleichungssysteme.

Messen [L2]

Die Schülerinnen und Schüler

- messen Strecken und Winkel,
- berechnen Flächeninhalt und Umfang von zusammengesetzten Figuren, Volumen und Oberfläche von Prismen, Pyramiden, Kegeln und Kugeln sowie von zusammen-gesetzten Körpern,
- bestimmen Flächeninhalt und Umfang von krummlinig begrenzten Figuren näherungsweise durch Vergleich mit geometrischen Grundfiguren,
- bestimmen und deuten mittlere Änderungsraten in Tabellen und Graphen sowie lokale Änderungsraten zeichnerisch,
- beschreiben und interpretieren qualitativ das Änderungsverhalten eines Funktionsgraphen durch eine Skizze des Graphen der zugehörigen lokalen Änderungsraten und begründen den Verlauf,
- bestimmen Steigungen von beliebigen Funktionsgraphen zeichnerisch.

Raum und Form [L3]

Die Schülerinnen und Schüler

- klassifizieren geometrische Objekte unter Verwendung von Ober- und Unterbegriffen und den definierenden Eigenschaften,
- berechnen Größen und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen, Kongruenz, Ähnlichkeit, trigonometrischen Beziehungen, dem Satz des Thales und dem Satz des Pythagoras,
- nutzen das Prinzip von Cavalieri (Scherung), um Flächen- und Volumenformeln zu begründen.

Funktionaler Zusammenhang [L4]

Die Schülerinnen und Schüler

- wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungen quadratischer Funktionen, u. a. als Produkt von Linearfaktoren,
- charakterisieren und interpretieren die Verläufe der Funktionen $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = \cos(x)$, $f(x) = a^x$, $f(x) = log_a(x)$ und beschreiben Anwendungssituationen für diese Funktionen,
- beschreiben qualitativ das Änderungsverhalten eines Funktionsgraphen durch eine Skizze des Graphen der Änderungsfunktion und begründen den Verlauf,
- verwenden Winkelmaße in Grad- und Bogenmaß und interpretieren diese auch über den Vollwinkel hinaus,
- geben zeichnerisch und rechnerisch Umkehrfunktionen zu linearen, quadratischen, Potenz- und Exponentialfunktionen an und beschreiben damit reale Situationen,
- identifizieren proportionale, umgekehrt proportionale, lineare und quadratische Zusammenhänge in tabellarischer, graphischer und symbolischer Darstellung, wechseln zwischen den Darstellungsformen und verwenden sie zur Lösung von Anwendungs-problemen,
- verwenden Prozentdarstellungen, Potenzen, Wurzeln und Logarithmen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme,
- bestimmen charakteristische Punkte (z. B. Achsenschnittpunkte, Hochpunkte, Tiefpunkte, Wendepunkte) aus Funktionsgraphen ganzrationaler Funktionen und deuten sie in Sachzusammenhängen.

Daten und Zufall [L5]

Die Schülerinnen und Schüler

- planen statistische Erhebungen, nutzen Methoden der Erfassung und Darstellung von Daten (Säulen- und Kreisdiagramme) und bewerten Darstellungen kritisch,
- bestimmen relative Häufigkeiten, Mittelwerte (arithmetisches Mittel, Median, Modalwert) sowie Streumaße (z. B. Spannweite) und interpretieren diese,
- wenden das empirische Gesetz der großen Zahlen an,
- nutzen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Wahrscheinlichkeiten zur Vorhersage von Häufigkeiten,
- bestimmen Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Laplace-Regel, Baumdiagrammen sowie Pfadregeln und wenden diese an,
- nutzen Binomialkoeffizienten und Fakultäten zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in Anwendungskontexten.

3.2 Abschlussorientierte Standards

3.2.1 Standards zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen

Für das Fach Mathematik werden in den Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife sechs allgemeine mathematische Kompetenzen unterschieden, die das Spektrum mathematischen Arbeitens in der gymnasialen Oberstufe in hinreichender Breite erfassen. Es ist charakteristisch, dass mehrere dieser Kompetenzen im Verbund benötigt werden. Eine scharfe Abgrenzung der einzelnen Kompetenzen ist nicht möglich.

Im Folgenden werden die sechs allgemeinen mathematischen Kompetenzen näher beschrieben, insbesondere auch durch ihre jeweiligen Ausprägungen in den drei Anforderungsbereichen. Diese Kompetenzen sind immer untrennbar mit den – in den Leitideen konkretisierten – mathematischen Inhalten verbunden.

Die folgenden Standards sind aus den Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife übernommen.

Mathematisch argumentieren [K1]

Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entwickeln eigenständiger, situationsangemessener mathematischer Argumentationen und Vermutungen als auch das Verstehen und Bewerten gegebener mathematischer Aussagen. Das Spektrum reicht dabei von einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlich-anschauliche Begründungen bis zu formalen Beweisen. Typische Formulierungen, die auf die Kompetenz des Argumentierens hinweisen, sind beispielsweise „Begründen Sie!“, „Widerlegen Sie!“, „Gibt es?“ oder „Gilt das immer?“.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können

- Routineargumentationen (bekannte Sätze, Verfahren, Herleitungen usw.) wiedergeben und anwenden,
- einfache rechnerische Begründungen geben oder einfache logische Schlussfolgerungen ziehen,
- Argumentationen auf der Basis von Alltagswissen führen.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können überschaubare mehr-schrittige Argumentationen und logische Schlüsse nachvollziehen, erläutern oder entwickeln.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können

- Beweise erläutern oder entwickeln, anspruchsvolle Argumentationen nutzen oder entwickeln,
- verschiedene Argumente nach Kriterien wie Reichweite und Schlüssigkeit bewerten.

Probleme mathematisch lösen [K2]

Diese Kompetenz beinhaltet, ausgehend vom Erkennen und Formulieren mathematischer Probleme, das Auswählen geeigneter Lösungsstrategien sowie das Finden und das Ausführen geeigneter Lösungswege. Das Spektrum reicht von der Anwendung bekannter bis zur Konstruktion komplexer und neuartiger Strategien. Heurismen, wie z. B. *Skizzen anfertigen*, *systematisch probieren*, *zerlegen und ergänzen*, *Symmetrien verwenden*, *Extremalprinzip*, *Invarianten finden* sowie *vorwärts und rückwärts arbeiten*, werden gezielt ausgewählt und angewendet.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können einen Lösungsweg einer einfachen mathematischen Aufgabe durch Identifikation und Auswahl einer naheliegenden Strategie, z. B. durch Analogiebetrachtung, finden.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können einen Lösungsweg zu einer Problemstellung, z. B. durch ein mehrschrittiges, strategiegestütztes Vorgehen, finden.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können eine Strategie zur Lösung eines komplexeren Problems, z. B. zur Verallgemeinerung einer Schlussfolgerung, durch Anwenden mehrerer Heurismen oder zur Beurteilung verschiedener Lösungswege, entwickeln und anwenden.

Mathematisch modellieren [K3]

Hier geht es um den Wechsel zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Neben geeigneten Grundvorstellungen gehört hierzu sowohl das Konstruieren passender mathematischer Modelle als auch das Verstehen oder Bewerten vorgegebener Modelle. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Modelle, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse in Bezug auf Realsituationen und das Überprüfen von Ergebnissen im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit bezogen auf die Realsituation. Das Spektrum reicht von Standardmodellen (z. B. bei linearen Zusammenhängen) bis zu komplexen Modellierungen.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können

- vertraute und direkt erkennbare Modelle anwenden,
- eine Realsituation direkt in ein mathematisches Modell überführen,
- ein mathematisches Resultat auf eine gegebene Realsituation übertragen.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können

- mehrschrittige Modellierungen mit wenigen und klar formulierten Einschränkungen vornehmen,
- Ergebnisse einer solchen Modellierung interpretieren,
- ein mathematisches Modell an veränderte Umstände anpassen.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können

- eine komplexe Realsituation modellieren, wobei Variablen und Bedingungen festgelegt werden müssen,
- mathematische Modelle im Kontext einer Realsituation überprüfen, vergleichen und bewerten.

Mathematische Darstellungen verwenden [K4]

Diese Kompetenz umfasst das Auswählen geeigneter Darstellungsformen, das Erzeugen mathematischer Darstellungen und das Umgehen mit gegebenen Darstellungen. Hierzu zählen Diagramme, Graphen und Tabellen ebenso wie Formeln. Das Spektrum reicht von Standarddarstellungen – wie Wertetabellen – bis zu eigenen Darstellungen, die dem Strukturieren und Dokumentieren individueller Überlegungen dienen und die Argumentation und das Problemlösen unterstützen.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können Standarddarstellungen von mathematischen Objekten und Situationen anfertigen und nutzen.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können

- gegebene Darstellungen verständig interpretieren oder verändern,
- zwischen verschiedenen Darstellungen wechseln.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können

- mit unvertrauten Darstellungen und Darstellungsformen sachgerecht und verständig umgehen,
- eigene Darstellungen problemadäquat entwickeln,
- verschiedene Darstellungen und Darstellungsformen zweckgerichtet beurteilen.

Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen [K5]

Diese Kompetenz beinhaltet in erster Linie das Ausführen von Operationen mit mathematischen Objekten wie Zahlen, Größen, Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen sowie Vektoren und geometrischen Objekten. Das Spektrum reicht hier von einfachen und überschaubaren Routineverfahren bis hin zu komplexen Verfahren einschließlich deren reflektierender Bewertung. Diese Kompetenz beinhaltet auch Faktenwissen und grundlegendes Regelwissen für ein zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten von mathematischen Aufgabenstellungen, auch mit eingeführten Hilfsmitteln und digitalen Werkzeugen.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können

- elementare Lösungsverfahren verwenden,
- Formeln und Symbole direkt anwenden,
- mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge direkt nutzen.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können

- formale mathematische Verfahren anwenden,
- mit mathematischen Objekten im Kontext umgehen,
- mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge je nach Situation und Zweck gezielt auswählen und effizient einsetzen.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können

- komplexe Verfahren durchführen,
- verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren bewerten,
- die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Verfahren, Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren.

Mathematisch kommunizieren [K6]

Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entnehmen von Informationen aus schriftlichen Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen als auch das Darlegen von Überlegungen und Resultaten unter Verwendung einer angemessenen Fachsprache. Das Spektrum reicht von der direkten Informationsentnahme aus Texten des Alltagsgebrauchs bzw. vom Aufschreiben einfacher Lösungswege bis hin zum sinnentnehmenden Erfassen fachsprachlicher Texte bzw. zur strukturierten Darlegung oder Präsentation eigener Überlegungen. Sprachliche Anforderungen spielen bei dieser Kompetenz eine besondere Rolle.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können

- einfache mathematische Sachverhalte darlegen,
- Informationen aus kurzen Texten mit mathematischem Gehalt identifizieren und aus-wählen, wobei die Ordnung der Informationen im Text die Schritte der mathematischen Bearbeitung nahelegt.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können

- mehrschrittige Lösungswege, Überlegungen und Ergebnisse verständlich darlegen,
- Äußerungen (auch fehlerhafte) anderer Personen zu mathematischen Aussagen interpretieren,
- mathematische Informationen aus Texten identifizieren und auswählen, wobei die Ordnung der Informationen nicht unmittelbar den Schritten der mathematischen Bearbeitung entsprechen muss.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können

- eine komplexe mathematische Lösung oder Argumentation widerspruchsfrei und vollständig darlegen oder präsentieren,
- mathematische Fachtexte sinnentnehmend erfassen,
- mündliche und schriftliche Äußerungen mit mathematischem Gehalt von anderen Personen miteinander vergleichen, sie bewerten und ggf. korrigieren.

3.2.2 Standards zu den inhaltsbezogenen Kompetenzen (Leitideen)

In den Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife werden die folgenden **Leitideen** beschrieben.

Algorithmus und Zahl [L1]

Diese Leitidee verallgemeinert zum einen den Zahlbegriff der Sekundarstufe I zu Tupeln einschließlich zugehöriger Operationen. Die Leitidee erweitert zum anderen die Vorstellungen von den reellen Zahlen durch Approximationen mittels infinitesimaler Methoden. Außerdem umfasst die Leitidee die Kenntnis, das Verstehen und das Anwenden mathematischer Verfahren, die prinzipiell automatisierbar und damit einer Rechnernutzung zugänglich sind. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete in der gymnasialen Oberstufe sind die Anfänge der *Analysis* und die *Lineare Algebra*.

Messen [L2]

Diese Leitidee erweitert das Bestimmen und Deuten von Größen aus der Sekundarstufe I um infinitesimale, numerische und analytisch-geometrische Methoden. Dies betrifft sowohl funktionale Größen wie Änderungsraten und (re-)konstruierte Bestände als auch Größen im Koordinatensystem wie Winkel, Längen, Flächeninhalte und Volumina. Weiter umfasst die Leitidee stochastische Kenngrößen, die als Ergebnisse von Messprozessen im weiteren Sinne aufgefasst werden. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete in der gymnasialen Oberstufe sind die *Analysis*, die *Analytische Geometrie* und die *Stochastik*.

Raum und Form [L3]

Diese Leitidee ist auf die Weiterentwicklung des bei den Schülerinnen und Schülern in der Sekundarstufe I entwickelten räumlichen Vorstellungsvermögens gerichtet. Sie beinhaltet den Umgang mit Objekten im Raum. Es geht hier sowohl um Eigenschaften und Beziehungen dieser Objekte als auch um Darstellungen mit geeigneten Hilfsmitteln einschließlich Geometriesoftware. Das zugehörige mathematische Sachgebiet in der gymnasialen Oberstufe ist die *Analytische Geometrie*.

Funktionaler Zusammenhang [L4]

Diese Leitidee ist darauf gerichtet, die in der Sekundarstufe I bei den Schülerinnen und Schülern entwickelten funktionalen Vorstellungen mit Begriffen und Verfahren der elementaren Analysis zu vertiefen und den Funktionsbegriff durch vielfältige Beispiele zu erweitern, auch in stochastischen Kontexten. Es geht hier um funktionale Beziehungen zwischen Zahlen bzw. Größen sowie deren Darstellungen und Eigenschaften, auch unter Nutzung infinitesimaler Methoden und geeigneter Software. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete in der gymnasialen Oberstufe sind in erster Linie die *Analysis* und die *Stochastik*.

Daten und Zufall [L5]

Diese Leitidee vernetzt Begriffe und Methoden zur Aufbereitung und Interpretation von statistischen Daten mit solchen zur Beschreibung und Modellierung von zufallsabhängigen Situationen. In Ausweitung und Vertiefung stochastischer Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler aus der Sekundarstufe I umfasst diese Leitidee insbesondere den Umgang mit mehrstufigen Zufallsexperimenten, die Untersuchung und Nutzung von Verteilungen sowie einen Einblick in Methoden der beurteilenden Statistik, auch mithilfe von Simulationen und unter Verwendung einschlägiger Software. Das darauf bezogene mathematische Sachgebiet in der gymnasialen Oberstufe ist die *Stochastik*.

Die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife beschreiben den Zusammenhang zwischen allgemeinen mathematischen Kompetenzen, Leitideen und Anforderungsbereichen folgendermaßen:

„Die Bewältigung mathematischer Problemsituationen erfordert das permanente Zusammenspiel von prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen. Insofern sind die folgenden – in der Sekundarstufe II verbindlichen – Inhalte immer im Kontext allgemeiner mathematischer Kompetenzen und deren Anforderungsbereichen zu sehen. Unter ‚Inhalten' werden dabei insbesondere auch adäquate Grundvorstellungen verstanden, die ein Verständnis dieser Inhalte erst konstituieren. Die inhaltsbezogenen Kompetenzen werden jeweils übergreifenden Leitideen zugeordnet, die nicht auf bestimmte klassische mathematische Themenbereiche (Analysis, Lineare Algebra und Analytische Geometrie, Stochastik) begrenzt sind. Die Leitideen tragen damit zur Vernetzung dieser traditionellen klassischen Sachgebiete bei."

Der Unterricht in der gymnasialen Oberstufe im Land Brandenburg im Fach Mathematik erfolgt auf grundlegendem und erhöhtem Anforderungsniveau (Grund- und Leistungskursfach).

Jedes Kurshalbjahr ist auf den Kompetenzerwerb der Schülerinnen und Schüler und auf das Erreichen der abschlussorientierten Standards auszurichten. Für die inhaltliche Planung der vier Kurshalbjahre sind die nachfolgend dargestellten inhaltsbezogenen Kompetenzen maßgebend. In der folgenden Übersicht wird für die vier Kurshalbjahre zuerst ein inhaltlicher Kernbereich beschrieben, der die im Grundkurs- und Leistungskursfach zu behandelnden Inhalte charakterisiert. Anschließend werden weitere Inhalte, die ausschließlich im Leistungskursfach zu behandeln sind, aufgeführt.

Die Zuordnung der inhaltsbezogenen Kompetenzen zu den Kurshalbjahren erfasst die schwerpunktmäßige Behandlung des jeweils ausgewiesenen Standards. Aufgrund unterschiedlicher Zeitdauer der Kurshalbjahre sind Verschiebungen zwischen den Kurshalbjahren zulässig. Das 4. Kurshalbjahr (Q4) dient insbesondere der Vertiefung und Verknüpfung der bis dahin erworbenen Kompetenzen. Als Vorbereitung auf die Abiturprüfung sind in allen Kurshalbjahren Systematisierungen und komplexe Wiederholungen möglich.

Problemstellungen, für deren Bearbeitung eine Verwendung von mathematischen Hilfsmitteln, abgesehen von den üblichen Zeichenmaterialien (z. B. Geodreieck), nicht vorgesehen ist, leisten einen bedeutenden Beitrag zur durchgängigen Entwicklung grundlegender mathematischer Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler. Vor diesem Hintergrund werden in einer **gesondert veröffentlichten Anlage** zu diesem Rahmenlehrplan sachgebietsbezogen verbindliche Inhalte für das Grund- und Leistungskursfach festgelegt, bei denen von den Schülerinnen und Schülern erwartet wird, dass sie diese ohne Verwendung von digitalen Werkzeugen, Formelsammlungen bzw. Tafelwerken kennen und anwenden können. Diese festgelegten verbindlichen Inhalte sind in Beziehung zu den Inhalten der Kurshalbjahre in der Qualifikationsphase zu setzen.

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Q1	**1. Kurshalbjahr: Analysis; Lineare Algebra**	
Inhaltsbezogene Kompetenzen		**Inhalte**
Grund- und Leistungskursfach		
Die Schülerinnen und Schüler können		Die Inhalte zum mathematischen Sachgebiet der Analysis beziehen sich im Grund- und Leistungskursfach, sofern nicht Weiteres vermerkt, auf die folgenden Funktions-klassen: o Potenzfunktionen mit ganz-zahligem Exponenten, o ganzrationale Funktionen, o natürliche Exponentialfunktionen.
– Grenzwerte auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs insbesondere bei der Bestimmung von Ableitungen nutzen,	L1	– Grenzwertverhalten von Funktionsgraphen ($x \to \pm\infty; x \to x_0$) – Schreibweise „lim“ ohne formale Definition – Ableitung einer Funktion mittels Differentialquotienten
– geeignete Verfahren zur Lösung von Gleichungen und Gleichungssystemen auswählen und ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme erläutern und anwenden (Fortführung in Q3),	L1	– lineare, allgemeine quadratische und biquadratische Gleichungen sowie Gleichungen höheren Grades (unter Verwendung der Polynomdivision und der Linearfaktorzerlegung) – natürliche Exponentialgleichungen (lösen unter Anwendung des natürlichen Logarithmus und der Logarithmengesetze für den natürlichen Logarithmus) – Gauß-Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme – Lösbarkeit eines linearen Gleichungs-systems (eine Lösung, keine Lösung, unendlich viele Lösungen) – lineare Gleichungssysteme in Anwendungssituationen
– Sekanten- und Tangentensteigungen an Funktionsgraphen bestimmen,	L2	– Differenzenquotient – Differentialquotient – Gleichung der Tangente in einem Punkt des Funktionsgraphen unter Verwendung des Differentialquotienten – Schnittwinkel zwischen Funktionsgraphen
– Änderungsraten berechnen und deuten,	L2	– mittlere und lokale Änderungsrate – mittlere Steigung einer Kurve in einem Intervall – Änderungsrate im Sachzusammenhang – Zusammenhang zwischen mittlerer bzw. lokaler Änderungsrate und Differenzenquotient bzw. Differentialquotient

– Funktionen zur Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen,	L4	– Rekonstruktion von Funktionsgleichungen – Extremalprobleme, auch im Kontext außermathematischer Problemstellungen – Funktionseigenschaften, auch in Anwendungszusammenhängen: o Definitions- und Wertebereich o Nullstellen o Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen o Punktsymmetrie bzgl. des Koordinatenursprungs und Axialsymmetrie bzgl. der Ordinatenachse o Monotonie o Randextrema o Verhalten im Unendlichen – Tangenten- und Normalengleichungen – Sinus- und Kosinusfunktionen: o Einfluss der Parameter auf den Verlauf der Funktionsgraphen o Beschreibung periodischer Vorgänge
– in einfachen Fällen Verknüpfungen und Verkettungen von Funktionen zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen,	L4	– additive und multiplikative Verknüpfungen zweier Funktionen – Verkettungen von ganzrationalen Funktionen und natürlichen Exponentialfunktionen
– die Ableitung insbesondere als lokale Änderungsrate deuten,	L4	– Ableitung einer Funktion an einer Stelle – lokale Änderungsrate und Anstieg der Tangente – lokale Änderungsrate auch in Sachzusammenhängen
– Änderungsraten funktional beschreiben und interpretieren,	L4	– Ableitungsfunktion auch in Sachzusammenhängen – einfache Ableitungen mittels Differentialquotienten
– Funktionen ableiten, auch unter Verwendung der Konstanten-, Potenz-, Faktor-, Summen-, Produkt- und Kettenregel,	L4	– auch folgende Funktionsklassen: o Wurzelfunktionen o natürliche Logarithmusfunktionen o Sinus- und Kosinusfunktionen – Kettenregel mit linearer bzw. quadratischer innerer Funktion – natürliche Exponentialfunktion als Funktion charakterisieren, die sich selbst als Ableitung hat
– die Ableitung zur Bestimmung von Monotonie, Extrem- und Wendepunkten von Funktionen nutzen,	L4	– Monotonie, lokale und globale Extrema, Wendepunkte, Sattelpunkte – notwendige und hinreichende Bedingung und inhaltliche Begründung für die Existenz von Extrema und Wendepunkten – Zusammenhang zwischen Monotonie und erster Ableitung und Zusammenhang zwischen Krümmungsverhalten und zweiter Ableitung

– den Ableitungsgraphen aus dem Funktionsgraphen entwickeln.	L4	– Zusammenhang zwischen: ○ Monotonie und erster Ableitung ○ Extremwerten der Ausgangs-funktion und Nullstellen der Ableitungsfunktion ○ Wendestellen der Ausgangs-funktion und zweiter Ableitung – zweite Ableitung als Steigungsfunktion der ersten Ableitung – positive bzw. negative Funktionswerte der zweiten Ableitung als Indikator für die Krümmungsrichtung des Graphen der Ausgangsfunktion
Zusätzlich im **Leistungskursfach**		
Die Schülerinnen und Schüler können darüber hinaus		Die Inhalte zum mathematischen Sachgebiet der Analysis beziehen sich im Leistungskursfach zusätzlich auf die folgenden Funktionsklassen: ○ Wurzelfunktionen, ○ natürliche Logarithmusfunktionen, ○ Sinus- und Kosinusfunktionen.
– Funktionen weiterer Funktionsklassen zur Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen,	L4	– Funktionsscharen mit einem Parameter – Ortskurven von Extrem- und Wendepunkten – goniometrische Gleichungen
– Funktionen unter Verwendung der Kettenregel ableiten,	L4	– alle aufgeführten Funktionsklassen
– die Ableitung zur Bestimmung von Monotonie, Extrem- und Wendepunkten von Funktionen nutzen,	L4	– alle aufgeführten Funktionsklassen
– in einfachen Fällen Verknüpfungen und Verkettungen von **Scharen** von Funktionen zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen,	L4	– Verknüpfungen und Verkettungen zweier Funktionen aus zwei Funktionsklassen auch als Scharen mit einem Parameter
– die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen deuten.	L4	– graphisches Bestimmen von Funktionsgraphen der Ableitungsfunktion mithilfe des Anstiegs von Tangenten (graphisches Ableiten)

Q2	2. Kurshalbjahr: Analysis; Stochastik	
Inhaltsbezogene Kompetenzen		**Inhalte**
Grund- und Leistungskursfach		
Die Schülerinnen und Schüler können		Die Inhalte zum mathematischen Sachgebiet der Analysis beziehen sich im Grund- und Leistungskursfach, sofern nicht Weiteres vermerkt, auf die folgenden Funktions-klassen: o Potenzfunktionen mit ganz-zahligem Exponenten $(n \neq -1)$, o ganzrationale Funktionen, o natürliche Exponentialfunktionen.
– Grenzwerte auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs insbesondere bei der Bestimmung des Integrals nutzen,	L1	– näherungsweises Bestimmen von Flächeninhalten unter Funktionsgraphen mittels Ober- und Untersummen – bestimmtes Integral als gemeinsamen Grenzwert von Ober- und Untersumme
– Bestände aus Änderungsraten und Anfangsbestand berechnen,	L2	– Rekonstruktion eines Bestandes aus einem Anfangsbestand und einem Zusammenhang zur Bestandsänderung
– Inhalte von Flächen, die durch Funk-tionsgraphen begrenzt sind, bestimmen,	L2	– bestimmtes Integral – Flächeninhalt von Flächen, welche von Funktionsgraphen, den Koordinatenachsen oder achsenparallelen Geraden begrenzt werden, auch in Anwendungszusammenhängen
– Lage- und Streumaße einer Stichprobe bestimmen und deuten,	L2	– Maximum, Minimum, oberes und unteres Quartil, arithmetisches Mittel, Median, Modalwert, Erwartungswert, Spannweite, mittlere lineare Abweichung, Varianz, Standardabweichung
– Erwartungswert und Standardabweichung diskreter Zufallsgrößen bestimmen und deuten,	L2	– binomialverteilte Zufallsgrößen – Eigenschaften auf der Grundlage graphischer Darstellungen
– das bestimmte Integral deuten, insbesondere als (re-)konstruierten Bestand,	L4	– (Re-)konstruktion eines Bestandes aus Änderungsraten in Anwendungs-situationen
– geometrisch anschaulich den Hauptsatz als Beziehung zwischen Ableiten und Integrieren begründen,	L4	– Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung – Zusammenhang zwischen den Funk-tionsgraphen der Funktion, der Ableitungsfunktion und der Stammfunktion – Integrieren als Umkehrung des Differenzierens

– Integrale von Funktionen mittels Stammfunktionen bilden,	L4	– auch folgende Funktionsklassen: o Wurzelfunktionen o Sinus- und Kosinusfunktionen – Regeln des Vertauschens und der Addi-tivität von Integrationsgrenzen – Integrationsregeln: o Potenzregel o Faktorregel o Summenregel o Konstantenregel – Integration durch Substitution (bei linearer innerer Funktion)
– exemplarisch statistische Erhebungen planen und auswerten,	L5	– Grundlagen der Datenerhebung und Datenaufbereitung aus der Sekundarstufe I – Durchführung eigener Erhebungen – kritische Betrachtung von veröffentlichten Erhebungen in Zeitungen oder anderen Publikationen
– Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Beschreibung stochastischer Situationen nutzen,	L4	– Zufallsgrößen als Zuordnung von Ergebnissen von Zufallsexperimenten – Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße in Tabellen und Diagrammen
– die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen nutzen und die Binomialverteilung zur Beschreibung stochastischer Situationen nutzen,	L4 L5	– Zufallsgröße – Bernoulli-Experiment – Bernoulli-Kette – diskrete Verteilung – Binomialverteilung – Punkt- und Intervallwahrscheinlichkeiten für die Anzahl an Erfolgen – Binomialverteilung im Histogramm, auch kumulative Darstellungen – Kenngrößen von Wahrscheinlichkeits-verteilungen o Erwartungswert o Varianz o Standardabweichung
– Anwendungssituationen mithilfe von Urnenmodellen untersuchen,	L5	– kombinatorische Abzählverfahren – Zufallsexperimente mit nur zwei möglichen Ausgängen im Urnenmodell: o Ziehen ohne Zurücklegen (hypergeometrische Verteilung) o Ziehen mit Zurücklegen (Binomialverteilung)

– Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen oder Vierfeldertafeln untersuchen und damit Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten lösen,	L5	– Grundbegriffe der Mengenlehre: ○ leere Menge ○ Teilmenge ○ Vereinigungs- und Durchschnittsmenge – Axiomensystem von Kolmogorow – Venn-Diagramm – Baumdiagramm und Pfadregeln – Vierfeldertafel – bedingte Wahrscheinlichkeit – Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit – Satz von Bayes
– Teilvorgänge mehrstufiger Zufalls-experimente auf stochastische Unabhängigkeit anhand einfacher Beispiele untersuchen,	L5	– zwei- und dreistufige Zufallsexperimente – stochastische Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Ereignissen
– Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen verwenden.	L5	– Beziehung zwischen relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit – Verwendung von Zufallsgeneratoren bei der Simulationen zu innermathematischen und realitätsnahen Fragestellungen
Zusätzlich im **Leistungskursfach**		
Die Schülerinnen und Schüler können darüber hinaus		Die Inhalte zum mathematischen Sachgebiet der Analysis beziehen sich im Leistungskursfach zusätzlich auf die folgenden Funktionsklassen: ○ Wurzelfunktionen, ○ natürliche Logarithmusfunktionen, ○ Sinus- und Kosinusfunktionen.
– Inhalte von Flächen, die durch Funk-tionsgraphen begrenzt sind, bestimmen,	L2	– Flächeninhalt von Flächen, welche von Funktionsgraphen von natürlichen Logarithmusfunktionen, von Wurzelfunktionen, von Sinus- und Kosinusfunktionen, den Koordinatenachsen oder achsenparallelen Geraden begrenzt werden, auch in Anwendungskontexten – Inhalte unbegrenzter Flächen mittels uneigentlicher Integrale: ○ Integral über einen unbeschränkten Intervall ○ Integral einer unbeschränkten Funktion
– die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion von $x \rightarrow \frac{1}{x}$ und als Umkehrfunktion der e-Funktion nutzen.	L4	– Eigenschaften der Graphen der natürlichen Logarithmusfunktion und der natürlichen Exponentialfunktion – natürliche Exponentialfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Logarithmusfunktion

Q3	3. Kurshalbjahr: Analytische Geometrie	
Inhaltsbezogene Kompetenzen		**Inhalte**
Grund- und Leistungskursfach		
Die Schülerinnen und Schüler können		
– geeignete Verfahren zur Lösung von Gleichungssystemen auswählen und ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme erläutern und anwenden,	L1	– lineare Gleichungssysteme mit bis zu drei Variablen – Gleichungssysteme in Anwendungssituationen (Bestimmung von Schnittmengen)
– einfache Sachverhalte mit Tupeln beschreiben,	L1	– Tupel in Form von Punkten und Vektoren angeben – Nutzung in einem Tabellenkalkulationsprogramm
– Streckenlängen und Winkelgrößen im Raum auch mithilfe des Skalarprodukts bestimmen,	L2	– Betrag eines Vektors bzw. Länge einer Strecke – Mittelpunkt einer Strecke – Winkel zwischen Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen und Ebenen – Orthogonalität von Geraden, Ebenen, Geraden und Ebenen
– Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen,	L2	– Abstände zwischen: o Punkt – Punkt o Punkt – Ebene o Gerade – Ebene o Ebene – Ebene
– geometrische Sachverhalte in Ebene und Raum koordinatisieren und im Koordinatensystem darstellen,	L3	– Darstellung von Punktmengen, Geraden, Ebenen, ebenen Figuren und Körpern in zwei- bzw. dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystemen auch mithilfe von Vektoren – Teilverhältnisse von Strecken
– elementare Operationen mit geometrischen Vektoren ausführen und Vektoren auf Kollinearität untersuchen,	L3	– Vektorbegriff (Verschiebung, Pfeilklasse) – Einheitsvektor – Nullvektor – Gegenvektor – Ortsvektor – Koordinatendarstellung von Vektoren – Vektoraddition – Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl – Darstellung von Vektoren als Linear-kombinationen anderer Vektoren – lineare Abhängigkeit und lineare Unabhängigkeit von Vektoren – Kommutativ- und Assoziativgesetz bei der Vektoraddition – Distributivgesetz bei der Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl

– Vektoren beim Arbeiten mit geradlinig bzw. ebenflächig begrenzten geometrischen Objekten anwenden,	L3	– Beschreibung geometrischer Objekte mittels Vektoren – Flächeninhalte von geometrischen Objekte, die durch Koordinaten und mit Vektoren beschrieben sind
– das Skalarprodukt geometrisch deuten,	L3	– Skalarprodukt in Koordinatenform und in koordinatenfreier Form – Winkel zwischen zwei Vektoren – Orthogonalität von Vektoren – Veranschaulichung der Definition des Skalarprodukts durch orthogonale Projektion des zweiten Vektors auf die durch den ersten Vektor bestimmte Richtung
– Geraden und Ebenen analytisch beschreiben und Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen untersuchen.	L3	– Richtungsvektor – Normalenvektor – Spannvektoren – analytische Beschreibung von Geraden und Ebenen: o Parameterform o Koordinatenform o Normalenform o Hessesche Normalenform – Zusammenhang zwischen Parameter-, Normalen- und Koordinatengleichung von Geraden in der Ebene und von Ebenen im Raum – Lagebeziehungen zwischen: o Punkt und Gerade o Geraden o Gerade und Ebene o Punkt und Ebene o Ebenen – Schnittmenge: o zweier Geraden o einer Geraden und einer Ebene – Winkel zwischen Geraden, zwischen Ebenen und zwischen Gerade und Ebene
Zusätzlich im **Leistungskursfach**		
Die Schülerinnen und Schüler können darüber hinaus		
– Abstände zwischen Punkten und Geraden bestimmen,	L2	– Abstände zwischen: o Punkt – Gerade o parallelen Geraden o windschiefen Geraden
– die Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen untersuchen.	L3	– analytische Beschreibung von Punkten, Geraden und Ebenen auch unter Verwendung von Parametern in den Koordinaten (Scharen) – Schnittmenge zweier Ebenen

Q4	4. Kurshalbjahr: Analysis; Stochastik; komplexe Aufgabenstellungen aus allen drei Sachgebieten	
Inhaltsbezogene Kompetenzen		**Inhalte**
Grund- und Leistungskursfach		
Die Schülerinnen und Schüler können		
– in einfachen Fällen aufgrund von Stichproben auf die Gesamtheit schließen.	L5	– Unterscheidung zwischen Zufallsstichprobe und Grundgesamtheit – Schätzung von Wahrscheinlichkeiten aus relativen Häufigkeiten mit den k-σ-Regeln ($1/\sqrt{n}$ – Gesetz)
Zusätzlich im **Leistungskursfach**		
Die Schülerinnen und Schüler können darüber hinaus		
– das Volumen von Körpern bestimmen, die durch Rotation um die Abszissenachse entstehen,	L2	– Volumen bei Rotation von Flächen um die Abszissenachse; diese Flächen können begrenzt sein durch Funktionsgraphen, Koordinatenachsen, Parallelen zu den Koordinatenachsen – zusammengesetzte Rotationskörper – Bestimmung von Scharparametern bzw. Integrationsgrenzen bei gegebenem Volumen oder Flächeninhalt
– Hypothesentests bei Binomial-verteilungen interpretieren und die Unsicherheit und Genauigkeit der Ergebnisse begründen,	L5	– Hypothesentests (Alternativtests und ein- und zweiseitige Signifikanztests) für binomial- und normalverteilte Zufallsgrößen – Unsicherheit der Ergebnisse von Hypothesentests – Signifikanzniveau, Ablehnungsbereich und Entscheidungsregel – Fehler 1. und 2. Art
– exemplarisch diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden und die „Glockenform“ als Grundvorstellung von normalverteilten Zufallsgrößen nutzen,	L5	– diskrete und stetige Zufallsgrößen am Beispiel von Binomial- und Normal-verteilung – Einfluss von Erwartungswert und Standardabweichung auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion – Erwartungswert und Standardabweichung für normalverteilte Zufallsgrößen
– stochastische Situationen untersuchen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen.	L5	– Normalverteilung als Grenzfall der Binomialverteilung – Berechnung von Wahrscheinlichkeiten mit der Formel von Moivre-Laplace