

Fachbrief Nr. 3

Mathematik

August 2019

Inhalte:

1	Hinweise zum hilfsmittelfreien Teil der schriftlichen Prüfung am Ende der Jahrgangsstufe 10 an Gymnasien	2
2	Informationen zur Weiterentwicklung des Zentralabiturs ab 2021	4
	2.1 <i>Allgemeine Hinweise</i>	5
	2.2 <i>Hinweise zur Verwendung von Hilfsmitteln</i>	7
	2.3 <i>Struktur der Aufgaben</i>	9
3	Hinweise zu Fortbildungsveranstaltungen	21

Herausgeber:	Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg
Redaktion:	MBJS, Ref. 33
Autorin:	Viola Adam
Kontakt:	Viola.Adam@schulaemter.brandenburg.de

Vorwort

Sehr geehrte Lehrerinnen und Lehrer, liebe Kolleginnen und Kollegen,
der nun vorliegende 3. Fachbrief Mathematik beinhaltet neben den Hinweisen zur Struktur des hilfsmittelfreien Teils der schriftlichen Prüfungsarbeiten am Ende der Jahrgangsstufe 10 an Gymnasien auch Informationen zum gemeinsamen Aufgabenpool der Länder und sich daraus ergebene Folgen für die zukünftige Gestaltung der Abituraufgaben im Fach Mathematik.

Ich bitte die Schulleitungen und die Fachverantwortlichen den Fachbrief allen Lehrkräften des Faches Mathematik zur Verfügung zu stellen. Neben dem Versand an die Schulen werden die Fachbriefe auf dem Bildungsserver Berlin-Brandenburg veröffentlicht.

Für Hinweise und Anregungen weiterer Fachbriefe betreffend, wäre ich Ihnen sehr dankbar.

Mit besten Grüßen und Wünschen für Ihre Arbeit in diesem Schuljahr

A handwritten signature in cursive script that reads "Biola Adam".

Fachaufsicht Mathematik

1 Hinweise zum hilfsmittelfreien Teil der schriftlichen Prüfung am Ende der Jahrgangsstufe 10 an Gymnasien

Beim Übergang von der Sekundarstufe I zur Sekundarstufe II übernimmt die 10. Klasse an Gymnasien im Land Brandenburg die Rolle der Einführungsphase für die zweijährige Qualifikationsphase. Dementsprechend muss bereits hier der Übergang in die Qualifikationsphase vorbereitet werden.

Die Aufgaben des Prüfungssets der schriftlichen Prüfung am Ende der Jahrgangsstufe 10 an Gymnasien beziehen sich auf Standards und Inhalte aller Niveaustufen bis einschließlich H des Rahmenlehrplans 1-10. Das Prüfungsset enthält weiterhin Basisaufgaben, deren Bearbeitung ohne Hilfsmittel zu erfolgen hat.

Bei den Basisaufgaben handelte es sich bisher um Aufgaben, bei denen pro Teilaufgabe eine Bewertungseinheit erreicht werden konnte. Somit ist die Abbildung eines breiten Spektrums an Kompetenzen, welches in Abituraufgaben gefordert wird, hier nicht möglich. Vorrangig fanden nur Operatoren wie „Angaben“, „Nennen“, „Entscheiden“ oder „Ankreuzen“ Anwendung. Die Basisaufgaben wurden durchgängig dem Anforderungsbereich I zugeordnet.

Um eine bessere Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler auf die Anforderungen in der Sekundarstufe II und den damit verbundenen Klausur- und Prüfungsaufgaben zu erzielen, ist es wichtig, die Aufgaben der Prüfungsarbeit der Jahrgang 10 an den Anforderungen der Klausur- und Prüfungsarbeiten in der Qualifikationsphase zu orientieren. Dazu heißt es in den Ausführungen zum gemeinsamen Abituraufgabenpool der Länder für das Fach Mathematik:

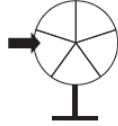
- „Über die Aufgabe hinweg ist ein möglichst breites Spektrum der allgemeinen mathematischen Kompetenzen berücksichtigt.
- Die Anforderungsbereiche sind über die Aufgabe hinweg dem Anforderungsniveau entsprechend berücksichtigt. [...]
- Die Aufgabe ist nicht zu kleinschrittig angelegt, gibt also Lösungswege nicht in unnötiger Weise vor.
- Die Formulierungen der Teilaufgaben sind gut verständlich und fachlich korrekt.
- Bei jeder Teilaufgabe ist die Anzahl der Arbeitsaufträge angemessen.[...]
- In der Prüfungsaufgabe stehen innermathematische und realitätsbezogene Anforderungen in angemessenem Verhältnis.“¹

¹ <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/mathematik>

Der hilfsmittelfreie Teil in der Prüfungsarbeit im Jahrgang 10 wird weiterhin 10 Bewertungseinheiten umfassen. Diese setzen sich aus zwei Aufgaben (je 5 BE) zusammen, in denen alle drei Anforderungsbereiche vorkommen können.

An den folgenden beiden Beispielaufgaben soll dies verdeutlicht werden:

Beispielaufgabe 1: Leitidee „Daten und Zufall“

	Aufgabentext	BE	AB
	Ein Glücksrad hat 5 gleichgroße Felder: rote, grüne und weiße. Ein Feld ist grün. Die Wahrscheinlichkeit beim einmaligen Drehen auf ein rotes Feld zu treffen liegt bei 40 %.		
			
a)	Begründen Sie, dass 2 Felder rot sind.	2	I
b)	Das Glücksrad wird zweimal gedreht. Geben Sie einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit dafür ermittelt werden kann, dass mindestens einmal rot gedreht wird. Begründen Sie Ihre Angabe.	3	II

Beispielaufgabe 2: Leitidee „Gleichungen und Funktionen“

	Aufgabentext	BE	AB
	Gegeben ist der Graph einer Funktion f mit $f(t) = -t(t - 4); t \in \mathbb{R}$.		
a)	Ermitteln Sie die Nullstellen von $f(t)$.	3	I
b)	Begründen Sie, dass für keinen Wert von t gilt, dass $f(t) > 4$.	2	III

Die Struktur der einzelnen Aufgaben entspricht der Struktur der hilfsmittelfreien Aufgaben in der schriftlichen Abiturprüfung. Die Schülerinnen und Schüler werden somit langfristig darauf vorbereitet.

2 Informationen zur Weiterentwicklung des Zentralabiturs ab 2021

Seit dem Abitur 2017 entnehmen die Bundesländer für die schriftlichen Abiturprüfungen in den Fächern mit Bildungsstandards (Deutsch, Englisch, Mathematik und Französisch) Prüfungsaufgaben aus dem gemeinsamen Abituraufgabenpool der Länder. Mit dem Aufgabenpool wird die Vergleichbarkeit der schriftlichen Prüfungsanforderungen in den vier Fächern zwischen den Ländern erhöht. Die Aufgaben des Pools sind ein wesentliches Instrument für die Implementation der Bildungsstandards der vier Fächer in den Schulen und wirken gleichzeitig normierend auf länderspezifische Prüfungsaufgaben wie auch auf die Klausuren in der gymnasialen Oberstufe.

Auch Brandenburg entnimmt seit 2017 in allen vier Fächern Prüfungsaufgaben aus dem Pool für die landeseigene Abiturprüfung. Dabei sind jeweils diejenigen Prüfungsaufgaben aus dem Pool ausgewählt worden, die zu den in Brandenburg und Berlin eingeführten Aufgabenformaten und Prüfungsschwerpunkten passten.

Um perspektivisch die Auswahlmöglichkeiten aus dem Pool zu vergrößern und damit auch die Vergleichbarkeit der schriftlichen Abiturprüfung in den vier Fächern bundesweit zu verbessern, ist es notwendig, die im Aufgabenpool gemäß Bildungsstandards vorgehaltenen Aufgabenformate auch in Brandenburg zu implementieren. Das hat sowohl Auswirkungen auf die schriftlichen Abiturprüfungen in den genannten vier Fächern, als auch auf die Vorbereitung auf die schriftliche Abiturprüfung im Unterricht sowie die Klausurgestaltung der gesamten Qualifikationsphase.

Welche zeitlichen und inhaltlichen Anforderungen im Rahmen des Implementierungsprozesses im Fach Mathematik auf Sie zukommen, soll im Folgenden beschrieben werden.

2.1 Allgemeine Hinweise

Grundlage für die Prüfungsaufgaben aller Bundesländer sind die Bildungsstandards der KMK für die Allgemeine Hochschulreife (AHR) im Fach Mathematik (Beschluss der KMK vom 18.10.2012). Diese spiegeln sich in den Rahmenlehrplänen der einzelnen Länder wider und werden in den Prüfungsschwerpunkten des Landes Brandenburg konkretisiert.

Die folgende Tabelle zeigt die aus den Bildungsstandards, den Beschlüssen der KMK und den Vereinbarungen der Länder resultierenden Veränderungen in der schriftlichen Abiturprüfung im Fach Mathematik im gemeinsamen Zentralabitur der Länder Berlin und Brandenburg. Die Abiturklausuren im Fach Mathematik, die nach der Inkraftsetzung der Bildungsstandards im Land Brandenburg (also spätestens ab 2017) eingesetzt worden sind, erfüllen diese Vorgaben bereits.

Aus den AHR-Standards und KMK-Beschlüssen resultierende notwendige Anpassungen der Abituraufgaben	Hinweis
Der Schwerpunkt der zu erbringenden Prüfungsleistungen liegt im Anforderungsbereich II.	✓
Darüber hinaus sind die Anforderungsbereiche I und III zu berücksichtigen.	✓
Im Prüfungsfach auf grundlegendem Anforderungsniveau sind die Anforderungsbereiche I und II stärker zu akzentuieren.	erst ab 2021
Im Prüfungsfach auf erhöhtem Anforderungsniveau sind die Anforderungsbereiche II und III stärker zu akzentuieren.	✓
Die Prüfungsaufgabe muss aus dem Unterricht in der Qualifikationsphase erwachsen sein und darf sich nicht nur auf ein Schulhalbjahr beschränken.	✓
Eine Bewertung mit „gut“ (11 Punkte) setzt voraus, dass annähernd vier Fünftel der Gesamtleistung erbracht worden sind, wobei Leistungen in allen drei Anforderungsbereichen erbracht worden sein müssen. Eine Bewertung mit „ausreichend“ (05 Punkte) setzt voraus, dass über den Anforderungsbereich I hinaus auch Leistungen in einem weiteren Anforderungsbereich und annähernd die Hälfte der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind.	✓
Die Prüfungsaufgabe für die schriftliche Prüfung hat mehrere unabhängig voneinander bearbeitbare Aufgaben. Jede Aufgabe kann in	✓

Teilaufgaben gegliedert sein, die jedoch nicht beziehungslos nebeneinanderstehen sollen. Eine Ausnahme hiervon bilden „hilfsmittelfreie“ Aufgaben.	
Der Umfang des hilfsmittelfreien Teils darf jedoch ein Drittel der gesamten Prüfungsaufgabe nicht überschreiten.	✓
Die Prüfungsaufgabe bezieht sich auf mindestens zwei der in den Bildungsstandards genannten mathematischen Sachgebiete Analysis, Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik.	✓
Mindestens ein Drittel der Anforderungen muss sich auf Analysis beziehen.	✓
Keines der beiden anderen Sachgebiete (Stochastik/Analytische Geometrie) wird über mehrere Jahre von den Prüfungsaufgaben ausgeschlossen.	✓
Auf ein ausgewogenes Verhältnis zwischen formalen und anwendungsbezogenen (innermathematischen oder realitätsnahen) Prüfungsanforderungen ist zu achten.	✓
Die Prüfungsaufgabe ist so zu gestalten, dass mehrere Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen berücksichtigt werden.	✓
Die unter https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/dokumente/mathematik genannten Operatoren werden in den Aufgaben des Abituraufgabenpools der jeweiligen Erläuterung entsprechend verwendet. Sie können durch Zusätze (z. B. „rechnerisch“ oder „grafisch“) konkretisiert werden. Zugelassene Hilfsmittel dürfen zur Bearbeitung verwendet werden, sofern dem kein entsprechender Zusatz entgegensteht. (siehe auch Fachbrief Nr.1)	✓

Folgende weitere Anpassungen an die Struktur des gemeinsamen Aufgabenpools der Länder und den damit verbundenen Aufgabenformaten werden schrittweise bis zum **Prüfungsjahr 2021** erfolgen.

Notwendige Anpassungen an die Struktur des gemeinsamen Aufgabenpools der Länder	auf erhöhtem Niveau	auf grundlegendem Niveau
	Umsetzung ab dem Prüfungsjahr	
Verwendung von Hilfsmitteln	2017/2021	2021
Struktur der Aufgaben	2020-2021	2021
• Struktur der hilfsmittelfreien Aufgaben	2019	2021
• Struktur der Aufgaben des Prüfungsteils B	2020-2021	2021
Zuordnung von Bewertungseinheiten, Anforderungsbereichen und Kompetenzen	sukzessive ab 2019	2021
Schreibweisen	2021	2021
Gestaltung des Erwartungshorizontes	2021	2021

Diese genannten notwendigen Schritte werden im Folgenden näher erläutert.

2.2 Hinweise zur Verwendung von Hilfsmitteln

Für das Land Brandenburg werden wie bisher Abituraufgaben für das Fach Mathematik der folgenden Arten entwickelt:

- Aufgaben, für deren Bearbeitung eine Verwendung von Hilfsmitteln nicht vorgesehen ist;
- Aufgaben, für deren Bearbeitung als digitales Hilfsmittel ein einfacher wissenschaftlicher Taschenrechner (WTR) vorgesehen ist;
- Aufgaben, für deren Bearbeitung als digitales Hilfsmittel ein Computeralgebrasystem (CAS) vorgesehen ist.

Entsprechend der Verwendung von CAS bzw. WTR im Unterricht erhalten die Schulen die zum gewählten Hilfsmittel passenden Aufgaben. Hilfsmittelfreie Aufgaben sind für alle Prüflinge des entsprechenden Niveaus (erhöht bzw. grundlegend ab 2021) gleich, unabhängig vom im Unterricht eingesetzten Rechner.

Im Folgenden werden – geordnet nach Sachgebieten – Funktionen eines Taschenrechners genannt, die für die Bearbeitung der Aufgaben des gemeinsamen Aufgabenpools der Länder und damit auch für Abituraufgaben der Länder Berlin und Brandenburg nicht vorgesehen

sind, sowie Funktionen, die hinsichtlich der Funktionalität des WTR vorausgesetzt werden; dabei wird jeweils darauf verzichtet, eine Funktion wiederholt zu nennen. Nicht vorgesehen ist die Verwendung von programmierbaren Taschenrechnern.

Nicht vorgesehen sind Funktionen

(Analysis)

eigens zum

- Umformen von Termen mit Variablen,
- Lösen von Gleichungen oder Gleichungssystemen,
- Differenzieren oder Integrieren,
- Berechnen von Werten einer Ableitungsfunktion oder eines Integrals,
- Darstellen von Graphen.

(Analytische Geometrie/Lineare Algebra)

eigens zum

- Rechnen mit Koordinaten (z. B. zum Aufstellen der Gleichung einer Ebene aus den Koordinaten dreier gegebener Punkte),
- Rechnen mit Vektoren (z. B. Bestimmen des Werts eines Skalarprodukts oder der Größe des Winkels zwischen zwei Vektoren),
- Rechnen mit Matrizen,
- Umformen von Matrizen (z. B. durch Zeilenoperationen),
- Bestimmen der Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen,
- grafischen Darstellen geometrischer Objekte (z. B. Geraden oder Ebenen).

(Stochastik)

eigens zum

- Berechnen von Werten eines Parameters einer Wahrscheinlichkeitsverteilung aus einem Wert dieser Verteilung und gegebenen Werten der weiteren zugehörigen Parameter.

Vorgesehen sind Funktionen

eigens zum

- Berechnen von einzelnen und kumulierten Werten der Binomialverteilung sowie von Werten der Normalverteilung verfügt.

Verfügt der verwendete WTR nicht über Funktionen eigens zum Berechnen von einzelnen und kumulierten Werten der Binomialverteilung sowie von Werten der Normalverteilung, so wird vorausgesetzt, dass die fehlenden Funktionen durch Bereitstellen geeigneter Tabellen ersetzt werden.

Der Einsatz von Tabellen schränkt die Auswahl von Poolaufgaben für Brandenburg stark ein, da in den Formelsammlungen nur häufig vorkommende Werte für n und p zu finden sind. Zu einem zurzeit noch nicht festgelegten Zeitpunkt wird die Verwendung eines im o.g. Sinne geeigneten WTR verpflichtend werden. Aus diesem Grund werden die Schulen aufgefordert, bereits bei der Wahl der einzuführenden Taschenrechner für die Schülerinnen und Schüler in Klasse 7 darauf zu achten, dass der Rechner über die geforderten Funktionen im Bereich Stochastik verfügt.

Wissenschaftliche Taschenrechner mit diesen zusätzlichen Funktionen sind z.B. TI-30 X-PlusMP oder CASIO FX 87 DE Plus. Diese Rechner erfüllen die oben genannten Vorgaben. Von weiteren Herstellern gibt es vergleichbare Geräte.

2.3 Struktur der Aufgaben

Die Struktur der Aufgaben des Abituraufgabenpools für das Fach Mathematik gliedert die Prüfungsaufgabe in zwei Teile. Im Prüfungsteil A ist eine Verwendung von Hilfsmitteln nicht vorgesehen, im Prüfungsteil B dürfen Hilfsmittel verwendet werden. Beide Prüfungsteile enthalten Aufgaben zu jedem der Sachgebiete Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik.

Erhöhtes Anforderungsniveau

Die insgesamt zu erreichenden 120 Bewertungseinheiten verteilen sich folgendermaßen auf die beiden Prüfungsteile und die drei Sachgebiete:

Sachgebiet	Prüfungsteil A (ohne Hilfsmittel)	Prüfungsteil B (mit Hilfsmitteln)
Analysis	30	40
Analytische Geometrie		25
Stochastik		25

Für den Prüfungsteil A ist eine Arbeitszeit von insgesamt 70 Minuten, für den Prüfungsteil B von insgesamt 200 Minuten vorgesehen. Da im Prüfungsteil B für die Schülerinnen und Schüler Aufgaben zur Wahl stehen, werden zusätzlich 30 Minuten Auswahlzeit gewährt.

Diese Struktur für das erhöhte Niveau wurde in Brandenburg bereits in der schriftlichen Abiturprüfung 2019 verwendet.

Grundlegendes Anforderungsniveau (ab 2021)

Die insgesamt zu erreichenden 100 Bewertungseinheiten verteilen sich folgendermaßen auf die beiden Prüfungsteile und die drei Sachgebiete:

Sachgebiet	Prüfungsteil A (ohne Hilfsmittel)	Prüfungsteil B (mit Hilfsmitteln)
Analysis	25	35
Analytische Geometrie		20
Stochastik		20

Für den Prüfungsteil A ist eine Arbeitszeit von insgesamt 60 Minuten, für den Prüfungsteil B von insgesamt 165 Minuten (zuzüglich 30 Minuten Auswahlzeit) vorgesehen.

Hinweise zum Prüfungsteil A – hilfsmittelfreie Aufgaben

Der Prüfungsteil A besteht aus mehreren nicht zusammenhängenden Aufgaben jeweils geringen Umfangs.

Bestandteil des Prüfungsteils A sind zwei Aufgabengruppen, die sich dadurch unterscheiden, dass die Aufgaben der Aufgabengruppe 1 den Anforderungsbereichen I und II zuzuordnen sind, während die Aufgaben der Aufgabengruppe 2 zumindest in einer

Das Beispiel 1 zeigt eine Aufgabe auf erhöhtem Niveau im Bereich Analysis der Aufgabengruppe 1. Von den 5 zu erreichenden Bewertungseinheiten sind die der Teilaufgabe a) dem Anforderungsbereich 2 zuzuordnen Bei der Teilaufgabe b) ist eine Bewertungseinheit im Anforderungsbereich I und eine im Anforderungsbereich II zu vergeben.

Beispiel 2 für eine hilfsmittelfreie Aufgabe der Aufgabengruppe 2 für das grundlegende Niveau (aus dem Prüfungsjahr 2019)

Aufgabe

	BE
Bei einem Spiel gewinnt man mit einer Wahrscheinlichkeit von 30% einen Zitronenbonbon und mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% einen Orangenbonbon. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man keinen Gewinn erzielt, beträgt 20%.	
a Eine Person nimmt zehnmal an dem Spiel teil. Geben Sie dazu ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term $\binom{10}{7} \cdot 0,8^7 \cdot 0,2^3$ berechnet werden kann.	1
b Eine andere Person gewinnt sechs Bonbons. Sie wählt zwei dieser Bonbons zufällig aus und verschenkt sie. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie einen Zitronenbonbon und einen Orangenbonbon verschenkt, beträgt $\frac{3}{5}$. Ermitteln Sie, wie viele Orangenbonbons diese Person gewonnen hat.	4
	5

Erwartungshorizont

	BE
a „Die Person gewinnt sieben Bonbons.“	1
b $\frac{6-k}{6} \cdot \frac{k}{5} + \frac{k}{6} \cdot \frac{6-k}{5} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow 6k - k^2 + 6k - k^2 = 18 \Leftrightarrow k^2 - 6k + 9 = 0 \Leftrightarrow (k - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow k = 3$	4
	5

Die Aufgabe 2 zeigt exemplarisch eine Aufgabe auf grundlegendem Niveau im Bereich Stochastik der Aufgabengruppe 2. Die Bewertungseinheit der Teilaufgabe a) ist dem Anforderungsbereich II zuzuordnen. Bei der Teilaufgabe b) ist eine Bewertungseinheit im Anforderungsbereich II und drei im Anforderungsbereich III zu vergeben.

Eine Prüfungsaufgabe zum erhöhten Anforderungsniveau enthält ab 2021 im Prüfungsteil A nach Möglichkeit vier Aufgaben der Aufgabengruppe 1 sowie zwei Aufgaben der Aufgabengruppe 2 – dabei zum Sachgebiet Analysis mindestens zwei Aufgaben und zu jedem der Sachgebiete Analytische Geometrie und Stochastik mindestens eine Aufgabe.²

Auf grundlegendem Anforderungsniveau enthält die Prüfungsaufgabe im Prüfungsteil A vier Aufgaben der Aufgabengruppe 1 sowie eine Aufgabe der Aufgabengruppe 2 – dabei zum Sachgebiet Analysis mindestens zwei Aufgaben und zu jedem der Sachgebiete Analytische Geometrie und Stochastik mindestens eine Aufgabe.

Weitere Aufgaben zum hilfsmittelfreien Aufgabenteil (die in den vergangenen Jahren in Abiturprüfungen verwendet worden sind) sind vom IQB veröffentlicht worden.³

Hinweise zum Prüfungsteil B

Für den Prüfungsteil B sind in der Abiturprüfung ab 2021 umfangreichere Aufgaben vorgesehen, die jeweils in inhaltlich zusammenhängende Teilaufgaben gegliedert sind. Dazu können auch Teilaufgaben gehören, bei deren Bearbeitung Hilfsmittel keine Rolle spielen oder keinen nennenswerten Vorteil bieten.

Die gesamte Prüfungsaufgabe wird sowohl auf grundlegendem als auch auf erhöhtem Niveau ab 2021 weiterhin in allen drei Sachgebieten (Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik) je zwei Aufgaben zur Wahl für die Schülerinnen und Schüler beinhalten.

Im Folgenden wird detaillierter an Beispielen erläutert, wo sich die Aufgaben des Prüfungsteils B des Pools von den bisher im Land Brandenburg eingesetzten Abituraufgaben unterscheiden und welche Änderungen sich ab dem Prüfungsjahr 2021 für die Abituraufgaben des Landes Brandenburg ergeben werden.

² Damit ist für vier von sechs Aufgaben das Sachgebiet festgelegt. Für die Zuordnung der verbleibenden zwei Aufgaben zu Sachgebieten gibt es keine einheitliche Festlegung.

³ <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik>

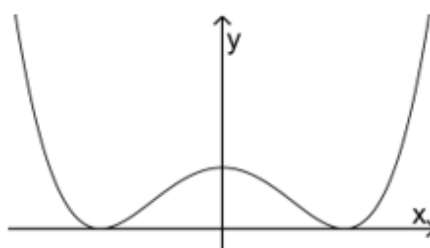
a) Umfang von Teilaufgaben

Die Abituraufgaben des Landes Brandenburg beinhalteten bisher Teilaufgaben, die mehrere Arbeitsaufträge enthalten und bei denen es auch möglich war, innerhalb einer Teilaufgabe Bewertungseinheiten in verschiedenen Anforderungsbereichen zuzuordnen.

Die Poolaufgaben enthalten in der Regel einen Arbeitsauftrag pro Teilaufgabe, der einem Anforderungsbereich zuzuordnen ist. Im Vergleich zu unseren landeseigenen Aufgaben ist die Anzahl der Teilaufgaben dadurch bedeutend höher. Der inhaltliche Umfang der gesamten Aufgabe erhöht sich dadurch jedoch nicht.

Verdeutlicht werden soll das am Beispiel des Teiles einer Aufgabe aus der Abiturprüfung des Landes Brandenburg 2019. Hierbei handelt es sich um eine Poolaufgabe, die unserer Struktur angepasst wurde. Ab 2021 ist eine solche Anpassung nicht mehr möglich. Daher wird die Struktur der in Brandenburg eingesetzten Aufgaben an die Struktur der Poolaufgaben angepasst.

Originalteil der Poolaufgabe:

	BE
<p>1 Für jeden Wert von $k \in \mathbb{R}^+$ ist eine in \mathbb{R} definierte Funktion $f_k : x \mapsto 8k \cdot (kx - 1)^2 \cdot (kx + 1)^2$ festgelegt. Der Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet.</p>	
<p>a Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte, die G_k mit den Koordinatenachsen gemeinsam hat.</p>	3
<p>b Skalieren Sie in der Abbildung 1 die beiden Achsen so, dass die gezeigte Kurve den Graphen G_1 darstellt.</p>	2
	Abb. 1
<p>c Beschreiben Sie, wie der Graph G_{2k} aus G_k hervorgeht.</p>	2
<p>d Begründen Sie, dass $f_k(x) = 8k \cdot (k^2x^2 - 1)^2$ gilt, und zeigen Sie, dass G_k symmetrisch bezüglich der y-Achse ist.</p>	3

Die entsprechende Teilaufgabe im der Abiturklausur für das erhöhte Niveau in Brandenburg im Jahr 2019

Aufgabe 2.2: Funktionenschar

1. Für jeden Wert von $k \in \mathbb{R}^+$ ist eine Funktion f_k durch $f_k(x) = 8k \cdot (kx - 1)^2 \cdot (kx + 1)^2$; $x \in \mathbb{R}$ festgelegt. Die Graphen von f_k werden mit G_k bezeichnet.

- a) Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte, die G_k mit den Koordinatenachsen gemeinsam haben.
 Skalieren Sie in der Abbildung 1 die beiden Achsen so, dass die gezeigte Kurve den Graphen $G_{0,25}$ darstellt.

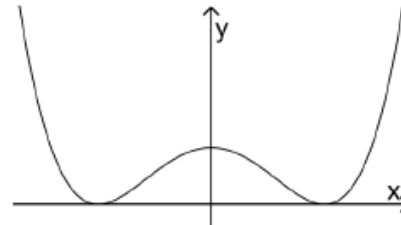


Abb. 1

- b) Beschreiben Sie, wie die Graphen G_{2k} aus G_k hervorgehen.
 Begründen Sie, dass $f_k(x) = 8k \cdot (k^2x^2 - 1)^2$ gilt, und zeigen Sie, dass G_k symmetrisch bezüglich der y-Achse sind.

Das Beispiel zeigt, dass die Anzahl der durch die Schülerinnen und Schüler zu bearbeitenden Arbeitsaufträge identisch ist, sich aber die Anzahl der Teilaufgaben erhöht.

b) Kontextwechsel innerhalb einer Aufgabe

Die schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik des Landes Brandenburg wird sich auch weiterhin, wie durch die AHR-Bildungsstandards gefordert, in einem ausgewogenen Verhältnis sowohl aus innermathematische als auch aus realitätsnahe Aufgabenteilen zusammensetzen. Innerhalb einer sachgebietsbezogenen Aufgabe fand bisher kaum ein Kontextwechsel statt.

Die Aufgaben des gemeinsamen Aufgabenpools der Länder schließen einen Kontextwechsel innerhalb einer Aufgabe nicht aus, wie der folgende Ausschnitt einer Analysisaufgabe auf erhöhtem Niveau aus dem Prüfungsjahr 2019 zeigt.

Die gesamte Beispielaufgabe hat einen Umfang von 50 Bewertungseinheiten. Als digitales Hilfsmittel ist ein Computer-Algebra-System vorgesehen.

Der erste Teil der Aufgabe thematisiert in den Teilaufgaben a) bis j), im Umfang von 34 Bewertungseinheiten den Abbau und später auch die Untersuchung des Aufnahme – und Abbauproganges eines koffeinhaltigen Getränks. Diese Vorgänge werden durch Exponentialfunktionen modelliert.

Ausschnitt aus dem ersten Teil der Aufgabe:

- 1** Trinkt man ein koffeinhaltiges Getränk (z. B. Kaffee, Cola, Energydrink), so wird darin enthaltenes Koffein vom Körper ins Blut aufgenommen und dort kontinuierlich wieder abgebaut. Im Folgenden werden der Aufnahmevorgang und der Abbauvorgang zunächst gesondert und erst anschließend gemeinsam untersucht.

Untersuchung des Abbauvorgangs

Zur gesonderten Untersuchung des Abbauvorgangs soll davon ausgegangen werden, dass die Aufnahme von Koffein ins Blut bereits abgeschlossen ist und die Konzentration des Koffeins im Blut innerhalb von jeweils 240 Minuten um die Hälfte abnimmt.

- a** Ermitteln Sie die Zeitdauer, innerhalb derer die Koffeinkonzentration um 75 % abnimmt.

- b** Unter diesen Voraussetzungen lässt sich die zeitliche Entwicklung der Koffeinkonzentration mithilfe einer in \mathbb{R} definierten Funktion $f : t \mapsto c \cdot e^{at}$ mit $a \in \mathbb{R}$ und $c \in \mathbb{R}^+$ beschreiben. Dabei ist $f(t)$ die Koffeinkonzentration in $\frac{\text{mg}}{\text{ml}}$ und t die Zeit in Minuten, die seit Beginn der Beobachtung dieser Konzentration vergangen ist. Begründen Sie, dass c die Koffeinkonzentration zu Beginn der Beobachtung angibt, und bestimmen Sie den passenden Wert von a .

Untersuchung des Aufnahmevorgangs

Berücksichtigt man nur den Aufnahmevorgang, lässt also den gleichzeitig erfolgenden Abbau von Koffein außer Acht, so kann die zeitliche Entwicklung der Koffeinkonzentration mithilfe einer in \mathbb{R} definierten Funktion $g : t \mapsto k \cdot (1 - e^{bt})$ mit $k \in \mathbb{R}^+$ und $b \in \mathbb{R}$ beschrieben werden. Dabei ist $g(t)$ die Koffeinkonzentration in $\frac{\text{mg}}{\text{ml}}$ und t die Zeit in Minuten, die seit Beginn der Beobachtung dieser Konzentration vergangen ist.

Im Folgenden soll angenommen werden, dass die Blutmenge konstant 5 Liter beträgt und insgesamt 100 mg Koffein ins Blut aufgenommen werden.

- c** Weisen Sie nach, dass $g'(t)$ proportional zur Differenz von k und $g(t)$ ist.
- d** Begründen Sie unter Berücksichtigung des Sachzusammenhangs, dass $b < 0$ gilt.
- e** Geben Sie die Bedeutung von k im Sachzusammenhang an und zeigen Sie, dass $k = 0,02$ gilt.

BE

2

3

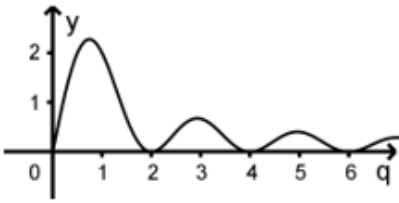
3

2

3

Nach dem Aufgabenteil j) wird im Umfang von 16 Bewertungseinheiten der Kontext gewechselt. Der Schwerpunkt liegt im zweiten Teil der Aufgabe auf einer Sinusfunktion, die innermathematisch untersucht wird.

Zweiter Teil der Aufgabe:

- 2 Betrachtet werden die in \mathbb{R} definierten Funktionen $f_q : x \mapsto \sin(q \cdot x)$ mit $q \in \mathbb{R}^+$.
- a Geben Sie zwei verschiedene Werte von q an, für die das Dreifache, aber nicht das Vierfache der kleinsten Periode von f_q kleiner als π ist. 3
 - b Bestimmen Sie den kleinsten Wert von q , für den $f_q(x) = f_q(x + \frac{\pi}{q})$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt. 2
 - c Geben Sie für $q = \pi$ zwei Möglichkeiten für die Werte von $a, b \in \mathbb{R}^+$ mit $a \neq b$ an, sodass jeweils $\int_a^b f_q(x) dx = 0$ gilt. 2
- Die Abbildung 3 zeigt den Graphen der in \mathbb{R}^+ definierten Funktion $w : q \mapsto \int_0^{\pi} f_q(x) dx$. Zwischen zwei aufeinanderfolgenden Nullstellen von w liegt jeweils genau ein Maximum.
- 
- Abb. 3
- d Geben Sie die Lösungen der Gleichung $w(q) = \frac{1}{2}$ an. 2
 - e Begründen Sie, dass die beiden folgenden Aussagen richtig sind: 4
 - I Zwei beliebige aufeinanderfolgende Nullstellen von w haben den Abstand 2.
 - II Es gilt $0 \leq w(q) \leq \frac{2}{q}$.
 - f Begründen Sie, dass die Gleichung $w(q) = r$ für jede positive reelle Zahl r entweder keine Lösung oder endlich viele Lösungen hat. 3

Kontextwechsel werden nicht in allen Aufgaben vorkommen. Ab dem Prüfungsjahr 2020 ist ein Wechsel des Kontextes auch in den Abituraufgaben des Landes Brandenburg möglich. Beispielaufgaben, wie sie auf der Seite des IQB unter <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur> zu finden sind, müssen daher im Unterricht thematisiert werden.

c) Zuordnung von Bewertungseinheiten, Kompetenzen und Anforderungsbereichen

Ab dem Prüfungsjahr 2021 werden, wie bei den Poolaufgaben, die zu erreichenden Bewertungseinheiten, sichtbar für die Schülerinnen und Schüler, neben jeder Teilaufgabe ausgewiesen, wie auch am Beispiel unter b) zu sehen ist.

Unter dem Erwartungshorizont werden sowohl auf grundlegendem als auch auf erhöhtem Niveau ab dem Prüfungsjahr 2021 die Anforderungsbereiche, Kompetenzen und zu erreichenden Bewertungseinheiten ausgewiesen.

Die folgende Tabelle zeigt dies am Beispiel des 2. Teiles der in b) thematisierten Beispielaufgabe aus dem gemeinsamen Aufgabenpool der Länder des Prüfungsjahres 2019.

Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
2a	3	II	II			II			X	
b	2	II	II			II			X	
c	2	II			I	II			X	
d	2				I			X		
e	4	III	II			II				X
f	3	III			II		III			X

Zu jeder Teilaufgabe werden die entsprechenden Bewertungseinheiten ausgewiesen. Ebenfalls jeder Teilaufgabe werden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen, insbesondere auch durch ihre jeweiligen Ausprägungen in den drei Anforderungsbereichen zugeordnet, die in dieser Teilaufgabe zu tragen kommen. Hierbei kann es möglich sein, dass bezüglich einer Teilaufgabe mehrere allgemeine mathematische Kompetenzen in unterschiedlichen Anforderungsbereichen zugeordnet wurden. In der oben eingefügten Tabelle ist dies ersichtlich bei den Teilaufgaben c), e) und f).

Der gesamte Anforderungsbereich der Teilaufgabe wird bestimmt durch den höchsten Anforderungsbereich, der in den allgemeinen mathematischen Kompetenzen der Teilaufgabe zu finden ist. Die Teilaufgabe e) ist beispielsweise zweimal bezüglich der Kompetenzen K2 und K5 in den Anforderungsbereich II und einmal bezüglich der Kompetenz K1 in den Anforderungsbereich III eingeordnet worden. Somit erfolgt insgesamt eine Einordnung in den Anforderungsbereich III.

Dies trifft nicht auf die Aufgaben des hilfsmittelfreien Teils zu. Hier ist es auch möglich, dass innerhalb einer Teilaufgabe mehr als ein Anforderungsbereich zugeordnet wird.

Die Ausprägung der drei Anforderungsbereiche innerhalb der sechs allgemeinen mathematischen Kompetenzen ist in den AHR-Bildungsstandards in untrennbarem Zusammenhang mit den fünf Leitideen zu finden.

d) Schreibweisen

Der Vergleich einzelner Lehrbücher zeigt, dass Schreibweisen und mathematische Bezeichnungen nicht einheitlich sind. Guter Mathematikunterricht zeichnet sich unter anderem auch dadurch aus, dass die Schülerinnen und Schüler in Vorbereitung auf ein Hochschulstudium verschiedene Schreibweisen, Darstellungen und Bezeichnungen kennenlernen und z. B. nicht scheitern, wenn plötzlich die Bezeichnung der Koordinatenachsen statt mit x , y und z mit x_1 , x_2 und x_3 bezeichnet werden.

Die Bezeichnungen in den Poolaufgaben entsprechen ebenfalls nicht immer unseren länder- oder schuleigenen Gepflogenheiten.

Bisher wurden bei der Entnahme von Poolaufgaben für die schriftliche Abiturprüfung der Länder Berlin und Brandenburg die Bezeichnungen modifiziert.

In Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler auf die Abiturprüfung im Prüfungsjahr 2021 ist es wichtig, anhand der Beispielaufgaben und der eingesetzten Prüfungsaufgaben der Jahre 2017 bis 2019 des IQB verschiedene Schreibweisen zu thematisieren.

e) Gestaltung des Erwartungshorizontes

Es wird im Erwartungshorizont weiterhin darauf hingewiesen, dass nicht dargestellte korrekte Lösungen als gleichwertig zu akzeptieren sind.

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar.

Er wird für alle Arbeitsaufträge jeweils dem zugehörigen Operator gerecht. Wie im folgenden Beispiel eines Teiles des Erwartungshorizontes einer Prüfungsaufgabe auf grundlegendem Niveau im Bereich Stochastik aus dem Prüfungsjahr 2019 zu sehen ist, erfolgt die Darstellung der möglichen Lösung kürzer, als die Lehrkräfte der Länder Berlin und Brandenburg es bisher gewohnt sind.

	BE
a X: Anzahl der ausgewählten Erwachsenen, die einen Führerschein besitzen $200 \cdot 0,8 = 160$, $5\% \cdot 160 = 8$ $P_{0,8}^{200}(152 \leq X \leq 168) \approx 86,8\%$	4
b $P_{0,8}^{209}(X > 160) \approx 87,57\%$, $P_{0,8}^{210}(X > 160) \approx 90,04\%$ Es müssten mindestens 210 Erwachsene ausgewählt werden.	4
c $13879 - 2482 - 8870 = 2527$	2
d $P_A(B) = \frac{11104-8870}{2482} \approx 90,0\%$, $P(B) = \frac{11104}{13879} \approx 80,0\%$ Die Ereignisse A und B sind nicht stochastisch unabhängig, d. h. der Anteil derjenigen, die die Prüfung bestehen, ist in den beiden betrachteten Altersgruppen unterschiedlich groß.	5
e $q + (1-q) \cdot \frac{q}{2} = \frac{9}{10} \Leftrightarrow 5q^2 - 15q + 9 = 0 \Leftrightarrow q = \frac{15 \pm \sqrt{45}}{10}$ Mit $q \leq 1$ ergibt sich $q \approx 82,9\%$.	5
	20

Weitere Hinweise:

Ein Einsatz von Aufgaben aus dem gemeinsamen Aufgabenpool der Länder ist in allen Teilen der Prüfungsaufgabe möglich.

Zur Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler wird empfohlen, auch folgende Materialien zu nutzen:

- die Abituraufgaben des Landes Brandenburg für die Jahre 2017, 2018, 2019
- die Beispielaufgaben aus der Aufgabensammlung zur Orientierung des IQB (<https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik>)
- die Aufgaben des IQB für den Aufgabenpool für das Jahr 2017 <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/pools2017/mathematik>
- die Aufgaben des IQB für den Aufgabenpool für das Jahr 2018 <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/pools2018/mathematik>
- die Aufgaben des IQB für den Aufgabenpool für das Jahr 2019 <https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/pools2019/mathematik>

3 Hinweise zu Fortbildungsveranstaltungen

Die BUSS-Berater/innen der vier Schulamtsbereiche bieten ganzjährig Fortbildungsveranstaltungen zu relevanten Themen an. Zu diesen können Sie sich über die TIS-Datenbank anmelden. Bitte beachten Sie, dass die Nachfrage für bestimmte Themen manchmal sehr hoch sein kann. Melden Sie sich deshalb bitte rechtzeitig an.

Nachdem in den letzten Jahren schwerpunktmäßig Veranstaltungen zum neuen Rahmenlehrplan 1-10 und zum Rahmenlehrplan der Gymnasialen Oberstufe stattfanden, sind für das kommende Schuljahr auch Veranstaltungen zur Implementation der Aufgabenformate des gemeinsamen Aufgabenpools der Länder und der damit verbundenen Vorbereitung auf die schriftlichen Abiturprüfungen im Fach Mathematik auf grundlegendem und erhöhtem Niveau ab 2021 geplant.

Der Fachtag für Mathematik und Physik in Luckenwalde wird wieder am ersten Ferientag der Sommerferien (25.06.2020) stattfinden.

Im Bereich Stochastik wird die im vergangenen Schuljahr begonnene Fortbildungsreihe fortgesetzt, die in Zusammenarbeit mit der Abteilung „Sekundarstufe II“ des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) – Standort Universität Paderborn und dem LISUM entwickelt wurde.

Weiterhin aufmerksam machen möchte ich Sie auf die 17.Jahrestagung des Landesverbandes der MNU in Berlin am 20. und 21.08.2019.

Das Programm kann unter: <https://mnu-bb.de/Tagungen/2019/> eingesehen werden. Hier ist auch die Anmeldung möglich. Diese Tagung ist als Fortbildungsveranstaltung anerkannt.

Ebenfalls in Zusammenarbeit mit dem MNU startet im kommenden Schuljahr eine Fortbildungsreihe zu Geogebra. Von der Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie in Berlin wurde die Handreichung „Geogebra – die dynamische Mathematiksoftware; Anregungen für das Arbeiten im Unterricht der Sek II“ herausgegeben⁴, die von Dr. Ulrich Döring verfasst wurde. Eine Handreichung zum Einsatz von Geogebra in der Sek I ist in Vorbereitung.

⁴ <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/unterricht/faecher/mathematik-naturwissenschaften/mathematik/unterrichtsmaterialien-und-fachthemen/2-materialien-zu-den-themen-in-der-sekundarstufe-ii/sekundarstufe-ii/>