Abschlussprüfung
an der Berufsoberschule im Schuljahr 2015/2016

Fach	**Mathematik (A)**
Nur für die Lehrkraft	
Prüfungstag	9. Mai 2016
Prüfungszeit	09:00 – 13:00 Uhr
Zugelassene Hilfsmittel	Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmierteil, kein CAS-Rechner, Handbuch/Gebrauchsanleitung muss vorliegen, Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch (siehe Aufgabendeckblatt)
Allgemeine und spezielle Arbeitshinweise	Beachten Sie bitte das Schülerdeckblatt.
Erwartungs-horizonte	Die Beschreibungen der erwarteten Leistungen enthalten keine vollständigen Lösungen, sondern nur kurze Angaben. Hier nicht genannte, aber gleichwertige Lösungswege sind gleichberechtigt. Die aufgeführten Lösungswege zeigen immer nur eine Variante auf. Für andere Lösungswege oder Lösungsansätze, die schlüssig dargestellt werden und zu richtigen Zwischen- oder Endergebnissen führen, sind die vorgesehenen Bewertungseinheiten (BE) entsprechend zu vergeben. Wird jedoch der im Erwartungshorizont dargestellte Lösungsweg vom Prüfling verwendet, so sind die BE in der angegebenen Weise aufzuteilen. Damit die Möglichkeit besteht, den eigenen didaktischen Aspekten bei der Bewertung genug Raum zu geben, werden in der Regel die BE nicht kleinschrittig zugeordnet. Die Summe der BE pro Teilaufgabe ist verbindlich. Sind Zwischenergebnisse nicht korrekt ermittelt worden und die sich auf diesen Zwischenergebnissen aufbauenden weiteren Lösungswege schlüssig und nicht mit neuen Fehlern versehen, so sind die BE entsprechend zu erteilen (Folgefehler). Dieses Vorgehen ist nicht anzuwenden, wenn eine offensichtlich nicht sinnvolle Lösung unkommentiert bleibt oder der Lösungsweg durch den Fehler erheblich einfacher geworden ist. Die Verwendung von entsprechenden Operatoren in den Aufgabenstellungen erfordert vom Prüfling schriftliche Erläuterungen seiner Überlegungen. Bei der Bewertung dieser Erläuterungen, auf deren Darstellung im Erwartungshorizont weitgehend verzichtet wird, kann die Lehrkraft ihren pädagogischen Spielraum nutzen und sich an ihrer bisherigen Unterrichtspraxis orientieren. Im Erwartungshorizont wird teilweise auf formale mathematische Vollständigkeit verzichtet, wenn diese vom Schüler in der Regel nicht unbedingt zu erwarten ist.

Aufgabe Nr.	**Soll**
1	34
2	33
3 oder 4	33
Summe:	100

1 Exponentialfunktionen /34

Lässt man einen „coffee-to-go"-Becher mit heißem Kaffee eine Zeit lang stehen, dann kühlt sich der Kaffee bis auf die Umgebungstemperatur (in diesem Beispiel 21°C) ab.

Die Temperatur T verändert sich nach folgender Gleichung:

$T(t) = 59 \cdot e^{-0{,}13t} + 21$.

Zeit: t in min; Kaffeetemperatur: T in °C

Abbildung: coffee-to-go-Becher

1.1 Bestimmen Sie die Anfangstemperatur des Kaffees. **/2**

1.2 Ergänzen Sie die Wertetabelle. **/7**

t	5	10	15	20	25	30
$T(t)$		37,1			23,3	

Zeichnen Sie mit Hilfe aller berechneten Ergebnisse den Graphen von T im Intervall $0 \le t \le 30$. Verwenden Sie das Koordinatensystem auf der folgenden Seite. Beschriften Sie die Koordinatenachsen.

1.3 Unterhalb der Temperatur von 45°C besteht nicht mehr die Gefahr des Verbrühens. Berechnen Sie den Zeitpunkt, ab dem man den Kaffee ohne Verbrühungsgefahr trinken kann. **/4**

1.4 Bestimmen Sie die Abkühlungsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 0$. Berechnen Sie den Zeitpunkt, in dem die Abkühlungsgeschwindigkeit halb so groß ist wie für $t = 0$. **/7**

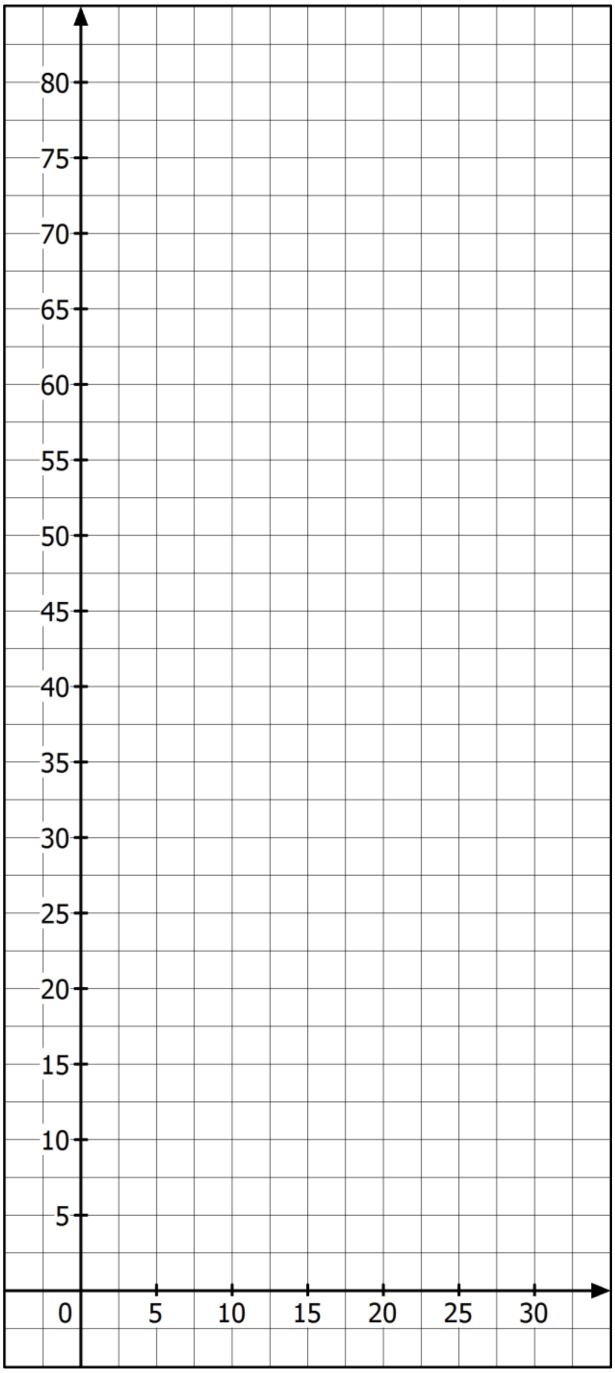
1.5 Zeigen Sie, dass die Funktion T die Gleichung $T'(t) = -0{,}13 \cdot (T(t) - 21)$ erfüllt. **/4**

1.6 In einem schlechter isolierten Becher wird bei sonst unveränderten Bedingungen schon nach genau 3 Minuten die Temperatur von 45°C erreicht. **/5**
Die zugehörige Funktionsgleichung lautet $T_2(t) = 59 \cdot e^{-k \cdot t} + 21$.
Bestimmen Sie den Abkühlungskoeffizient k für diesen Kaffeebecher.

1.7 Tee wird in einem anderen (sehr gut isolierten) Becher verkauft. Wenn ein solcher Becher Tee in einem Raum mit 21°C steht, ergibt sich für die Abkühlungsgeschwindigkeit folgender Ausdruck: $T_3'(t) = -0{,}69 \cdot e^{-0{,}01t}$. **/5**
Ermitteln Sie die zugehörige Abkühlungsfunktion T_3 und die Anfangstemperatur.

Fortsetzung auf der nächsten Seite →

Koordinatensystem zu Aufgabe 1.2:



2 Gebrochenrationale Funktionen /33

Gegeben ist die rationale Funktion *f* mit der Gleichung $f(x)=\dfrac{x^2-1}{2x^2-4}$.

Der Graph der Funktion ist G_f.

2.1 Geben Sie den maximalen Definitionsbereich der Funktion *f* an. **/5**
Bestimmen Sie die Art der Definitionslücken der Funktion *f* und untersuchen Sie das Verhalten von G_f in der Umgebung dieser Stellen.

2.2 Weisen Sie nach, dass der Graph von *f* achsensymmetrisch zur *y*-Achse ist. **/4**
Berechnen Sie die Nullstellen von *f*.

2.3 Berechnen Sie Art und Lage des Extrempunktes von G_f. **/7**

[Zur Kontrolle: $f'(x)=\dfrac{-4x}{(2x^2-4)^2}$]

2.4 Zeigen Sie, dass G_f keine Wendepunkte besitzt. **/2**

2.5 Bestimmen Sie die Gleichung der Asymptoten der Funktion *f*. **/2**

2.6 Ergänzen Sie die Wertetabelle. **/6**

x	– 4	– 3	– 2	0,5	2	4
$f(x)$	0,54		0,75			

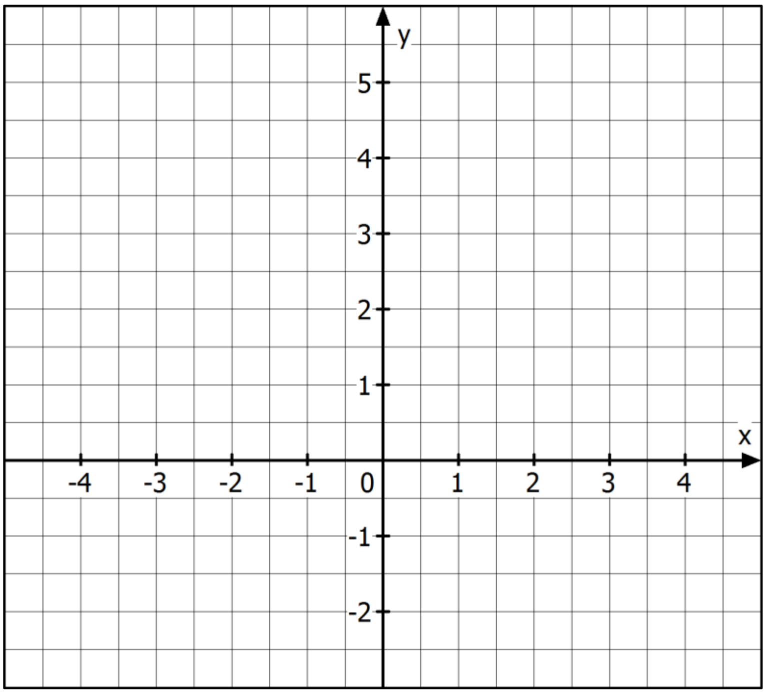
Zeichnen Sie unter Verwendung Ihrer berechneten Ergebnisse G_f und die Asymptote im Intervall $-4 \le x \le 4$ in das Koordinatensystem auf der folgenden Seite ein.

2.7 Gegeben ist eine weitere Funktion *g* mit der Gleichung $g(x)=x^2+\dfrac{1}{4}$. **/7**

Die Graphen der Funktionen *f* und *g* haben drei Punkte gemeinsam.
Berechnen Sie die Schnittstellen.
Untersuchen Sie, welche der gemeinsamen Punkte Berührpunkte sind.

Fortsetzung auf der nächsten Seite →

Koordinatensystem zu Aufgabe 2.6:



3 Analytische Geometrie /33

Gegeben ist eine Gerade g mit der Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}; r \in \mathbb{R}$.

3.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte S_{xy}, S_{xz} und S_{yz} der Geraden g mit den drei Koordinatenebenen. **/5**
Zeichnen Sie die Gerade in das vorgegebene Koordinatensystem (siehe nächste Seite).
[Zur Kontrolle: $S_{xz}(-1|0|2)$, $S_{yz}(0|1|1)$]

3.2 Berechnen Sie den Winkel α, unter dem die Gerade g die x-y-Ebene schneidet. **/5**

3.3 Die drei Punkte S_{xz}, S_{yz} und der Koordinatenursprung O bilden ein Dreieck. **/5**
Weisen Sie nach, dass dieses Dreieck rechtwinklig ist.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks

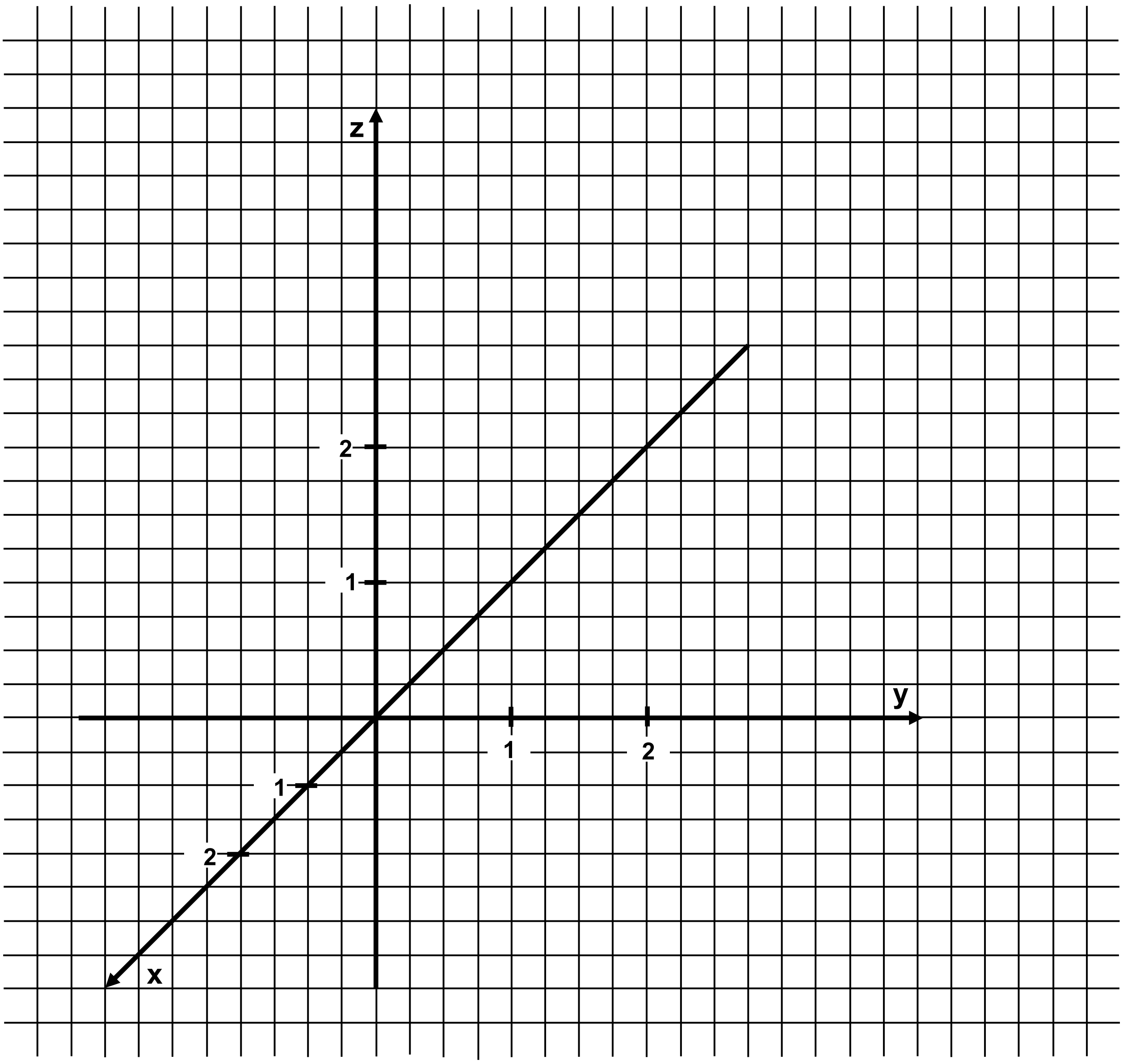
3.4 Bestimmen Sie die Gleichung einer Geraden, die orthogonal zur Dreiecksfläche verläuft. **/4**

3.5 Geben Sie eine Gleichung der Ebene E_1 in Parameter- und in Koordinatenform an, in der das Dreieck $S_{xz}\,S_{yz}\,O$ liegt. **/5**
[Mögliches Ergebnis für E_1 in Koordinatenform: $E_1: -2x + y - z = 0$]

3.6 Die Ebene E_1 wird von einer zweiten **/9**
Ebene mit $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + m \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + n \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}; m, n \in \mathbb{R}$ geschnitten.
Berechnen Sie die Schnittgerade.

Fortsetzung auf der nächsten Seite →

Koordinatensystem zu Aufgabe 3.1:



4 Wahrscheinlichkeitsrechnung /33

Bei der Fernsehshow „Telelotto – 5 aus 35“ wurden 5 Zahlen aus dem Bereich 1 bis 35 ohne Zurücklegen gezogen. Auf einem Tippschein hatten die Zuschauer zuvor 5 Zahlen durch Ankreuzen ausgewählt.

4.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse. **/3**
E_1: Die erste gezogene Zahl ist durch 5 teilbar.
E_2: Die erste gezogene Zahl ist eine Primzahl.

4.2 Berechnen Sie die Anzahl der Möglichkeiten, 5 Zahlen zu tippen. **/3**
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit einem Tipp 5 Richtige getippt zu haben.

4.3 Beim „Telelotto“ gab es für Tipps mit 3 Richtigen einen Kleingewinn. **/3**
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, genau 3 Richtige getippt zu haben.

Viele Menschen tippen häufig Geburtsdaten von sich oder nahen Verwandten, z. B. den Tag oder den Monat.
In einer Umfrage unter 1037 „Telelotto“-Spielern gaben 219 Männer an, regelmäßig Geburtsdaten zu verwenden. Bei den Frauen waren es 453. Es nahmen 397 Männer an der Umfrage teil.

4.4 Stellen Sie diese Situation in einer Vierfeldertafel dar. **/4**
Wählen Sie geeignete Bezeichnungen für die Ereignisse.

4.5 Berechnen Sie, ob die Verwendung von Geburtsdaten stochastisch abhängig vom Geschlecht der befragten Person war. **/4**

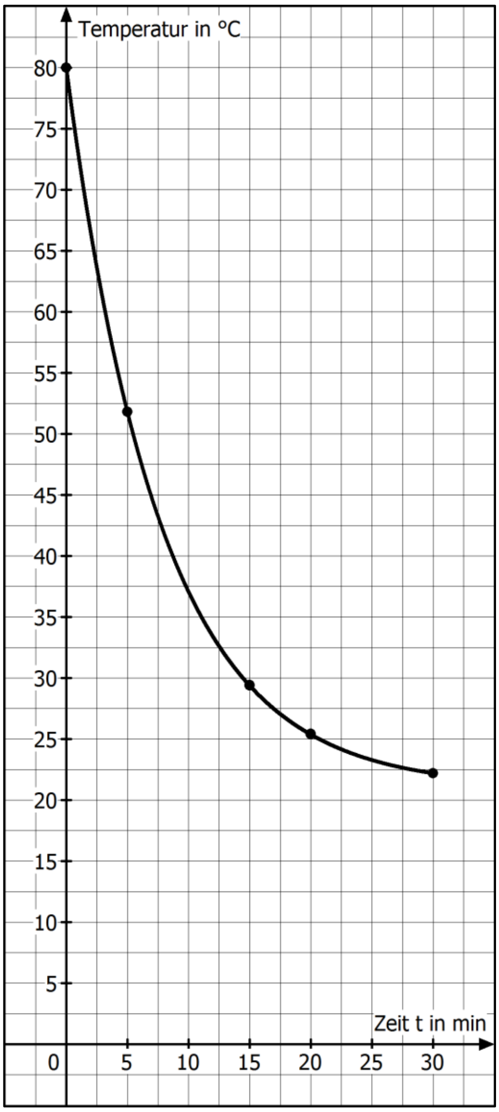
Clara tippt immer die 13. Eine Ziehung von 5 Zahlen, bei der die 13 vorkommt, nennt sie einen Treffer.

4.6 Zeigen Sie, dass die Trefferwahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{7}$ beträgt. **/4**

4.7 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Clara bei 20 Ziehungen genau 3 Treffer erzielt. **/3**

4.8 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Clara bei 20 Ziehungen mindestens 3, aber weniger als 6 Treffer erzielt. **/4**

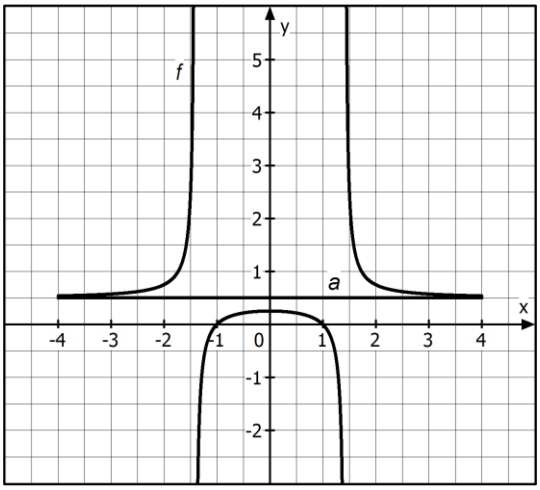
4.9 Berechnen Sie, wie viel Ziehungen man mindestens durchführen muss, damit Clara mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % mindestens einen Treffer erzielt. **/5**

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>1.1</td><td>$T(0)=59\cdot e^{-0{,}13\cdot 0}+21$
$=59\cdot 1+21$
$=80$
Die Anfangstemperatur betrug 80°C.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.2</td><td>
<table>
<tr><td>t</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td></tr>
<tr><td>T(t)</td><td>51,8</td><td>37,1</td><td>29,4</td><td>25,4</td><td>23,3</td><td>22,2</td></tr>
</table>


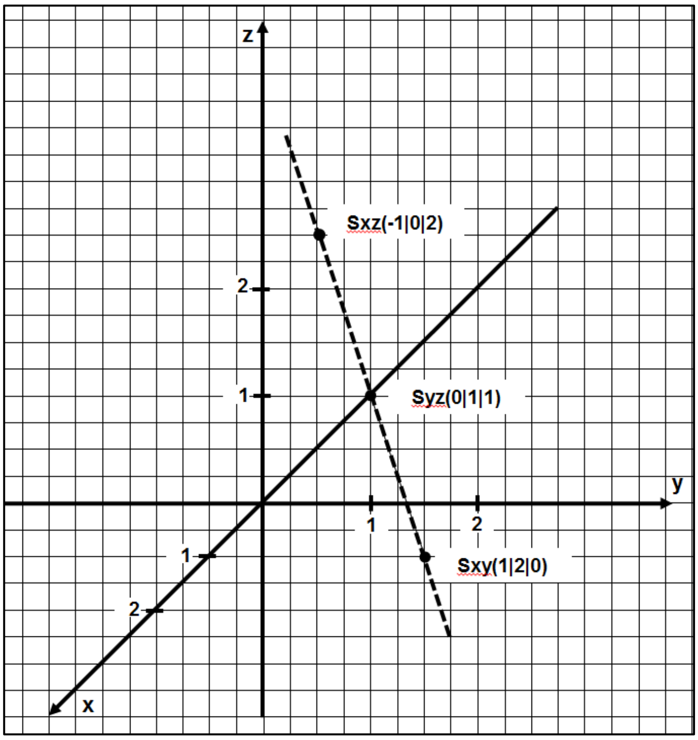
Beschriften der Koordinatenachsen</td><td>2
5</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Teilaufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB I	BE/AB II	BE/AB III
1.3	$T(t)=59\cdot \mathrm{e}^{-0{,}13\cdot t}+21=45$ $59\cdot \mathrm{e}^{-0{,}13\cdot t}+21=45$ $59\cdot \mathrm{e}^{-0{,}13\cdot t}=24$ $\mathrm{e}^{-0{,}13\cdot t}=0{,}4068$ $-0{,}13\cdot t=-0{,}8995$ $t=6{,}9191$ Man muss ca. 7 Minuten warten.		4	
1.4	$T(t)=59\cdot \mathrm{e}^{-0{,}13t}+21$ $T'(t)=-7{,}67\cdot \mathrm{e}^{-0{,}13t}$; $T'(0)=-7{,}67$ Zum Zeitpunkt $t=0$ kühlt der Kaffee um 7,67°C pro Minute ab. $T'(t)=\frac{1}{2}T'(0)$ $-7{,}67\cdot \mathrm{e}^{-0{,}13t}=-3{,}835$ $\mathrm{e}^{-0{,}13t}=\frac{1}{2}$; $t\approx 5{,}33$ Nach etwa 5,3 Minuten ist die Abkühlungsgeschwindigkeit nur halb so groß wie zur Zeit $t=0$.		3 4	
1.5	Einsetzen der Terme von $T(t)$ und $T'(t)$ in die Abkühlungsfunktion: $-7{,}69\cdot \mathrm{e}^{-0{,}13t}=-0{,}13\cdot(59\cdot \mathrm{e}^{-0{,}13t}+21-21)$ $-7{,}69\cdot \mathrm{e}^{-0{,}13t}=-7{,}67\cdot \mathrm{e}^{-0{,}13t}$ Nachweis für die Gültigkeit der Aussage ist erbracht.		4	
1.6	$59\cdot \mathrm{e}^{-k\cdot 3}+21=45$ $\mathrm{e}^{-k\cdot 3}=\frac{24}{59}$ $-3k=\ln\frac{24}{59}$; $k=\ln\frac{24}{59}\approx 0{,}3$		5	
1.7	$T_3(t)=\int A_2(t)\mathrm{d}t=\int(-0{,}69\cdot \mathrm{e}^{-0{,}01t})\mathrm{d}t$ $=\frac{-0{,}69}{-0{,}01}\mathrm{e}^{-0{,}01t}+C$ $=69\cdot \mathrm{e}^{-0{,}01t}+C$ Weil T_3 für große Zeiten gegen die Umgebungstemperatur strebt, muss $C=21$ sein. $T_3(t)=69\cdot \mathrm{e}^{-0{,}01t}+21$ $T_3(0)=69\cdot \mathrm{e}^{-0{,}01\cdot 0}+21=90$ Die gesuchte Anfangstemperatur beträgt 90°C.			5
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	9	20	5
	Summe der BE		34	

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
2.1	x ist eine Definitionslücke, wenn $N(x)=0$ gilt. $2x^2-4=0$ $x_{1/2}=\pm\sqrt{2}\approx\pm 1{,}41$ $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\sqrt{2}\,;\sqrt{2}\right\}$ Untersuchung der Umgebung durch Testeinsetzungen: $f(-1{,}42)=31$ $f(-1{,}40)=-12$ $f(1{,}40)=-12$ $f(1{,}42)=31$ Zählerpolynom überprüfen: $x_{1/2}^2-1\neq 0$ $x_1=\sqrt{2}$ ist eine Polstelle mit Vorzeichenwechsel „$-\to+$“. $x_2=-\sqrt{2}$ ist eine Polstelle mit Vorzeichenwechsel „$+\to-$“.	5		
2.2	Achsensymmetrie zur y-Achse: $f(-x)=\dfrac{x^2-1}{2x^2-4}=f(x)$		2	
	x_N ist eine Nullstelle $\Leftrightarrow f(x_N)=0$ $\dfrac{x^2-1}{2x^2-4}=0 \quad\Leftrightarrow\quad x^2-1=0 \quad\Leftrightarrow\quad x_{3/4}=\pm 1$	2		
2.3	Bestimmung der ersten beiden Ableitungen $f'(x)=\dfrac{2x\cdot\left(2x^2-4\right)-(x^2-1)\cdot 4x}{(2x^2-4)^2}$ $=\dfrac{4x^3-8x-4x^3+4x}{(2x^2-4)^2}$ $=\dfrac{-4x}{(2x^2-4)^2}$ $f''(x)=\dfrac{-4\cdot\left(2x^2-4\right)^2+4x\cdot 2(2x^2-4)\cdot 4x}{(2x^2-4)^4}$ $=\dfrac{-4\cdot\left(2x^2-4\right)+4x\cdot 2\cdot 4x}{(2x^2-4)^3}$ $=\dfrac{-8x^2+16+32x^2}{(2x^2-4)^3}$ $=\dfrac{24x^2+16}{(2x^2-4)^3}$		4	
	Berechnen des Extrempunktes: $f'(x)=0\Leftrightarrow -4x=0\Leftrightarrow x_5=0$ $f''(0)=-0{,}25<0$ $f(0)=0{,}25 \qquad \Rightarrow H(0\,\vert\,0{,}25)$		3	

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>2.4</td><td>Am Wendepunkt müsste gelten:
$f''(x)=0$
$\frac{24x^2+16}{(2x^2-4)^2}=0$
$24x^2+16=0$ hat keine Lösung.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>2.5</td><td>Da bei der Funktion f Zählergrad und Nennergrad gleich sind, kann die Asymptote an den Koeffizienten der höchsten Potenz abgelesen werden.
Die Gleichung der Asymptote lautet also: $a(x)=\frac{1}{2}$.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>2.6</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>- 4</td><td>- 3</td><td>- 2</td><td>0,5</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>0,54</td><td>0,57</td><td>0,75</td><td>0,21</td><td>0,75</td><td>0,54</td></tr>
</table>


</td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>2.7</td><td>Berechnen der Schnittstellen:
$x^2+\frac{1}{4}=\frac{x^2-1}{2x^2-4} \quad \Big|\cdot(2x^2-4)$
$\left(x^2+\frac{1}{4}\right)(2x^2-4)=x^2-1$
$2x^4-4{,}5x^2=0$
$x^2(2x^2-4{,}5)=0$
$x_{6/7}=0 \quad x_{8/9}=\pm1{,}5$
Untersuchung der Steigungen:
$g'(0)=f'(0)=0 \Leftrightarrow$ Berührpunkt
$g'(1{,}5)=3; f'(1{,}5)=-24 \Leftrightarrow$ einfacher Schnittpunkt, wegen der Symmetrie auch bei $x=-1{,}5$.</td><td></td><td></td><td>7</td></tr>
<tr><td></td><td>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</td><td>9</td><td>17</td><td>7</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe der BE</td><td colspan="3">33</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>3.1</td><td>x-y-Ebene: $z = 0$ für $r = 0$
$\vec{x}_{xy} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$; $S_{xy}(1|2|0)$
x-z-Ebene: $y = 0$ für $r = 2$
$\vec{x}_{xz} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$; $S_{xz}(-1|0|2)$
y-z-Ebene: $x = 0$ für $r = 1$
$\vec{x}_{yz} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $S_{yz}(0|1|1)$


Einzeichnen der Gerade</td><td>

2</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>3.2</td><td>Berechnung des Winkels zwischen dem Normalenvektor und dem Richtungsvektor der Geraden.
$\alpha' = \arccos \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}}{\left|\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right| \left|\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right|} = \arccos \frac{1}{1 \cdot \sqrt{3}} = 54{,}74°$
$\alpha = 90° - 54{,}74° = 35{,}26°$.</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
</table>

Teilaufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB I	BE/AB II	BE/AB III
3.3	$\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=0$; also $\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}\perp\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$ Das Dreieck ist rechtwinklig. $\lvert\vec{x}_{xz}-\vec{x}_{yz}\rvert=\left\lvert\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\right\rvert=\left\lvert\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}\right\rvert=\sqrt{3}$ $\lvert\vec{x}_{yz}\rvert=\left\lvert\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\right\rvert=\sqrt{2}$ $A=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\approx 1{,}22$ FE		5	
3.4	Ein Normalenvektor der Dreiecksfläche ist z.B. $\vec{n}=\overrightarrow{OS}_{xz}\times\overrightarrow{OS}_{yz}=\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\1\\-1\end{pmatrix}$ Gerade: $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}-2\\1\\-1\end{pmatrix}$	4		
3.5	Eine Parameterform $E_1:\vec{x}=\overrightarrow{OO}+r\overrightarrow{OS}_{xz}+s\overrightarrow{OS}_{yz}$ E_1: $\vec{x}=\vec{0}+r\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$ Ein Normalenvektor von E_1 ist $\vec{n}=\overrightarrow{OS}_{xz}\times\overrightarrow{OS}_{yz}=\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\1\\-1\end{pmatrix}$, also gilt $E_1:-2x+y-z=d$ $O(0\,\vert\,0\,\vert\,0)$ liegt in E_1, also ist $d=0$.		5	

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB I	BE/AB II	BE/AB III
3.6	Aus der Ebene E_2 lassen sich 3 Gleichungen ablesen: $x = 1 - 2m + 4n$; $y = 2 + m - n$; $z = 3 + 3m + 2n$ Einsetzen der 3 Terme in die Koordinatenform der Ebene E_1 $-2(1-2m+4n)+(2+m-n)-(3+3m+2n)=0$ $-2+4m-8n+2+m-n-3-3m-2n=0$ $-3+2m-11n=0$ $m=\frac{11n+3}{2}$; $n=\frac{-3+2m}{11}$ $\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}+m\begin{pmatrix}-2\\1\\3\end{pmatrix}+\frac{-3+2m}{11}\begin{pmatrix}4\\-1\\2\end{pmatrix}$ $x=1-2m-\frac{12}{11}+\frac{8}{11}m=-\frac{1}{11}-\frac{14}{11}m$ $y=2+m+\frac{3}{11}-\frac{2}{11}m=\frac{25}{11}+\frac{9}{11}m$ $z=3+3m-\frac{6}{11}+\frac{4}{11}m=\frac{27}{11}+\frac{37}{11}m$ Schnittgerade: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{11}\\\frac{25}{11}\\\frac{27}{11}\end{pmatrix}+m\begin{pmatrix}-\frac{14}{11}\\\frac{9}{11}\\\frac{37}{11}\end{pmatrix}$		3	6
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	6	21	6
	Summe der BE		33	

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>4.1</td><td>

$P(E) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ereignisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ereignisse}}$

$P(E_1) = \frac{7}{35} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

$P(E_2) = \frac{11}{35} \approx 0{,}3143$

</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4.2</td><td>

Lotto → Ziehen ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

$\binom{35}{5} = 324.632$

$P(\text{"5 Richtige"}) = \frac{1}{324.632} \approx 0{,}0000031$

</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>4.3</td><td>

$P(\text{"genau 3 Richtige getippt"}) = \frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{30}{2}}{\binom{35}{5}} = \frac{10 \cdot 435}{324.632} \approx 0{,}0134$

</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>4.4</td><td>

M … Befragter ist ein Mann
G … Befragter tippt Geburtsdaten

	M	$\overline{M}$	$\sum$
G	219	453	**672**
$\overline{G}$	**178**	**187**	**365**
$\sum$	397	**640**	1037

</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4.5</td><td>

Die Ereignisse *A* und *B* sind stochastisch abhängig, wenn gilt:

$P(B) \neq P_A(B)$.

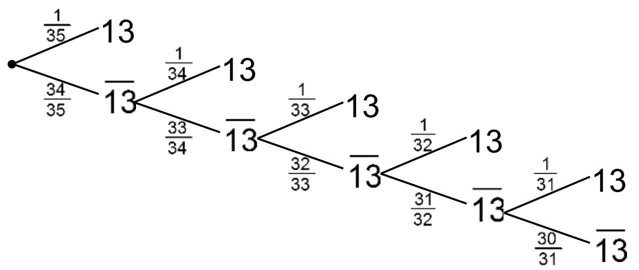
$P(G) = \frac{672}{1037} \approx 0{,}6480$

$P_M(G) = \frac{219}{397} \approx 0{,}5516$

Da beide Wahrscheinlichkeiten nicht gleich sind, ist die Verwendung von Geburtsdaten stochastisch abhängig vom Geschlecht der befragten Person.

</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>4.6</td><td>

z. B. mit Hilfe eines Baumes



$P(\text{"13 unter 5 Richtige"}) = 1 - P(\text{"13 nicht unter 5 Richtige"})$

$= 1 - \left(\frac{34}{35} \cdot \frac{33}{34} \cdot \frac{32}{33} \cdot \frac{31}{32} \cdot \frac{30}{31}\right)$

$= 1 - \frac{30}{35} = \frac{1}{7}$

</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
</table>

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
4.7	$n = 20 \qquad p = \frac{1}{7}$ $P(X=3) = \binom{20}{3} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^{17}$ $\approx 0{,}2418$	3		
4.8	$P(3 \le X < 6) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$ $\approx 0{,}2418 + 0{,}1713 + 0{,}0914$ $= 0{,}5054$		4	
4.9	E: Es gab mindestens eine Ziehung, unter deren 5 Richtigen die 13 war. $P(E) = P(X \ge 1) = 1 - P(X=0) \ge 0{,}99$ $P(X=0) \le 0{,}01$ $\left(\frac{6}{7}\right)^n \le 0{,}01$ $n \cdot \ln\frac{6}{7} \le \ln 0{,}01$ $n \ge \frac{\ln 0{,}01}{\ln \frac{6}{7}} \approx 29{,}87$ Man muss mindestens 30 Ziehungen durchführen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % mindestens einmal die 13 unter den fünf gezogenen Zahlen ist.			5
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	10	18	5
	Summe der BE	33		