Leitidee Zahlen und Operationen (G) – Diagnoseaufgaben zu Operationsvorstellungen

Aufgabe 1

a) • Zeige, dass $2^{-5} \cdot 2^{-3} = \frac{1}{2^8}$ gilt.

b) Für eine gesuchte Zahl a gilt: $a^4 = 4096$. Lina rechnet:

$$\begin{aligned} a^4 &= 4096 \quad | : 4 \\ a &= 1024 \end{aligned}$$

• Beschreibe den Fehler, den Lina hier macht.

_____

_____

_____

• Löse jetzt die Gleichung $a^4 = 4096$.

Aufgabe 2

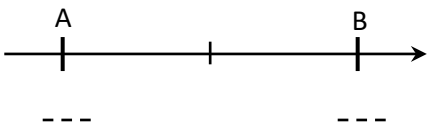
a) Welche Bedingung muss die natürliche Zahl a erfüllen, damit $\left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^a$ negativ wird?

• Begründe deine Antwort.

b) • Bestimme die Lösung der Gleichung $\sqrt[3]{x} + 2 = 7$. Stelle deinen Lösungsweg dar.

LISUM 2021, CC-BY-SA 4.0

c) Nebenstehend ist ein Abschnitt des Zahlenstrahls dargestellt.
Die Zahl $\sqrt{7}$ liegt zwischen zwei benachbarten natürlichen Zahlen.



- Trage diese zwei natürlichen Zahlen an den Stellen A und B ein.
- Erkläre, wie du diese gefunden hast.

- Kennzeichne die ungefähre Lage von $\sqrt{7}$ auf diesem Abschnitt.

Aufgabe 3

a) Eine Mikrobe ist etwa 10^{-3}-mal so groß wie ein Sandkorn.

Ein Sandkorn ist etwa _____-mal so groß wie eine Mikrobe.

- Bestimme, welcher Faktor den Satz zu einer wahren Aussage macht. Trage ihn ein.

b) $\boxed{\left(\sqrt{\mathbf{17}} - \sqrt{\mathbf{8}}\right)^{\mathbf{2}} = \ ?}$

Anne rechnet:

$$\begin{aligned}\left(\sqrt{17} - \sqrt{8}\right)^2 &= \sqrt{17}^2 - \sqrt{8}^2 \\ &= 17 - 8 \\ &= 9\end{aligned}$$

Berit rechnet:

$$\begin{aligned}\left(\sqrt{17} - \sqrt{8}\right)^2 &= \left(\sqrt{17 - 8}\right)^2 \\ &= \sqrt{9}^2 \\ &= 9\end{aligned}$$

Selina prüft die Rechnungen ihrer Freundinnen und stellt ohne Taschenrechner sofort fest, dass beide Rechnungen falsch sind. Anne und Berit wollen das nicht glauben.

- Schreibe auf, mit welchen Argumenten Selina die beiden überzeugen kann.

LISUM 2021, CC-BY-SA 4.0

Aufgabe 4

a) • Berechne: $2^{-5} : 2^{-3}$. Schreibe den Lösungsweg auf.

b) Dennis stellt fest: „Wenn ich von einer Zahl (z. B. 25) erst die Quadratwurzel bilde und dann das Ergebnis quadriere, kommt wieder dieselbe Zahl heraus.“

• Erkläre Dennis, warum das so ist.

• Dennis quadriert nun erst eine Zahl (z. B. 7) und bildet dann die Quadratwurzel vom Ergebnis. Zu welchem Ergebnis kommt Dennis? Begründe deine Aussage.

c) Berechne ohne Taschenrechner. Schreibe deinen Lösungsweg mit allen Schritten auf.

$$\boxed{\left(\sqrt{\mathbf{3}} + \mathbf{2}\right) \cdot \left(\sqrt{\mathbf{3}} - \mathbf{2}\right)}$$

d) Beim Rechnen stellt Elisa fest: $2^4 = 4^2$ und $2^{-4} = 4^{-2}$. Sie vermutet, dann gilt immer $a^b = b^a$.

• Hat Elisa mit ihrer Vermutung Recht? Begründe deine Aussage.

LISUM 2021, CC-BY-SA 4.0