

Darum geht es

„Tragfähige Strategien zur Lösung von Multiplikations- und Divisionsaufgaben nehmen Zahlen (und nicht Ziffern) in Gebrauch. Somit tragen sie zur Vertiefung von Zahl- und Operationsvorstellungen bei und ermöglichen es den Lernenden im Alltags- und Berufsleben, dass sie beim genauen und überschlagenden Rechnen auf Zahlbeziehungen und Operationseigenschaften zurückgreifen können.

Sind keine tragfähigen Rechenstrategien aufgebaut, so werden Zahlen häufig nur als Ziffernkombinationen betrachtet und können häufig nur mit Algorithmen verrechnet werden. Die negative Folge kann sein, dass auch in realitätsnahen Kontexten (z. B. beim Schätzen von Ergebnissen) keine Zahlvorstellungen aktiviert werden können“. (LISUM, 2019; Handbuch ILeA plus, S. 130)

Übersicht über die Förderaufgaben:

1. Multiplizieren zweistelliger Zahlen mithilfe des Punktefeldes
2. Multiplizieren zweistelliger Zahlen mit der Strategie „Stellenweise“
3. Darstellen der Multiplikation am Punktefeld und in der Tabelle
4. Lösen einer Multiplikationsaufgabe mit dem Malkreuz
5. Multiplizieren zweistelliger Zahlen mit der Strategie „Stellenweise“ im Malkreuz
6. Multiplizieren zweistelliger Zahlen mit der Strategie „Hilfsaufgabe“
7. Lösen einer Multiplikationsaufgabe mit der Strategie „Hilfsaufgabe“
8. Finden von Fehlern bei der Multiplikation mit der Strategie „Hilfsaufgabe“
9. Nutzen des Assoziativgesetzes bei der Multiplikation von Zehnerzahlen
10. Multiplizieren zweistelliger Zahlen mit der Strategie „Schrittweise“
11. Erkennen der Strategie „Vereinfachen“
12. Zuordnen von Multiplikationsaufgaben zu den jeweils vereinfachten Aufgaben
13. Lösen von Multiplikationsaufgaben mit der Strategie „Vereinfachen“
14. Nutzen der Analogie beim Dividieren
15. Nutzen der Vorstellung des Aufteilens beim Dividieren von Zehnerzahlen
16. Dividieren zweistelliger Zahlen mit der Strategie „Schrittweise“
17. Ergänzen von Teilschritten beim schrittweisen Dividieren
18. Lösen einer Divisionsaufgabe durch schrittweises Dividieren
19. Beschreiben des schrittweisen Dividierens und schrittweises Lösen von Aufgaben
20. Lösen einer Divisionsaufgabe mit der Umkehraufgabe
21. Lösen einer Divisionsaufgabe mit der Strategie „Hilfsaufgabe“
22. Dividieren mit der Strategie „Vereinfachen“
23. Erkennen und Beschreiben von Fehlern beim Dividieren
24. Anwenden verschiedener Strategien für die Multiplikation und Division

Material: 400er-Punktefeld

Ilja rechnet $13 \cdot 16$ am 400er-Punktefeld.

Er zerlegt die Aufgabe in vier Teilaufgaben.

- Lies die vier Teilaufgaben aus der Tabelle ab.
- Zeige die vier Aufgaben am Punktefeld.

•	10	6
10	100	60
3	30	18

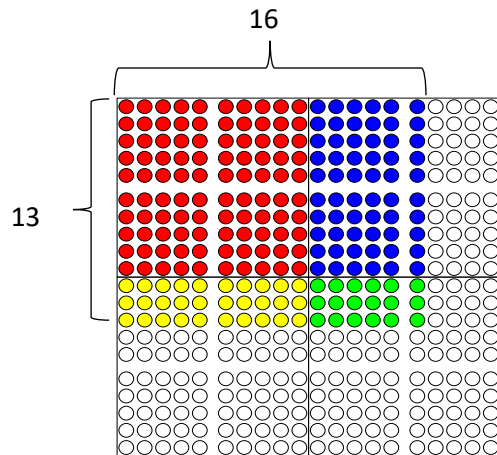
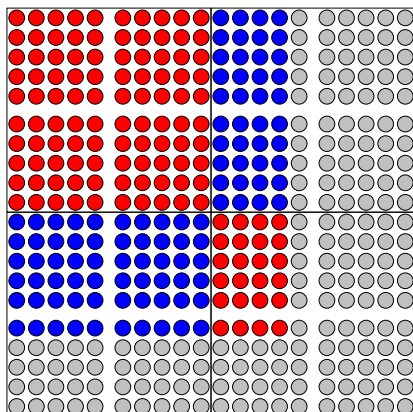


Bild 1: 400er Punktefeld, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Material: 400er-Punktefeld

- Welche Aufgabe ist im Punktefeld dargestellt?
- Zerlege jeden Faktor in Zehner und Einer. Trage in die Tabelle ein.
- Welche vier Teilaufgaben entstehen?
- Lies sie in der Tabelle ab und zeige sie am Punktefeld.

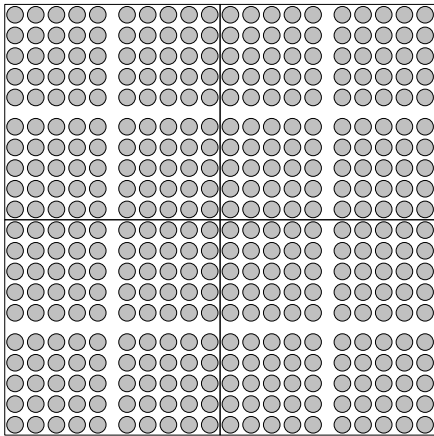


•	10	
10		

Bild 2: 400er Punktefeld, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Material: 400er-Punktefeld, Malwinkel

- Zeige die Aufgabe $12 \cdot 17$ mit dem Malwinkel am Punktefeld.
- Zerlege die Aufgabe in vier Teilaufgaben.
- Trage sie in die Tabelle ein.
- Zeige die vier Teilaufgaben am Punktefeld.

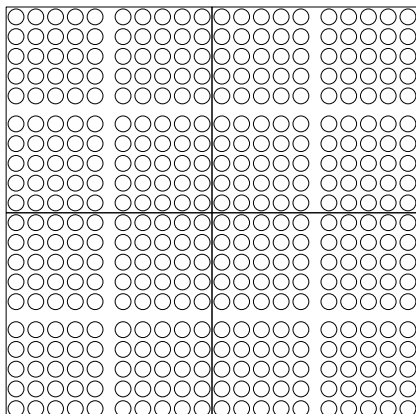


•		

Bild 3: 400er Punktefeld, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Material: 400er-Punktefeld, Malwinkel

- Zeige die Aufgabe $11 \cdot 14$ am Punktefeld.
- Zerlege die Aufgabe in vier Teilaufgaben. Trage sie in das Malkreuz ein.
- Wie kannst du die Aufgabe lösen? Beschreibe deinen Weg.



•			

+

+

--

Bild 4: 400er Punktefeld, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Zahlen und Operationen Niveaustufe C		Tragfähige Strategien und Rechenregeln zur Multiplikation und Division nutzen																														
Multiplizieren zweistelliger Zahlen mit der Strategie „Stellenweise“ im Malkreuz	5																															
<p>Material: 400er-Punktefeld, Vorlage für das Malkreuz</p> <ul style="list-style-type: none"> Löse die Aufgaben mit dem Malkreuz. <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin: 10px 0;"> $18 \cdot 13$ $14 \cdot 15$ $17 \cdot 12$ </div> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="width: 30px; height: 30px; text-align: center;">•</td> <td style="width: 30px; height: 30px;"></td> <td style="width: 30px; height: 30px;"></td> <td style="width: 30px; height: 30px;"></td> <td style="width: 30px; height: 30px;"></td> </tr> <tr> <td style="width: 30px; height: 30px;"></td> <td style="width: 30px; height: 30px;"></td> <td style="width: 30px; height: 30px;"></td> <td style="width: 30px; height: 30px;"></td> <td style="width: 30px; height: 30px;"></td> </tr> <tr> <td style="width: 30px; height: 30px;"></td> <td style="width: 30px; height: 30px;"></td> <td style="width: 30px; height: 30px;"></td> <td style="width: 30px; height: 30px;"></td> <td style="width: 30px; height: 30px;"></td> </tr> <tr> <td colspan="4"></td> <td style="text-align: center;">_____</td> </tr> <tr> <td colspan="4" style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">_____</td> </tr> <tr> <td colspan="4" style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">_____</td> </tr> </table> </div> <ul style="list-style-type: none"> Überprüfe dein Ergebnis am Punktefeld. 			•																			_____	+				_____	+				_____
•																																

+				_____																												
+				_____																												

Zahlen und Operationen Niveaustufe C		Tragfähige Strategien und Rechenregeln zur Multiplikation und Division nutzen
Multiplizieren zweistelliger Zahlen mit der Strategie „Hilfsaufgabe“	6	
<p>Material: 200er-Punktefeld, Malwinkel</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin: 10px 0;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> Luis rechnet die Aufgabe $9 \cdot 17$ mit der Hilfsaufgabe $10 \cdot 17$. </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> Dann verschiebt er den Malwinkel um eine Reihe nach oben. </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin: 10px 0;"> </div> <ul style="list-style-type: none"> Ergänze den fehlenden Rechenschritt. <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 150px;"> $\begin{array}{r} 9 \cdot 17 = \underline{\quad} \\ 10 \cdot 17 = 170 \\ 1 \cdot 17 = 17 \\ 170 - \underline{\quad} = \underline{\quad} \end{array}$ </div>		

Zahlen und Operationen Niveaustufe C	<div style="border: 2px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;"> MD </div>	Tragfähige Strategien und Rechenregeln zur Multiplikation und Division nutzen
Lösen einer Multiplikationsaufgabe mit der Strategie „Hilfsaufgabe“	7	
<p>Material: 400er- und 200er Punktefeld</p> <p>Tara rechnet:</p> $\begin{array}{r} 19 \cdot 25 = \\ 20 \cdot 25 = 500 \\ 1 \cdot 25 = 25 \\ 500 - 25 = 475 \end{array} \quad \rightarrow \quad 19 \cdot 25 = 475$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="width: 30%;"> <ul style="list-style-type: none"> Beschreibe den Rechenweg von Tara. Begründe, warum Tara so rechnen darf. </div> <div style="width: 30%;"> <ul style="list-style-type: none"> Rechne wie Tara. Zeige am Punktefeld deinen Rechenweg. </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> $15 \cdot 19 =$ $22 \cdot 18 =$ $45 \cdot 19 =$ </div>		

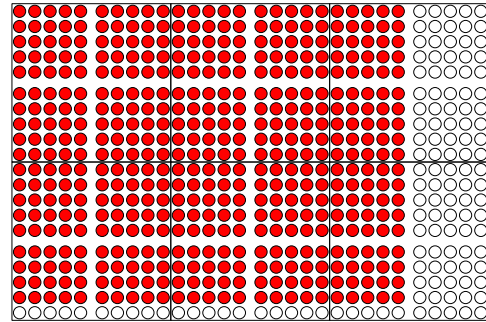


Bild 7: 600er Punktefeld, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Zahlen und Operationen Niveaustufe C	<div style="border: 2px solid black; border-radius: 50%; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;"> MD </div>	Tragfähige Strategien und Rechenregeln zur Multiplikation und Division nutzen
Finden von Fehlern bei der Multiplikation mit der Strategie „Hilfsaufgabe“	8	
<p>Material: 400er-Punktefeld, Malwinkel</p> <p>Tara rechnet die Aufgabe $14 \cdot 19$ mit einer Hilfsaufgabe.</p> $\begin{array}{r} 14 \cdot 19 = 261 \\ 14 \cdot 20 = 280 \\ 1 \cdot 19 = 19 \\ 280 - 19 = 261 \end{array}$ <p>An welcher Stelle hat sie einen Fehler gemacht?</p> <ul style="list-style-type: none"> Zeige die Hilfsaufgabe am Punktefeld. Beschreibe wie du den Malwinkel verschieben musst. Berichtige den Fehler. 		

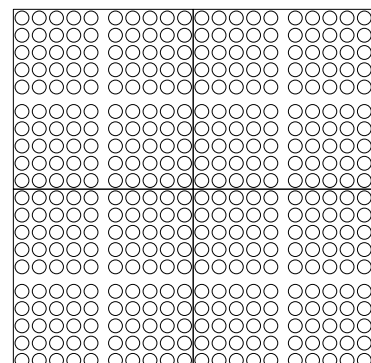


Bild 8: 400er Punktefeld, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com



Nutzen des Assoziativgesetzes bei der Multiplikation von Zehnerzahlen

9

Onur rechnet: $\underline{70 \cdot 60 = 7 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 10}$

$$7 \cdot 6 = 42$$

$$10 \cdot 10 = 100$$

$$42 \cdot 100 = 4200$$

- Beschreibe den Rechenweg von Onur. Erkläre, warum Onur so rechnen darf.
- Rechne wie Onur.

$50 \cdot 30 =$

$30 \cdot 70 =$

$90 \cdot 20 =$



Multiplizieren zweistelliger Zahlen mit der Strategie „Schrittweise“

10

Alina rechnet: $\underline{70 \cdot 61}$

$$70 \cdot 60 = 4200$$

$$70 \cdot 1 = 70 \quad \rightarrow \underline{70 \cdot 61} = 4270$$

- Beschreibe den Rechenweg von Alina. Welche Zahl wird hier zerlegt?
- Rechne wie Alina.

$50 \cdot 31 =$

$30 \cdot 72 =$

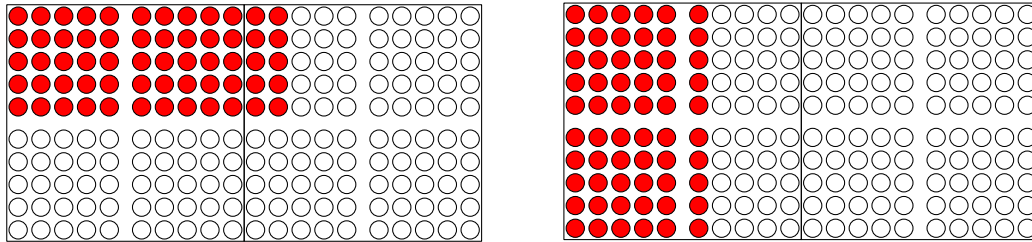
$90 \cdot 21 =$

Material: 200er-Punktefeld

Unten sind die Multiplikationsaufgaben $5 \cdot 12$ und $10 \cdot 6$ dargestellt.

- Zeige die Aufgaben an den jeweiligen Punktefeldern. Wo siehst du die einzelnen Faktoren?
- Schreibe die Ergebnisse auf.
- Was fällt dir auf? Beschreibe, wie die Faktoren verändert wurden.

$$\begin{matrix} \leftarrow & 5 \cdot 12 & \rightarrow \\ & 10 \cdot 6 & \end{matrix}$$



- Ergänze den Satz:
Die Multiplikationsaufgabe $5 \cdot 12$ kann ich vereinfachen, indem ich den ersten Faktor _____ und den zweiten Faktor _____. Das Ergebnis bleibt gleich.

Bild 9 und 10: 200er Punktefeld, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Gegensinniges Verändern einer Multiplikationsaufgabe bedeutet, dass man den einen Faktor mit einer Zahl multipliziert und den anderen Faktor durch dieselbe Zahl dividiert. Das Ergebnis der Aufgabe bleibt gleich.

Jede Aufgabe wurde durch gegensinniges Verändern vereinfacht.

- Welche beiden Aufgaben passen zusammen? Verbinde.
- Berechne das Ergebnis.

Aufgabe:

$50 \cdot 18$

$16 \cdot 5$

$15 \cdot 14$

$25 \cdot 24$

Veränderte Aufgabe:

$8 \cdot 10$

$30 \cdot 7$

$100 \cdot 6$

$100 \cdot 9$



Lösen von Multiplikationsaufgaben mit der Strategie „Vereinfachen“

13

- Löse die Aufgabe durch gegensinniges Verändern der Faktoren.

$$5 \cdot 18 =$$

$$24 \cdot 5 =$$

$$50 \cdot 8 =$$

$$16 \cdot 50 =$$

$$25 \cdot 32 =$$

$$15 \cdot 6 =$$



Nutzen der Analogie beim Dividieren

14

Osman rechnet:

$$\underline{560 : 7}$$

$$56 \cdot 10 : 7 = 56 : 7 \cdot 10$$

$$= 8 \cdot 10$$

$$= 80 \quad \rightarrow 560 : 7 = 80$$

- Beschreibe den Rechenweg von Osman.
- Rechne wie Osman.

$$240 : 3 =$$

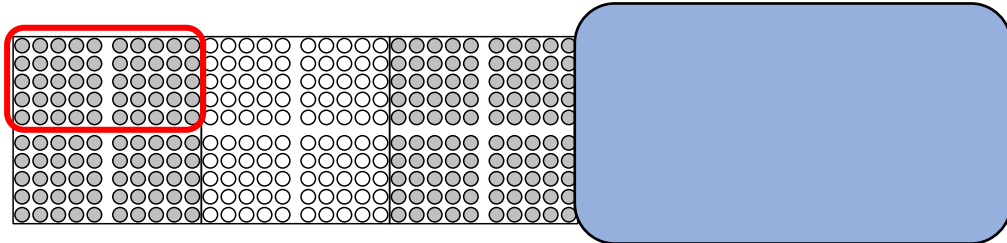
$$360 : 4 =$$

$$270 : 9 =$$

Die Aufgabe $300 : 50$ rechnet Leo so:

Er legt die Zahl 300 mit dem Tausenderpunktfeld und dem Abdeckstreifen.

Er überlegt: Wie oft passt 50 in 300?



- Kreise weiter ein und lies das Ergebnis ab.
- Löse die Aufgaben.

$$560 : 70$$

$$360 : 40$$

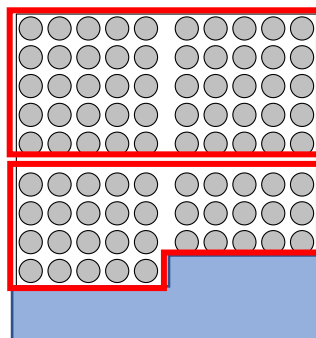
$$270 : 90$$

Bild 11: 300er Punktfeld, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Material: 100er-Punktfeld, Malwinkel

Lino rechnet $85 : 5$.

Er zerlegt die Aufgabe in zwei Teilaufgaben.



- Schreibe die Teilaufgaben passend zum Bild auf.

$$\underline{85} : 5 =$$

$$50 : \underline{\quad} =$$

$$\underline{\quad} : \underline{\quad} =$$

- Addiere die Teilergebnisse und nenne das Ergebnis von $85 : 5$.

Bild 12: 100er Punktfeld, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

- Löse die Aufgaben durch schrittweises dividieren.

$$\begin{array}{r} \underline{220 : 4} = \\ 200 : 4 = \\ \quad 20 : 4 = \\ \quad \underline{\quad} + \underline{\quad} = \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{618 : 6} = \\ 600 : 6 = \\ \quad 18 : 6 = \\ \quad \underline{\quad} + \underline{\quad} = \end{array}$$

- Löse die Aufgaben. Zerlege sie in Teilaufgaben.

$660 : 6 =$

$840 : 8$

$945 : 9 =$

$416 : 4 =$



Lösen einer Divisionsaufgabe mit der Strategie „Hilfsaufgabe“

21

Amina rechnet: $\underline{295 : 5}$
 $300 : 5 = 60$
 $5 : 5 = 1$
 $60 - 1 = 59 \quad \rightarrow \quad 295 : 5 = 59$

- Beschreibe den Rechenweg von Amina.
- Begründe, warum Amina so rechnen darf.
- Rechne wie Amina.

$297 : 3 =$

$686 : 7 =$

$576 : 6 =$



Dividieren mit der Strategie „Vereinfachen“

22

Onur rechnet: $\underline{105 : 15 = 7}$
 $210 : 30 = 7$

- Beschreibe, mit welcher Rechnung Onur die Aufgabe vereinfacht hat.

Multipliziere oder dividiere ich in einer Divisionsaufgabe die erste Zahl und die zweite Zahl mit derselben Zahl, dann bleibt das Ergebnis gleich.
 Die Aufgabe habe ich gleichsinnig verändert.

- Vereinfache jede Aufgabe.
Multipliziere oder dividiere dazu beide Zahlen der Divisionsaufgabe mit derselben Zahl.
- Löse die Aufgaben.

$135 : 15$

$180 : 45$

$245 : 35$



Erkennen und Beschreiben von Fehlern beim Dividieren

23

Gulian hat falsch gerechnet.

$$396 : 4 = 90$$

$$360 : 12 = 3$$

$$640 : 80 = 80$$

- Berichtige und beschreibe seinen Rechenweg.
- Vermute, welcher Rechenschritt zum falschen Ergebnis geführt hat.
- Rechne die Aufgaben.



Anwenden verschiedener Strategien für die Multiplikation und Division

24

Überlege zuerst, mit welcher Strategie du die Aufgaben gut lösen kannst.

- Löse die Aufgaben und beschreibe deinen Rechenweg.

$$42 \cdot 19$$

$$320 : 16$$

$$23 \cdot 15$$

$$720 : 30$$

$$136 : 8$$