

Darum geht es

„Die Durchführung von Addition und Subtraktion bei Brüchen (insbesondere in Dezimalschreibweise) ist unverzichtbarer Bestandteil der Kompetenzen zum Umgang mit diesen Zahlen. Die Strategien bei Zahlen in Bruchschreibweise unterscheiden sich deutlich zu denen natürlicher Zahlen, da vor der eigentlichen Addition und Subtraktion der Anteile in der Regel „Vorarbeiten“ nötig sind. Diese Vorarbeit besteht im Verfeinern der Anteile auf eine gemeinsame Unterteilung. Bei Dezimalbrüchen sind hingegen alle Strategien der natürlichen Zahlen (Schrittweise, Stellenweise, gleich-/gegenseitiges Verändern, Nutzen von Hilfsaufgaben) weiterhin tragfähig. Eine Schwierigkeit kann hier ein mangelhaft ausgebildetes Stellenwertverständnis darstellen. Sind keine tragfähigen Strategien zur Addition und Subtraktion aufgebaut, so besteht die Gefahr, dass die Zahlen nach unverständlichen Regeln und Tricks verknüpft werden. Hierdurch werden keine Grundvorstellungen zu den Zahlen und den Rechenzeichen aktiviert. Dies wirkt sich ungünstig auf Kompetenzen zum Interpretieren von Ergebnissen sowie zum Überschlagen und Schätzen aus.“ (LISUM (2019); Handbuch ILeA plus, S. 178)

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Beschreiben der Addition gleichnamiger Brüche am Bild
2. Addieren gleichnamiger Brüche mithilfe von Bruchstreifen
3. Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche nach Algorithmus
4. Addieren von Brüchen mit verschiedenen Nennern mithilfe der Streifentafel
5. Addieren von Brüchen durch Gleichnamigmachen an der Streifentafel
6. Addieren von Brüchen mithilfe der Streifentafel und Finden von Fehlern
7. Subtrahieren von gleichnamigen Brüchen am Bruchstreifen nach Algorithmus
8. Subtrahieren von Brüchen mit verschiedenen Nennern mithilfe der Streifentafel
9. Subtrahieren von Brüchen durch Gleichnamigmachen an der Streifentafel
10. Addieren von Brüchen nach Algorithmus und an der Streifentafel
11. Addieren von Brüchen mit verschiedenen Nennern nach Algorithmus
12. Subtrahieren von Brüchen mit verschiedenen Nennern nach Algorithmus
13. Finden von Fehlern beim Subtrahieren von Brüchen mit verschiedenen Nennern
14. Addieren von Dezimalzahlen mit Zehnteln am Zahlenstrahl
15. Addieren von Dezimalzahlen mit Hundertsteln am Zahlenstrahl
16. Subtrahieren von Dezimalzahlen mit Zehnteln am Zahlenstrahl
17. Subtrahieren von Dezimalzahlen mit Hundertsteln am Zahlenstrahl
18. Addieren von Dezimalzahlen mithilfe der Stellenwerttafel
19. Schriftliches Addieren von Dezimalzahlen
20. Subtrahieren von Dezimalzahlen
21. Finden von Fehlern beim Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen
22. Ergänzen von Dezimalzahlen zur 1
23. Sortieren von Additionsaufgaben mit Dezimalzahlen nach größer/kleiner 1
24. Sortieren von Additionsaufgaben mit gemeinen Brüchen nach größer/kleiner 1
25. Sortieren von Additionsaufgaben mit gemeinen Brüchen nach größer/kleiner ein Halbes
26. Sortieren von Subtraktionsaufgaben mit gemeinen Brüchen nach größer/kleiner 1 (a)
27. Sortieren von Subtraktionsaufgaben mit Dezimalzahlen nach größer/kleiner 1
28. Sortieren von Subtraktionsaufgaben mit Dezimalzahlen nach größer/kleiner ein Halbes
29. Sortieren von Subtraktionsaufgaben mit gemeinen Brüchen nach größer/kleiner 1 (b)
30. Sortieren von Subtraktionsaufgaben mit gemeinen Brüchen nach größer/kleiner ein Halbes

Beschreiben der Addition gleichnamiger Brüche am Bild

1

Von diesem Schokoriegel ist Ela 3 Stückchen und Joris 3 Stückchen.

Sie haben den ganzen Riegel gegessen.

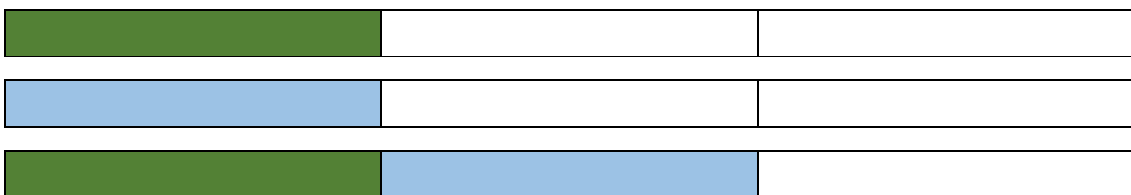


- Zeige an der Abbildung, dass die Rechnung $\frac{3}{6} + \frac{3}{6} = 1$ zu dieser Situation passt.

Addieren gleichnamiger Brüche mithilfe von Bruchstreifen

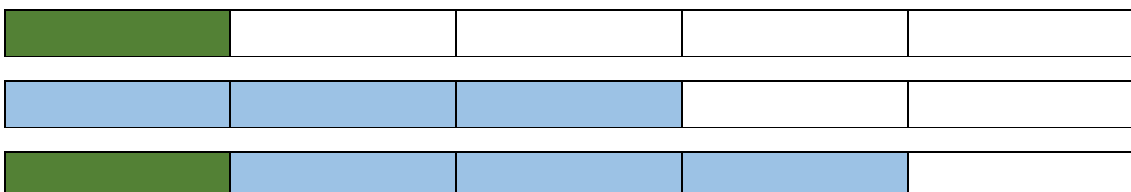
2

Die Aufgabe $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ wird an Bruchstreifen dargestellt.



- Erkläre das Ergebnis $\frac{2}{3}$ am Bild.

Nun wird die Aufgabe $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$ dargestellt.



- Erkläre auch diese Addition am Bild.

Sind die Nenner von zwei Brüchen gleich, so addiert (oder subtrahiert) man die Brüche, indem man die Zähler addiert (bzw. subtrahiert).
Der Nenner des Ergebnisses ist der gleiche Nenner wie bei beiden Summanden (bzw. wie bei Minuend und Subtrahend).

- Erkläre mithilfe des Zehnerbruchstreifens. Welche Additionsaufgabe ist dargestellt?

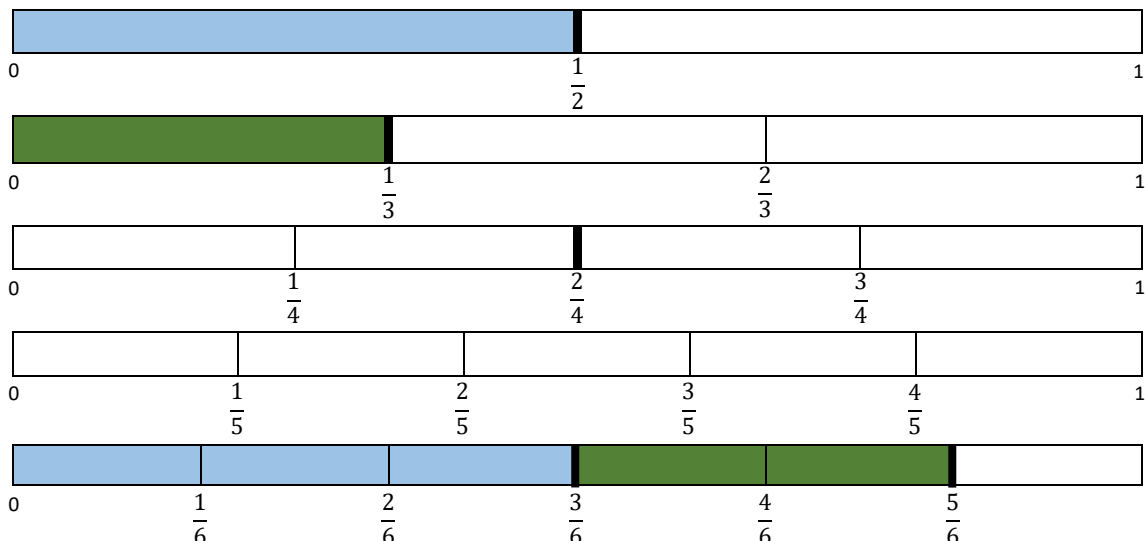


- Nenne ein weiteres Beispiel, das du an einem Bruchstreifen erklären kannst. Zeichne den Streifen und erkläre.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{\square}{\square}$ Tom löst die Aufgabe mithilfe der Streifentafel. Er sagt: „Das Ergebnis ist $\frac{5}{6}$.“

- Erkläre, wie er vorgegangen ist.
Warum hat er den Sechserbruchstreifen zum Rechnen benutzt?
Wie kommt er auf das Ergebnis $\frac{5}{6}$?

Die Streifentafel

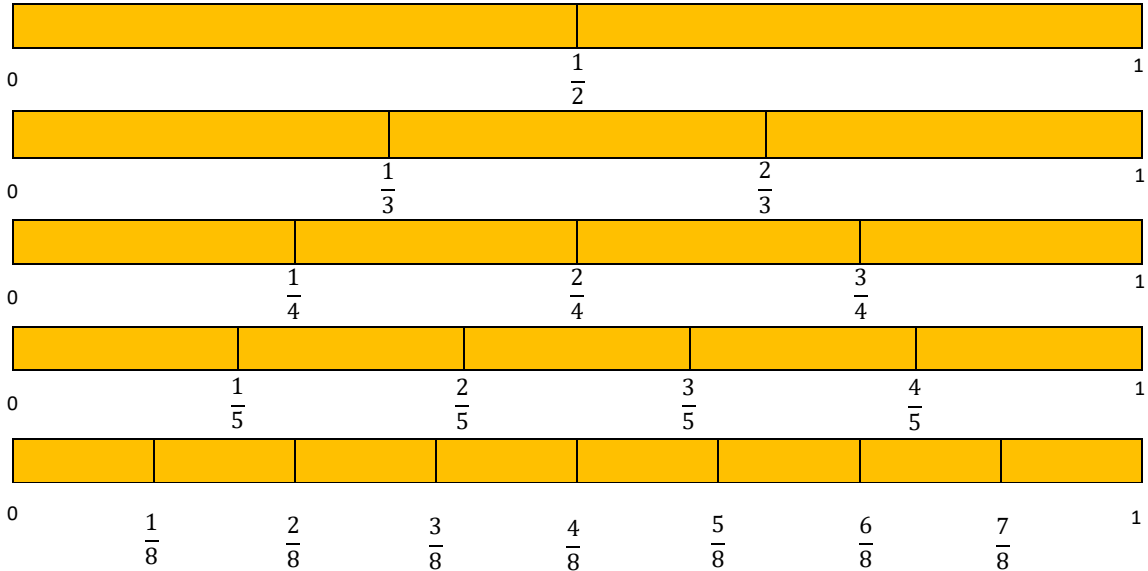


Addieren von Brüchen durch Gleichnamigmachen an der Streifentafel

5

- Zeige an der Streifentafel, wie du $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ lösen kannst. Was ist das Ergebnis?
- Erkläre, warum du die Aufgabe mit dem Vierer- oder mit dem Achterbruchstreifen lösen kannst.

Die Streifentafel



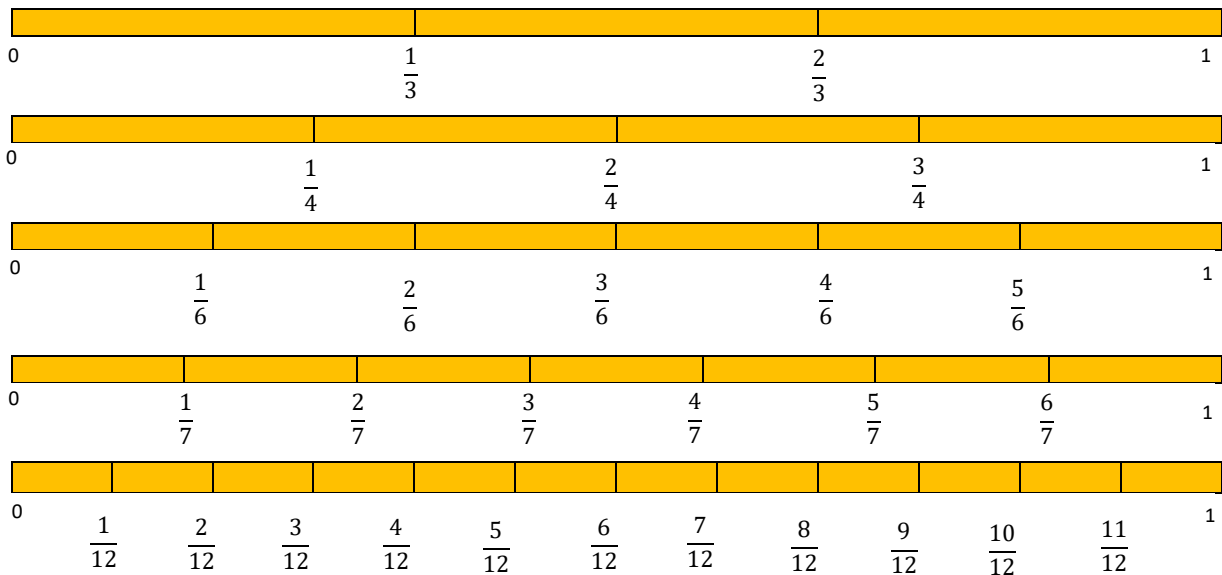
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Addieren von Brüchen mithilfe der Streifentafel und Finden von Fehlern

6

Mit welchem Bruchstreifen kannst du die Aufgabe $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ lösen?

- Zeige an der Streifentafel und bestimme das Ergebnis.
- Zeige, dass das Ergebnis $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2}{7}$ nicht stimmt.



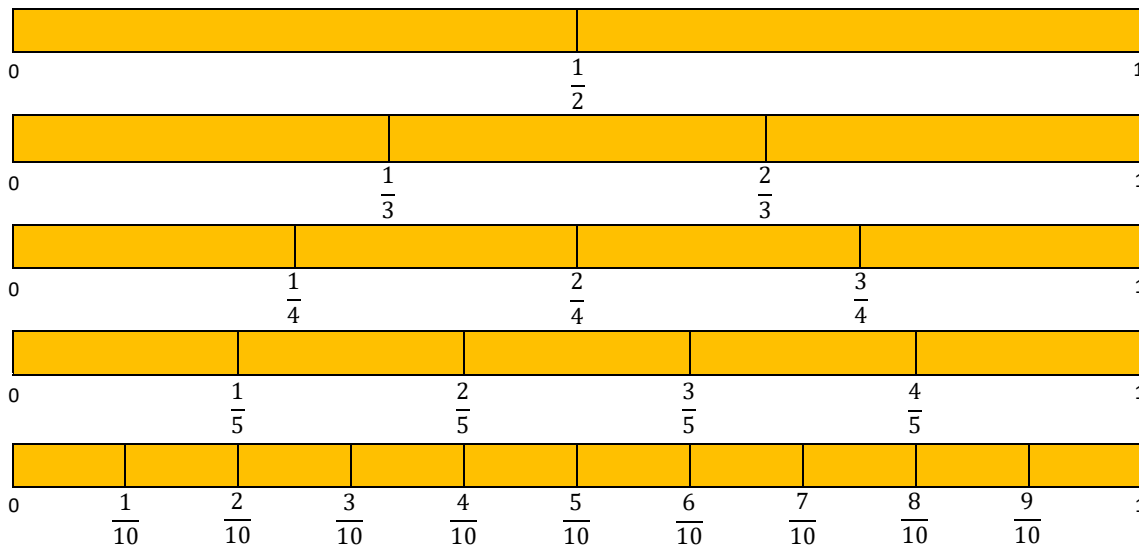
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Zahlen und Operationen Niveaustufe D		Tragfähige Strategien zur Addition und Subtraktion nutzen
Subtrahieren von gleichnamigen Brüchen am Bruchstreifen nach Algorithmus	7	
$\frac{12}{9} - \frac{5}{9} = \frac{\square}{\square}$ <p>Wie könnte man das rechnen?</p> <ul style="list-style-type: none"> Beschreibe. Zeige an den Streifen. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; display: flex; gap: 5px;"> <div style="width: 100%; height: 100%;"></div> </div> <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; display: flex; gap: 5px;"> <div style="width: 100%; height: 100%;"></div> </div> </div> <ul style="list-style-type: none"> Finde eine Rechenregel für die Subtraktion von gleichnamigen Brüchen. 		

Zahlen und Operationen Niveaustufe D		Tragfähige Strategien zur Addition und Subtraktion nutzen												
Subtrahieren von Brüchen mit verschiedenen Nennern mithilfe der Streifentafel	8													
<ul style="list-style-type: none"> Zeige an der Streifentafel, wie du $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$ lösen kannst. Nenne das Ergebnis. <div style="margin-top: 10px;"> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 15px; background-color: #ffc000;"></td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding: 5px 0 5px 10px;"> $\frac{3}{5}$ $\frac{1}{2}$ 1 </td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 15px; background-color: #ffc000;"></td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding: 5px 0 5px 10px;"> 0 $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ 1 </td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 15px; background-color: #ffc000;"></td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding: 5px 0 5px 10px;"> 0 $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$ 1 </td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 15px; background-color: #ffc000;"></td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding: 5px 0 5px 10px;"> 0 $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{5}$ 1 </td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 15px; background-color: #ffc000;"></td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding: 5px 0 5px 10px;"> 0 $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{5}{6}$ 1 </td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 15px; background-color: #ffc000;"></td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding: 5px 0 5px 10px;"> 0 $\frac{1}{8}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{7}{8}$ 1 </td> </tr> </table> </div>				$\frac{3}{5}$ $\frac{1}{2}$ 1		0 $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ 1		0 $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$ 1		0 $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{5}$ 1		0 $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{5}{6}$ 1		0 $\frac{1}{8}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{7}{8}$ 1
$\frac{3}{5}$ $\frac{1}{2}$ 1														
0 $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ 1														
0 $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$ 1														
0 $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{5}$ 1														
0 $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{5}{6}$ 1														
0 $\frac{1}{8}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{7}{8}$ 1														

- Zeige an der Streifentafel, dass das Ergebnis von $\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ nicht stimmt.
- Zeige das richtige Ergebnis an der Streifentafel.

Die Streifentafel



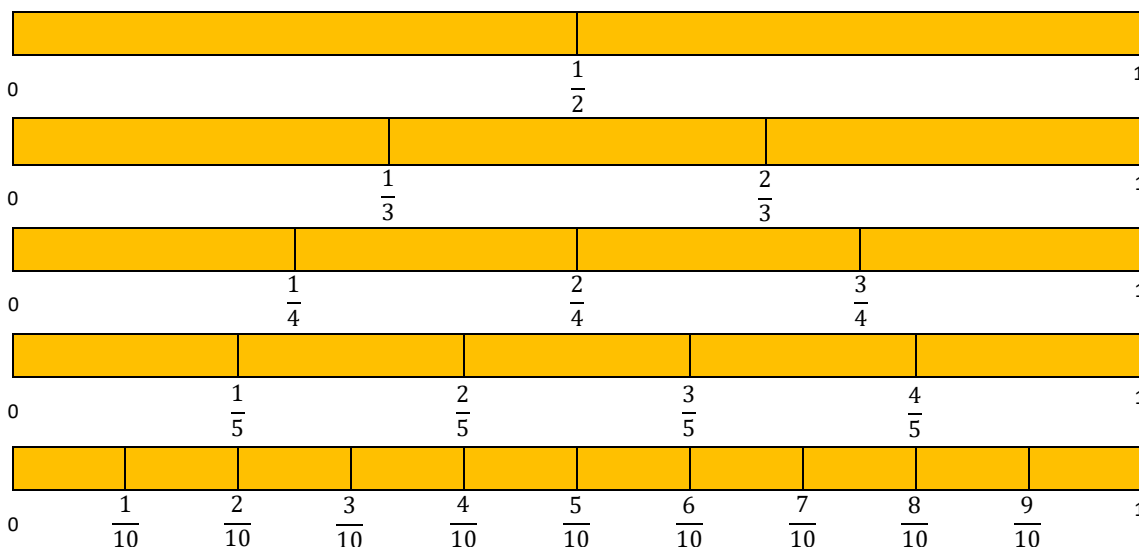
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Tom rechnet die Aufgabe $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$.

Er geht in drei Schritten vor:

- Zeige jeden Schritt an der Streifentafel.

1. Er ermittelt den gemeinsamen Nenner. Das ist 10.
2. Er macht die Brüche gleichnamig: $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{5}{10} + \frac{2}{10}$
3. Er addiert die gleichnamigen Brüche: $\frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Addieren von Brüchen mit verschiedenen Nennern nach Algorithmus

11

Tom will $\frac{3}{5} + \frac{1}{8}$ rechnen.

Er überlegt, wie er die Bruchtreifen verfeinern muss und macht die Brüche gleichnamig.

- Löse die Aufgabe und halte dich an folgende Schritte:

1. Finde den gemeinsamen Nenner der Brüche.
2. Mache die Brüche gleichnamig.
3. Addiere die Zähler.

- Löse auch die folgenden Aufgaben. Halte dich an die Schritte.

$$\frac{1}{8} + \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{7} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{5}{6} + \frac{5}{9}$$

Subtrahieren von Brüchen mit verschiedenen Nennern nach Algorithmus

12

- Subtrahiere die Brüche.

$$\frac{12}{5} - \frac{3}{2}$$

$$\frac{12}{5} - \frac{4}{3}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{12}{5} - \frac{7}{4}$$

Halte dich auch bei der Subtraktion
an die drei Schritte:

1. Finde den gemeinsamen Nenner der Brüche
2. Mache die Brüche gleichnamig.
3. Subtrahiere die Zähler.

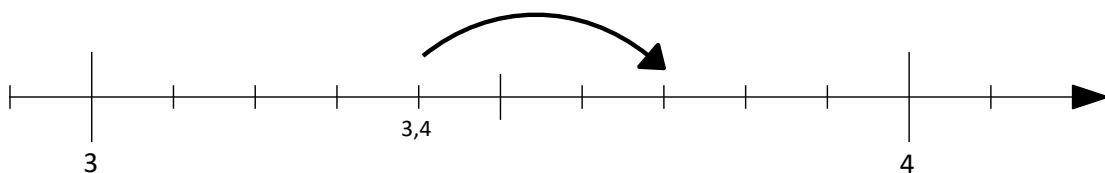


Julius rechnet: $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{2}{1}$

- Was hat Julius falsch gemacht? Erkläre.
- Beschreibe, wie man auf die richtige Lösung kommt.

Additions- und Subtraktionsaufgaben mit Dezimalzahlen lassen sich am Zahlenstrahl darstellen.
Hier siehst du die Aufgabe $3,4 + 0,3$.

- Schreibe die richtigen Zahlen an die kleinen Striche und an den Pfeil.
- Löse die Aufgabe am Zahlenstrahl.



Löse die Aufgabe $2,4 + 0,03$ am Zahlenstrahl.

- Beschrifte zunächst die kleinen Striche. Achtung, das sind Hundertstel!
- Zeichne einen Pfeil ein, der die Rechnung darstellt.
- Erkläre, wie du zum Ergebnis kommst.

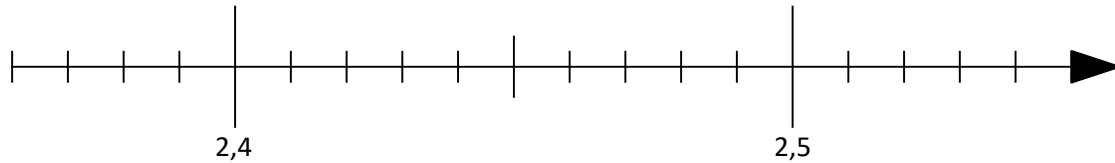


Bild 3: Zahlenstrahl, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Löse die Aufgabe $5,4 - 0,6$ am Zahlenstrahl.

- Beschrifte zunächst die kleinen Striche.
- Warum zeigt der Pfeil in die andere Richtung als bei der Addition?
- Erkläre dein Vorgehen.

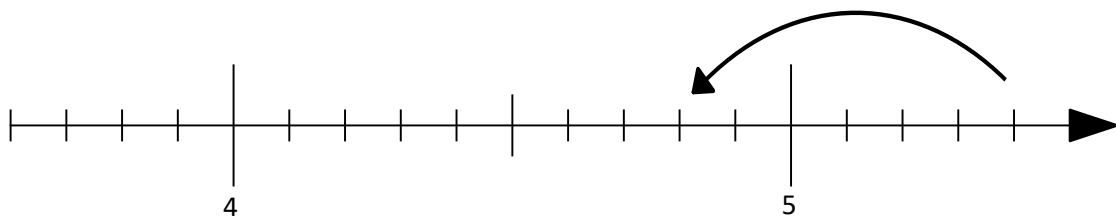


Bild 4: Zahlenstrahl, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Löse die Aufgabe $5,3 - 0,03$ am Zahlenstrahl.

- Beschrifte die kleinen Striche.
- Zeichne einen Pfeil ein, der die Rechnung darstellt.
- Bestimme das Ergebnis. Erkläre, wie du vorgehst.

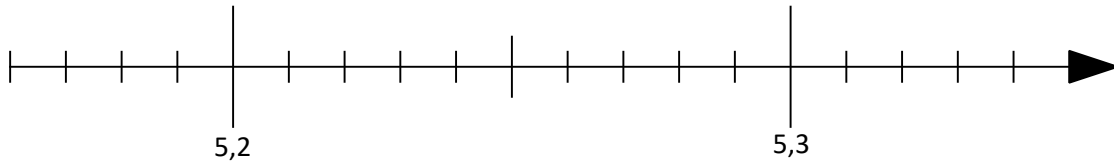


Bild 5: Zahlenstrahl, cc by nc 4.0, erstellt mit dem © Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Fiona löst die Aufgabe $18,4 + 1,34$ mit der Stellenwerttafel.

- Erkläre, wie sie vorgegangen ist.
- Zeige bei den Summanden in der Tafel und bei dem Ergebnis, wo das Komma stehen muss.

Z	E	z	h
1	8	4	
	1	3	4
1	9	7	4

Tom löst die Aufgabe $13,63 + 1,56$ schriftlich. Ihm unterläuft ein Fehler.

- Erkläre mithilfe der Stellenwerttafel, was Tom falschgemacht hat.

$$\begin{array}{r} 13,63 \\ + 1,56 \\ \hline 29,23 \end{array}$$

Z	E	z	h	t

- Löse die Aufgabe $2,3874 - 0,2$ im Kopf.
- Erkläre, wie du gerechnet hast.

- Löse die Aufgaben.

$$0,728 - 0,4$$

$$0,728 - 0,01$$

$$0,73 - 0,5$$

Wie würdest du $1,5 - 0,6$ lösen?

- Erkläre.
- Löse die Aufgaben.

$$2,3 - 0,4$$

$$6,1 - 0,4$$

$$3,2 - 0,8$$

Finden von Fehlern beim Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen

21

Hier wurden Aufgaben gerechnet. Welche ist falsch?

- Kreise ein.
- Erkläre, wie man richtig rechnen muss.

$$1,3 + 0,25 = 1,55$$

$$1,3 + 0,2 + 0,05 = 1,55$$

$$1,5 - 1,3 = 0,2$$

$$1,55 - 0,25 = 1,3$$

$$1,3 + 0,02 = 1,5$$

Ergänzen von Dezimalzahlen zur 1

22

- Wie viel fehlt noch zur 1? Berechne.

$$0,3 + \square = 1$$

$$0,4 + \square = 1$$

$$0,9 + \square = 1$$

$$0,99 + \square = 1$$

$$0,98 + \square = 1$$

$$0,02 + \square = 1$$

$$0,04 + \square = 1$$

$$0,12 + \square = 1$$

$$0,45 + \square = 1$$

- Sortiere die Aufgaben.
- Bei welchen Aufgaben ist das Ergebnis größer als 1?
- Erkläre, woran du das erkennst.

Ergebnis > 1	Ergebnis < 1

$$0,4 + 0,59$$

$$0,123 + 0,9$$

$$0,3 + 0,4 + 0,5$$

$$0,8 + 0,19$$

$$0,6 + 0,48$$

$$0,555 + 0,07 + 0,003 + 0,02$$

- Sortiere die Aufgaben.
- Bei welchen Aufgaben ist das Ergebnis größer als 1?
- Erkläre, woran du das erkennst.

Ergebnis > 1	Ergebnis < 1

$$\frac{3}{8} + \frac{6}{8}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{5}{3} + \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{15}$$

- Sortiere die Aufgaben.
- Bei welchen Aufgaben ist das Ergebnis größer als $\frac{1}{2}$?
- Erkläre, woran du das erkennst.

Ergebnis $> \frac{1}{2}$	Ergebnis $< \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{9}$$

$$\frac{4}{9} + \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{15}$$

- Sortiere die Aufgaben.
- Bei welchen Aufgaben ist das Ergebnis größer als 1?
- Erkläre, woran du das erkennst.

Ergebnis > 1	Ergebnis < 1

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{10}$$

$$\frac{8}{5} - \frac{1}{10}$$

$$\frac{8}{9} - \frac{1}{16}$$

$$\frac{9}{8} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{1}{4}$$

- Sortiere die Aufgaben.
- Bei welchen Aufgaben ist das Ergebnis größer als 1?
- Erkläre, woran du das erkennst.

Ergebnis > 1	Ergebnis < 1

$1,4 - 0,59$

$1,123 - 0,1$

$0,97 - 0,03$

$1,43 - 0,005$

$1,1 - 0,055$

$1,03 - 0,05$

- Sortiere die Aufgaben.
- Bei welchen Aufgaben ist das Ergebnis größer als $\frac{1}{2}$?
- Erkläre, woran du das erkennst.

Ergebnis > $\frac{1}{2}$	Ergebnis < $\frac{1}{2}$

$1,3 - 0,59$

$0,7 - 0,25$

$0,87 - 0,09$

$0,52 - 0,01$

$1 - 0,52$

$0,5 - 0,00001$

- Sortiere die Aufgaben.
- Bei welchen Aufgaben ist das Ergebnis größer als 1?
- Erkläre, woran du das erkennst.

Ergebnis > 1	Ergebnis < 1

$$\frac{15}{16} - \frac{1}{20}$$

$$\frac{5}{4} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{13}{10} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{22}{15} - 1$$

- Sortiere die Aufgaben.
- Bei welchen Aufgaben ist das Ergebnis größer als $\frac{1}{2}$?
- Erkläre, woran du das erkennst.

Ergebnis > $\frac{1}{2}$	Ergebnis < $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{6}{12} - \frac{1}{100}$$

$$\frac{7}{12} - \frac{1}{100}$$

$$\frac{18}{10} - \frac{4}{5}$$

$$\frac{9}{8} - \frac{7}{7}$$