Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Förderschritte zu den Diagnoseaufgaben: 1 a — F

Übersicht über die Förderaufgaben

1. Erkennen des Exponenten als Vereinfachung wiederholter Multiplikation
2. Erkennen des Wachstumsfaktors
3. Erkennen der Abnahmerate
4. Potenzieren als fortgesetzte Multiplikation (Errechnen von Neupreisen)
5. Potenzieren als fortgesetzte Multiplikation (Zinsrechnung)

Zahlen und Operationen Sekundarstufe I	+ − × ÷	**Idee der Operation** Vorstellungen zu Rechenoperationen - **Potenzieren**

Erkennen des Exponenten als Vereinfachung wiederholter Multiplikation	**1**

Die Anzahl der Blumen auf Cornys Wiese verdreifacht sich jedes Jahr: Angefangen hat er mit zehn Blumen, im nächsten Jahr waren es 30, im übernächsten 90 und so weiter.

Für die Anzahl der Blumen in einem bestimmten Jahr kann mal also folgende Formeln aufstellen:

am Anfang: 10
nach einem Jahr: $10 \cdot 3$
nach zwei Jahren: $10 \cdot 3 \cdot 3$
nach drei Jahren: $10 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
...
nach 13 Jahren: $10 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

Wie du merkst, wird diese Art zu rechnen schnell unübersichtlich. Deshalb kann man die Anzahl der Dreien auch mit einem sogenannten **Exponenten** – auch „Hochzahl" genannt – ausdrücken:
Der Blumenbestand nach 3 Jahren ist somit $10 \cdot 3^3$, nach zehn Jahren $10 \cdot 3^{13}$.

- Drücke folgende Rechnungen mithilfe von Exponenten aus. Erkläre dabei dein Vorgehen:

  a) $6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

  b) $40 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

  c) $1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5$

Zahlen und Operationen Sekundarstufe I	+ − × ÷	**Idee der Operation** Vorstellungen zu Rechenoperationen - **Potenzieren**

Erkennen des Wachstumsfaktors	**2**

Wenn sich eine gegebene Zahl um 50 % erhöht, dann ist die neue Zahl 150 % von der Ausgangszahl.
$150\,\% = \frac{150}{100} = 1{,}5$. Man kann die Ausgangszahl also auch mal 1,5 rechnen, um auf das neue Ergebnis zu kommen. Die Zahl 1,5 nennt man dann den **Wachstumsfaktor**.

Beispiel: Ein Spiel kostet 60 €. Der Preis wird um 10 % erhöht. Nun kostet das Spiel $60 \cdot 1{,}1 = 66$ €.

Erhöht sich eine Zahl mehrmals um denselben Prozentsatz, so multipliziert man genauso oft mit dem Wachstumsfaktor.

- Ordne den folgenden Sätzen jeweils die richtige Formel zu und erkläre deine Entscheidung.

  1) Der Preis einer Jacke liegt bei 70 €. Drei Monate lang erhöht der Laden den Preis um jeweils 20 %.

  2) Ein Besuch im Trampolinpark kostete vor drei Jahren 70 €. Doch seitdem stieg der Preis jedes Jahr um 2 %.

  3) In einem Teich wohnten gestern noch 70 Enten. Heute ist die Anzahl der Enten in dem Teich um 20 % gestiegen.

a) $70 \cdot 1{,}2$ **b**) $70 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 = 70 \cdot 1{,}2^3$ **c**) $70 \cdot 1{,}02 \cdot 1{,}02 \cdot 1{,}02 = 70 \cdot 1{,}02^3$

Erkennen der Abnahmerate | 3

Wenn sich eine gegebene Zahl um 30 % verringert, dann ist die neue Zahl $100\,\% - 30\,\% = 70\,\%$ von der Ausgangszahl.
70 % = $\frac{70}{100}$ = 0,7. Man kann die Ausgangszahl also auch mal 0,7 rechnen, um auf das neue Ergebnis zu kommen. Die Zahl 0,7 nennt man dann die **Abnahmerate**.

Beispiel: Ein Spiel kostet 60 €. Heute gibt es 10 % Rabatt. Nun kostet das Spiel $60 \cdot 0{,}9 = 54$ €. Heike bekommt zusätzlich noch einen Mitarbeiterrabatt von 10 % und muss nur $60 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 48{,}60$ € bezahlen.

Verringert sich eine Zahl mehrmals um denselben Prozentsatz, so multipliziert man genauso oft mit der **Abnahmerate**.

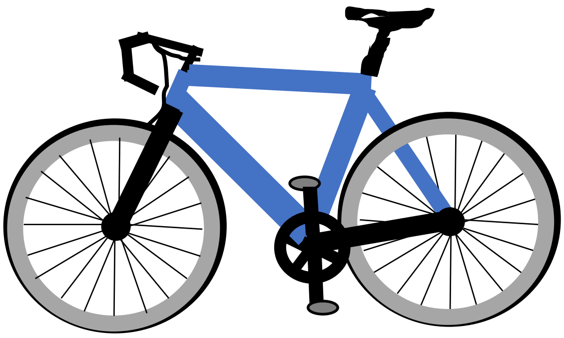
- Erkläre folgende Formeln nach dem obigen Muster. Ermittle dabei jeweils, um welchen Prozentsatz sich die Ausgangszahl verringert:

  a) $20 \cdot 0{,}8$

  b) $70 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 70 \cdot 0{,}5^3$

  c) $99 \cdot 0{,}03 \cdot 0{,}03 \cdot 0{,}03 \cdot 0{,}03 = 99 \cdot 0{,}03^4$

Potenzieren als fortgesetzte Multiplikation (Errechnen von Neupreisen) | 4



Das Fahrrad „Superflitzer“ kostete bei Radel-Pro vorletztes Jahr noch 2000 €. Letztes Jahr hat Radel-Pro den Preis um 5 % erhöht. Den neuen Preis hat Radel-Pro dieses Jahr wieder um 5 % erhöht.

- Erkläre in diesem Zusammenhang die folgende Rechnung:

$$2000 \cdot 1{,}05 \cdot 1{,}05 = 2205$$

Nimm an, dass Radel-Pro sein System fortsetzt und jedes Jahr den aktuellen Preis um 5 % erhöht.

- Berechne den Preis von „Superflitzer“ nach 7, nach 13 und nach 21 Jahren.

Potenzieren als fortgesetzte Multiplikation (Zinsrechnung) | **5**

Monas Mutter hat zu ihrer Geburt 1000 € auf einem Konto angelegt, auf das Mona erst an ihrem 18. Geburtstag Zugriff haben wird. Auf das Geld gibt es jährlich 3 % Zinsen.

Mona überlegt: An meinem 1. Geburtstag hatte ich $1000 \cdot 1{,}03 = 1030$ € auf meinem Konto,
an meinem 2. Geburtstag $1000 \cdot 1{,}03 \cdot 1{,}03 = 1000 \cdot 1{,}03^2$ und so weiter.
Dann stellt sie dazu die folgende Formel auf:

$$\mathrm{k} = 1\,000 \cdot 1{,}03^{\mathrm{n}}$$

- Erkläre die Formel.
  Gehe dabei auch darauf ein, was die Variablen k und n inhaltlich bedeuten.
- Berechne, wie viel Geld Mona zu ihrem 18. Geburtstag auf dem Konto haben wird.

Finde durch geschicktes Probieren heraus, in welchem Jahr Mona ihr Anfangskapital von 1000 € verdoppeln wird, wenn sie bis dahin kein Geld abhebt und auch nach ihrem 18. Geburtstag weiterhin 3 % Zinsen erhält.

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0