

Zahlen und Operationen	$\sqrt{3}$ 7 2,5 $\frac{1}{4}$	Idee der Zahl Darstellen von Zahlen
Didaktische Hinweise		
<p><b>Darum geht es</b></p> <p>Für den Aufbau eines tieferen mathematischen Verständnisses ist es unerlässlich, dass Schülerinnen und Schüler Zahlvorstellungen in vielfältiger und tragfähiger Weise entwickeln. Dabei gilt es, verschiedene Zahlaspekte schrittweise zu erarbeiten und miteinander zu verknüpfen.</p> <p>Der Kardinalzahlaspekt bezieht sich darauf, dass mit einer Zahl die Mächtigkeit einer Menge zum Ausdruck gebracht werden kann. Durch den Ordinalzahlaspekt werden Zahlen als Positionen in der Zahlwortreihe betrachtet. Den Zahlen wird zunächst ein fester Platz in der Zahlreihe zugeordnet. Weitere Aspekte stellen der Maßzahlaspekt (Größeneinheiten), der Operatoraspekt (Vielfachheit einer Handlung) und der Rechenzahlaspekt (Zahlen zum Rechnen nutzen) dar. Die verschiedenen Zahlaspekte müssen differenziert aufbereitet und anschließend auch miteinander verknüpft werden.</p> <p>Bei der Erweiterung von Zahlbereichen werden den bisher bekannten Zahlen neue Zahlen hinzugefügt. Hierbei ist mit Irritationen der Lernenden zu rechnen. Die ersten Zahlbereichserweiterungen werden notwendig, um die Grundrechenoperationen vollständig ausführen zu können bzw. wenn Gleichungen eines neuen Typs gelöst werden oder wenn durch negative Zahlen die Möglichkeiten des Messens erweitert werden. Die Erweiterung der rationalen Zahlen auf die reellen Zahlen wird mit der Ausführbarkeit des Radizierens notwendig. In der Geometrie taucht in diesem Zusammenhang die Zahl Pi auf.</p> <p>Beim Lösen neuer Gleichungstypen ergeben sich zunächst abzählbar viele reelle Zahlen. Erst durch einen Bezug zur Zahlengeraden ergeben sich überabzählbar viele reelle Zahlen.</p> <p>Auch das Verständnis des Stellenwerts stellt die Lernenden vor eine große Herausforderung. Bei Darstellung einer Zahl in einer Stellenwerttabelle wird durch die Basis-Zehn-Sicht herausgestellt, dass der Wert von Spalten oder Positionen um eine Zehnerpotenz zu- bzw. abnimmt, wenn man um eine Spalte oder eine Position nach links oder rechts wechselt. Der Wert einer Zahl kann auch durch das Produkt ihrer Flächen- und Stellenwerte bestimmt werden, darauf wird durch die multiplikative Sichtweise Bezug genommen.</p> <p>In der Primarstufe basieren die Vorstellungen über das Stellenwertsystem auf Zehnerpotenzen mit natürlichem Exponenten. Dies gilt es im weiteren Lernverlauf zu erweitern, auf Zehnerpotenzen mit ganzzahligem Exponenten. Auch die Erkenntnis, dass z. B. 3,05 nicht das Gleiche ist wie 3,5 aber 3,5 das Gleiche ist wie 3,500, gilt es herauszuarbeiten.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler kennen bereits aus der Primarstufe verschiedene Zahldarstellungen. Das Verständnis für Zahlen basiert anfangs auf dem Abzählen. Zählendes Rechnen ist eine erste grundlegende Rechenstrategie innerhalb der natürlichen Zahlen, die jedoch weiterentwickelt werden muss, um tragfähige Operationsvorstellungen ausbilden zu können. Zum Beispiel ist das Addieren durch Abzählen, ggf. mithilfe von Fingern, eine Strategie, die schnell an Grenzen gerät. Geschicktes Rechnen basiert anfangs auf geschicktem Zählen. Dazu gehört das Weiterdenken in bestimmten Sprüngen innerhalb der Zahlwortreihe. Derartige Zählstrategien (flexibles Zählen) sind in andere Zahlbereiche übertragbar und bilden eine Basis für die Herausbildung von Operationsvorstellungen.</p>		