Darum geht es:

Das Koordinatensystem als Darstellungsform stellt ein wichtiges Bindeglied innerhalb und zwischen verschiedenen Teilbereichen der Mathematik dar – in der Analysis und der Geometrie ist es kaum wegzudenken. Im Mathematikunterricht stellen Koordinatensysteme für die Lernenden eine vertraute und stets wiederkehrende Struktur dar, die sie von der Primarstufe bis in die Sekundarstufe II begleitet. Indem das Koordinatensystem im Laufe der Schuljahre Schritt für Schritt erweitert wird, spiegeln sich in der Art und Weise seiner Verwendung viele mathematische Kompetenz- und Wissenszuwächse wider. Das Koordinatensystem dient als Hilfe bei der Strukturierung und Verknüpfung mathematischer Inhalte und Konzepte (z. B. bei der Erweiterung von Zahlenbereichen).
Im Geometrieunterricht bietet das Koordinatensystem eine Orientierungsgrundlage und schafft eine Möglichkeit, um über geometrische Objekte und Beziehungen zwischen diesen ins Gespräch zu kommen. Neben den unterschiedlichen Teilbereichen kombinieren Koordinatensysteme auch zwei verschiedene Zugänge zur Mathematik – den rechnerischen und den anschaulichen Zugang. Mathematische Zusammenhänge und Beziehungen können in der Darstellung im Koordinatensystem anschaulich betrachtet und gleichzeitig über das Vergleichen und Untersuchen von Zahlenwerten rechnerisch nachvollzogen werden. Das Koordinatensystem dient also als Orientierungsgrundlage, funktioniert aber auch als Hilfestellung (und nicht selten auch als Inspiration) für das Erkennen von geometrischen Sachverhalten und Zusammenhängen sowie für geometrische Argumentationen.
Um das Potential dieser Darstellungsform für die Lernenden möglichst gut nutzbar zu machen, müssen der Aufbau und die Verwendungsmöglichkeiten durchdrungen werden. So können sich einige Aufgaben auf das Darstellen im Koordinatensystem bzw. das Verstehen der Darstellung selbst fokussieren, um die Art und Weise der Darstellung zu begreifen – z. B. durch das Einzeichnen oder Ablesen von Punkten. Andere Aufgaben konzentrieren sich auf das Erkennen von Zusammenhängen, die sich im Koordinatensystem ergeben – z. B. der Vergleich von Spiegelpunkten mit den Originalpunkten und deren Koordinaten.
In dem diesem Material zugrunde liegenden Konzeptbild ist gut erkennbar, dass sich das Koordinatisieren vor allem auf die Aspekte *Training geistiger Fähigkeiten* sowie *Strukturierung des Raumes und praktischer Nutzen* erstreckt. Gleichzeitig wird aber auch deutlich, dass das Koordinatisieren ebenso den Aspekt des *Messens* mit einbezieht. Denn die Arbeit mit Koordinatensystem bietet den Lernenden die Gelegenheit, ihre Kompetenzen im Bereich Messen zu nutzen, um weitere wichtige Beobachtungen machen zu können und geometrische Beziehungen (besser) zu verstehen.

(siehe auch Didaktischer Kommentar von Prof. Kortenkamp und Prof. Kuzle in diesem Material)

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Übersicht zu den Förderaufgaben

Förderschritte zu den Diagnoseaufgaben
„Koordinatisierung und Beziehungen“, **Stufen D, E, F, G**: Aufgaben 1a, 1b

1. Erfassen der Darstellung von Punkten mit nicht-natürlichen Koordinaten im Koordinatensystem
2. Ablesen von Punkten auch mit nicht-natürlichen Koordinaten aus dem Koordinatensystem
3. Erkennen von Fehlern beim Ablesen von Punkten mit nicht-natürlichen Koordinaten
4. Einzeichnen von Punkten auch mit nicht-natürlichen Koordinaten ins Koordinatensystem
5. Erweitern des Koordinatensystems
6. Bezeichnen der Quadranten des erweiterten Koordinatensystems
7. Zeichnen eines Koordinatensystems mit vier Quadranten
8. Ablesen von Punkten aus dem erweiterten Koordinatensystem (1. und 2. Quadrant)
9. Ablesen von Punkten aus dem erweiterten Koordinatensystem (1. und 4. Quadrant)
10. Ablesen und ein erstes Einzeichnen von Punkten im erweiterten Koordinatensystem
11. Einzeichnen von Punkten im erweiterten Koordinatensystem (1. und 4. Quadrant)
12. Einzeichnen von Punkten im erweiterten Koordinatensystem
13. Zuordnen von Punkten und Quadranten – Geometrie im Kopf (1)
14. Bestimmen der Koordinaten von Bildpunkten – Geometrie im Kopf (2)
15. Vergleichen von Koordinatensystemen mit unterschiedlichen Skalierungen
16. Einzeichnen von Punkten in Koordinatensysteme mit unterschiedlichen Skalierungen
17. Nachdenken über unterschiedliche Achsenskalierungen
18. Kennenlernen der Winkelhalbierenden

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren

Erfassen der Darstellung von Punkten mit nicht-natürlichen Koordinaten im Koordinatensystem | **1**

- Überprüfe die Koordinaten der Punkte A und B.
- Erkläre, warum die x-Koordinate von Punkt B eine Dezimalzahl ist.
- Trage die fehlenden Koordinaten der anderen Punkte passend ein.

A (0 | 1)

B (0,5 | 2)

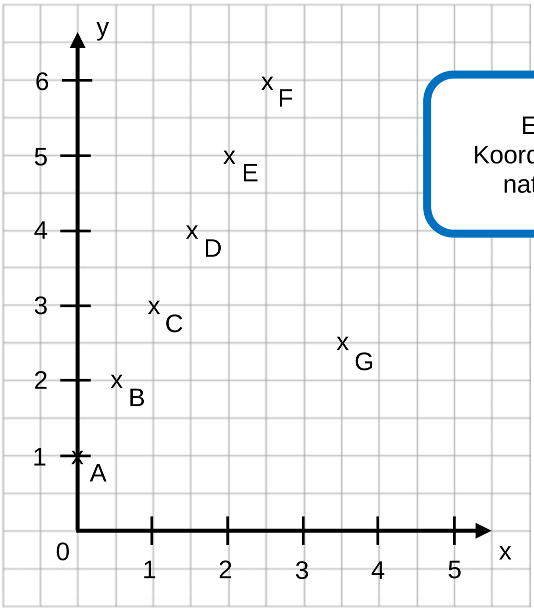
C (___ | ___)

D (___ | ___)

E (___ | ___)

F (___ | ___)

G (___ | ___)



Ein Punkt kann auch Koordinaten haben, die keine natürlichen Zahlen sind.

Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren

Ablesen von Punkten auch mit nicht-natürlichen Koordinaten aus dem Koordinatensystem | **2**

- Trage die Koordinaten der Punkte ein.

A (___ | ___)

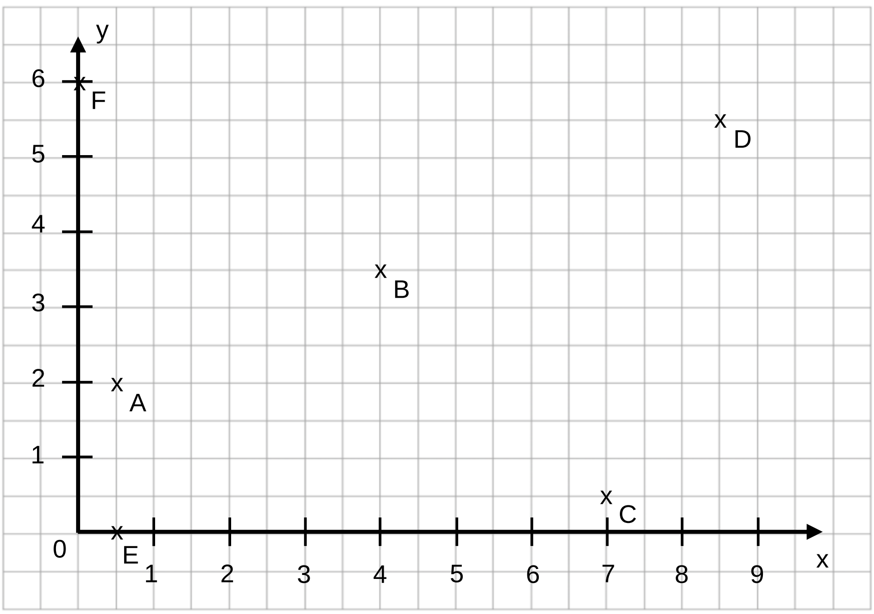
B (___ | ___)

C (___ | ___)

D (___ | ___)

E (___ | ___)

F (___ | ___)

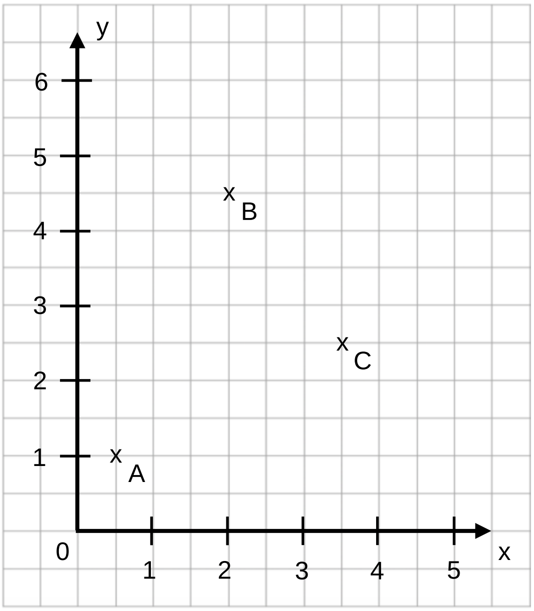


Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Erkennen von Fehlern beim Ablesen von Punkten mit nicht-natürlichen Koordinaten | **3**

Moritz hat aus dem Koordinatensystem die Koordinaten der Punkte abgelesen.
Dabei hat er Fehler gemacht.

- Überlege, was er sich dabei gedacht hat.
- Korrigiere die Fehler.



Moritz' Lösung

A (1,5 | 1)

B (2 | 5,5)

C (4,5 | 3,5)

Meine Lösung

A (____ | _____)

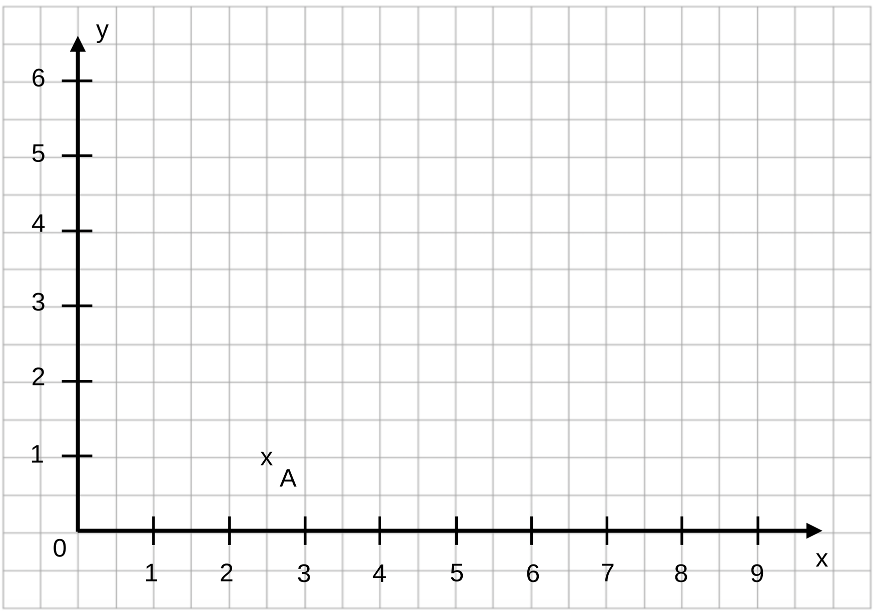
B (____ | _____)

C (____ | _____)

Einzeichnen von Punkten auch mit nicht-natürlichen Koordinaten ins Koordinatensystem | **4**

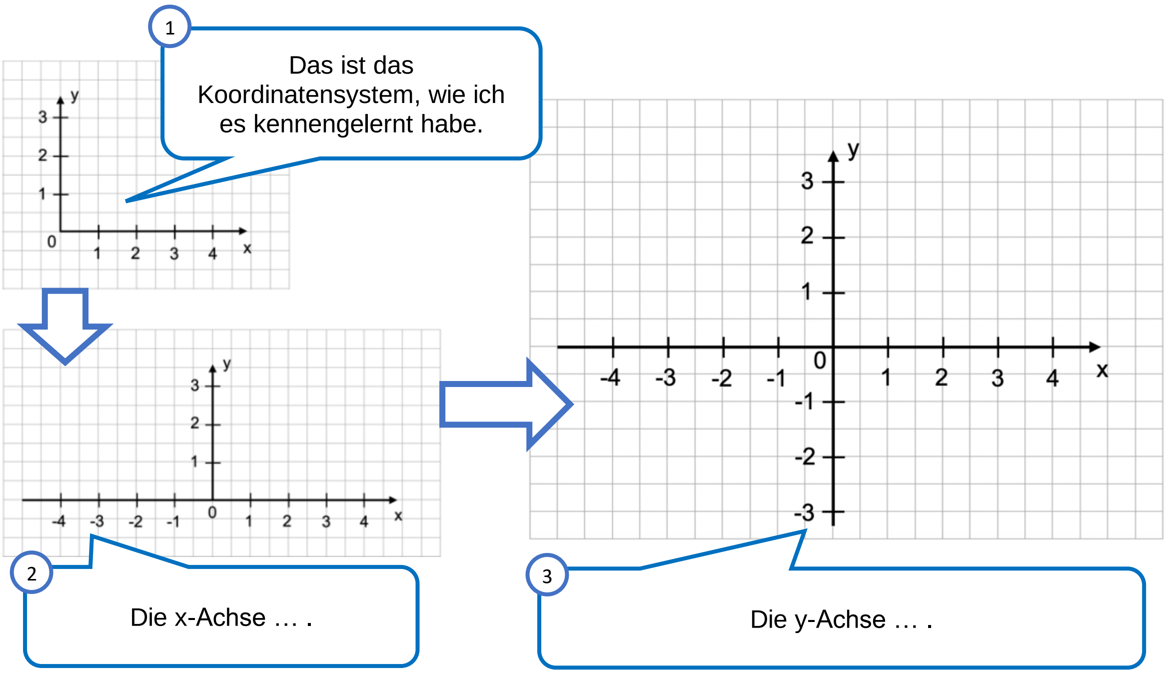
- Zeichne die folgenden Punkte in das Koordinatensystem ein.
  Vergiss nicht, die Punkte zu beschriften.

  A (2,5|1); B (4,5|1); C (4,5|4,5); D (3,5|6); E (2,5|4,5).



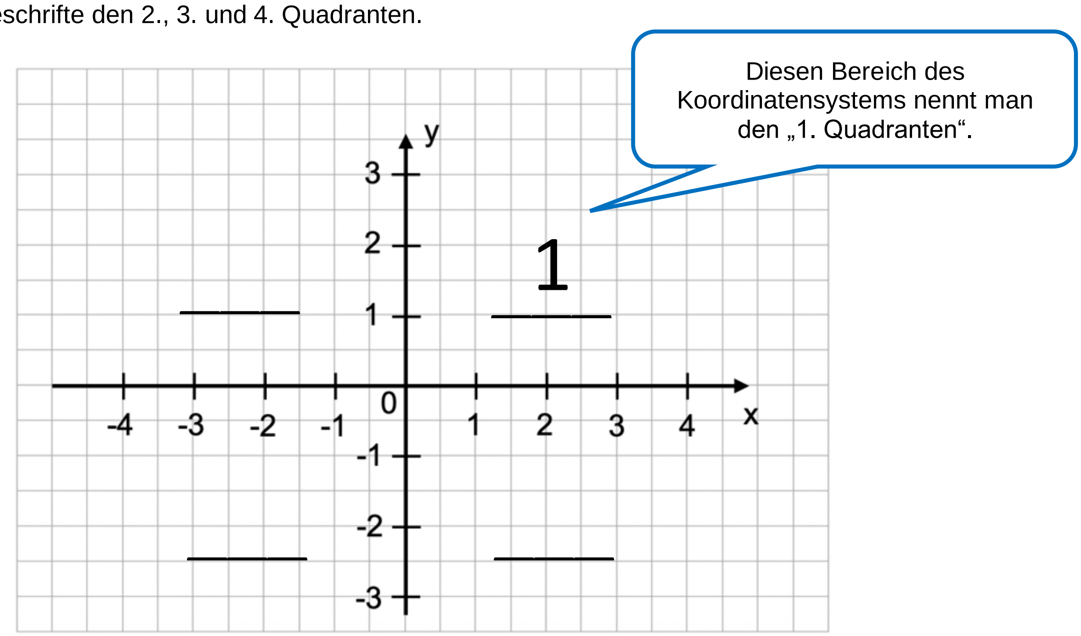
Das Koordinatensystem, wie du es kennengelernt hast, soll erweitert werden.

- Beschreibe, was beim Erweitern des Koordinatensystems passiert. Ergänze dafür die Sätze.



Durch die x-Achse und die y-Achse ist das Koordinatensystem in vier Bereiche unterteilt. Diese Bereiche nennt man Quadranten. Wo der 1. Quadrant liegt, kannst du bereits unten sehen. Die anderen Quadranten werden mit 2, 3 und 4 entgegen dem Uhrzeigersinn beschriftet.

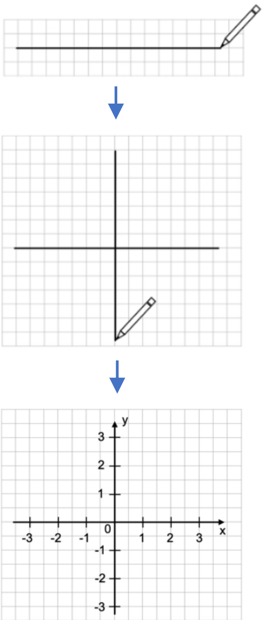
- Beschrifte den 2., 3. und 4. Quadranten.

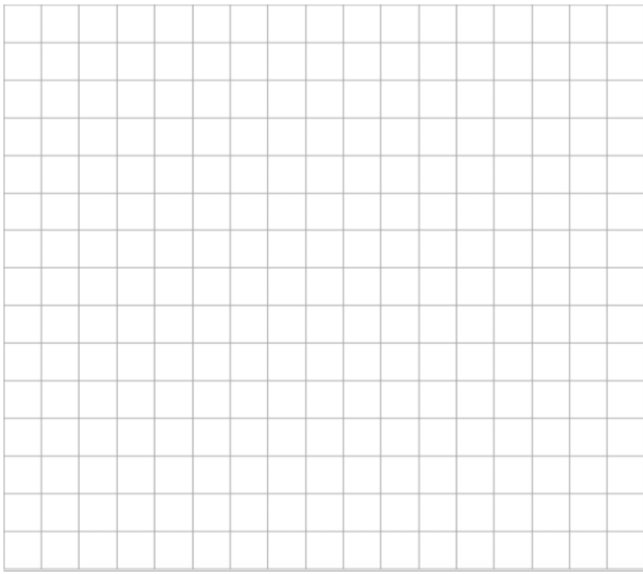


Raum und Form Sekundarstufe I	**Koordinatisieren**
Zeichnen eines Koordinatensystems mit vier Quadranten	**7**

Zeichne ein Koordinatensystem mit vier Quadranten. Gehe dabei so vor, wie es links beschrieben ist.

1. Zeichne etwa in der Mitte des Blattes eine Linie.
2. Zeichne mittig zur ersten Linie eine senkrechte Linie.
3. Zeichne rechts an die x-Achse und oben an die y-Achse Pfeile. Beschrifte die Achsen mithilfe von kleinen Strichen mit Zahlen.



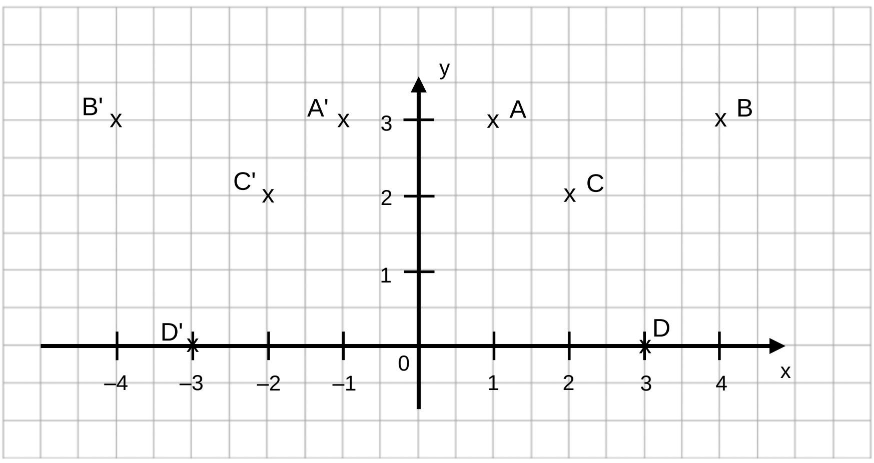


Raum und Form Sekundarstufe I	**Koordinatisieren**
Ablesen von Punkten aus dem erweiterten Koordinatensystem (1. und 2. Quadrant)	**8**

- Lies die fehlenden Koordinaten ab.
- Verbinde die Punkte der Figur ABCD und die Punkte ihrer Spiegelfigur A'B'C'D'.
- Die Figur ABCD wurde gespiegelt. Zeige die Spiegelachse.
- Vergleiche die Koordinaten der Punkte mit ihren Spiegelpunkten. Beschreibe, was dir auffällt.

A (1 | 3)   B (4 | 3)   C (2 | 2)   D (3 | 0)

A' (–1 | 3)   B' (___ | ___)   C' (___ | ___)   D' (___ | ___)



Ablesen von Punkten aus dem erweiterten Koordinatensystem (1. und 4. Quadrant) | **9**

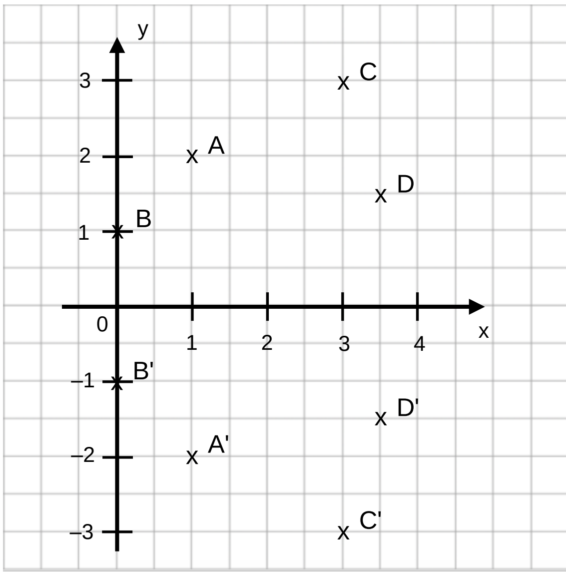
- Lies die fehlenden Koordinaten ab.
- Die Punkte A, B, C und D wurden gespiegelt. Erkläre, woran du das erkennen kannst.
  Überlege, an welcher Achse die Punkte gespiegelt wurden.
- Vergleiche die Koordinaten der Punkte mit ihren Spiegelpunkten. Beschreibe, was dir auffällt.

A (1 | 2) A' (1 | –2)

B (___ | ___) B' (___ | ___)

C (___ | ___) C' (___ | ___)

D (___ | ___) D' (___ | ___)



Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren

Ablesen und ein erstes Einzeichnen von Punkten im erweiterten Koordinatensystem | **10**

- Zeichne die Punkte, die entstehen, wenn man A, B, C, D, E und F an der y-Achse spiegelt.
  Bezeichne die entstandenen Spiegelpunkte mit A', B', C', D', E' und F'.
- Schreibe die Koordinaten der Punkte auf.
  Vergleiche die Koordinaten der Punkte mit denen ihrer Spiegelpunkte.
  Beschreibe, was dir auffällt.

A (___ | ___) A' (___ | ___)

B (___ | ___) B' (___ | ___)

C (___ | ___) C' (___ | ___)

D (___ | ___) D' (___ | ___)

E (___ | ___) E' (___ | ___)

F (___ | ___) F' (___ | ___)

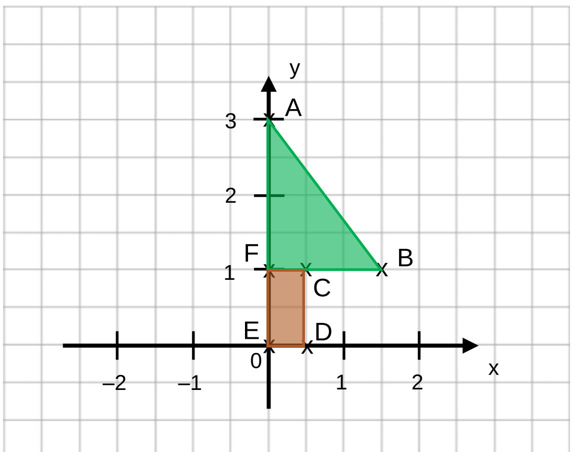


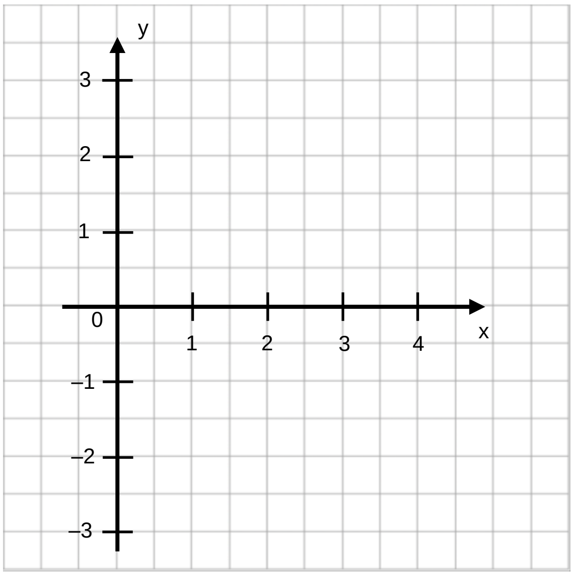
Bild „Figur im Koordinatensystem“, Lindner für Lisum, cc-by-sa 4.0

Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren

Einzeichnen von Punkten im erweiterten Koordinatensystem (1. und 4. Quadrant) | **11**

- Zeichne die folgenden Punkte ins Koordinatensystem ein:
  A(2 | 1), B(3 | –0,5), C(1 | –2,5), D(0 | –1).
- Verbinde die Punkte, sodass eine Figur ABCD entsteht.
  Beschreibe, welche Form die Figur ABCD hat.



Raum und Form
Sekundarstufe I

Koordinatisieren

Einzeichnen von Punkten im erweiterten Koordinatensystem | **12**

- Zeichne die Punkte A, B, C, D, E, F, G und H in das Koordinatensystem und beschrifte sie.
- Verbinde die Punkte dann zu einer Figur ABCDEFGH.

  A (1 | –1)

  B (–1 | –1,5)

  C (–1,5 | –3,5)

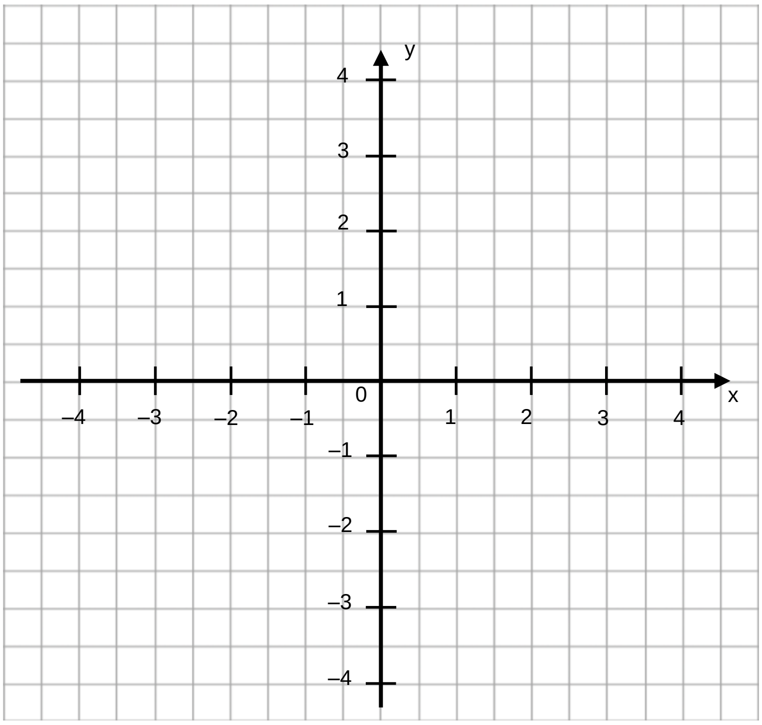
  D (–2 | –1,5)

  E (– 4 | –1)

  F (–2 | –0,5)

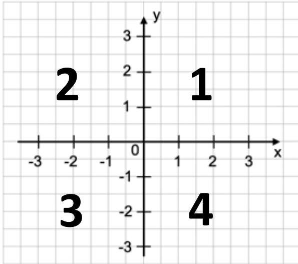
  G (–1,5 | 1,5)

  H (–1 | –0,5)



Zuordnen von Punkten und Quadranten – Geometrie im Kopf (1)

- Überlege, in welchem Quadranten die Punkte jeweils liegen:
  Verbinde die Punkte mit dem zugehörigen Quadranten.



A (5 | –7)

B (9 | 4)

C (– 8 | – 5)

D (– 6 | 8)

E (– 4,5 | 4)

F (– 5,5 | – 6,5)

G (6 | – 9,5)

1. Quadrant

2. Quadrant

3. Quadrant

4. Quadrant

Bestimmen der Koordinaten von Bildpunkten – Geometrie im Kopf (2)

- Stell dir ein Koordinatensystem mit allen vier Quadranten vor.
- Überlege dir zunächst, wo darin der Punkt A liegen würde.
  Der Punkt A soll nun gespiegelt bzw. verschoben werden.
  Notiere jeweils die Koordinaten der neuen Punkte A' und A''.
- Gehe bei den Punkten B, C und D genauso vor.

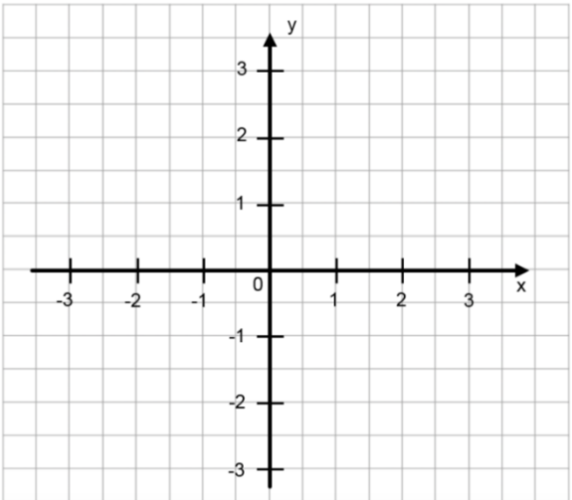
A(0,5 | 2) → *Spiegelung an der x-Achse* → A'(___ | ___) → *Spiegelung an der y-Achse* → A''(___ | ___)

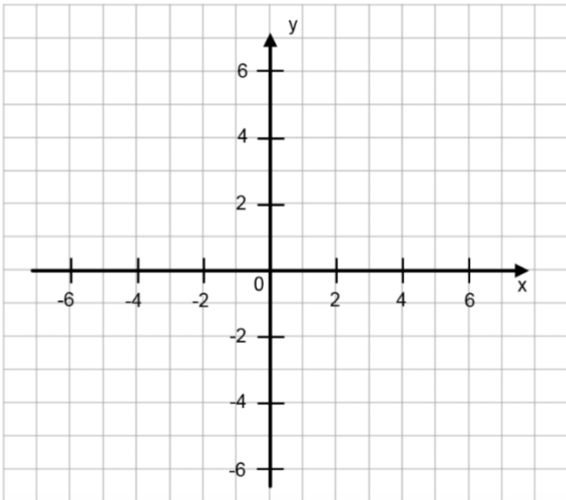
B(1 | 2,5) → *Spiegelung an der y-Achse* → B'(___ | ___) → *Spiegelung an der x-Achse* → B''(___ | ___)

C(0,5 | –1) → *Spiegelung an der x-Achse* → C'(___ | ___) → *Verschiebung um 0,5 in Richtung der positiven y-Achse (nach oben)* → C''(___ | ___)

D(–2 | 1,5) → *Verschiebung um 2,5 in Richtung der positiven x-Achse (nach rechts)* → D'(___ | ___) → *Spiegelung an der x-Achse* → D''(___ | ___)

- Beschreibe, worin sich die beiden Koordinatensysteme unterscheiden.

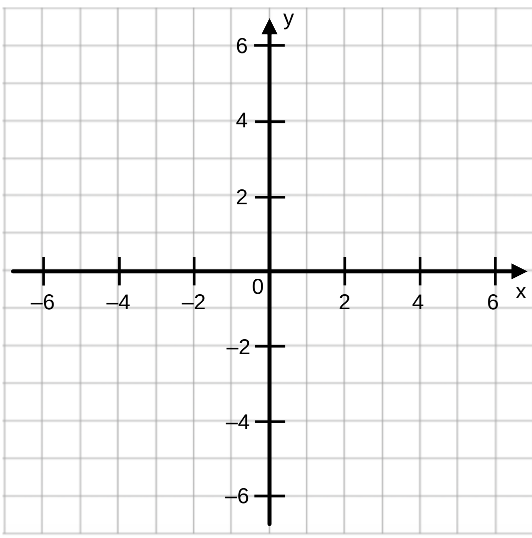




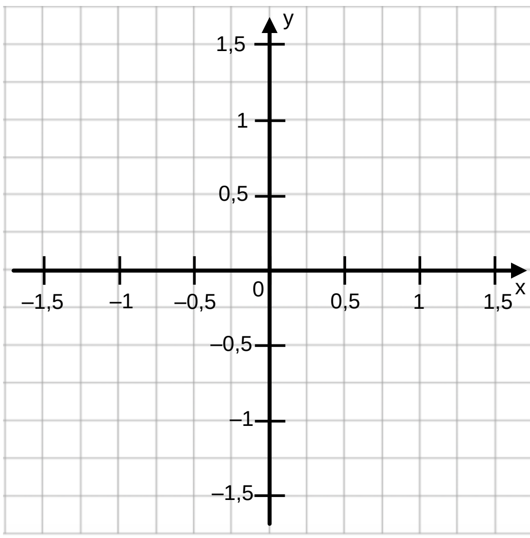
- Trage die folgenden Punkte in beide Koordinatensysteme ein:
  A(–1 | –2), B(1 | –2), C(2 | 0), D(0 | 3), E(–2 | 0)
- Verbinde die Punkte A, B, C, D und E in beiden Koordinatensystemen jeweils.
- Vergleiche die Figuren ABCDE in den beiden Koordinatensystemen.
  Beschreibe, was dir auffällt.

- Zeichne die Punkte in das Koordinatensystem:

a) A(1|3), B(-5|-6), C(-3|1,5), D(4,5|-2,5)



b) A(1,5|0,5), C(2|-0,75), B(-0,5|1,25), D(-0,75|-0,25)

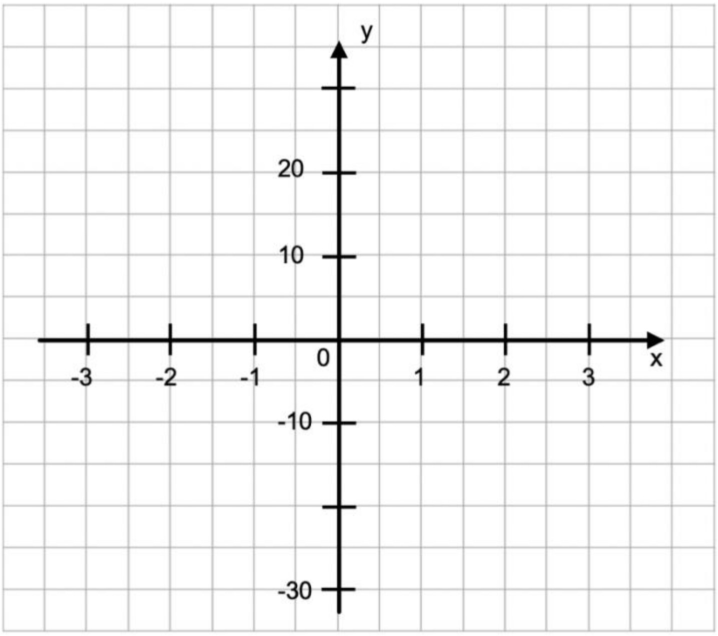


Nachdenken über unterschiedliche Achsenskalierungen

17

In dem Koordinatensystem soll die y-Achse anders beschriftet (skaliert) werden als die x-Achse. An der y-Achse fehlen zwei Zahlen.

- Vervollständige die Beschriftung (Skalierung) der y-Achse.
- Trage die folgenden Punkte ins Koordinatensystem ein:
  A (1 | 0), B(0 | 10),
  C(–1 | 25), D(–1 | –5),
  E(0,5 | –30)
- Stell dir vor, die y-Achse wäre genauso beschriftet (skaliert) wie die x-Achse. Erkläre, welche Schwierigkeiten beim Einzeichnen der Punkte entstehen würden.
- Stell dir vor, die x-Achse wäre genauso beschriftet (skaliert) wie die y-Achse. Erkläre, ob auch hierbei Schwierigkeiten beim Einzeichnen der Punkte entstehen würden.



Kennenlernen der Winkelhalbierenden

18

In dem Koordinatensystem wurde die Gerade w_1 eingezeichnet.

- Finde heraus, warum man die Gerade w_1 „Winkelhalbierende des 1. und 3. Quadranten“ nennt:
  - Miss die Winkel zwischen der Geraden w_1 und der x-Achse.
  - Gib auch die Winkel zwischen der Geraden w_1 und der y-Achse an.
  - Überlege, durch welche Quadranten des Koordinatensystems die Gerade w_1 verläuft.
  - Erkläre, warum man die Gerade w_1 „Winkelhalbierende des 1. und 3. Quadranten“ nennt.
- Zeichne die „Winkelhalbierende des 2. und 4. Quadranten“.