Darum geht es

Die Idee der funktionalen Zusammenhänge baut auf drei Grundvorstellungen auf: der **Zuordnungsvorstellung**, der **Veränderungsvorstellung** (Kovariationsvorstellung) und der **Objektvorstellung**.

Bei der **Zuordnungsvorstellung** geht es zunächst um das Erkennen, dass eine Größe einer anderen Größe zugeordnet wird. Dazu werden sprachlich formulierte, tabellarische, symbolische oder grafische Darstellungen genutzt. Dabei führt die Frage nach der Eindeutigkeit dieser Zuordnung zum Begriff der Funktion. Konkrete Fragen und der Wechsel in der Darstellung helfen, Eigenschaften und Strukturen der Zuordnung – also die Art der Abhängigkeit – zu erfassen. Bei der Zuordnungsvorstellung werden einzelne Wertepaare betrachtet.

Bei der **Veränderungsvorstellung** ist die zentrale Frage: „Wie wirkt sich die Änderung der einen Größe auf die andere Größe aus?" Anfangs wird die Abhängigkeit mit Worten beschrieben oder durch die Betrachtung der Wertepaare formuliert. Später kann die gemeinsame Veränderung der abhängigen Größen auch aus Gleichungen oder grafischen Darstellungen erfasst werden.

Bei der **Objektvorstellung** wird die Funktion als Ganzes erfasst. Dabei werden nicht mehr nur einzelne Wertepaare betrachtet. Hier steht die Funktion im Ganzen (also die Menge aller Wertepaare) mit bestimmten Eigenschaften im Vordergrund. Das Erkennen solcher Eigenschaften erlaubt es, Funktionstypen zu klassifizieren.

Nicht immer spielen alle drei Grundvorstellungen gleichzeitig eine Rolle, aber sie greifen ineinander. Durch gezielte Aufgabenstellungen kann der Schwerpunkt auf eine bestimmte Grundvorstellung gelegt werden.

Der funktionale Zusammenhang kann durch verschiedene Darstellungsformen sichtbar gemacht werden.

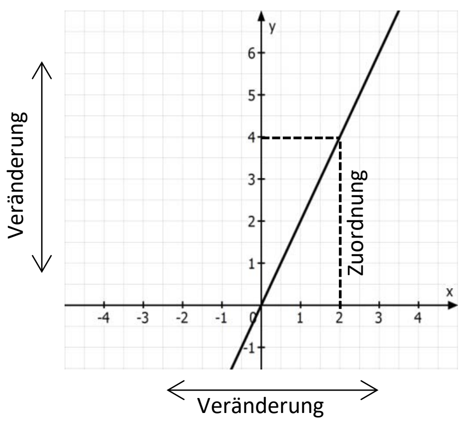
- **Wortvorschrift**: Jeder reellen Zahl wird ihr Doppeltes zugeordnet.
- **Geordnete Wertepaare**: (3|6); (6|12)
- **Wertetabelle**:

Veränderung

x	f(x)
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

Zuordnung

- **Funktionsgraph**:



- **Funktionsgleichung**: $f(x) = 2 \cdot x$

Zuordnung

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

In der Grundschule werden funktionale Zusammenhänge zunächst in Sachzusammenhängen untersucht, beispielsweise die Abhängigkeit eines Preises von der Warenmenge, eines zurückgelegten Weges von der Zeit oder der Anzahl bestimmter Objekte von ihrer Masse. Die Schülerinnen und Schüler lernen dabei, Tabellen und Schaubilder anzufertigen, zu beschreiben und zu interpretieren. Hierbei steht der Zuordnungsaspekt im Vordergrund.

Vor der Thematisierung des Begriffs der Proportionalität spielen Zuordnungen eine Rolle. Dabei dürfen die sinnvollen „naiven“ Vorstellungen der Lernenden nicht vorschnell durch ein formales Vorgehen ersetzt werden.

In der Grundschule sollte eine ausschließliche Behandlung proportionaler Zuordnungen vermieden werden. Es sollten auch andere Zuordnungen (z. B. die Zuordnung von Seitenlängen zum Flächeninhalt bei Quadraten oder die Zuordnung Zeit – Temperatur) diskutiert werden.

Um ein tieferes Verständnis von funktionalen Zusammenhängen zu entwickeln, müssen die Schülerinnen und Schüler auch handelnd tätig werden. Als Beispiele eignen sich das Erfassen der Masse in Abhängigkeit von ihrer Anzahl oder die Messung des Weges in Abhängigkeit von der Zeit. Es kann auch auf Messreihen, die von den Lernenden im naturwissenschaftlichen Unterricht erstellt wurden, zurückgegriffen werden. Die gemessenen Werte werden zuerst in Tabellen und dann in ein Koordinatensystem eingetragen. Entsprechend der Problemstellung und in Abhängigkeit von der Jahrgangsstufe können die Zusammenhänge auch durch eine Gleichung erfasst werden.

In der Sekundarstufe I erfolgt dann eine Formalisierung des Funktionsbegriffs. Die Zuordnungen von konkreten Größen aus dem Alltag (Massen, Preise usw.) werden nun durch Zuordnungen ohne Hintergrund in einer Sachsituation und die abstraktere Darstellung von Zuordnungen ergänzt. Funktionen werden als Ganzes betrachtet, durch Fachbegriffe (z. B. quadratische Funktion, Nullstellen …) und mit mathematischer Symbolik beschrieben. Auch wenn hier die Arbeit mit symbolischen und grafischen Darstellungen in den Vordergrund rückt, sollte der Zusammenhang von innermathematischen Fragestellungen zu konkreten Sachverhalten immer wieder hergestellt werden (Beispiel: Bedeutung des Scheitelpunkts oder der Nullstelle bei einer Wurfparabel).

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0