

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der Gleichungen Validieren und Interpretieren von Lösungen
Erstellen einer Lösungsstrategie zur Überprüfung des Wahrheitsgehalts einer Lösung		57
<p>Gegeben ist die Gleichung $2x + 3 = x + 15.$ Paula erhält die Lösung: $x = 12$</p> <p>Tim möchte das Ergebnis überprüfen.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Erkläre sein Vorgehen. Bringe dafür die Satzbausteine in die richtige Reihenfolge. <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; transform: rotate(-10deg); width: 200px;"> Vergleiche die Werte beider Seiten. </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; transform: rotate(10deg); width: 200px;"> Setze statt x den Wert 12 in die Gleichung ein. </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; transform: rotate(-10deg); width: 250px;"> Berechne die Werte auf beiden Seiten der Gleichung. </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 150px;"> $27 = 27$ ist eine wahre Aussage. </div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 20px; width: 250px; margin-left: auto;"> Somit ist $x = 12$ richtig. </div>		


Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der Gleichungen Validieren und Interpretieren von Lösungen												
Ziehen von Schlussfolgerungen aus der Lösung einer Gleichung		58												
<p>Juri löst eine Gleichung und erhält $x = 12$ als Ergebnis. Er führt eine Probe durch und erhält $17 = -17$.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Entscheide, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind. Kreuze an. <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th style="width: 80%;"></th> <th style="text-align: center; width: 10%;">wahr</th> <th style="text-align: center; width: 10%;">falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Juris Lösung ist richtig, da der Betrag beider Zahlen gleich ist.</td> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Juris Lösung ist falsch, da $12 = 12$ herauskommen muss.</td> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Juris Lösung ist falsch, da $17 = -17$ eine falsche Aussage ist.</td> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center; border: 1px solid black;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>				wahr	falsch	Juris Lösung ist richtig, da der Betrag beider Zahlen gleich ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Juris Lösung ist falsch, da $12 = 12$ herauskommen muss.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Juris Lösung ist falsch, da $17 = -17$ eine falsche Aussage ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	wahr	falsch												
Juris Lösung ist richtig, da der Betrag beider Zahlen gleich ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>												
Juris Lösung ist falsch, da $12 = 12$ herauskommen muss.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>												
Juris Lösung ist falsch, da $17 = -17$ eine falsche Aussage ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>												


Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der Gleichungen Validieren und Interpretieren von Lösungen
Überprüfen von Wertepaaren als Lösung einer Gleichung		59
<p>Es wird geprüft, ob die Wertepaare $(-20 40)$ und $(10 20)$ Lösungen der Gleichung $2x + 3y = 80$ sind.</p> <ul style="list-style-type: none"> Ergänze die Tabelle. 		
Überprüfen des Wertepaars $(-20 40)$	Überprüfen des Wertepaars $(10 20)$	
Für x wird -20 eingesetzt und für y wird 40 eingesetzt. Dann ergibt sich die Gleichung $2 \cdot (-20) + 3 \cdot (40) = 80.$	Für x wird ____ eingesetzt und für y wird ____ eingesetzt. Dann ergibt sich die Gleichung $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$	
Anschließend werden die Werte auf beiden Seiten berechnet. Es ergibt sich die Gleichung $80 = 80.$	Anschließend werden die Werte auf beiden Seiten berechnet. Es ergibt sich die Gleichung $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$	
Da $80 = 80$ eine wahre Aussage ist, gehört $(-20 40)$ zur Lösungsmenge der gegebenen Gleichung.	Da $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ eine ____ Aussage ist, gehört $(10 20)$ ____ zur Lösungsmenge der gegebenen Gleichung.	

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der Gleichungen Validieren und Interpretieren von Lösungen
Überprüfen von Wertepaaren anhand der grafischen Darstellung einer Gleichung		60
<ul style="list-style-type: none"> Prüfe, ob das Wertepaar $(4 3)$ eine mögliche Lösung der Gleichung ist. _____ _____ Begründe, dass das Wertepaar $(1 2)$ nicht zur Lösungsmenge der Gleichung gehört. _____ _____ Begründe mithilfe der Abbildung, dass die dazugehörige Gleichung unendlich viele Lösungen besitzt. _____ 		

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der Gleichungen Validieren und Interpretieren von Lösungen
Überprüfen eines Wertepaars als Lösung eines Gleichungssystems		61
<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin-bottom: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin-left: 20px; width: 300px;"> <p>Ein Wertepaar ist nur dann eine Lösung eines Gleichungssystems, wenn es alle Gleichungen des Systems erfüllt.</p> </div> </div> <p>Marie löst das folgende Gleichungssystem:</p> <div style="margin-left: 100px;"> <p>I. $3x - 2y = 8$</p> <p>II. $x - 4y = 12$</p> </div> <p>Als Lösung erhält sie das Wertepaar (4 2). Sie überprüft ihr Ergebnis:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ergänze. <div style="margin-left: 100px; margin-top: 10px;"> <p>I. $3 \cdot \underline{\quad} - 2 \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> • Setze die Probe fort und entscheide, ob Maries Lösung richtig ist. 		

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der Gleichungen Validieren und Interpretieren von Lösungen									
Ziehen von Schlussfolgerungen aus der Lösung eines Gleichungssystems		62									
<p>Jonas, Marie und Joana lösen alle dasselbe Gleichungssystem mit zwei Gleichungen. Sie erhalten als Lösung jedoch unterschiedliche Wertepaare.</p> <p>Zur Kontrolle setzen sie die Zahlen ihrer Wertepaare in beide Gleichungen ein. Dabei erhalten sie folgende Aussagen.</p> <table style="width: 100%; margin: 20px 0;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center; padding: 5px;">Jonas</th> <th style="text-align: center; padding: 5px;">Marie</th> <th style="text-align: center; padding: 5px;">Joana</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$5 = 1$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$1 = 1$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$1 = 1$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$26 = 29$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$25 = 29$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$29 = 29$</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> • Entscheide, wessen Wertepaar das Gleichungssystem erfüllt. Begründe deine Entscheidung. 			Jonas	Marie	Joana	$5 = 1$	$1 = 1$	$1 = 1$	$26 = 29$	$25 = 29$	$29 = 29$
Jonas	Marie	Joana									
$5 = 1$	$1 = 1$	$1 = 1$									
$26 = 29$	$25 = 29$	$29 = 29$									

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der Gleichungen Validieren und Interpretieren von Lösungen
Deuten der Ergebnisse einer Probe eines Gleichungssystems		63
<p>Betrachtet wird das folgendes Gleichungssystem:</p> <p style="text-align: right;">I. $2x - y = 1$</p> <p style="text-align: right;">II. $7x + 5y = 29$</p> <p>Jonas führt für sein ermitteltes Wertepaar eine Probe durch. Er erhält für die erste Gleichung am Ende die Aussage $7 = 1$.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Erkläre, weshalb Jonas an dieser Stelle schon mit der Probe aufhören kann. 		

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der Gleichungen Validieren und Interpretieren von Lösungen
Durchführen einer Probe bei einer quadratischen Gleichung		64
<p>Betrachtet wird die Gleichung $0 = -0,05 \cdot (x - 4)^2 + 3,2$.</p> <p>Tanja ermittelt $x = 12$ als mögliche Lösung.</p> <p>Sie überprüft ihr Ergebnis: $0 = -0,05 \cdot (\underline{\quad} - 4)^2 + 3,2$</p> <p style="text-align: center;">$0 = \underline{\quad}$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Überprüfe durch Einsetzen in die Gleichung, ob Tanjas Ergebnis richtig ist. • Prüfe, ob $x = -4$ eine Lösung ist. • Könnte es weitere Lösungen geben? Begründe. 		

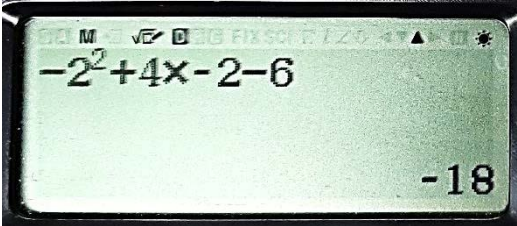
Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der Gleichungen Validieren und Interpretieren von Lösungen
Nutzen des Taschenrechners zur Probe bei quadratischen Gleichungen		65
<p>Betrachtet wird die Gleichung $0 = x^2 - x - 6$.</p> <p>Tim ermittelt $x = -2$ und $x = 3$ als Lösungen.</p> <p>Er führt die Probe aus und tippt in den Taschenrechner ein:</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> Erkläre, welchen Fehler Tim gemacht hat. Erkläre Tim, wie er die Probe richtig in den Taschenrechner eingibt. Führe selbst die Probe für $x = -2$ und $x = 3$ durch. 		

Bild 39: „Taschenrechner“, LISUM, CC-BY-SA 4.0

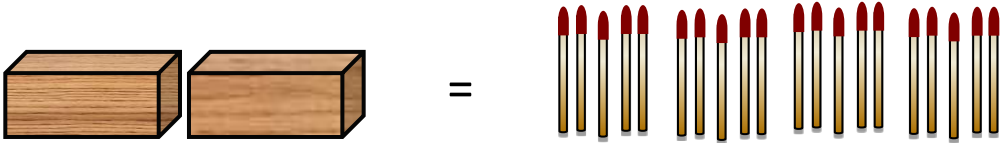
Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der Gleichungen Validieren und Interpretieren von Lösungen
Überprüfen des Wahrheitsgehalts einer Lösung im Sachzusammenhang (Streichhölzer)		66
<div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p>In jeder der beiden Schachteln befindet sich die gleiche Anzahl an Streichhölzern.</p> <p>Tim hat berechnet, dass in jeder Schachtel 10 Streichhölzer sind.</p> <ul style="list-style-type: none"> Hat er recht? Begründe mithilfe des Bildes. 		

Bild 40: „Streichhölzer“, M.Reblin für LISUM, CC-BY-SA 4.0

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der Gleichungen Validieren und Interpretieren von Lösungen
Erläutern der Lösung einer Probe im Sachzusammenhang (Streichhölzer)		67
<p>In jeder Schachtel befindet sich die gleiche Anzahl an Streichhölzern. Jasmin vermutet, dass in jeder Schachtel 7 Streichhölzer sein müssen.</p> <p>Sie überprüft ihre Lösung mit folgender Gleichung:</p> $2 \cdot 7 + 3 = 7 + 10$ $17 = 17$		
<ul style="list-style-type: none"> • Erkläre, woran sie erkennt, dass ihre Vermutung richtig ist. • Erkläre die Bedeutung der Zahl 17 in diesem Sachzusammenhang. 		

Bild 41: „Streichhölzer“, M.Reblin für LISUM, CC-BY-SA 4.0

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der Gleichungen Validieren und Interpretieren von Lösungen
Begründen einer möglichen Lösung einer Gleichung mit zwei Variablen (Waagemodell)		68
<p>Eine Waage ist im Gleichgewicht, wenn auf jeder Seite die gleiche Masse liegt.</p> <p>Fatima behauptet: „Jede schwarze Kugel wiegt 1 kg und jede weiße Kugel wiegt 2 kg.“</p>		
<ul style="list-style-type: none"> • Begründe, dass dies eine mögliche Lösung ist. 		

Bild 42: „Waage“, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der Gleichungen Validieren und Interpretieren von Lösungen															
Begründen mehrerer Lösungen einer Gleichung mit zwei Variablen (Waagemodell)		69															
<p>6 schwarze Kugeln wiegen genauso viel wie zwei weiße Kugeln.</p> <ul style="list-style-type: none"> Überlege, welche Aussagen wahr sein können. Begründe deine Entscheidungen. <table style="width: 100%; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th style="width: 70%;"></th> <th style="width: 10%; text-align: center;">Wahr</th> <th style="width: 20%; text-align: center;">Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Jede schwarze Kugel wiegt 1 kg und jede weiße Kugel wiegt 3 kg.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Jede schwarze Kugel wiegt 3 kg und jede weiße Kugel wiegt 1 kg.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Jede weiße Kugel wiegt 12 kg und jede schwarze Kugel wiegt 4 kg.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Jede weiße Kugel wiegt 10 kg und jede schwarze Kugel wiegt 4 kg.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>				Wahr	Falsch	Jede schwarze Kugel wiegt 1 kg und jede weiße Kugel wiegt 3 kg.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Jede schwarze Kugel wiegt 3 kg und jede weiße Kugel wiegt 1 kg.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Jede weiße Kugel wiegt 12 kg und jede schwarze Kugel wiegt 4 kg.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Jede weiße Kugel wiegt 10 kg und jede schwarze Kugel wiegt 4 kg.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Wahr	Falsch															
Jede schwarze Kugel wiegt 1 kg und jede weiße Kugel wiegt 3 kg.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
Jede schwarze Kugel wiegt 3 kg und jede weiße Kugel wiegt 1 kg.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
Jede weiße Kugel wiegt 12 kg und jede schwarze Kugel wiegt 4 kg.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
Jede weiße Kugel wiegt 10 kg und jede schwarze Kugel wiegt 4 kg.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															

Bild 43: „Waage“, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der Gleichungen Validieren und Interpretieren von Lösungen
Überprüfen der Lösung im Sachzusammenhang ohne Rechnung (Futtermittelvorrat)		70
<p>Der Futtermittelvorrat für eine Herde mit 12 Kühen reicht für 20 Tage.</p> <p>Toni möchte berechnen, wie lange der gleiche Futtermittelvorrat für 24 Kühe reichen würde. Toni kommt zu dem Ergebnis: „Der Vorrat reicht dann 40 Tage.“</p> <div style="text-align: right; margin-right: 50px;"> </div> <ul style="list-style-type: none"> Erkläre Toni ohne zu rechnen, ob sein Ergebnis stimmen kann. 		

Bild 44: „Kuh“, LISUM, CC-BY-SA 4.0

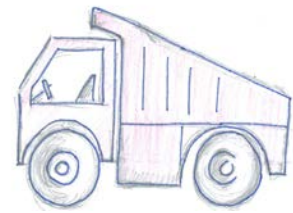


Ziehen von Schlussfolgerungen aus einer Lösung im Sachzusammenhang

71

Auf einem Grundstück liegt ein 21 m^3 großer Schutthaufen.
Dieser soll vollständig abtransportiert werden.
Ein dafür bestellter Lkw hat ein Ladungsvermögen von $6,5 \text{ m}^3$.

Karl rechnet: $21 \text{ m}^3 : 6,5 \text{ m}^3 \approx 3,23$



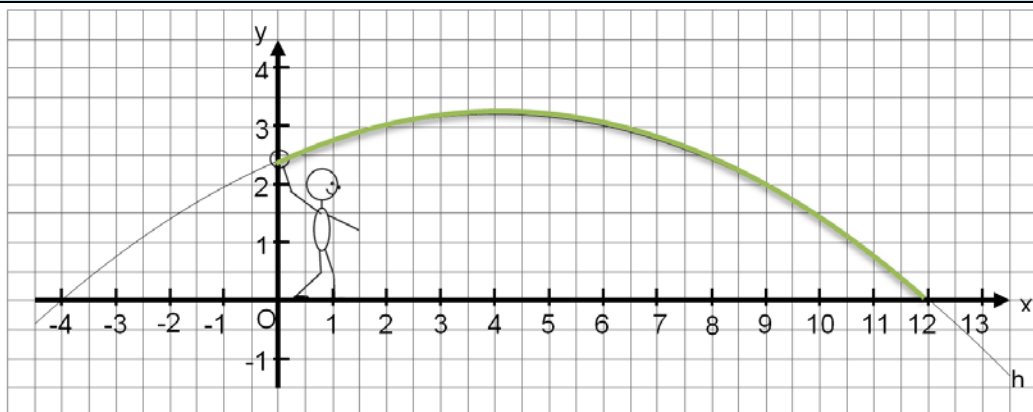
- Erkläre die Bedeutung der Zahl 3,23 in diesem Zusammenhang.
- Welche Schlussfolgerung sollte Karl aus seinem Ergebnis ziehen?

Bild 45: „LKW“, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Auswählen der zum Sachkontext passenden Lösung bei einer quadratischen Gleichung

72



Die **Flugbahn** eines Balls wird durch die Gleichung $h: y = -0,05 \cdot (x - 4)^2 + 3,2$ beschrieben.

Um die Flugweite zu berechnen, wurde die Gleichung $0 = -0,05 \cdot (x - 4)^2 + 3,2$ gelöst.

Dabei ergaben sich $x = -4$ und $x = 12$ als Lösungen.

- Entscheide, welche Lösung zum Sachverhalt passt. Begründe deine Entscheidung.

Bild 46: „Flugbahn“, C.Riehn LISUM, CC-BY-SA 4.0