



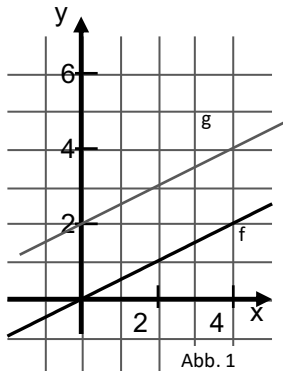
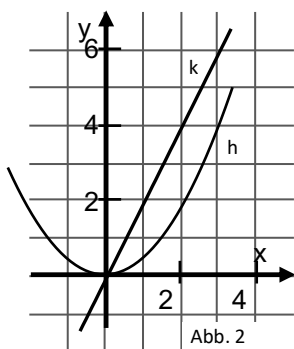
Förderschritte zu den Diagnoseaufgaben: Aufgabe 3 — E, F, G

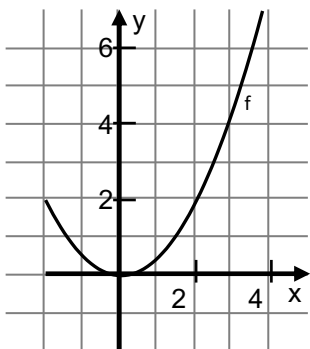
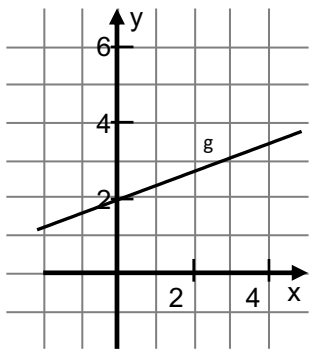
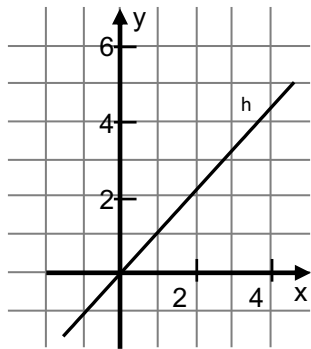
Übersicht über die Förderaufgaben

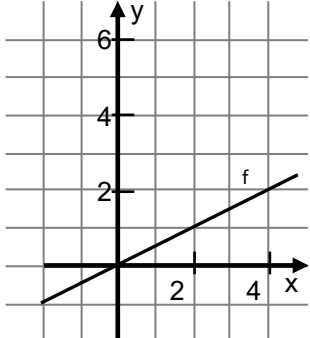
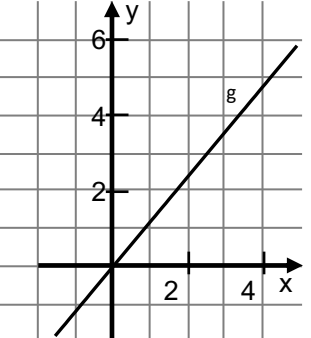
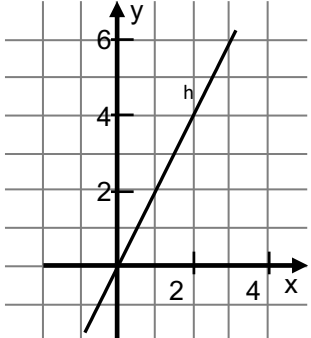
1. Beschreiben der Eigenschaften von Graphen proportionaler Zuordnungen
2. Erkennen von Graphen proportionaler Zuordnungen
3. Erkennen von Funktionsgleichungen für proportionale Zuordnungen
4. Erkennen von Funktionsgleichungen für proportionale Zuordnungen
5. Überprüfen der Quotientengleichheit als Eigenschaft direkt proportionaler Zuordnungen
6. Nachweisen der Quotientengleichheit als Eigenschaft direkt proportionaler Zuordnungen
7. Überprüfen der Produktgleichheit als Eigenschaft indirekt proportionaler Zuordnungen
8. Nachweisen der Produktgleichheit als Eigenschaft indirekt proportionaler Zuordnungen
9. Nutzen von Produktgleichheit und Quotientengleichheit, um Funktionen zu klassifizieren
10. Erkennen von linearen Funktionen anhand der Gleichungsstruktur
11. Untersuchen des Einflusses des Proportionalitätsfaktors auf den Graphenverlauf
12. Beschreiben des Einflusses der Parameter einer linearen Funktion auf den Graphenverlauf
13. Beschreiben des Einflusses der Parameter einer linearen Funktion auf den Graphenverlauf
14. Beschreiben des Einflusses der Vorzeichen von Anstiegen auf den Funktionsverlauf
15. Zuordnen von Gleichungen und Graphen linearer Funktionen
16. Zuordnen von Gleichungen und Graphen linearer Funktionen
17. Zuordnen von Gleichungen und Graphen linearer Funktionen
18. Erkennen von quadratischen Funktionen anhand der Gleichungsstruktur
19. Beschreiben von typischen Eigenschaften von Graphen quadratischer Funktionen
20. Zuordnen von Gleichungen und Graphen quadratischer Funktionen
21. Erklären des Zusammenhangs zwischen Funktionsgleichung und Scheitelpunkt einer Parabel
22. Ablesen des Scheitelpunktes von Parabeln und Aufstellen der Funktionsgleichung
23. Finden des Scheitelpunktes von Parabeln anhand der Funktionsgleichung
24. Erkennen der Stauchung einer Parabel anhand der Gleichung
25. Erkennen der Streckung einer Parabel anhand der Gleichung
26. Erkennen der Öffnungsrichtung einer Parabel anhand der Gleichung
27. Erkennen von Form und Öffnungsrichtung einer Parabel anhand der Gleichung
28. Beschreiben typischer Eigenschaften von Graphen
29. Zuordnen von Gleichungen und Graphen linearer und quadratischer Funktionen

Die nachfolgenden Aufgaben dienen der Vorbereitung auf die gymnasiale Oberstufe.


30. Nacheinanderausführen von Zuordnungsvorschriften
31. Nacheinanderausführen von Zuordnungsvorschriften
32. Untersuchen der Nacheinanderausführung einer linearen und einer quadratischen Funktion
33. Untersuchen der Nacheinanderausführung von zwei linearen Funktionen
34. Untersuchen von Nacheinanderausführungen von Funktionen

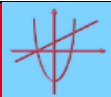
Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Objektvorstellung
Beschreiben der Eigenschaften von Graphen proportionaler Zuordnungen		1
<div style="text-align: center;">  <p>Abb. 1</p> </div> <p>Der Graph von f stellt eine proportionale Zuordnung dar.</p> <p>Der Graph von g stellt keine proportionale Zuordnung dar.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Erkläre, worin sich die Graphen unterscheiden. 	<div style="text-align: center;">  <p>Abb. 2</p> </div> <p>Der Graph von k stellt eine proportionale Zuordnung dar.</p> <p>Der Graph von h stellt keine proportionale Zuordnung dar.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Erkläre, worin sich die Graphen unterscheiden. 	


Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Objektvorstellung
Erkennen von Graphen proportionaler Zuordnungen		2
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div> <p>Es sind drei Graphen dargestellt.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Welche Graphen gehören zu einer direkten Proportionalität? • Begründe. 		


Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Objektvorstellung
Erkennen von Funktionsgleichungen für proportionale Zuordnungen		3
		
<p>Die Gleichungen $f: y = 0,5 \cdot x$, $g: y = 1,2 \cdot x$ und $h: y = 2 \cdot x$ sind Funktionsgleichungen. Alle drei beschreiben direkt proportionale Funktionen.</p> <p>Mit den Gleichungen $k: y = x^2$, $l: y = 0,5 \cdot x + 2$ und $m: y = \frac{1}{x}$ werden drei Funktionen beschrieben, die keine direkt proportionalen Funktionen sind.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Erkläre, woran man an den Gleichungen für k, l und m erkennt, dass sie keine proportionale Zuordnung beschreiben, indem du entsprechende Stellen markierst. • Erkläre, woran man eine Gleichung für eine direkt proportionale Funktion erkennt. 		

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Objektvorstellung
Erkennen von Funktionsgleichungen für proportionale Zuordnungen		4
<ul style="list-style-type: none"> • Kreuze bei den folgenden Gleichungen diejenigen an, die zu einer direkt proportionalen Zuordnung gehören: <ul style="list-style-type: none"> <li style="margin-right: 20px;"><input type="checkbox"/> $y = 3 \cdot x$ <li style="margin-right: 20px;"><input type="checkbox"/> $y = 2 \cdot x + 1$ <li style="margin-right: 20px;"><input type="checkbox"/> $y = \frac{x}{2}$ <li style="margin-right: 20px;"><input type="checkbox"/> $y = x$ <li style="margin-right: 20px;"><input type="checkbox"/> $y = 3 \cdot x^2$ <li style="margin-right: 20px;"><input type="checkbox"/> $y = x \cdot 8$ <li style="margin-right: 20px;"><input type="checkbox"/> $8 = 2 \cdot x$ <li style="margin-right: 20px;"><input type="checkbox"/> $y = 2 : x$ • Begründe deine Entscheidung bei den Gleichungen, die nicht zu einer direkt proportionalen Zuordnung gehören, indem du entsprechende Stellen markierst. 		

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Objektvorstellung															
Überprüfen der Quotientengleichheit als Eigenschaft direkt proportionaler Zuordnungen		5															
<p>Jede direkte Proportionalität lässt sich mit einer Gleichung der Form $y = k \cdot x$ beschreiben. Dabei ist k eine feste Zahl, die man Proportionalitätsfaktor nennt, z. B.: $y = 2 \cdot x$. (Der Proportionalitätsfaktor ist hier $k = 2$.)</p> <p>Die untenstehende Wertetabelle passt zu dieser Gleichung.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Für alle Wertepaare $(x y)$ einer direkten Proportionalität gilt: $y : x = k$. - k muss für alle Wertepaare gleich sein! Das nennt man Quotientengleichheit. <ul style="list-style-type: none"> ● Prüfe diese Aussage anhand der nachfolgenden Tabelle. ● Erkläre an diesem Beispiel den Begriff <i>Quotientengleichheit</i>. <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">9</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">6</td> <td style="padding: 5px;">10</td> <td style="padding: 5px;">18</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">k = y : x</td> <td style="padding: 5px;">4 : 2 = 2 → k = 2</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table>			x	2	3	5	9	y	4	6	10	18	k = y : x	4 : 2 = 2 → k = 2			
x	2	3	5	9													
y	4	6	10	18													
k = y : x	4 : 2 = 2 → k = 2																

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Objektvorstellung																														
Nachweisen der Quotientengleichheit als Eigenschaft direkt proportionaler Zuordnungen		6																														
<ul style="list-style-type: none"> ● Prüfe, ob es sich bei den nachfolgenden Funktionen (<i>Funktion 1 und Funktion 2</i>) um direkte Proportionalitäten handelt. Nutze den Taschenrechner. ● Begründe jeweils. <table style="margin: 10px auto; width: 80%;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;"><i>Funktion 1</i></td> <td style="padding: 10px 20px;"></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;"><i>Funktion 2</i></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="padding: 5px;">x</td><td style="padding: 5px;">2,0</td><td style="padding: 5px;">5,0</td><td style="padding: 5px;">7,5</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">y</td><td style="padding: 5px;">2,8</td><td style="padding: 5px;">7,0</td><td style="padding: 5px;">10,5</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td></tr> </table> </td> <td></td> <td style="padding: 5px;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="padding: 5px;">x</td><td style="padding: 5px;">2,5</td><td style="padding: 5px;">4,0</td><td style="padding: 5px;">6,0</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">y</td><td style="padding: 5px;">3,5</td><td style="padding: 5px;">5,8</td><td style="padding: 5px;">9,6</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td></tr> </table> </td> </tr> </table>			<i>Funktion 1</i>		<i>Funktion 2</i>	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="padding: 5px;">x</td><td style="padding: 5px;">2,0</td><td style="padding: 5px;">5,0</td><td style="padding: 5px;">7,5</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">y</td><td style="padding: 5px;">2,8</td><td style="padding: 5px;">7,0</td><td style="padding: 5px;">10,5</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td></tr> </table>	x	2,0	5,0	7,5	y	2,8	7,0	10,5						<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="padding: 5px;">x</td><td style="padding: 5px;">2,5</td><td style="padding: 5px;">4,0</td><td style="padding: 5px;">6,0</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">y</td><td style="padding: 5px;">3,5</td><td style="padding: 5px;">5,8</td><td style="padding: 5px;">9,6</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td></tr> </table>	x	2,5	4,0	6,0	y	3,5	5,8	9,6				
<i>Funktion 1</i>		<i>Funktion 2</i>																														
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="padding: 5px;">x</td><td style="padding: 5px;">2,0</td><td style="padding: 5px;">5,0</td><td style="padding: 5px;">7,5</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">y</td><td style="padding: 5px;">2,8</td><td style="padding: 5px;">7,0</td><td style="padding: 5px;">10,5</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td></tr> </table>	x	2,0	5,0	7,5	y	2,8	7,0	10,5						<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="padding: 5px;">x</td><td style="padding: 5px;">2,5</td><td style="padding: 5px;">4,0</td><td style="padding: 5px;">6,0</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">y</td><td style="padding: 5px;">3,5</td><td style="padding: 5px;">5,8</td><td style="padding: 5px;">9,6</td></tr> <tr><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td><td style="padding: 5px;"></td></tr> </table>	x	2,5	4,0	6,0	y	3,5	5,8	9,6										
x	2,0	5,0	7,5																													
y	2,8	7,0	10,5																													
x	2,5	4,0	6,0																													
y	3,5	5,8	9,6																													

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Objektvorstellung															
Überprüfen der Produktgleichheit als Eigenschaft indirekt proportionaler Zuordnungen		7															
<p>Die folgende Wertetabelle stellt eine indirekte Proportionalität dar.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Für alle Wertepaare $(x y)$ einer indirekten Proportionalität gilt: $y \cdot x = k$. - k muss für alle Wertepaare gleich sein! Das nennt man Produktgleichheit. <ul style="list-style-type: none"> • Prüfe diese Aussage anhand der nachfolgenden Tabelle. • Erkläre an diesem Beispiel den Begriff <i>Produktgleichheit</i>. <div style="text-align: center; margin: 20px 0;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 60%; margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">8</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">12</td> <td style="padding: 5px;">6</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">1,5</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">k = y · x</td> <td style="padding: 5px;">1 · 12 = 12 → k = 12</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> </div>			x	1	2	3	8	y	12	6	4	1,5	k = y · x	1 · 12 = 12 → k = 12			
x	1	2	3	8													
y	12	6	4	1,5													
k = y · x	1 · 12 = 12 → k = 12																

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Objektvorstellung																								
Nachweisen der Produktgleichheit als Eigenschaft indirekt proportionaler Zuordnungen		8																								
<ul style="list-style-type: none"> • Prüfe, ob es sich bei den nachfolgenden Funktionen (<i>Funktion 1 und Funktion 2</i>) um indirekte Proportionalitäten handelt. Nutze den Taschenrechner. • Begründe. <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin: 20px 0;"> <div style="text-align: center;"> <p><i>Funktion 1</i></p> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40%;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">2,0</td> <td style="padding: 5px;">5,0</td> <td style="padding: 5px;">12,0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">9,0</td> <td style="padding: 5px;">3,8</td> <td style="padding: 5px;">1,8</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> </div> <div style="text-align: center;"> <p><i>Funktion 2</i></p> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 40%;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">2,5</td> <td style="padding: 5px;">4,0</td> <td style="padding: 5px;">10,0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">13,6</td> <td style="padding: 5px;">8,5</td> <td style="padding: 5px;">3,4</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> </div> </div>			x	2,0	5,0	12,0	y	9,0	3,8	1,8					x	2,5	4,0	10,0	y	13,6	8,5	3,4				
x	2,0	5,0	12,0																							
y	9,0	3,8	1,8																							
x	2,5	4,0	10,0																							
y	13,6	8,5	3,4																							

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Objektvorstellung																																																												
Nutzen von Produktgleichheit und Quotientengleichheit, um Funktionen zu klassifizieren		9																																																												
<ul style="list-style-type: none"> ● Prüfe, bei welchen der Funktionen es sich um direkte oder indirekte Proportionalitäten handelt. <p style="margin-left: 20px;">Tipp: Prüfe zuerst: <i>Je mehr ..., desto mehr ...</i> oder <i>Je mehr ..., desto weniger ...</i> Entscheide dann, wie du rechnest.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="width: 45%;"> <p><i>Funktion 1</i></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>y</td><td>5,75</td><td>5</td><td>3,75</td><td>2</td></tr> </table> </div> <div style="width: 45%;"> <p><i>Funktion 2</i></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>x</td><td>2</td><td>4</td><td>7</td><td>10</td></tr> <tr><td>y</td><td>4,5</td><td>9</td><td>15,75</td><td>22,5</td></tr> </table> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="width: 45%;"> <p><i>Funktion 3</i></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>x</td><td>2</td><td>4</td><td>5</td><td>8</td></tr> <tr><td>y</td><td>8</td><td>15</td><td>18,5</td><td>29</td></tr> </table> </div> <div style="width: 45%;"> <p><i>Funktion 4</i></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td><td>6</td><td>10</td></tr> <tr><td>y</td><td>12</td><td>8</td><td>4</td><td>2,4</td></tr> </table> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="width: 45%;"> <p><i>Funktion 5</i></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr> <tr><td>y</td><td>4</td><td>7</td><td>8</td><td>4</td></tr> </table> </div> <div style="width: 45%;"> <p><i>Funktion 6</i></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>6</td></tr> <tr><td>y</td><td>7,5</td><td>3,7</td><td>2,5</td><td>14,5</td></tr> </table> </div> </div>			x	1	2	3	4	y	5,75	5	3,75	2	x	2	4	7	10	y	4,5	9	15,75	22,5	x	2	4	5	8	y	8	15	18,5	29	x	2	3	6	10	y	12	8	4	2,4	x	1	2	3	5	y	4	7	8	4	x	1	2	3	6	y	7,5	3,7	2,5	14,5
x	1	2	3	4																																																										
y	5,75	5	3,75	2																																																										
x	2	4	7	10																																																										
y	4,5	9	15,75	22,5																																																										
x	2	4	5	8																																																										
y	8	15	18,5	29																																																										
x	2	3	6	10																																																										
y	12	8	4	2,4																																																										
x	1	2	3	5																																																										
y	4	7	8	4																																																										
x	1	2	3	6																																																										
y	7,5	3,7	2,5	14,5																																																										

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Objektvorstellung
Erkennen von linearen Funktionen anhand der Gleichungsstruktur		10
<p>Lineare Funktionen werden durch die Gleichung $y = m \cdot x + n$ dargestellt. Dabei sind m und n für jede Funktion festgelegte Zahlen.</p> <p>Beispiele: $y = 3 \cdot x + 2$: Hier ist m = 3 und n = 2.</p> <p>oder: $y = \frac{1}{2} \cdot x - 1$. Hier ist m = $\frac{1}{2}$ und n = -1</p> <p>oder: $y = -2 \cdot x + 9$. Hier ist m = ... und n = ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Kreuze die Gleichungen für lineare Funktionen an. <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around; margin: 10px 0;"> <div style="margin: 5px;"><input type="checkbox"/> $y = 2 \cdot x - 3$</div> <div style="margin: 5px;"><input type="checkbox"/> $y = -2 \cdot x + 1$</div> <div style="margin: 5px;"><input type="checkbox"/> $y = \frac{1}{2}x + 3$</div> <div style="margin: 5px;"><input type="checkbox"/> $y = 2 : x + 1$</div> <div style="margin: 5px;"><input type="checkbox"/> $y = 3 \cdot x + \frac{2}{x}$</div> <div style="margin: 5px;"><input type="checkbox"/> $y = x \cdot 8 - 4$</div> <div style="margin: 5px;"><input type="checkbox"/> $y = x^3 - 1$</div> <div style="margin: 5px;"><input type="checkbox"/> $y = 3 \cdot x^2 + 2$</div> </div> <ul style="list-style-type: none"> ● Erkläre, warum die anderen Gleichungen nicht zu den linearen Funktionen gehören. ● Erkläre, warum auch die Gleichungen a) $y = x + 8$, b) $y = 2 + 3 \cdot x$ und c) $y = 5 \cdot x$ Gleichungen für lineare Funktionen sind. 		

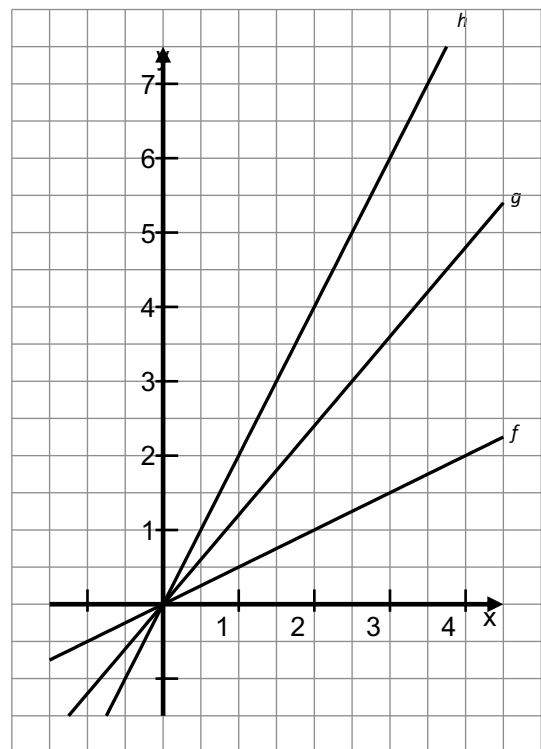


Gegeben sind drei Funktionen durch ihre Gleichungen und Wertetabellen.
Es handelt sich in jedem Fall um direkte Proportionalitäten.

$f: y = 0,5 \cdot x$			
x	1	2	4
y	0,5	1	2

$g: y = 1,2 \cdot x$			
x	1	2	4
y	1,2	2,4	4,8

$h: y = 2 \cdot x$			
x	1	2	4
y	2	4	8



Die Graphen der drei Funktionen sind im Koordinatensystem dargestellt.

- Vervollständige die folgenden Sätze.
Beziehe dich dabei auf die zugehörigen Funktionsgleichungen.
„Der Graph von ... verläuft am steilsten, weil der Faktor vor dem x am größten ist.“
„Der Graph von ... verläuft flacher als der von g , weil“
- Erkläre, wie der Graph einer Funktion mit der Gleichung $y = 4 \cdot x$ im Vergleich zu den Graphen von f , g und h verlaufen müsste.
- Erkläre, wie der Graph einer Funktion mit der Gleichung $y = 0,2 \cdot x$ im Vergleich zu den Graphen von f , g und h verlaufen müsste.
- Eine weitere Gerade liegt zwischen den Graphen von g und h .
Gib eine mögliche Funktionsgleichung an.



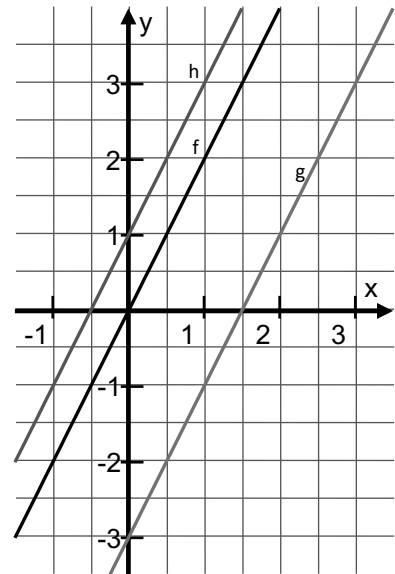
Gegeben sind drei lineare Funktionsgleichungen und deren Graphen.

$$f: y = 2 \cdot x$$

$$g: y = 2 \cdot x - 3$$

$$h: y = 2 \cdot x + 1$$

- Betrachte die Gemeinsamkeit der drei Graphen. Woran erkennt man diese an den Gleichungen?
- Betrachte die Unterschiede zwischen den drei Graphen. Woran erkennt man diese an den Gleichungen?



Die Gleichung einer linearen Funktion hat die Form $y = m \cdot x + n$.

Dabei sind x und y die Variablen der Funktion. m und n sind Parameter. Sie stehen für feste, aber beliebig wählbare Zahlen.

Im Koordinatensystem sind lineare Funktionen dargestellt:

$$f: y = 0,5 \cdot x + 1$$

$$g: y = 1 \cdot x + 1$$

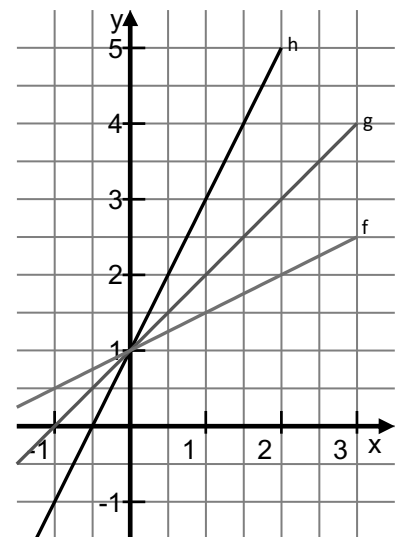
$$h: y = 2 \cdot x + 1$$

- Beschreibe, welche Gemeinsamkeit die drei Gleichungen haben und welche Gemeinsamkeit alle drei Graphen haben.
- Betrachte die Unterschiede zwischen den drei Gleichungen und zwischen den drei Graphen.

Beschreibe mit Worten, wie ein Graph der Funktion

$k: y = 3 \cdot x + 1$ und wie ein Graph der Funktion

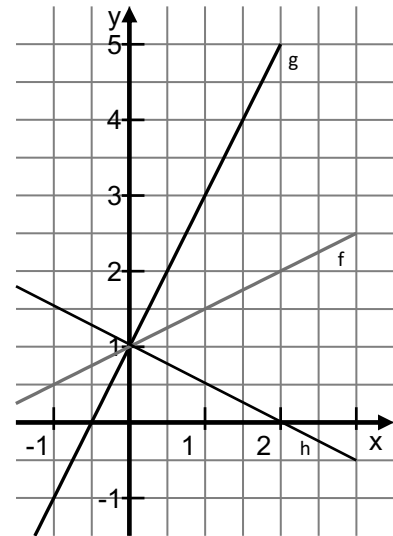
$t: y = 0,2 \cdot x + 1$ verlaufen müssten.





Im nebenstehenden Koordinatensystem sind drei lineare Funktionen dargestellt.

f: $y = 0,5 \cdot x + 1$
 g: $y = 2 \cdot x + 1$
 h: $y = -0,5 \cdot x + 1$



- Erkläre:
 - Was unterscheidet den Graphen der Funktion h von den anderen beiden?
 - Woran kann man diesen Unterschied in der Funktionsgleichung erkennen?
- Skizziere den Graphen der Funktion k: $y = -2x + 1$.

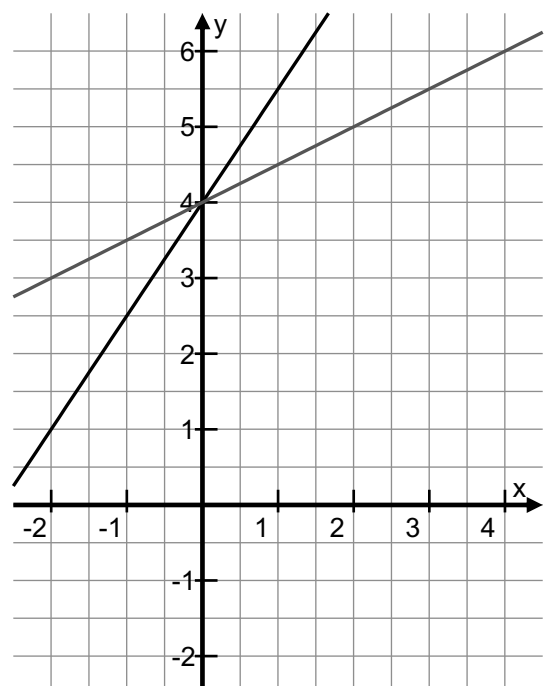


In der Abbildung sind zwei Graphen linearer Funktionen dargestellt.

- Ordne jedem Graphen eine der folgenden drei Funktionsgleichungen zu. Schreibe die Namen (z. B. f) an die zugehörigen Graphen.

f: $y = 0,5 \cdot x + 1$
 g: $y = 0,5 \cdot x + 4$
 h: $y = 1,5 \cdot x + 4$
 k: $y = 4 \cdot x + 1,5$

- Begründe deine Entscheidungen.





In der Abbildung sind drei Graphen linearer Funktionen dargestellt.

- Ordne jedem Graphen eine der folgenden vier Funktionsgleichungen zu. Schreibe die Namen (z. B. f) an die zugehörigen Graphen.

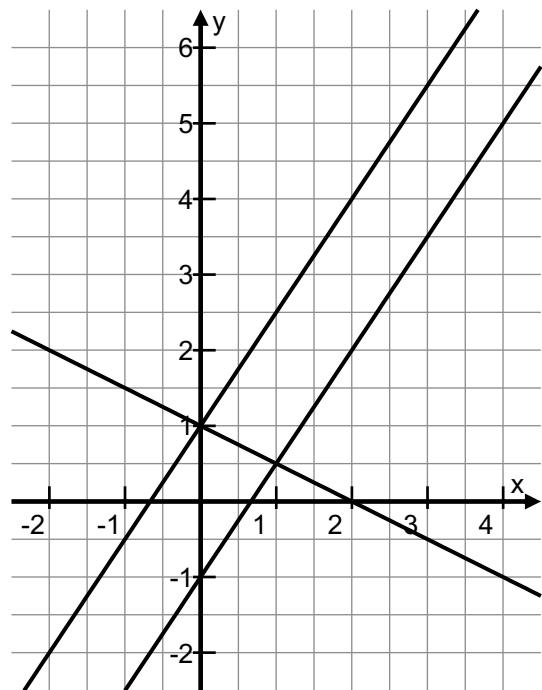
f: $y = 1,5 \cdot x + 1$

g: $y = -0,5 \cdot x + 2$

h: $y = 1,5 \cdot x - 1$

k: $y = -0,5 \cdot x + 1$

- Begründe deine Entscheidungen.



In der Abbildung sind drei Graphen linearer Funktionen dargestellt.

- Ordne jedem Graphen eine der folgenden vier Funktionsgleichungen zu. Schreibe die Namen (z. B. f) an die zugehörigen Graphen.

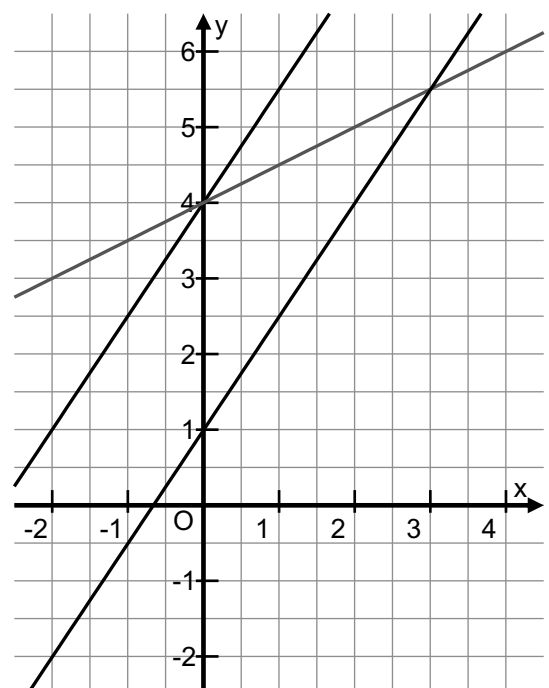
f: $y = 1,5 \cdot x + 4$

g: $y = 0,5 \cdot x + 4$

h: $y = 0,5 \cdot x + 1$

k: $y = 1,5 \cdot x + 1$

- Begründe deine Entscheidungen.





Mit den folgenden Gleichungen sind quadratische Funktionen beschrieben:

$$f: y = x^2$$

$$g: y = (x + 1)^2$$

$$h: y = (x - 1)^2 - 3$$

$$k: y = 4 - x^2$$

Die Funktionsgleichungen m, n, p und q beschreiben keine quadratischen Funktionen:

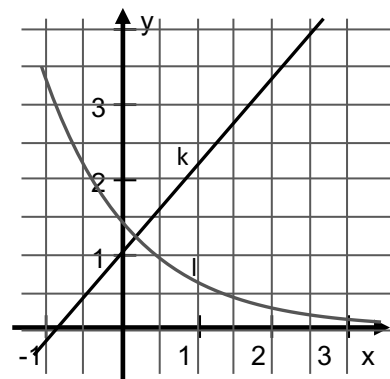
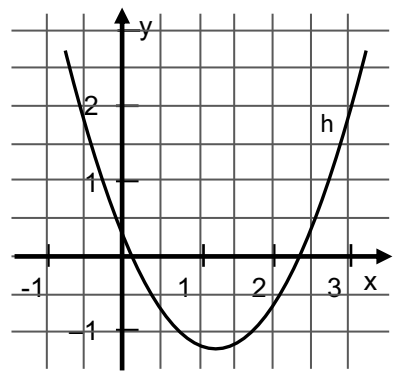
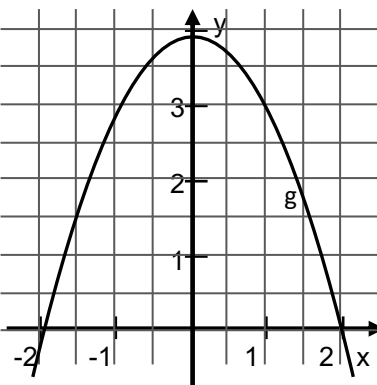
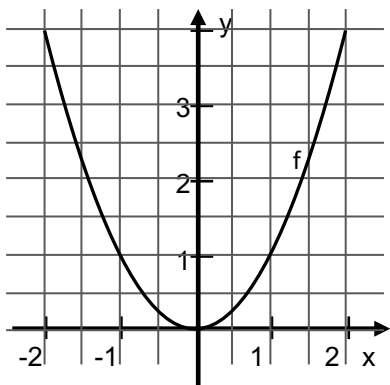
$$m: y = 2 \cdot x + 1$$

$$n: y = \frac{2}{x}$$

$$p: y = 2^x$$

$$q: y = x + 3^2$$

- Erkläre, woran man die Gleichung einer quadratischen Funktion erkennt.
- Begründe, warum die Gleichungen m, n, p und q keine quadratischen Funktionen beschreiben.



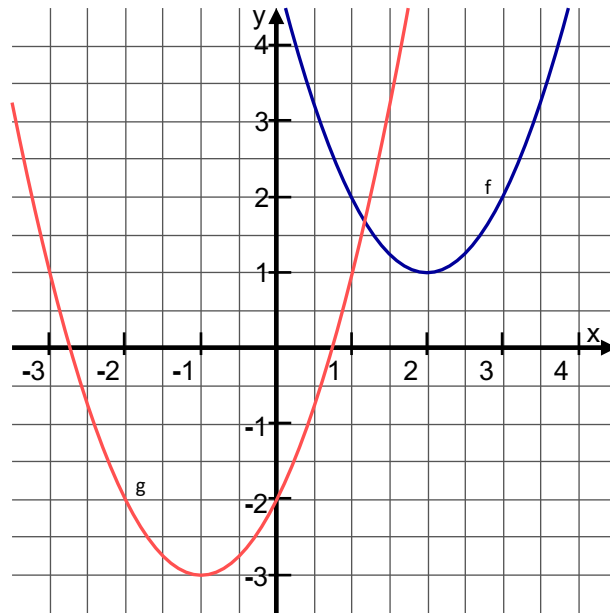
Oben sind 3 Graphen von quadratischen Funktionen (f, g, h) dargestellt. Diese nennt man Parabeln.

Die Funktionen k und l sind keine quadratischen Funktionen. Ihre Graphen sind nebenstehend abgebildet.

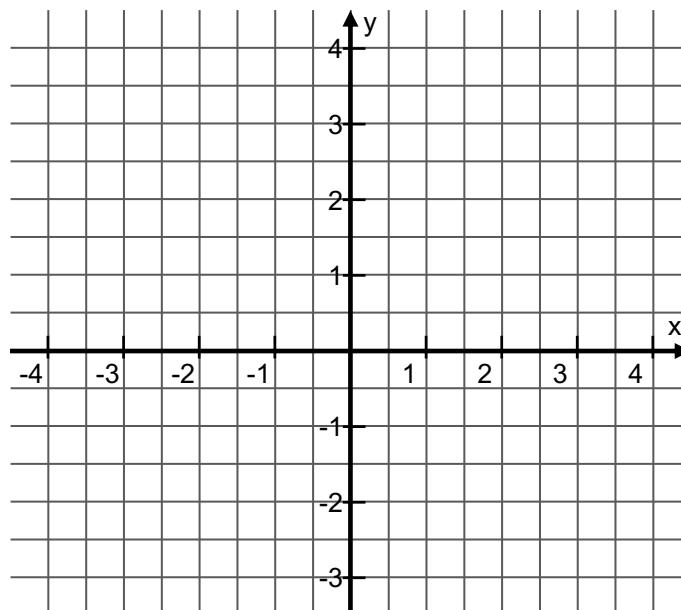
- Erkläre an den Beispielen, woran man Graphen quadratischer Funktionen erkennt.

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Objektvorstellung
Zuordnen von Gleichungen und Graphen quadratischer Funktionen		20
<p>Der Graph der Funktion $f: y = x^2$ ist die Normalparabel, deren Scheitelpunkt im Punkt $S_1(0 0)$ liegt.</p> <p>Die Graphen der Funktionen</p> <p style="margin-left: 20px;">$g: y = x^2 + 2$ und $h: y = x^2 - 1$</p> <p>sind verschobene Normalparabeln.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Lies aus der Abbildung die Scheitelpunkte ab. <p style="margin-left: 20px;">$f: y = x^2$ $S_1(0 0)$</p> <p style="margin-left: 20px;">$g: y = x^2 + 2$ $S_2(\underline{\quad} \underline{\quad})$</p> <p style="margin-left: 20px;">$h: y = x^2 - 1$ $S_3(\underline{\quad} \underline{\quad})$</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Erkläre, welcher Zusammenhang zwischen den Funktionsgleichungen und der Lage der Scheitelpunkte besteht. ● Gib den Scheitelpunkt der Funktion $k: y = x^2 - 2$ an und markiere ihn im Koordinatensystem. 		

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Objektvorstellung
Erklären des Zusammenhangs zwischen Funktionsgleichung und Scheitelpunkt einer Parabel		21
<p>Der Graph der Funktion $f: y = x^2$ ist die Normalparabel, deren Scheitelpunkt im Punkt $S_1(0 0)$ liegt.</p> <p>Die Graphen der Funktionen</p> <p style="margin-left: 20px;">$g: y = (x - 1)^2$ und</p> <p style="margin-left: 20px;">$h: y = (x + 2)^2$</p> <p>sind verschobene Normalparabeln.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Lies aus der Abbildung die Scheitelpunkte ab. <p style="margin-left: 20px;">$f: y = x^2$ $S_1(0 0)$</p> <p style="margin-left: 20px;">$g: y = (x - 1)^2$ $S_2(\underline{\quad} \underline{\quad})$</p> <p style="margin-left: 20px;">$h: y = (x + 2)^2$ $S_3(\underline{\quad} \underline{\quad})$</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Erkläre, welcher Zusammenhang zwischen den Funktionsgleichungen und der Lage der Scheitelpunkte besteht. ● Gib den Scheitelpunkt des Graphen der Funktion $k: y = (x + 3)^2$ an und markiere ihn im Koordinatensystem. 		



- Lies die Scheitelpunkte der Graphen ab. $f: S(\text{---} | \text{---}), y = \text{---}$
- Gib die zugehörigen Funktionsgleichungen an. $g: \text{---}$



Gegeben sind drei quadratische Funktionen durch ihre Gleichungen:

$f: y = x^2 - 2$

$g: y = (x - 3)^2$

$h: y = (x + 2)^2 + 1$

Die Graphen dieser Funktionen sind Parabeln.

- Markiere die Lage der Scheitelpunkte dieser Parabeln im Koordinatensystem.

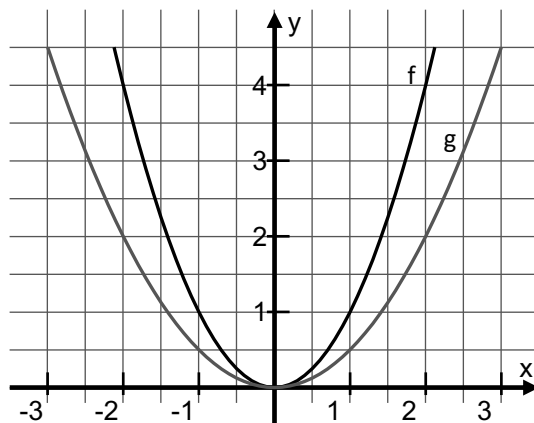


In der Abbildung sind die Graphen der Funktionen
f: $y = x^2$ und g: $y = 0,5 \cdot x^2$ dargestellt.

Der Graph von g verläuft etwas flacher als der Graph
von f.

Das wird mit dem Begriff **gestaucht** beschrieben.

Gestauchte Parabeln entstehen, wenn der
Funktionsterm x^2 mit einer Zahl multipliziert wird,
deren **Betrag zwischen 0 und 1** liegt.



- Kreuze die Funktionen an, deren Graph gestaucht ist.

$y = 0,7 \cdot x^2$

$y = x^2 + 0,2$

$y = 2,05 \cdot x^2$

$y = 0,3 \cdot x^2 + 1$

$y = -0,4 \cdot x^2$

$y = 1 \cdot x^2$

$y = -3,5 \cdot x^2$

$y = \frac{3}{4} \cdot x^2$

- Erkläre für die Funktionen, die du *nicht* angekreuzt hast, warum deren Graph nicht gestaucht sein kann.

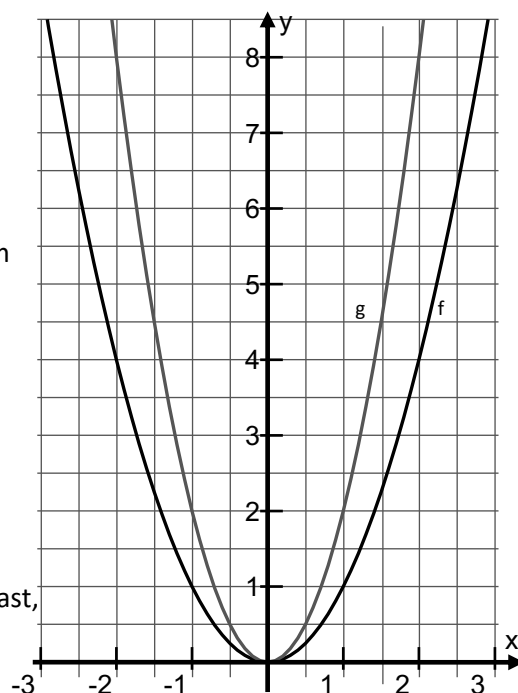


In der Abbildung sind die Graphen der Funktionen
f: $y = x^2$ und g: $y = 2 \cdot x^2$ dargestellt.

Der Graph von g verläuft steiler als der Graph
der Normalparabel f.

Das wird mit dem Begriff **gestreckt** beschrieben.

Gestreckte Parabeln entstehen, wenn der Funktionsterm
 x^2 mit einer Zahl multipliziert wird, deren **Betrag größer
als 1** ist.



- Kreuze die Funktionen an, deren Graph gestreckt ist.

$y = 7 \cdot x^2$

$y = x^2 + 2$

$y = -2,5 \cdot x^2$

$y = \frac{8}{5} \cdot x^2$

$y = x^2 \cdot 1,3$

$y = \frac{2}{3} \cdot x^2$

- Erkläre für die Funktionen, die du *nicht* angekreuzt hast, warum deren Graph nicht gestreckt sein kann.



Erkennen der Öffnungsrichtung einer Parabel anhand der Gleichung

26

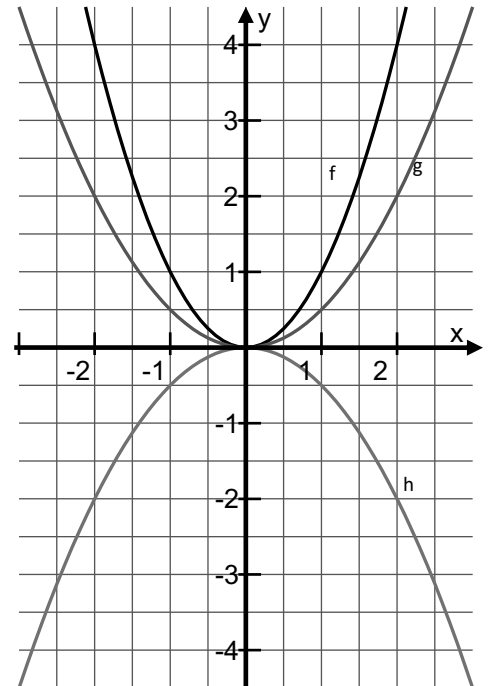
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Die Abbildung zeigt den Graphen der Normalparabel $f: y = x^2$ sowie die Graphen der Funktionen $g: y = 0,5 \cdot x^2$ und $h: y = -0,5 \cdot x^2$.

Die Graphen von f und g sind **nach oben geöffnete** Parabeln. Der Graph von h ist eine **nach unten geöffnete** Parabel.

- Beschreibe, an welcher Stelle der Funktionsgleichung du erkennen kannst, ob die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet ist.
- Kreuze die Funktionen an, deren Graphen nach unten geöffnet sind.

- | | | |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> $y = 0,7 \cdot x^2$ | <input type="checkbox"/> $y = -x^2 + 0,2$ | <input type="checkbox"/> $y = 2 \cdot x^2 - 1$ |
| <input type="checkbox"/> $y = -0,4 \cdot x^2$ | <input type="checkbox"/> $y = 1 \cdot x^2$ | <input type="checkbox"/> $y = -3 \cdot x^2 + 5$ |
| <input type="checkbox"/> $y = x^2 - 4x - 5$ | | |



Erkennen von Form und Öffnungsrichtung einer Parabel anhand der Gleichung

27

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

In der Abbildung sind drei Graphen dargestellt.

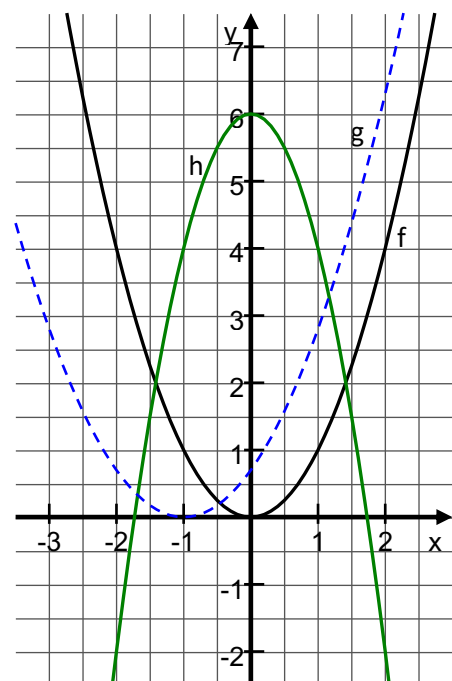
f ist die Normalparabel $y = x^2$.

- Ordne den Graphen von g und h eine der folgenden 4 Funktionsgleichungen zu. Begründe deine Entscheidungen.

- | | |
|-------------------------------|------------------------------------|
| A $y = -0,5 \cdot x^2$ | C $y = x^2 + 6$ |
| E $y = -2x^2 + 6$ | F $y = 0,7 \cdot (x + 1)^2$ |

Es bleiben zwei Funktionsgleichungen übrig.

- Erkläre, woran du erkennst, dass diese Gleichungen zu keinem der 3 Graphen gehören können.

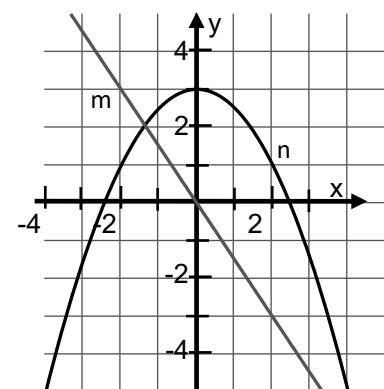
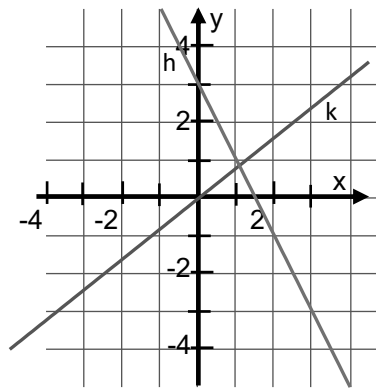
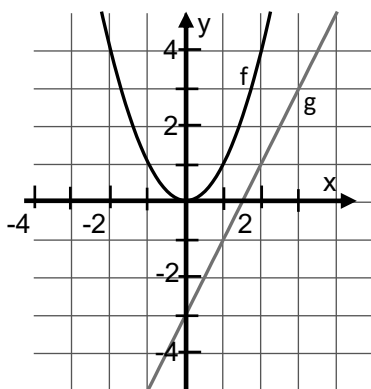
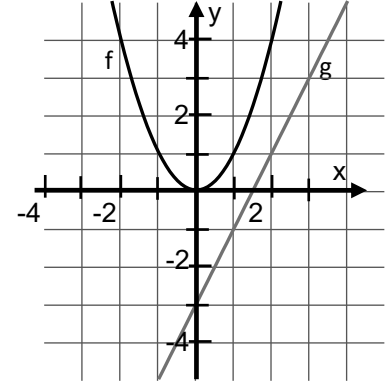
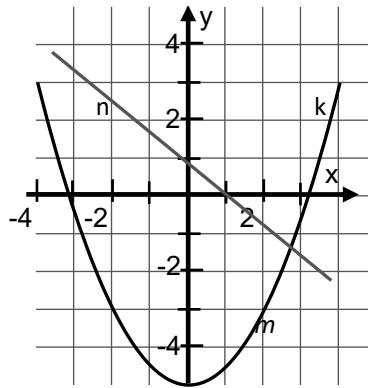
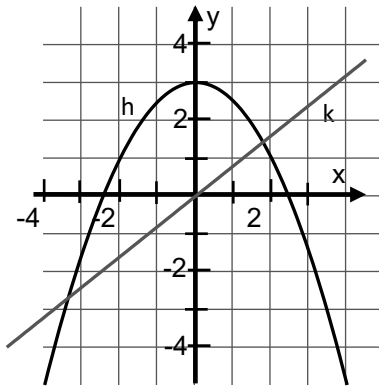




Die Graphen von **proportionalen**, **linearen** und **quadratischen** Funktionen besitzen typische Eigenschaften.

In den nachfolgenden Abbildungen sind Graphen dieser drei Funktionsarten dargestellt.

- Ordne die Graphen den Funktionsarten **proportional**, **linear** oder **quadratisch** zu. Begründe.



- Ordne die Funktionsgleichungen den Graphen zu.

A) $y = 0,8 \cdot x$

B) $y = -1,5 \cdot x$

C) $y = 2x - 3$

D) $y = -2x + 3$

E) $y = x^2$

F) $y = -0,5 \cdot x^2 + 3$

- Begründe deine Entscheidungen.



Fridolin sagt: Jede Zahl wird von mir verdoppelt und anschließend um eins erhöht.

Gustav sagt: Jede Zahl wird von mir quadriert.

Fridolin und Gustav überlegen, was passiert, wenn sie ihr Vorgehen hintereinander ausführen.

$$3 \xrightarrow{\text{Fridolin}} 2 \cdot 3 + 1 = 5 \xrightarrow{\text{Gustav}} 5^2 = 25$$

$$5 \xrightarrow{\text{Fridolin}} \boxed{} \xrightarrow{\text{Gustav}} \boxed{}$$

$$x \xrightarrow{\text{Fridolin}} \boxed{} \xrightarrow{\text{Gustav}} \boxed{}$$

- Fülle die Kästchen aus.

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Fridolin sagt: Jede Zahl wird von mir verdoppelt und anschließend um eins erhöht.

Nun möchte Fridolin sein Vorgehen zweimal hintereinander ausführen.

$$3 \xrightarrow{\text{Fridolin}} 2 \cdot 3 + 1 \xrightarrow{\text{Fridolin}} 2 \cdot (2 \cdot 3 + 1) + 1$$

$$5 \xrightarrow{\text{Fridolin}} \boxed{} \xrightarrow{\text{Fridolin}} \boxed{}$$

$$x \xrightarrow{\text{Fridolin}} \boxed{} \xrightarrow{\text{Fridolin}} \boxed{ ?}$$

- Fülle die freien Kästchen aus.
- Ordne $\boxed{?}$ den richtigen Term zu. Begründe deine Entscheidung.

$$4(x + 2)$$

$$(4x + 1) + 1$$

$$2(2x + 1) + 1$$

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Untersuchen der Nacheinanderausführung einer linearen und einer quadratischen Funktion

32

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Fridolin betrachtet die lineare Funktion $f: y = 3x + 2$.
Er möchte sie zweimal hintereinander ausführen.
Er überlegt:

$$x \xrightarrow{f} \boxed{3x + 2} \xrightarrow{f} \boxed{3(3x + 2) + 2 = 9x + 8}$$

Nun möchte Gustav die quadratische Funktion $g: y = x^2$ zweimal hintereinander ausführen.

$$x \xrightarrow{g} \boxed{} \xrightarrow{g} \boxed{}$$

- Fülle die Kästchen aus.
- Überprüfe, ob der **Typ** der Funktion immer erhalten bleibt, wenn du eine Funktion zweimal hintereinander ausführst.



Untersuchen der Nacheinanderausführung von zwei linearen Funktionen

33

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Gegeben sind die Funktionen $f: y = x + 2$ und $g: y = 3x + 1$.

Fridolin und Gustav möchten diese Funktionen hintereinander ausführen. Sie überlegen, ob dabei die Reihenfolge eine Rolle spielt.

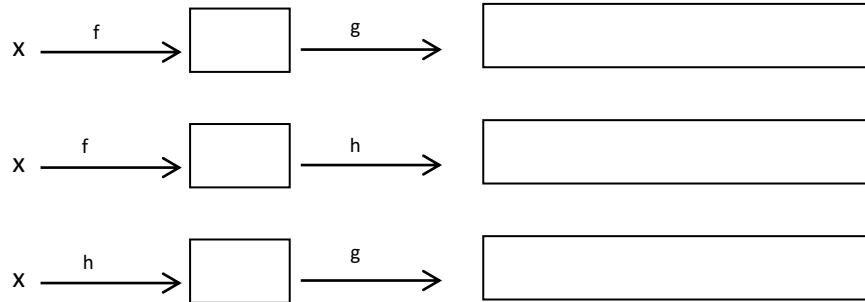
$$x \xrightarrow{f} \boxed{} \xrightarrow{g} \boxed{}$$

$$x \xrightarrow{g} \boxed{} \xrightarrow{f} \boxed{}$$

- Fülle die Kästchen aus.
- Vergleiche die Ergebnisse miteinander und entscheide, ob die Reihenfolge eine Rolle spielt.



Gegeben sind die beiden linearen Funktionen $f: y = 2x + 1$ und $g: y = 3x - 4$ sowie die quadratische Funktion $h: y = x^2$.



- Fülle die Kästchen aus.
- Gib an, welche Funktionsart entsteht, wenn
 - a) man zwei lineare Funktionen hintereinander ausführt.
 - b) eine lineare und eine quadratische Funktion hintereinander ausgeführt werden.