



Übersicht über die Förderempfehlungen: 2a, b — E, F, G

Förderschritte zu den Diagnoseaufgaben

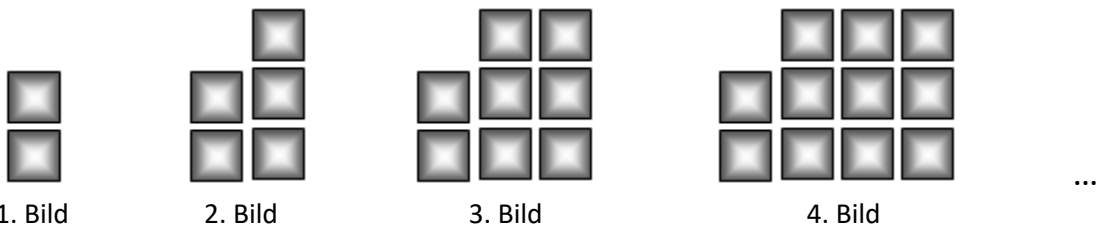
1. Fortsetzen von Zahlenfolgen mithilfe von Bildern
2. Erfassen der Struktur einer Zahlenfolge mithilfe von Bildern
3. Beschreiben einer Zahlenfolge mit einer Rechenvorschrift
4. Fortsetzen von Zahlenfolgen im Sachkontext mithilfe von Tabellen
5. Erkennen der Struktur einer Zahlenfolge mithilfe einer Grafik
6. Beschreiben der Zuordnung Etagenzahl – Höhe eines Hauses
7. Erkennen und Beschreiben einer gleichmäßigen Zunahme aus einer Grafik
8. Erkennen und Beschreiben einer gleichmäßigen Abnahme aus einer Grafik
9. Beschreiben des Anstieges einer Geraden mit verschiedenen Steigungsdreiecken
10. Ergänzen eines Diagramms zu einer beschriebenen Veränderung
11. Erfassen und Beschreiben einer Veränderung aus einer Tabelle
12. Ergänzen eines Diagramms zu sprachlich beschriebenen Veränderungen
13. Beschreiben eines Pflanzenwachstums anhand eines Diagramms
14. Beschreibung des Verlaufs eines Graphen und besonderer Punkte
15. Beschreiben von Pflanzenwachstum anhand verschiedener Wachstumskurven
16. Beschreiben der Art der Abhängigkeit zweier Größen anhand von Diagrammen
17. Untersuchen der Art der Abhängigkeit zweier Größen anhand einer Wanderroute
18. Beschreiben der Art der Abhängigkeit zweier Größen (gleichmäßige Geschwindigkeit)
19. Beschreiben der Art der Abhängigkeit zweier Größen (ungleichmäßige Geschwindigkeit)
20. Beschreiben der Art der Abhängigkeit zweier Größen (indirekte Proportionalität)
21. Identifizieren indirekt proportionaler Zuordnungen
22. Beschreiben der Art der Abhängigkeit zweier Größen anhand von Funktionsgraphen
23. Untersuchen von Parabeln auf Monotonie
24. Identifizieren von indirekter Proportionalität durch Vergleich von Wertepaaren
25. Untersuchen von Wertetabellen auf Monotonie



Fortsetzen von Zahlenfolgen mithilfe von Bildern

1

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0



In einer Bilderfolge wurden die Kästchen gezählt und die Anzahlen in eine Tabelle eingetragen.

Nummer des Bildes	1	2	3	4	5
Anzahl der Kästchen	2		8	11	



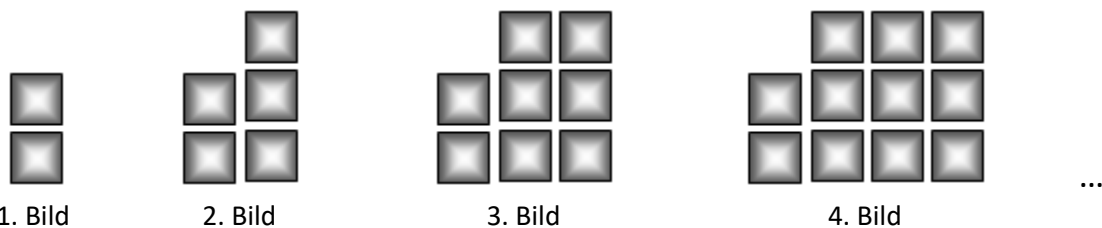
- Ergänze die fehlenden Zahlen in der Tabelle.
- Notiere an den Pfeilen jeweils die Veränderung.
- Vervollständige den Satz:
Im nächsten Bild sind immer _____ Kästchen mehr als im Bild davor.





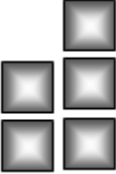
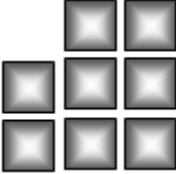
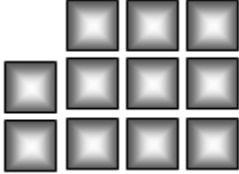
Erfassen der Struktur einer Zahlenfolge mithilfe von Bildern


2

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0



- Wie viele Kästchen sind in jedem Bild? Ergänze die Sätze.
 Im **1.** Bild sind **2** Kästchen.
 Im **2.** Bild sind **2 + 1 · 3** Kästchen.
 Im **3.** Bild sind **2 + 2 · 3** Kästchen.
 Im **4.** Bild sind **2 + ___** Kästchen.
 Im **5.** Bild sind **2 + ___** Kästchen.
- Beschreibe, wie du die Anzahl der Kästchen im **10.** Bild bestimmen kannst.

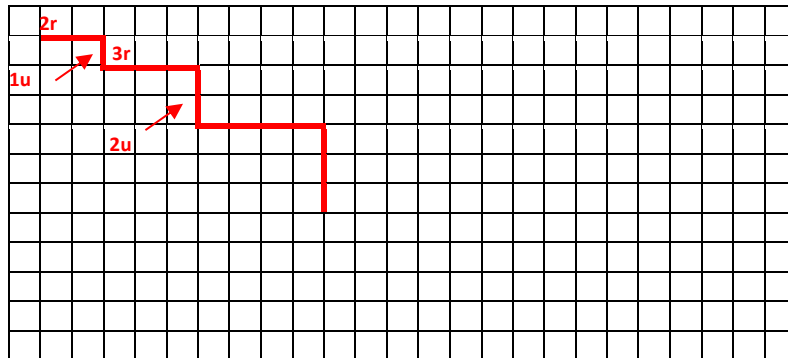
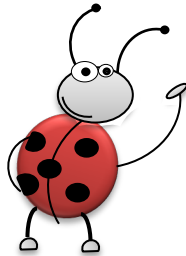
Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Veränderungsvorstellung
Beschreiben einer Zahlenfolge mit einer Rechenvorschrift		3
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  <p>1. Bild</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>2. Bild</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>3. Bild</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>4. Bild</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>...</p> </div> </div> <p>Anika behauptet: „Im nächsten Bild sind es immer 3 Kästchen mehr als im Bild davor. Deshalb sind im Bild mit der Nummer n immer $2 + (n - 1) \cdot 3$ Kästchen.“</p> <ul style="list-style-type: none"> Begründe anhand der Bilder, dass diese Behauptung richtig ist. 		

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Veränderungsvorstellung																																
Fortsetzen von Zahlenfolgen im Sachkontext mithilfe von Tabellen		4																																
<p>Julia möchte sich ein Tablet kaufen. Sie hat schon 180 € und spart jeden Monat weitere 15 € dazu.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 15%;">Monat</td> <td>Januar</td> <td>Februar</td> <td>März</td> <td>April</td> <td>Mai</td> <td>Juni</td> <td>Juli</td> </tr> <tr> <td>Gesamter Betrag in €</td> <td>180</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> Trage den gesparten Gesamtbetrag für jeden Monat in die Tabelle ein. <p>Koshin spart schon länger für ein neues Handy. Er schreibt jeden Monat auf, wie viel Geld er schon hat.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 12.5%;">Monat</td> <td>April</td> <td>Mai</td> <td>Juni</td> <td>Juli</td> <td>August</td> <td>September</td> <td>Oktober</td> </tr> <tr> <td>Gesamter Betrag in €</td> <td></td> <td>125</td> <td>150</td> <td>175</td> <td>200</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> Beschreibe, nach welchem Plan er sein Geld spart. Ergänze dann die Tabelle. Überlege, wie viel Geld er im März schon gespart hatte. 			Monat	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	Gesamter Betrag in €	180							Monat	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	Gesamter Betrag in €		125	150	175	200		
Monat	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli																											
Gesamter Betrag in €	180																																	
Monat	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober																											
Gesamter Betrag in €		125	150	175	200																													



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Ein Käfer krabbelt wie dargestellt auf einem Karo-Raster abwechselnd nach rechts oder nach unten. In jedem Abschnitt läuft er die angezeigte Anzahl von Kästchen. Im ersten Abschnitt läuft er zwei Schritte nach rechts (2r). Die unten stehende Folge gibt die jeweiligen Kästchenzahlen an.

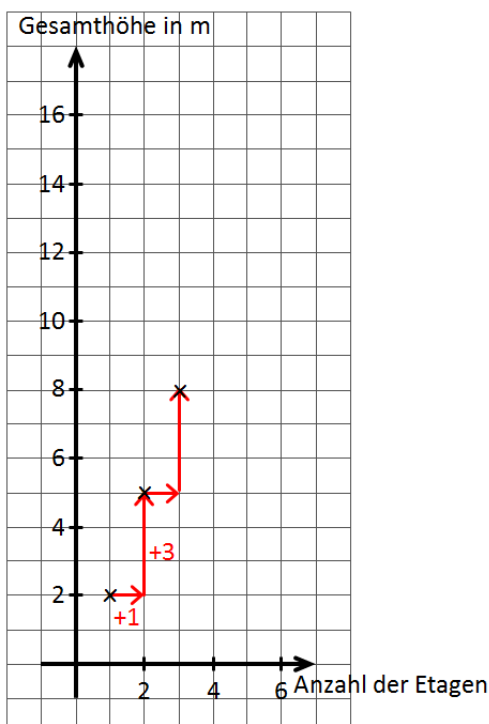


- Zeichne die nächsten Schritte des Käfers ein und ergänze die Folge um drei weitere Angaben.
2r , 1u , 3r , 2u , 4r , 3u , ... _____
- Ergänze die Aussagen richtig:
Im 9. Abschnitt krabbelt der Käfer ____ Schritte nach rechts.
Im 10. Abschnitt krabbelt der Käfer ____ Schritte nach _____.
Im ____ Abschnitt krabbelt der Käfer 7 Schritte nach unten.

Abb.1: „Käfer“. Jeschek für Lisum, CC-BY-SA 4.0



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Mila sieht auf einem Bild, wie ein riesiges Hochhaus gebaut wird. Sie überlegt, wie hoch das Haus insgesamt wird.

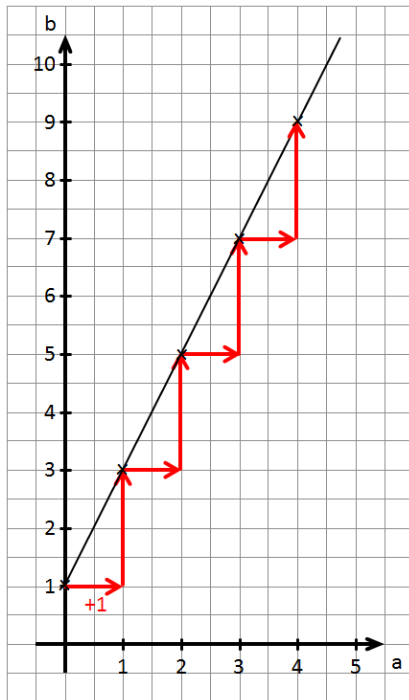
Sie weiß, dass jede Etage 3 m hoch ist, nur die unterste Etage hat eine Höhe von 2 m über dem Erdboden.

Für ihre Überlegungen nutzt sie ein Diagramm.

Sie überlegt:

Wird die Anzahl der Etagen um 1 größer, dann _____ sich die Gesamthöhe um _____.

- Beschrifte die roten Pfeile im Diagramm.
- Trage auf die gleiche Weise weitere Punkte ein.



Das Diagramm zeigt einen Zusammenhang zwischen den Größen a und b . Die Pfeile zeigen, wie sich b ändert, wenn a um 1 vergrößert wird.

- Schreibe an alle Pfeile die Veränderungen von a bzw. b .
- Beschreibe die gemeinsamen Veränderungen der beiden Größen für diese Zuordnung:

Wenn a um 1 erhöht wird, dann wird b immer um

_____.

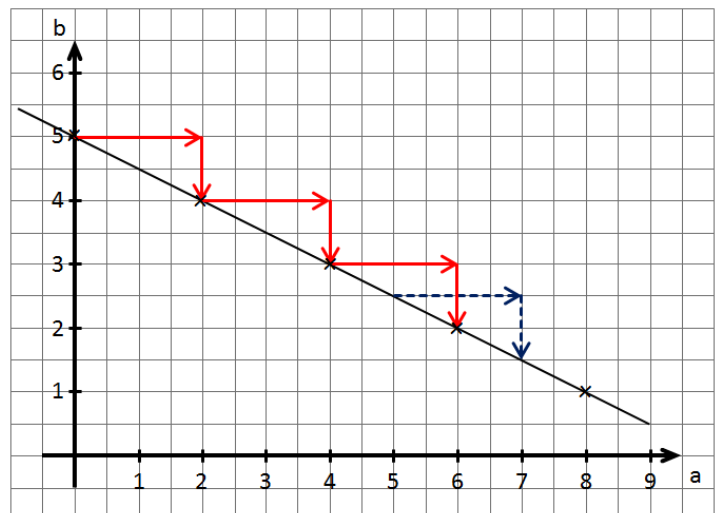
- Überlege:
Wenn a um 3 erhöht wird, dann wird b

_____.

- Veranschauliche diese Veränderung mit Pfeilen in einer anderen Farbe.



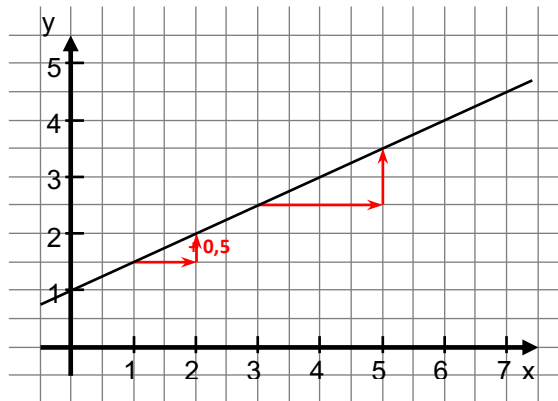
- Kennzeichne an den Pfeilen die Veränderungen von a und b .



- Beschreibe die Veränderung:

Wenn a um ____ erhöht wird, dann wird b _____.

- Betrachte die blauen (gestrichelten) Pfeile. Beschreibe auch hier die dargestellte Veränderung.
- Zeichne mit Farbe weitere Pfeile ein, die die gleiche Veränderung beschreiben.



Die Pfeile zeigen das Beispiel: Wird x um 1 erhöht, dann wird y um 0,5 erhöht.

- Kennzeichne wie im Beispiel und formuliere die Veränderungen:
Wird x um 2 erhöht, dann wird y um ____ erhöht.
Wird x um 4 erhöht, dann wird y um ____ erhöht.
Wird x um 5 erhöht, dann wird y um ____ erhöht.
- Suche weitere Beispiele.

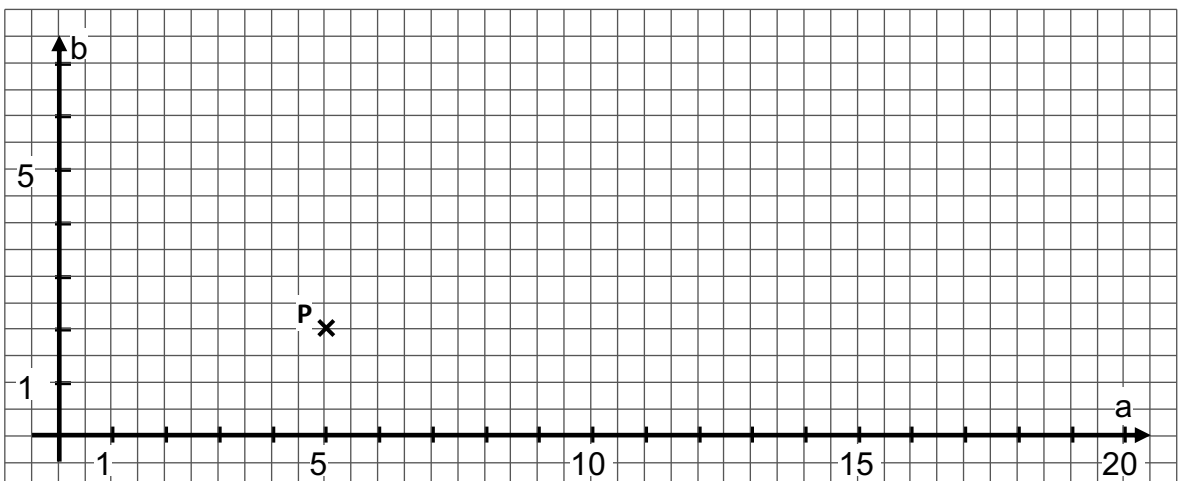




Im Diagramm soll eine Zuordnung zwischen den Größen a und b dargestellt werden.


Der Punkt $P(5|2)$ gehört zu dieser Zuordnung.

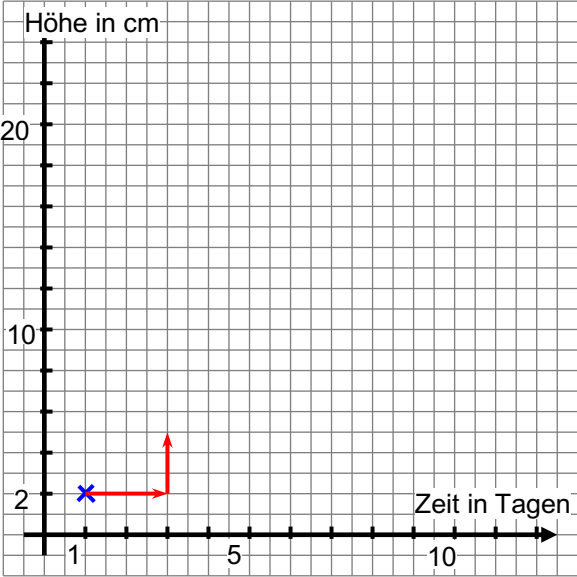
Für die Zuordnung gilt: **Wird a um 2 erhöht, dann wird b um 0,5 erhöht.**

- Erstelle mindestens drei weitere Punkte dieser Zuordnung im Diagramm.
- Gib auch einen Punkt der Zuordnung an, der links von P liegt.



Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Veränderungsvorstellung																		
Erfassen und Beschreiben einer Veränderung aus einer Tabelle		11																		
<p>Die Tabelle beschreibt das Wachstum einer Pflanze, die zu Beginn der Beobachtungen 2 cm hoch ist.</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">Tag</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">7</td> <td style="padding: 5px;">10</td> <td style="padding: 5px;">12</td> <td style="padding: 5px;">15</td> <td style="padding: 5px;">16</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Höhe in cm</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">7</td> <td style="padding: 5px;">11</td> <td style="padding: 5px;">21</td> <td style="padding: 5px;">24</td> <td style="padding: 5px;">26</td> <td style="padding: 5px;">27</td> </tr> </table> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> • Schreibe an die Pfeile, um wie viele cm die Höhe jeweils zugenommen hat. • Beschreibe das Wachstum der Pflanze. <p style="margin-left: 20px;">Vom 1. bis zum 3. Tag wächst die Pflanze um ____ cm.</p> <p style="margin-left: 20px;">Vom 3. bis zum 12. Tag wächst die Pflanze um ____ cm.</p> <p style="margin-left: 20px;">Vom ____ bis zum ____ Tag wächst die Pflanze um 14 cm.</p> • Formuliere weitere Aussagen dieser Art. 			Tag	0	1	3	7	10	12	15	16	Höhe in cm	2	4	7	11	21	24	26	27
Tag	0	1	3	7	10	12	15	16												
Höhe in cm	2	4	7	11	21	24	26	27												

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Veränderungsvorstellung
Ergänzen eines Diagramms zu sprachlich beschriebenen Veränderungen		12
<p>Das Wachstum einer Pflanze soll in einem Diagramm dargestellt werden. Gero liest aus dem Beobachtungsprotokoll vor und Laura trägt das Wachstum in ein Diagramm ein.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Nach einem Tag war die Pflanze 2 cm groß. Sie macht ein Kreuz. 2. Vom 1. bis zum 3. Tag ist sie 3 cm gewachsen. Laura überlegt: „2 Tage sind vergangen und 3 cm sind dazugekommen..., also muss ich im Diagramm 2 Einheiten nach rechts und 3 Einheiten nach oben gehen.“ Sie zeichnet Pfeile ein. 3. Vom 3. bis zum 7. Tag ist sie 4 cm gewachsen. 4. Vom 7. bis zum 10. Tag ist sie 10 cm gewachsen. 5. Vom 10. bis zum 12. Tag ist sie noch 3 cm gewachsen. <p>Die ersten beiden Werte hat Laura schon eingetragen.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ergänze das Diagramm so, wie Laura es begonnen hat. 		





Beschreiben eines Pflanzenwachstums anhand eines Diagramms

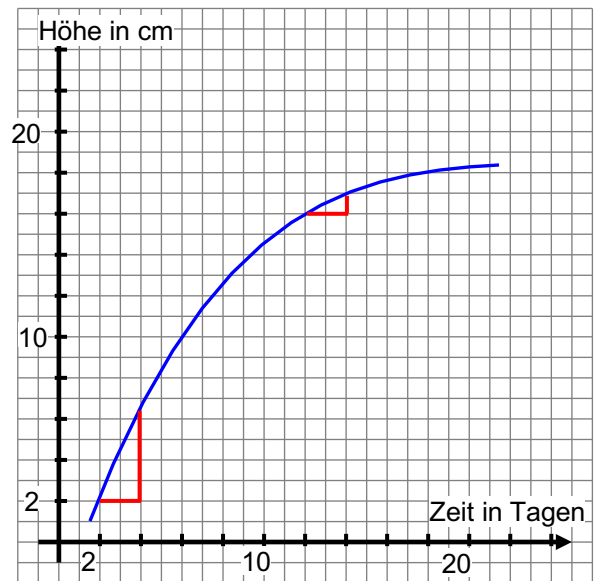
13

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Luna betrachtet ein Diagramm zum Wachstum einer Pflanze.

Sie sagt: „Vom 2. bis zum 4. Tag ist die Pflanze ca. 4 cm gewachsen, aber vom 12. bis zum 14. Tag nur noch 1 cm“.

- Zeige im Diagramm, wie Luna diese Werte ablesen kann.
- Lies im Diagramm ab, wie viele cm die Pflanze vom 6. bis zum 8. Tag und vom 7. bis zum 11. Tag gewachsen ist. Kennzeichne im Diagramm genau wie Luna.
- Kennzeichne im Diagramm einen Zeitraum von sechs Tagen und lies ab, wie viele cm die Pflanze gewachsen ist.

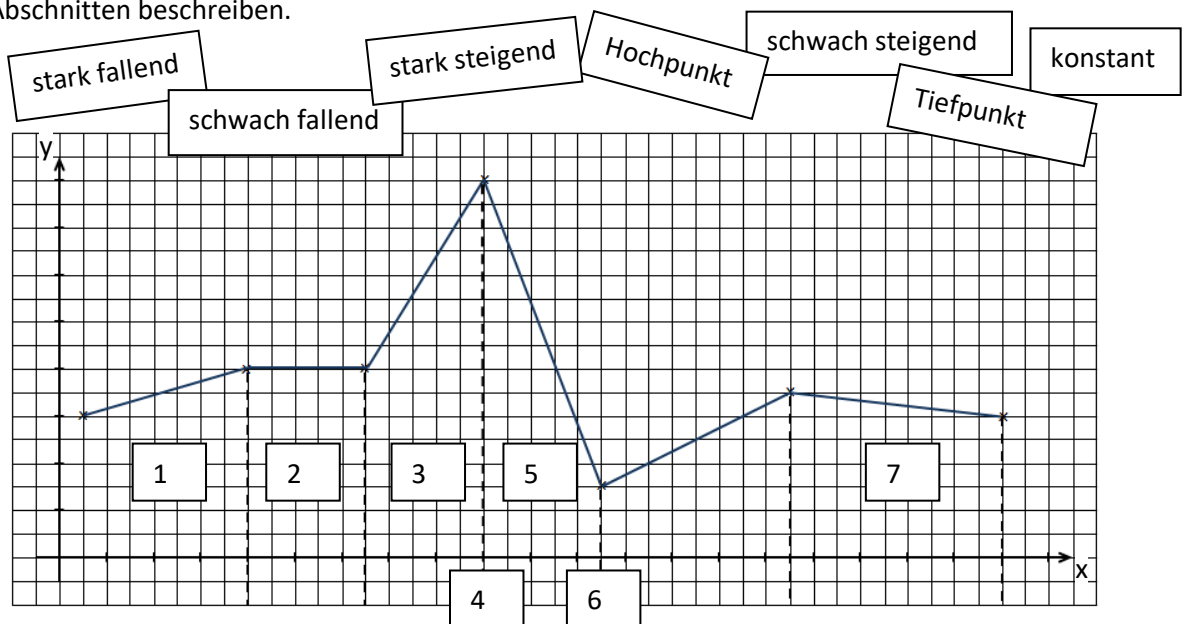


Beschreiben des Verlaufs eines Graphen und besonderer Punkte

14

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Mit den Begriffen auf den Karten kannst du den Verlauf eines Graphen in verschiedenen Abschnitten beschreiben.



- Ordne den Abschnitten bzw. Punkten die passenden Begriffe zu.
- Beschreibe für die einzelnen Abschnitte des Graphen, wie sich y ändert wenn x größer wird.



André und Merlin sprechen über das Diagramm zum Wachsen einer Pflanze.

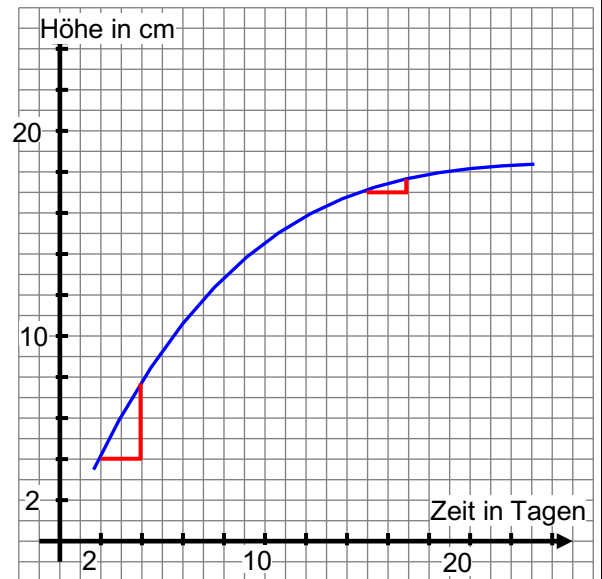
André fragt:

„Wächst die Pflanze immer langsamer?“

Merlin sagt:

„Na klar, das siehst du doch daran, dass immer weniger dazukommt, deshalb steigt die Linie nicht mehr so stark. Sie ist am Ende ganz flach.“

- Zeige am Diagramm genau, was Merlin meint. (Nutze die eingezeichneten Hilfslinien.)

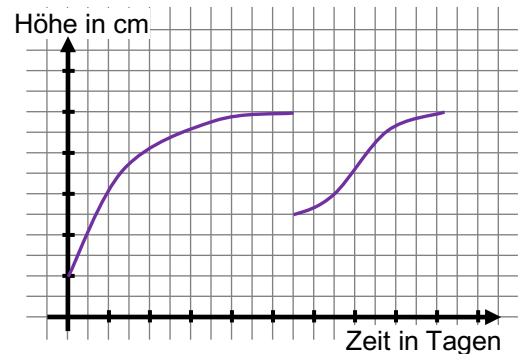
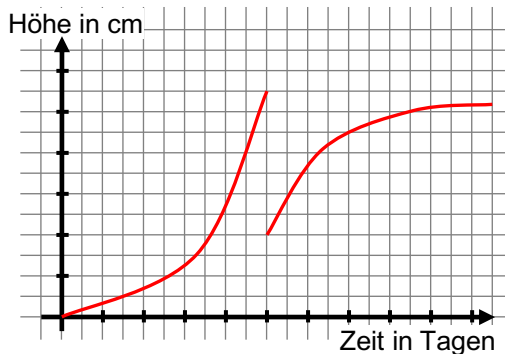
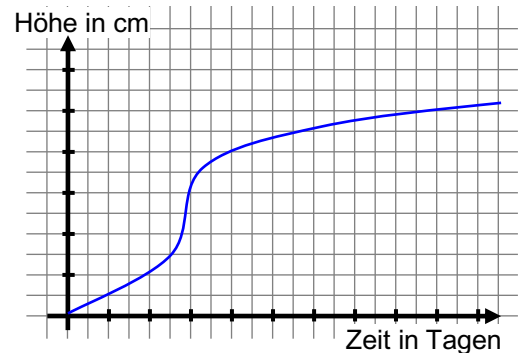
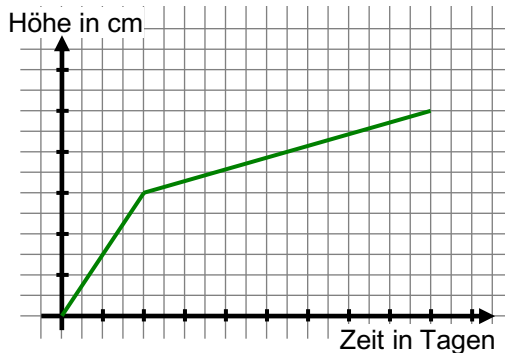


André merkt sich:

„Ist der Verlauf des Graphen steiler, wächst die Pflanze stärker.“

Verläuft der Graph flacher, so wächst die Pflanze immer noch, aber nicht mehr so stark.“

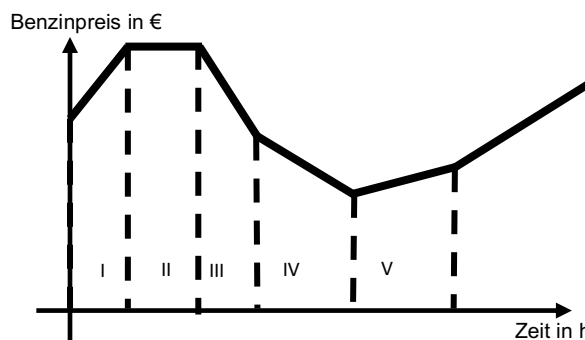
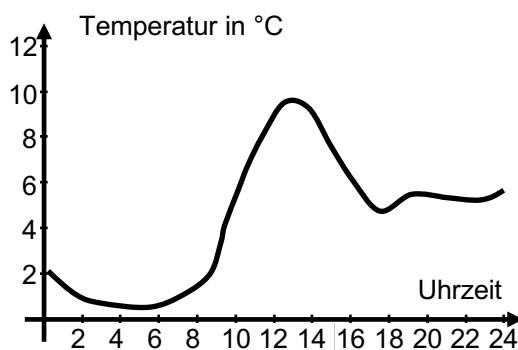
- Beschreibe das Pflanzenwachstum für die vereinfacht dargestellten Wachstumskurven.





Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

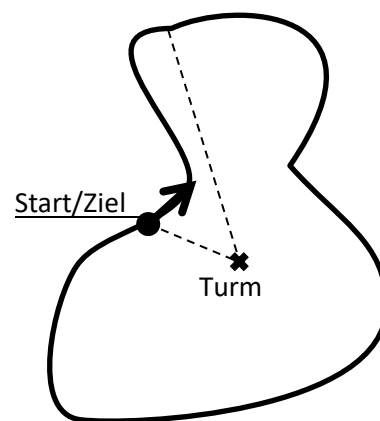
- Betrachte das linke Diagramm und beschreibe, wie sich die Temperatur im Laufe der Zeit verändert: „In der Nacht fällt die Temperatur fast auf 0° C. In den Morgenstunden steigt die Temperatur wieder an. Mittags um ca. 13:00 ...“
- Betrachte das rechte Diagramm und beschreibe die Veränderung des Benzinpreises in den Abschnitten I–V mit den passenden Begriffen, z. B. stark fallend, steigt schwach, am geringsten, bleibt konstant etc.



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Familie Lustig wandert auf der dargestellten Route rund um einen Aussichtsturm.
Am Anfang wird ihre Entfernung zum Turm größer.
(Das zeigen die Hilfslinien in der Wanderkarte.)

- Zeige auf der Karte die Wegabschnitte, die zu folgenden Fällen passen:
A – Die Entfernung zum Turm nimmt zu.
B – Die Entfernung zum Turm nimmt ab.
C – Die Entfernung zum Turm bleibt gleich.



Es gibt weitere Wanderrouten rund um den Aussichtsturm.

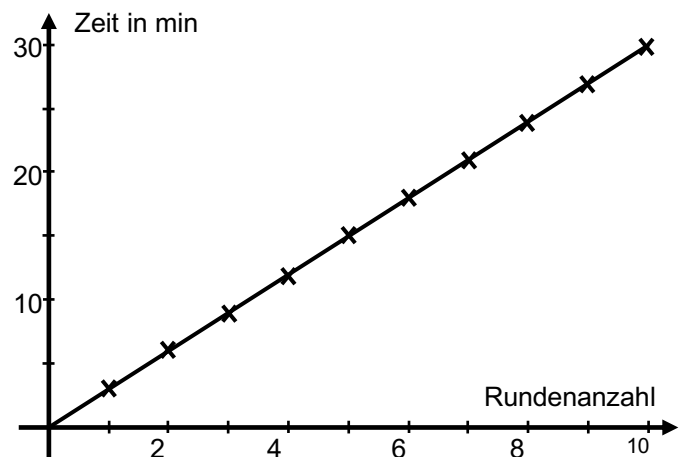
- Zeichne eine Route, bei der die Entfernung zum Turm immer gleich bleibt.
- Zeichne eine andere Route, bei der die Entfernung zum Turm erst immer größer und dann immer kleiner wird.
- Zeichne eine beliebige Route und beschreibe, wie sich der Abstand zum Turm beim Wandern entlang dieser Route verändert.



Beschreiben der Art der Abhängigkeit zweier Größen (gleichmäßige Geschwindigkeit)

18

Jonas trainiert für ein Radrennen und fährt im Gelände zehn Runden. Sein Freund stoppt die Zwischenzeiten und trägt sie nach jeder Runde in ein Diagramm ein.



- Lies im Diagramm ab, welche Zeit Jonas für die erste Runde, die dritte Runde und die achte Runde benötigt hat.
- Erkläre, wie du am Graphen im Diagramm erkennen kannst, dass Jonas ganz gleichmäßig gefahren ist.

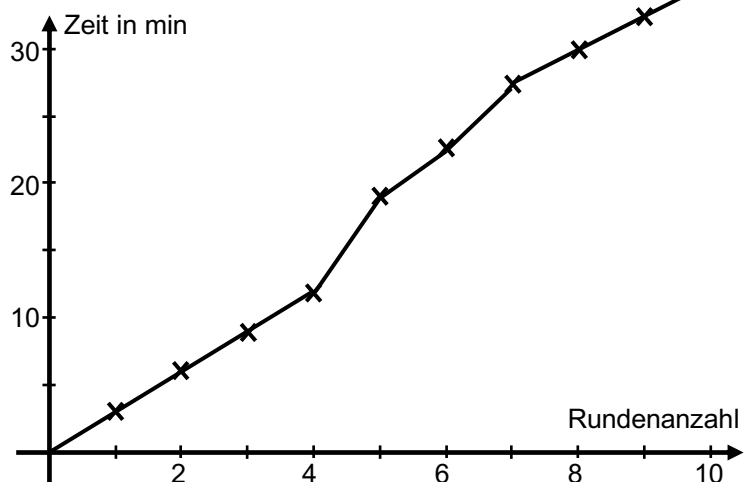
Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Beschreiben der Art der Abhängigkeit zweier Größen (ungleichmäßige Geschwindigkeit)

19


Jonas trainiert für ein Radrennen und fährt im Gelände zehn Runden. Sein Freund stoppt die Zwischenzeiten und trägt sie nach jeder Runde in ein Diagramm ein. Anschließend sagt er zu Jonas:
„Heute bist du nicht so gleichmäßig gefahren.“



- Lies aus dem Diagramm ab, welche Zeit Jonas für die 3. Runde, die 5. Runde und die 8. Runde benötigt hat.
- Beschreibe, wie du im Diagramm erkennen kannst, dass die Rundenzeiten für die 5. und 6. Runde größer waren als davor und danach.

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

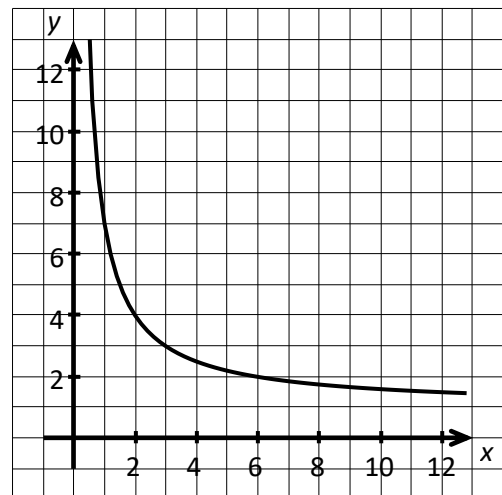
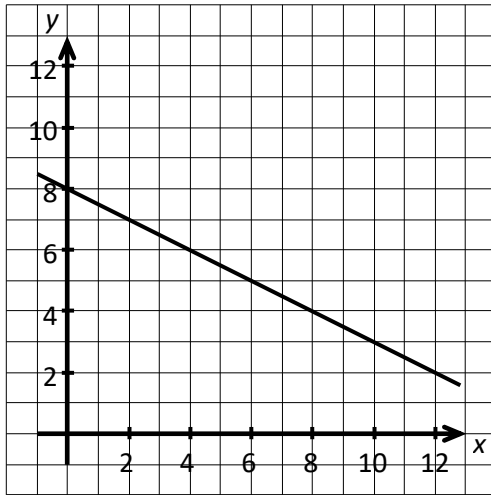
Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Veränderungsvorstellung
Beschreiben der Art der Abhängigkeit zweier Größen (indirekte Proportionalität)		20
<p>5000 g Nüsse werden für den Verkauf in Tüten abgepackt.</p> <p style="margin-left: 40px;">Werden die Tüten mit 250 g gefüllt, werden es 20 Tüten, denn: $250 \cdot 20 = 5000$</p> <p style="margin-left: 40px;">Werden die Tüten nur mit 125 g gefüllt, werden es 40 Tüten, denn: $125 \cdot 40 = 5000$</p> <p style="margin-left: 40px;">Werden die Tüten mit 500 g gefüllt, werden es 10 Tüten, denn: $500 \cdot 10 = 5000$</p> <p style="margin-left: 40px;">Werden die Tüten mit x g gefüllt, werden es $5000 : x$ Tüten, denn: $x \cdot (5000 : x) = 5000$</p> <p>Zuordnungen $a \rightarrow b$, für die $a \cdot b = \text{konstant}$ gilt, heißen indirekt proportionale Zuordnungen. (Zum Beispiel ist „Menge Nüsse pro Tüte \rightarrow Anzahl benötigter Tüten“ indirekt proportional.)</p> <ul style="list-style-type: none"> Ergänze die Sätze für indirekt proportionale Zuordnungen: <p>Wird die eine Größe verdoppelt, dann wird die zugeordnete Größe _____.</p> <p>Wird die eine Größe halbiert, dann wird die zugeordnete Größe _____.</p> <p>Wird die eine Größe verdreifacht, dann wird die zugeordnete Größe _____.</p> <p>Wird die eine Größe _____, dann wird die zugeordnete Größe _____.</p>		

Gleichungen und Funktionen Sekundarstufe I		Idee der funktionalen Zusammenhänge Veränderungsvorstellung
Identifizieren indirekt proportionaler Zuordnungen		21
<ul style="list-style-type: none"> Untersuche, ob die Zuordnungen $a \rightarrow b$ indirekt proportional sind. Prüfe dafür, wie sich die Größe b verändert, wenn sich die erste Größe a verdoppelt, halbiert, verdreifacht, ... 		
Beispiel	Größe a	Größe b
120 Orangen werden gleichmäßig aufgeteilt und in Netze verpackt.	Anzahl der Netze	Anzahl der Orangen pro Netz
Jan läuft 1200 m.	Zeit	Entfernung zum Ziel
Ein Auto fährt 500 km weit.	Geschwindigkeit	Fahrzeit
Ein Rechteck ist 24 cm ² groß.	Länge in cm	Breite in cm
36 Bonbons werden gerecht verteilt.	Anzahl der Kinder	Anzahl der Bonbons je Kind
Aus einem Fass laufen pro Minute 2 Liter Wasser.	Auslaufzeit	Wasserstand im Fass
Eine Strecke wird in gleichlange Abschnitte geteilt.	Anzahl der Abschnitte	Länge eines Abschnitts
Eine Strecke wird in gleichlange Abschnitte geteilt.	Länge eines Abschnitts	Anzahl der Abschnitte



Gegeben sind zwei verschiedene Funktionsgraphen.

- Beschreibe jeweils, wie sich die y-Werte verändern, wenn die x-Werte immer größer werden.



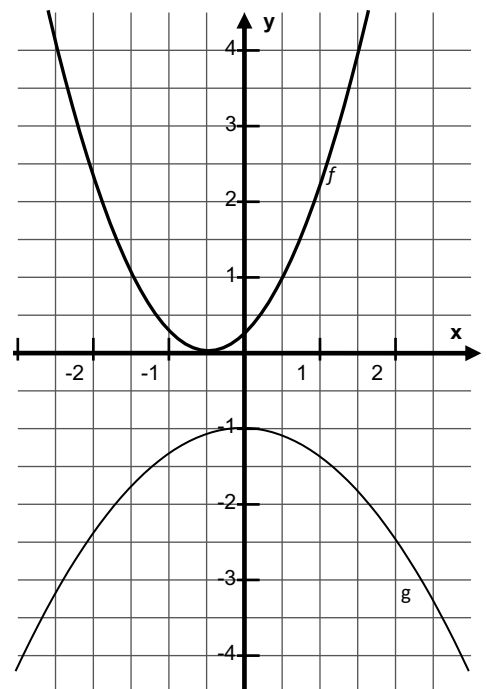
Im nebenstehenden Koordinatensystem sind die Graphen zweier quadratischer Funktionen f und g dargestellt.

- Beschreibe den Verlauf des jeweiligen Graphen. Benutze dafür die Satzbausteine aus dem Satzbakasten.
- Gib die Stelle (x-Wert) an, an der sich das Steigungsverhalten ändert.

Satzbakasten

monoton steigend
monoton fallend

Je größer die Werte für x werden, desto...
Je kleiner die Werte für x werden, desto ...

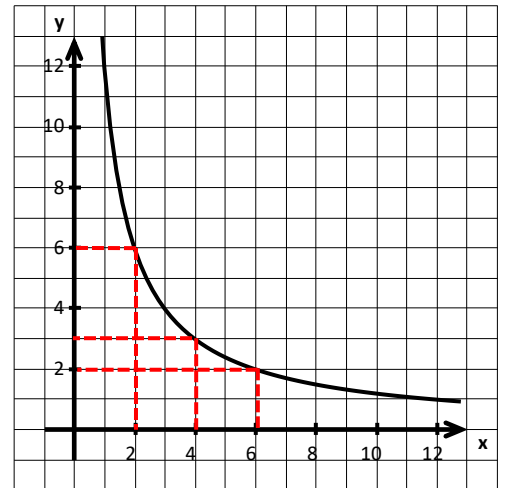
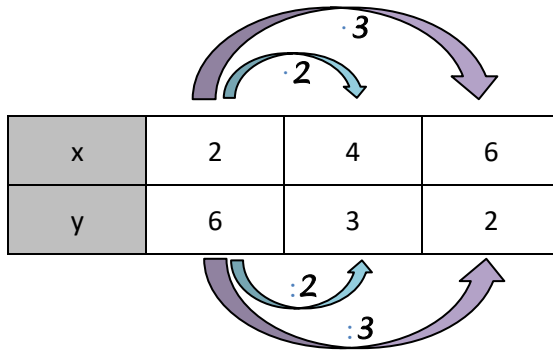




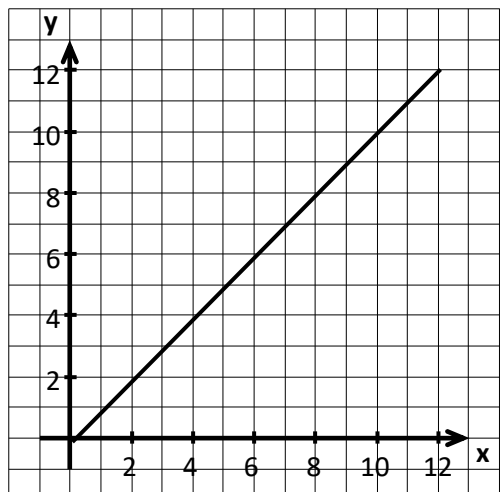
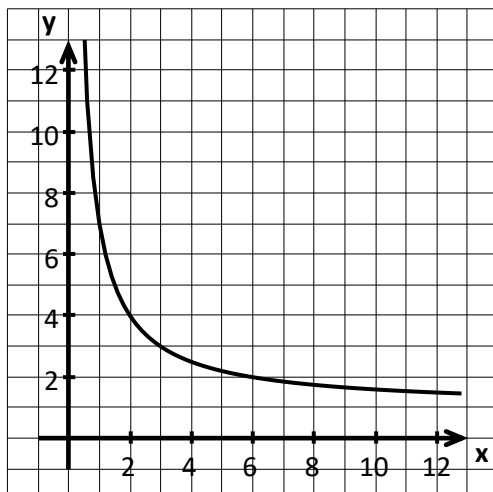
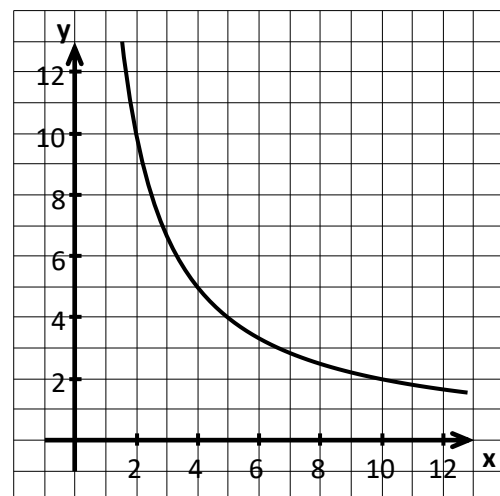
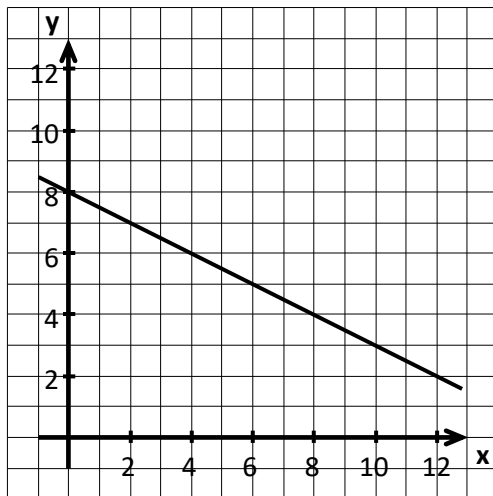
Verdoppelt man bei einer indirekt proportionalen Zuordnung den x-Wert, so halbiert sich der y-Wert.

Verdreifacht man den x-Wert, wird der y-Wert gedrittelt.

Werden diese Wertepaare im Diagramm eingetragen, erhält man eine spezielle Kurve. Diese heißt **Hyperbel**.



- Untersuche, ob die folgenden Darstellungen zu indirekt proportionalen Zuordnungen gehören. Prüfe dafür, ob der oben beschriebene Zusammenhang gilt.





In den folgenden Wertetabellen findest du Wertepaare zweier quadratischer Funktionen f und g .

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	7	2	-1	-2	-1	2	7	14

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
g(x)	-33	-19	-9	-3	-1	-3	-9	-19

- Kennzeichne den Bereich, in dem die y -Werte immer kleiner werden, rot und den Bereich, in dem die y -Werte immer größer werden, grün.
- Beschreibe, wie sich die y -Werte verhalten, wenn der x -Wert immer größer/kleiner wird.
- Gib jeweils die Stelle (x -Wert) an, an der sich das Steigungsverhalten ändert.

