

09.11.2012

**Fachbrief Nr. 15
Mathematik**

**Vorbereitung der
vergleichenden Arbeit
zum Erwerb der
Berufsbildungsreife
im Fach Mathematik an
Integrierten Sekundarschulen**

Ihr Ansprechpartner in der Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung:
Christian Bänsch, christian.baensch@senbwf.berlin.de

Ihre Ansprechpartner im LISUM Berlin-Brandenburg:
Andreas Streitz, Andreas.Streitz@lisum.berlin-brandenburg.de

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

dieser Fachbrief hat nur ein Thema, die **vergleichende Arbeit im Fach Mathematik zum Erwerb der Berufsbildungsreife** am Donnerstag, dem **18.04.2013** an den ISS. Wie üblich geht der Fachbrief an alle weiterführenden Schulen, er ist jedoch für Gymnasien nur am Rande von Interesse, da sie nicht an den vergleichenden Arbeiten teilnehmen.

Ich bitte die Fachverantwortlichen der Schulen, den Fachbrief allen Fachkolleginnen und -kollegen zur Verfügung zu stellen. Er steht wie immer online unter www.berlin.de/sen/bwf/ bzw. www.bwfinfo.verwalt-berlin.de/index.aspx (BWF-Info| Schule| Fachbriefe| Mathematik).

Inhalt:

1. Rahmenbedingungen
2. Vorlauf
3. Vorbereitung Ihrer Schülerinnen und Schüler
4. Die Arbeit aus 2012
5. Hinweise aus der Stichprobe:
6. Die Formelübersicht (FÜ)

1. Rahmenbedingungen

Die vergleichenden Arbeiten in Deutsch und Mathematik sind eines der drei Kriterien zum Erwerb der Berufsbildungsreife gemäß § 32 Abs. 1 der Sek I-VO in der neuesten Fassung:

„(1) Schülerinnen und Schüler der Integrierten Sekundarschule erwerben die Berufsbildungsreife am Ende der Jahrgangsstufe 9 oder 10, wenn bei Umrechnung der erreichten Punkte im leistungsdifferenzierten Unterricht in Noten des G-Niveaus auf dem Anforderungsniveau der Jahrgangsstufe 9 folgende Bedingungen erfüllt werden:

- 1. In mindestens zwei der drei Fächer Deutsch, Mathematik sowie entweder Wirtschaft, Arbeit, Technik oder erste Fremdsprache werden mindestens ausreichende Leistungen erreicht,*
- 2. die Summe aller Zeugnisnoten ergibt einen Durchschnittswert von 4,0 oder besser und*
- 3. bei den vergleichenden Arbeiten in Mathematik und Deutsch werden mindestens ausreichende Leistungen erzielt oder mangelhafte Leistungen in einem Fach können durch mindestens befriedigende Leistungen in dem anderen Fach ausgeglichen werden.“*

Damit fließt zum ersten Mal in Berlin eine zentrale Komponente in den Abschluss am Ende der Jahrgangsstufe 9 ein (früher: Hauptschulabschluss, heute: Berufsbildungsreife). Da es nur zwei Arbeiten gibt (in Deutsch und Mathematik), kann es bei einem Leistungsausfall auch nur eine zum Ausgleichen geben. Deswegen wollen wir alles daran setzen, dass möglichst viele Schülerinnen und Schüler diese Hürde gerade auch im Fach Mathematik nehmen.

Die Termine liegen an denselben Tagen wie die entsprechenden MSA-Prüfungen. Offizieller Nachschreibtermin ist (gemäß Informationsschreiben zu den Prüfungsterminen vom 20.04.2012) Donnerstag, der 23.05. Weitere Nachschreibtermine, sofern erforderlich, liegen in der Verantwortung der Schule gemäß Sek I-VO § 47 Abs. 3:

„Weitere Nachholtermine legt die besuchte Schule fest und entwickelt dafür Aufgaben, die die Schulaufsichtsbehörde genehmigt.“

Anders als beim MSA oder beim Zentralabitur Mathematik werden die Aufgaben für die vergleichenden Arbeiten vom LISUM nur für Berlin entwickelt.

Rechtzeitig vor dem 18.04. erhalten alle betroffenen Schulen wie beim MSA noch ein Hinweis schreiben zur Durchführung der vergleichenden Arbeiten, in dem Ihnen die Details zur Lieferung der Aufgaben, zur Sicherheit, zur Hotline, zur Eingabe der Ergebnisse etc. mitgeteilt werden.

2. Vorlauf

Seit 2006 gibt es entsprechende zentrale vergleichende Arbeiten für den Förderschwerpunkt Lernen zum Erwerb der dortigen Abschlüsse. In den letzten beiden Schuljahren gab es die Möglichkeit für die ISS, freiwillig an diesen Arbeiten teilzunehmen, um Erfahrungen für die Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler zu gewinnen. Viele ISS haben dieses Angebot genutzt. Im letzten Schuljahr gab es zudem noch eine Stichprobe des ISQ zur Testung der Aufgaben. Zur Auswertung siehe unten.

3. Vorbereitung Ihrer Schülerinnen und Schüler

Damit die Arbeiten der vergangenen Jahre für Sie leicht erreichbar sind, hat das ISQ für Sie alle Arbeiten und Erwartungshorizonte seit 2006 unter

www.isq-bb.de

an einer Stelle im geschützten Bereich des letzten Schuljahres zusammengezogen. So können Sie die Arbeiten zur Vorbereitung Ihres 9. Jahrgangs nutzen, was ich nur empfehlen kann. Die Tipps zur MSA-Vorbereitung aus Kap. 1.3 des Fachbriefs Nr. 14 gelten im Prinzip auch hier.

Im Fachbrief 14 vom 23.11.2011 habe ich auf S. 3 – 6 ausführlich die inhaltlichen Vorgaben für die vergleichenden Arbeiten zusammengestellt. Sie können diese Liste als Abhakliste zur inhaltlichen Vorbereitung verwenden.

Zur Illustration der Anforderungen, der thematischen Breite und wegen des Rückgriffs auf die Stichprobenauswertung füge ich in diesen Fachbrief den Aufgabenteil und den Erwartungshorizont der Arbeit aus 2012 (in einem komprimierten Layout) ein. Das Deckblatt habe ich weggelassen – es muss für 2013 ohnehin noch aktualisiert werden.

Wichtige Rahmeninformationen zu der Arbeit für die Schülerinnen und Schüler sind:

- die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten,
- als Hilfsmittel sind wie im MSA wissenschaftliche Standard-Taschenrechner zugelassen,
- die MSA-Formelübersicht ist Bestandteil der Arbeit – die neue Version finden Sie unten,
- das Symbol  zeigt an, dass die Aufgabe auf den Aufgabenbögen zu bearbeiten ist,
- besonders anspruchsvolle Aufgaben sind mit einem Stern (*) gekennzeichnet.

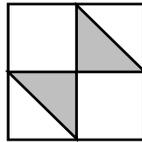
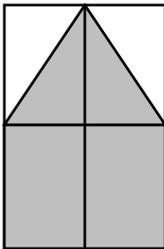
4. Die Arbeit aus 2012

1.  Verschiedenes (12 Punkte)

a)  Ergänzen Sie korrekt.

35 cm + _____ = 1 m

b)  Geben Sie an, wie viel Prozent der Fläche jeweils grau gefärbt sind.



c)  Welche Aussage ist richtig? Kreuzen Sie an.

1,25 h = 85 min

152 mm = 0,00152 m

37 dm³ = 37 l

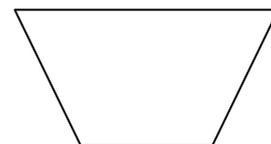
d)  Ergänzen Sie die fehlende Angabe.

Abfahrt: _____

Fahrzeit: 60 min

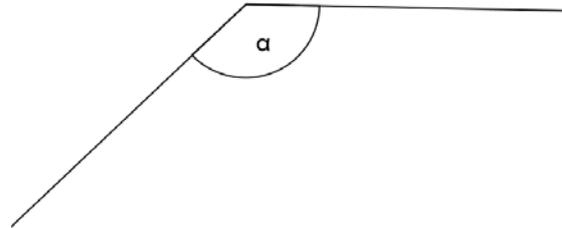
Ankunft: 13:50 Uhr

e)  Schreiben Sie die Namen der drei Vierecke auf.



f)  Messen Sie die Größe des Winkels.

$\alpha =$ _____



Kreuzen Sie an, zu welcher Winkelart er gehört.

rechter Winkel stumpfer Winkel überstumpfer Winkel spitzer Winkel

g)  Setzen Sie das richtige Zeichen ein (<; =; >).

-7 -9
0,25 $\frac{1}{4}$

2. Spaghetti

(6 Punkte)

Heike möchte für sich und ihre fünf Freundinnen Spaghetti kochen.

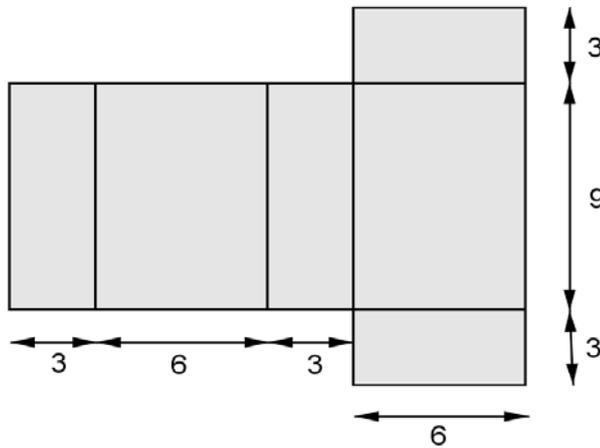
a) Sie rechnet mit 125 g Spaghetti pro Person. Ermitteln Sie, wie viele Packungen Soßenpulver sie kaufen muss.

b*) Beim Einkauf merkt Heike, dass das Soßenpulver im Sonderangebot ist und 40 % weniger kostet. Berechnen Sie, wie viel nun eine Packung Soßenpulver kostet.



3. Körper (5 Punkte)

Die Abbildung zeigt das Netz eines Quaders (Maße in cm).



- Berechnen Sie das Volumen des Quaders.
- Berechnen Sie den Oberflächeninhalt des Quaders.

4. Gastgeber (7 Punkte)

Polen und die Ukraine sind Gastgeber der Fußball-Europameisterschaft 2012.

	Polen	Ukraine
Fläche	312.685 km ²	603.700 km ²
Einwohnerzahl	ca. 38,3 Millionen	ca. 46 Millionen
Bevölkerungsdichte		76 Einwohner pro km ²

- Berechnen Sie, wie viele Menschen insgesamt in beiden Ländern leben.
- Ermitteln Sie, um wie viele km² sich beide Länder in ihrer Fläche unterscheiden.
- ☒ Wie kann man die Bevölkerungsdichte Polens berechnen? Kreuzen Sie an.
 - 312.685 km² : 38,3 Mio.
 - 312.685 km² · 38,3 Mio.
 - 38,3 Mio. : 312.685 km²
- Rechnen Sie nun das Ergebnis aus und runden Sie auf eine ganze Zahl.

5. Weitsprung (5 Punkte)

Die Liste zeigt Juliens Ergebnisse im Weitsprung:

1. Sprung	2. Sprung	3. Sprung	4. Sprung
4,20 m	4,12 m	3,95 m	4,27 m

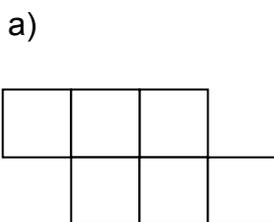
a*) Geben Sie das Minimum und das Maximum seiner Weiten an.

b*) Um sich für einen Wettkampf zu qualifizieren, muss Julien eine durchschnittliche Weite von 4,18 m erreichen.

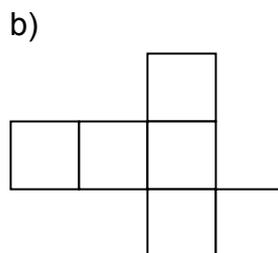
Kann sich Julien qualifizieren? Begründen Sie rechnerisch.

6*.  Würfel (3 Punkte)

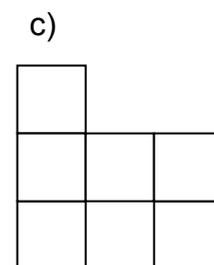
Entscheiden Sie, welches der drei Netze sich zu einem Würfel zusammensetzen lässt. Kreuzen Sie jeweils an.



ja nein



ja nein



ja nein

7. Dreieck (4 Punkte)

Gegeben ist ein Dreieck ABC mit

$a = 4,5 \text{ cm},$

$b = 5,0 \text{ cm}$ und

$\gamma = 90^\circ.$

a) Zeichnen Sie das Dreieck ABC und beschriften Sie es.

b*) Berechnen Sie die Länge der Seite c.

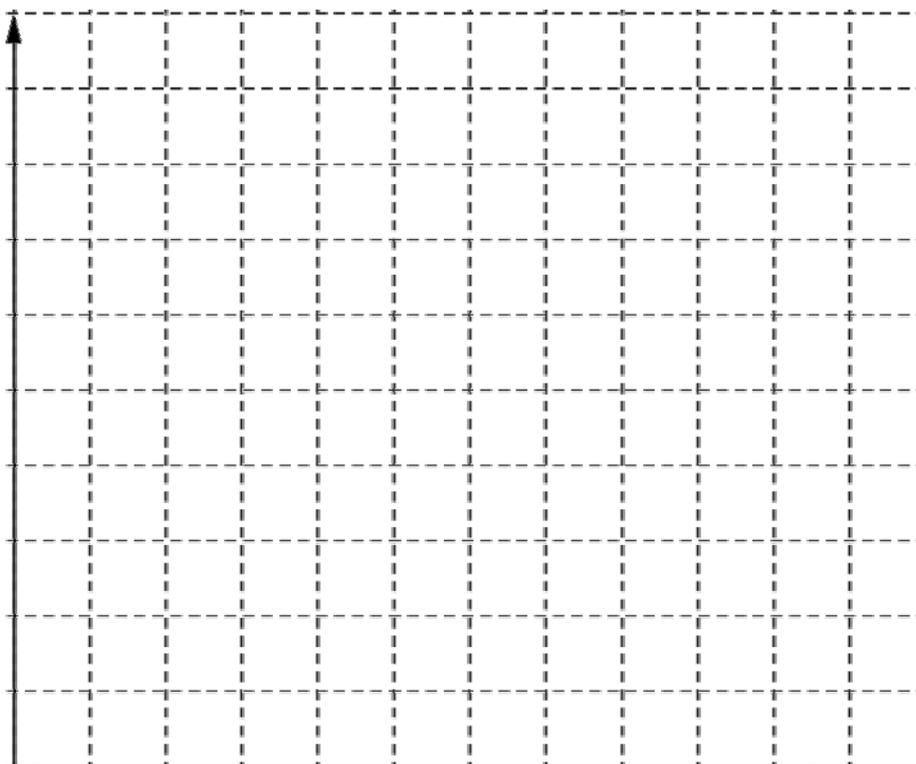
8. Einkaufszentrum (9 Punkte)

Die Besucher eines neuen Einkaufszentrums wurden befragt, wie sie es erreichen.

Ergebnis: 13 % fahren mit dem Fahrrad,
55 % kommen mit dem Auto,
24 % benutzen öffentliche Verkehrsmittel,
und 64 Personen gehen zu Fuß.

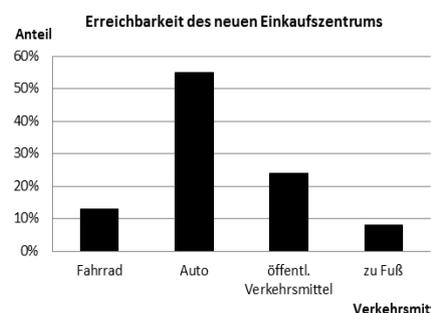
a) Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Personen, die zu Fuß zum Einkaufszentrum gehen.

b)  Zeichnen Sie alle Anteile in ein Säulendiagramm ein.



c*) 192 Personen haben angegeben, dass Sie das Einkaufszentrum mit öffentlichen Verkehrsmitteln erreichen (24 %).

Berechnen Sie, wie viele Personen insgesamt befragt worden sind.

Aufgabe	Lösungsskizze	BE										
1a	65 cm	1										
1b	75 %; 25 %	2										
1c	1,25 h = 85 min <input type="checkbox"/> 152 mm = 0,00152 m <input type="checkbox"/> 37 dm ³ = 37 l <input checked="" type="checkbox"/>	1										
1d	Abfahrt: 12.50 Uhr	1										
1e	Rechteck – Parallelogramm – Trapez	3										
1f	$\alpha = 136^\circ$ (1° Fehlertoleranz) <input type="checkbox"/> rechter Winkel <input checked="" type="checkbox"/> stumpfer Winkel <input type="checkbox"/> überstumpfer Winkel <input type="checkbox"/> spitzer Winkel	2										
1g	$-7 > -9$; $0,25 = \frac{1}{4}$	2										
2a	$125\text{ g} \cdot 6 = 750\text{ g}$; $750\text{ g} : 250\text{ g} = 3$	2										
2b*	z. B. $100\% \hat{=} 0,42\text{ €}$ $10\% \hat{=} 0,042\text{ €}$ $40\% \hat{=} 0,168\text{ €} \approx 0,17\text{ €}$ Die Packung kostet bloß noch 0,25 €. (<i>42 ct. – 16 ct. = 26 ct. wird auch anerkannt.</i>)	4										
3a	$V = 3\text{ cm} \cdot 9\text{ cm} \cdot 6\text{ cm}$; $V = 162\text{ cm}^3$	2										
3b	$A_O = 2(3\text{ cm} \cdot 9\text{ cm} + 6\text{ cm} \cdot 9\text{ cm} + 6\text{ cm} \cdot 3\text{ cm})$; $A_O = 198\text{ cm}^2$ <i>Ist die Einheit im Ergebnis falsch, wird ein Punkt abgezogen.</i>	3										
4a	$38,3 + 46 = 84,3$; In beiden Ländern leben 84,3 Mio. Menschen.	2										
4b	$603.700\text{ km}^2 - 312.685\text{ km}^2 = 291.015\text{ km}^2$	2										
4c	<input type="checkbox"/> $312.685\text{ km}^2 : 38,3\text{ Mio.}$ <input type="checkbox"/> $312.685\text{ km}^2 \cdot 38,3\text{ Mio.}$ <input checked="" type="checkbox"/> $38,3\text{ Mio.} : 312.685\text{ km}^2$	1										
4d	$38.300.00 : 312.685 \approx 122,487 \approx 122$; 122 Einwohner pro km ² <i>Eine evtl. Fehlerfortsetzung aus 4c ist vergleichbar zu bepunkten.</i>	2										
5a*	Minimum: 3,95 m; Maximum: 4,27 m	2										
5b*	$(4,20\text{ m} + 4,12\text{ m} + 3,95\text{ m} + 4,27\text{ m}) : 4 = 4,135\text{ m}$ Er kann sich nicht qualifizieren. Seine durchschnittliche Weite ist kleiner als 4,18 m.	3										
6*	a) <input type="checkbox"/> ja <input checked="" type="checkbox"/> nein b) <input checked="" type="checkbox"/> ja <input type="checkbox"/> nein c) <input type="checkbox"/> ja <input checked="" type="checkbox"/> nein	3										
7a	korrekte Größen; korrekte Beschriftung	2										
7b*	$c = \sqrt{(4,5\text{cm})^2 + (5\text{cm})^2}$; $c \approx 6,7\text{cm}$	2										
8a	64 Fußgänger entsprechen 8 %.	2										
8b	<div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;"> <p style="text-align: center;">Erreichbarkeit des neuen Einkaufszentrums</p>  <table border="1" style="margin-top: 10px;"> <caption>Erreichbarkeit des neuen Einkaufszentrums</caption> <thead> <tr> <th>Verkehrsmittel</th> <th>Anteil</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Fahrrad</td> <td>12%</td> </tr> <tr> <td>Auto</td> <td>55%</td> </tr> <tr> <td>öffentl. Verkehrsmittel</td> <td>25%</td> </tr> <tr> <td>zu Fuß</td> <td>8%</td> </tr> </tbody> </table> </div> <div style="flex: 1; padding-left: 20px;"> <ul style="list-style-type: none"> - 4 Säulen, - gleiche Breite und korrekte Höhe der Säulen, - gleiche Abstände der Säulen untereinander, - sachgerechte Achsenbeschriftung. </div> </div>	Verkehrsmittel	Anteil	Fahrrad	12%	Auto	55%	öffentl. Verkehrsmittel	25%	zu Fuß	8%	4
Verkehrsmittel	Anteil											
Fahrrad	12%											
Auto	55%											
öffentl. Verkehrsmittel	25%											
zu Fuß	8%											
8c*	$24\% = 192$ $1\% = 8$ $100\% = 800$; Es wurden 800 Besucher befragt.	3										
BE-Summe		51										

5. Hinweise aus der Stichprobe:

Das ISQ hat eine repräsentative Stichprobe von Schulen „gezogen“, deren Ergebnisse online eingegeben wurden und deren Auswertung u. a. dazu diente, besonders schwierige (Teil-) Aufgaben zu identifizieren. Dem entnimmt einerseits das Entwicklerteam Hinweise zur Gestaltung und Formulierung zukünftiger Aufgaben, andererseits versetzt es mich die Lage, Ihnen Hinweise zur Vorbereitung Ihrer Schülerinnen und Schüler zu geben.

Am Beispiel der Arbeit aus 2012 (s. o.) können Sie die üblichen Aufgabenformate und das Niveau der Arbeit erkennen. Nun hat die Stichprobenauswertung des ISQ die Aufgaben identifiziert, die eine – für mich z. T. überraschend – besonders geringe Lösungshäufigkeit aufwiesen. Natürlich ist die Arbeit so angelegt, dass der Schwierigkeitsgrad streut und im Mittel absichtsvoll von vorne nach hinten zunimmt – siehe auch die *-Markierungen –, aber es gibt eben „Ausreißer“.

Diese Aufgaben waren:

1c: Da der erste Distraktor der Multiple-Choice-Aufgabe eine typische falsche Antwort enthält, haben evtl. viele die richtige Antwort (3. Distraktor) gar nicht mehr gelesen.

Tipp für die Schüler/innen: Aufgaben auf jeden Fall immer sorgfältig bis zum Ende lesen.

1f: Möglicherweise hat der nach unten geöffnete Winkel Schwierigkeiten bereitet. Es ist auch möglich, dass das Messen und das Klassifizieren von Winkeln im Unterricht relativ lange her und somit bei den Schülern/-innen nicht mehr präsent war.

Tipp zur Vorbereitung: tägliche Übungen zur Wiederholung könnten hier Abhilfe schaffen.

2b: Zum Einen gibt es hier sprachliche Hürden: „40% weniger“ und „für sich und ihre fünf Freundinnen“ (= sechs Personen). Zum Anderen müssen bei dieser Aufgabe Informationen aus zwei Quellen (Bild und Text) zusammengeführt werden. Außerdem sind zur Lösung dieser Aufgabe mehrere Schritte durchzuführen.

Tipp zur Vorbereitung: Aufgabenformate mit solchen mehrschichtigen Anforderungen sollten geübt werden.

3: Bei 3b wird ein Rolle gespielt haben, dass die Lösungswahrscheinlichkeit nur gering ist, wenn 3a nicht gelöst werden konnte. 3b enthält mehr – fehlerträchtige – Rechenschritte als 3a. Aber auch 3a ist mehrschrittig, da zunächst aus dem Netz gedanklich ein Schrägbild konstruiert werden muss. Vielleicht gab es hier Schwierigkeiten mit der räumlichen Vorstellung. (Allerdings wurde Aufgabe 6, die ebenfalls räumliches Vorstellungsvermögen erfordert, wesentlich besser gelöst).

Tipp zur Vorbereitung: Umkehraufgaben (hier: Rekonstruktion des Körpers aus seinem Netz) sind gut geeignet zu prüfen, ob eine bestimmte Kompetenz wirklich erworben wurde, oder ob lediglich schematische Lösungsverfahren reproduziert werden.

4d: Bei dieser Aufgabe fiel es den Schülern/-innen möglicherweise schwer, mit den großen Zahlen umzugehen. Wir werden die Schreibweise (Tausenderpunkt und Dezimalkomma) so nicht mehr verwenden und stattdessen Tausender und Millionen durch ein Leerzeichen abtrennen. Schwierig war zudem, die teils sprachlich formulierten Zahlen (38,3 Mio.) in Ziffern umzuwandeln.

Tipp zur Vorbereitung: Die Umwandlung von Zahldarstellungen (Bruch, Dezimalzahl, Zehnerpotenzschreibweise, Verwendung von Abkürzungen wie Mio kann nicht oft genug wiederholt werden.

5b: Auch diese Aufgabe ist mehrschrittig: Zunächst muss der Durchschnitt berechnet werden, anschließend muss dieser Wert dahingehend interpretiert werden, ob Julien sich qualifizieren kann.

Tipp: Mehrschrittige Aufgaben sollten verstärkt geübt werden, insb. auch solche, die nicht einem Standardlösungsverfahren (Dreisatz oder Lösung einer linearen Gleichung) unterliegen.

7b: Möglicherweise wurde übersehen, dass das Dreieck rechtwinklig ist, weil das Wort im Aufgabentext fehlt.

Tipp: in einer zentralen Arbeit sind die gegebenen Daten u. U. etwas anders formuliert als im Unterricht. Bitte weisen Sie Ihre Schüler/innen anhand der alten Arbeiten auf solche Stellen hin.

8c: Die Aufgabe ist durch die Angabe „64 Personen“ überbestimmt, was evtl. verwirrt hat. Auch ist die Bestimmung des Grundwertes im Allgemeinen für Schüler/-innen schwieriger als andere Prozentrechnungsaufgaben, in denen Nach Prozentwert oder -satz gefragt ist.

Tipp (s. A 3): Hier wie bei anderen Themen sollten Umkehraufgaben ein wichtiger Übungsbestandteil sein.

6. Die Formelübersicht (FÜ)

Es wird wie bisher keine Extra-Formelübersicht für die vergleichende Arbeit geben – so haben die Schüler/innen eine einzige Formelübersicht für die gesamte Mittelstufe zur Verfügung. Wir haben sie jedoch an einigen Stellen reduziert und optimiert sowie auf vielfachen Wunsch einen Abschnitt über die Wahrscheinlichkeitsrechnung eingefügt. Es ist sinnvoll, diese FÜ von Anfang an in der Mittelstufe einzusetzen.

Die neue FÜ ist ein Anhang des gedruckten Fachbriefs, sie ist aber nicht in der Onlinefassung enthalten, weil sie als eigenes Dokument geführt wird. Sie wird den Schulen separat per Mail im Voraus zugehen und ist 2013 wie üblich Bestandteil der an die Schulen gelieferten vergleichenden Arbeit 9 für die BBR und der MSA-Arbeit.