

## **Rezept oder eigene Denkwege**

Ein kurzer Blick auf Möglichkeitsformen entdeckenden Lernens im Mathematikunterricht der Primarstufe

In der Planung, Durchführung und Reflexion des Mathematikunterrichts in der Primarstufe stellt sich für Lehrkräfte immer wieder die Frage, wie weit sie ein Rezept zum Lösen einer Musteraufgabe lehren oder eigene Denkwege der Schüler\*innen zulassen. Je nach dem einen oder anderem didaktisch-methodischen Weg können mathematische Themen grundsätzlich anders unterrichtet werden. Es entstehen unterschiedliche Lehrstrukturen auf der Seite der Lehrer\*innen und unterschiedliche Lernpfade auf der Seite der Schüler\*innen. Das Verstehen Lehren arithmetischer und geometrischer Inhalte der Primarstufenmathematik kann als Ziel das fehlerfreie Übersetzen des vorgegebenen Rezeptes auf weitere Aufgaben formulieren oder die eigenen Denk-Lösungswege der Schüler\*innen bei der Aufgabenbearbeitung in den Mittelpunkt des Unterrichts stellen.

Lernerfolge der Schüler\*innen werden in Folge durch unterschiedliche Lehrstrukturen und unterschiedliche Lernpfade auch differenziert betrachtet. Beim Übertragen des Rezeptes auf weitere Aufgaben werden idente Übertragungen oder Abweichungen vom Rezept und richtige oder falsche Lösungen in den Fokus des Mathematikunterrichts gestellt und als Lernerfolge oder Fehler gekennzeichnet. Beim entdeckenden Lernen mathematischer Inhalte können Denk-Lösungswege der Schüler\*innen auch mit fehlerhaften Ansätzen produktiv in den Unterricht eingebracht werden. Lernerfolge werden dabei über individuelle, intrinsisch motivierte Lösungswege der Schüler\*innen durch die Lehrenden wahrgenommen und unterstützt.

Es entstehen durch unterschiedliche Planung, Durchführung und Reflexion folglich unterschiedliche didaktisch-methodische Wege. Es stellt sich die Frage, ob sich diese Wege grundsätzlich ausschließen und wie die unterschiedlichen Szenarien und Unterrichtsverläufe von Mathematikunterricht in der Primarstufe Möglichkeiten und Grenzen entdeckenden Lernens ermöglichen. Durch das Aufzeigen der Wege können Lehrkräfte diese Wege nicht nur als Instrumentarium der Reflexion des eigenen Unterrichts einsetzen, sondern Unterricht auch verändern.

## 1. Rezept ohne entdeckendes Lernen

Plant die Lehrkraft einen mathematischen Inhalt, so besteht die Möglichkeit, einen Teil des Inhalts in Form einer ausgewählten Musteraufgabe den Schüler\*innen zu präsentieren. Für diese Musteraufgabe wird ein Rezept überlegt und den Schüler\*innen angekündigt. Dieses Rezept, d.h. eine normierte Schrittfolge des Lösungsweges, wird als vorgegebener Musterweg für die Musteraufgabe und alle folgenden Aufgaben, die diesem Thema zugeordnet werden, gezeigt. Der Inhalt wird für diese Unterrichtsphase in kleinste Schritte zerlegt. Ein kleinster Schritt ist im Fokus des Unterrichts und wird eben mit diesem Rezept aufgelöst. Besteht dieses Rezept beispielsweise aus vier Schritten im Lösungsweg, so kann die Lehrkraft jeden einzelnen, kleinen der vier Schritte im Lösungsweg mit allen Schüler\*innen im gleichen Lehrhythmus darbieten. Die Lehrkraft schreitet also von Schritt eins des Rezeptes zu Schritt zwei, usw. bis alle vier Schritte des Rezeptes in einem gleichschrittigen Verfahren durchgenommen wurden. Die Schüler\*innen übernehmen und übertragen in schriftlicher Form diese Schritte als einzig möglichen Denk-Lösungsweg für diese eine spezielle Musteraufgabe. Es gilt als Schüler\*in sich dieses Rezept zu merken und bei Aufgaben aus dem kleinstschrittigen Inhalt anzuwenden. In dieser Weise schreitet Mathematikunterricht dann in der Primarstufe voran. Der nächste kleinste Schritt erfordert die nächste Musteraufgabe und das nächste Rezept. Übungen, Schularbeiten usw. überprüfen anschließend das Beherrschen dieses Rezeptes durch die Kontrolle des Rezeptes und der Lösungen.

Unterrichtet eine Lehrkraft ohne Ausnahme nach rezeptartigem Muster, so schließt sie jegliche Form von entdeckendem Lernen im Mathematikunterricht aus. Die Schüler\*innen nehmen folglich Mathematikunterricht als Musteraufgabenunterricht mit ausschließlich rezeptartig möglichen Lösungswegen wahr. Das Nachdenken über Lösungsvorschläge wird von den Schüler\*innen nicht gefordert und wird auch nicht gefördert. Die Schüler\*innen warten auf die nächste Vorgabe und nehmen diesen Unterricht zum Teil als nicht verstandenes künstliches Regelwerk wahr, welches bei Einhalten aller erforderlichen Schritte durchaus zu richtigen Lösungen führen kann. Die Lehrkraft kann auf diese Weise mit 20-30 Schüler\*innen gleichschrittig vorankommen, nicht nur in einer Unterrichtseinheit, sondern von Woche zu Woche. Sie hat einen scheinbar guten Überblick über Lehr-Lernprozesse da im gleichen Rhythmus an gleichen Aufgaben mit demselben Rezept gearbeitet wird.

## 2. Rezept und entdeckendes Lernen

Die Lehrkraft kann ihren rezeptartigen Mathematikunterricht in der Primarstufe als vorrangigen didaktisch-methodischen Weg durch entdeckendes Lernen ergänzen. Das Rezept mit dem kleinst- und gleichschrittigen Voranschreiten im Unterricht dient noch immer die Musteraufgabe zu lösen und soll von den Schüler\*innen für weitere Aufgaben im Modus 1:1 angewendet werden. Das Lernen neuer mathematischer Inhalte erfolgt über die Weitergabe und Übernahme des Rezeptes. Eigene Denk-Lösungswege sind in der Phase des Erarbeitens neuer Inhalte nicht eingeplant. Die Übungsphase dient dem fehlerfreien Anwenden des Rezeptes mit Korrekturen durch die Lehrkraft beim Verlassen des eindeutigen Lösungsweges anhand des Rezeptes. Das Rezept bleibt also vorrangiges Regelwerk, welches im Mittelpunkt des Unterrichts steht. Am Ende einer solchen Unterrichtsphase, d.h. wenn beispielsweise ein neuer Inhalt erarbeitet und geübt wurde, plant die Lehrkraft nun auch entdeckendes Lernen zu diesem Inhalt. Es entsteht folglich eine Art Basisunterricht mit den neu zu erlernenden Inhalten, gefolgt von entdeckendem Lernen.

Entdeckendes Lernen bei dem Schüler\*innen mathematische Muster und Strukturen in entsprechenden Aufgabenstellungen finden, über unterschiedliche Lösungswege diskutieren, sich gegenseitig Denkwege präsentieren und mathematische Zusammenhänge verstehen, ist eine Ergänzung des Basisunterrichts. Entdeckendes Lernen ist in diesem didaktisch-methodischen Weg nicht immer für alle Schüler\*innen zugänglich, d.h. die Lehrkraft unterscheidet zwischen Schüler\*innen die das Rezept beherrschen und im Anschluss jene Problemlöseaufgaben für entdeckendes Lernen bekommen und Schüler\*innen, welche weiterhin das Rezept üben müssen und eben keine weiterführenden entdeckenden Aufgabenstellungen erhalten. Sie kann aber auch für alle Schüler\*innen den Basisunterricht beenden und allen die Möglichkeit zum Lösen einer problemhaften Aufgabe durch entdeckendes Lernen geben.

Diese Kombination von Rezept und entdeckendem Lernen gibt der Lehrkraft einerseits Sicherheit, da weiterhin kleinst- und gleichschrittig im Unterricht neue Inhalte unterrichtet werden können, andererseits werden Problemlösekompetenzen, eigene Denk-Lösungswege durch entdeckendes Lernen gefördert. Der Überblick über die Lernerfolge der Schüler\*innen ist weiterhin gut überschaubar und differenzierter Unterricht durch entdeckendes Lernen ist implementiert. Es entsteht ein immer wiederkehrender Zweiphasenunterricht, Rezept und entdeckendes Lernen.

### 3. Entdeckendes Lernen ohne Rezept

In dieser Lehrstruktur entscheidet sich die Lehrkraft mathematische Inhalte ohne Rezepte zu unterrichten. Sowohl für die Erarbeitung neuer Inhalte, für die Übungsphase, die Festigung als auch für die Suche nach mathematischen Mustern und Strukturen unterrichtet die Lehrkraft nach dem didaktisch-methodischen Weg des entdeckenden Lernens. Beim Erarbeiten neuer Inhalte wird auf Musteraufgaben und Rezepte verzichtet. Die Lehrkraft lässt eigene Denk- und Lösungswege der Schüler\*innen zu, sie fördert Eigenproduktionen und sucht gemeinsam mit den Schüler\*innen in der Erarbeitungsphase nach zielführenden Wegen. Neue Inhalte brauchen also eine Lehrstruktur in der Lernpfade ohne Rezepte entstehen. In der Übungsphase können Schüler\*innen eigene Lösungswege erproben, sie hinterfragen ihre Lösungswege, überprüfen, ob sie zu richtigen Lösungen führen und können diese verändern. Das Üben wird dabei als entdeckendes Üben konzipiert, d.h. einerseits üben die Schüler\*innen Rechenverfahren, modellieren, führen geometrische Konstruktionen durch usw., andererseits sind die Aufgabenstellungen in einem Zusammenhang strukturiert, damit Zusammenhänge verstanden werden können. Die Lehrkraft bietet für die Suche nach mathematischen Mustern und Strukturen mathematische Lernumgebungen an, in der die Schüler\*innen strukturierte Aufgabenstellungen bearbeiten und unterschiedliche Zusammenhänge mathematischer Inhalte, je nach Interessens- und Begabungslage, entdecken können.

Die Lehrstruktur des entdeckenden Lernens ohne Rezept bietet die Möglichkeit an das Vorwissen der Schüler\*innen anzuknüpfen, sie nicht frühzeitig auf ein vorgegebenes Rezept einzuengen und fördert die Kommunikation über mathematische Zusammenhänge und mögliche Entdeckungen. Verstehen Lehren steht dabei im Vordergrund. Die Vielfalt der unterschiedlichen Denkwege wird in den Mittelpunkt des Unterrichts gestellt. Es gilt aber auch den Überblick über den Lernstand aller Schüler\*innen zu behalten, sich die Entwicklungen des Verständnisses aller Schüler\*innen zu vergegenwärtigen. Schüler\*innen dringen sehr unterschiedlich tief in die Strukturen mathematischer Inhalte, da Entdeckungen auf verschiedenen Ebenen mathematischer Inhalte angeboten werden. Die Lehrkraft bietet immer wieder im pädagogischen Dialog Hilfe für Rechenschwache und fördert aber auch Begabte. Es entstehen sehr unterschiedliche entdeckende Lernpfade.

## **Abschließender Blick auf die drei Möglichkeitsformen**

Es scheint klar zu sein, dass die drei angeführten Formen der (Nicht)-Kombination von Rezept und entdeckendem Lernen eine erste didaktisch-methodische Einteilung erlauben, es jedoch weitere Möglichkeitsformen mit unterschiedlichen Gewichtungen geben kann. Diese gilt es in weiteren Überlegungen, außerhalb dieser Arbeit, darzulegen und zu strukturieren.

Beachtet man den Zeitraum von vier Jahren Primarstufenmathematik, so stellt sich die Frage, welche Auswirkungen auf das Verständnis mathematischer Inhalte der eine oder andere didaktisch-methodische Weg haben kann. Wird möglicherweise Mathematik durch das Lernen mit Rezepten als ein nicht zu verstehendes Fach, als nur für wenige zugänglich, von den Schüler\*innen wahrgenommen. Vielleicht gibt es in diesem Fach nicht mehr zu verstehen als diese, wie auch immer zustandekommenen, Rezepte, um zu mathematischen Lösungen zu kommen. Ein undurchdringbares Fach also mit undurchdringbaren Aufgaben, nur für wenige offen. Führen vier Jahre Mathematikunterricht mit entdeckenden Elementen zu mehr Verständnis, da die Schüler\*innen Eigenproduktionen zum Teil in den Erarbeitungsphasen, zum Teil im entdeckenden Üben und bei der Suche nach mathematischen Mustern und Strukturen in den Mittelpunkt des Unterrichts stellen können? Können diese Schüler\*innen auch noch über ihre Entdeckungen kommunizieren, sich über die Denkwege austauschen, so entsteht möglicherweise mathematische Bildung bereits in der Primarstufe.

Drei Möglichkeitsformen können also über vier Jahre zu unterschiedlichen Zugängen zu mathematischen Inhalten, zum Fach selbst, führen. Diese didaktisch-methodischen Wege sind folglich mit den möglichen Auswirkungen zu überlegen. Welchen Weg will die Lehrkraft über diesen langen Zeitraum verfolgen, welche Ziele verfolgt sie, wenn sie den einen oder anderen Weg für ihren Unterricht gestaltet? Diese Entscheidungen führen zu unterschiedlichen Planungen, Durchführungen und Reflexionen von Mathematikunterricht durch die Lehrkraft. Sowohl auf Seiten der Lehrkraft als auch auf Seiten der Schüler\*innen führen vier Jahre in der einen oder anderen angeführten Möglichkeitsform zu grundlegend verschiedenem Mathematikunterricht. Dies gilt es zu beachten und kritisch zu reflektieren.