

**Darum geht es:**

Die Kombinatorik als Lehre vom Zählen bzw. Abzählen befasst sich konkret mit der Frage:

„Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, eine bestimmte Anzahl von Elementen auszuwählen oder anzuordnen?“ Es geht also maßgeblich um das systematische Abzählen von Möglichkeiten, das eine Grundlage zum Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bildet.

Das **allgemeine Zählprinzip der Kombinatorik** ist gleichzeitig eine Grundvorstellung der Multiplikation. Es gibt zwei oder mehr unterschiedliche Mengen. Jedem Element der einen Menge wird ein Element der anderen Menge(n) zugeordnet. Die Anzahl der verschiedenen Zuordnungsmöglichkeiten wird durch Multiplikation ermittelt.

Zum Beispiel: *Es gibt drei T-Shirts, zwei Hosen und drei Paar Schuhe zur Auswahl und es soll herausgefunden werden, wie viele Möglichkeiten es gibt, sich verschieden anzuziehen.*

*Es sind  $3 \cdot 2 \cdot 3 = 18$  Möglichkeiten.*

Es gibt drei Grundsituationen in der Kombinatorik, die sehr häufig vorkommen.

<p style="text-align: center;"><b>Permutation</b></p> <p>Anordnung <u>aller</u> Elemente (Reihenfolge beachten)</p>	<p style="text-align: center;"><b>Variation</b></p> <p>Auswahl und Anordnung <u>einiger</u> Elemente (Reihenfolge beachten)</p>	<p style="text-align: center;"><b>Kombination</b></p> <p>Auswahl <u>einiger</u> Elemente (Reihenfolge nicht beachten)</p>
<p><u>Beispielsituation:</u></p> <p>Mit den Ziffernkarten <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">1</span>, <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</span>, <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3</span> und <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">4</span> sollen vierstellige Zahlen gelegt werden. Wie viele Zahlen sind möglich?</p>	<p><u>Beispielsituation:</u></p> <p>Sechs Personen laufen um die Wette. Wie viele Möglichkeiten gibt es, den 1., 2. und 3. Platz zu belegen?</p>	<p><u>Beispielsituation:</u></p> <p>Aus fünf verschiedenen Sammelbildern sollen zwei ausgewählt werden. Wie viele verschiedene Paare gibt es?</p>

Im Unterricht der Grundschule und der Sekundarstufe I spielt die mathematische Bezeichnung der Grundsituationen (Variation, Permutation, Kombination) keine Rolle. Vielmehr müssen die Schüler\*innen in der Lage sein, diese Situationen durch gezieltes Fragen vollständig zu erfassen:

- Wie viele Elemente (Gesamtmenge) stehen insgesamt zur Verfügung?
- Werden alle oder nur einige Elemente dieser Gesamtmenge verwendet?
- Ist die Reihenfolge der Elemente zu beachten?

Häufig müssen Sonderfälle betrachtet werden. Dazu gehört z. B. die mehrfache Verwendung eines Elements (mit Wiederholung). Weitere Sonderfälle entstehen, wenn zusätzliche Bedingungen beschrieben werden. Deshalb sollten auch diese Fragen beantwortet werden:

- Kommen die Elemente in der Anordnung mehrfach (mit Wiederholung) vor?  
(z. B. Einstellung der Ziffern bei einem Zahlenschloss)
- Werden Bedingungen für die Anordnungen beschrieben?  
(z. B. Der blaue Stein darf nie unten liegen.)

Bei kombinatorischen Aufgabenstellungen stehen vor allem die Lösungsprozesse im Vordergrund. Ziel ist es, ausgehend vom Probieren und dem ersten noch sehr unsystematischen Finden einzelner Anordnungen, die Schüler\*innen an systematische Vorgehensweisen heranzuführen. Diese ermöglichen es, Strategien zu entwickeln und damit alle Anordnungen sicher zu finden.

Für die Entwicklung dieser Strategien ist es hilfreich, die Situationen handelnd zu begreifen sowie zeichnerisch und symbolisch darzustellen. Dabei ist es wichtig, Situationen und Anordnungen immer wieder miteinander zu vergleichen. Durch die Bearbeitung von Situationen der gleichen Art erlangen die Schüler\*innen ein tiefgreifendes Verständnis für die gemeinsamen mathematischen Strukturen der Situationen.



## Didaktische Hinweise

Um die Ergebnisse der Anordnungen aufzuschreiben, sollten verschiedene Darstellungsformen (z. B. Listen, Tabellen, Baumdiagramme) genutzt werden. Auch die Darstellungen müssen immer wieder verglichen und auf ihre Eignung überprüft werden.

Ziel des Unterrichts ist es, die verschiedenen Grundsituationen zu modellieren und Zählstrategien zu nutzen, um Anzahlen schnell zu erfassen. Dazu werden Baumdiagramme und Urnenmodelle genutzt.