






Förderschritte zu den Diagnoseaufgaben „Zählstrategien und Wahrscheinlichkeiten“ (E, F, G): 1

Übersicht über die Förderempfehlungen (Sekundarstufe I):

1. Anordnen unterschiedlicher Karten (Permutation)
2. Anordnen der Karten und Finden aller Möglichkeiten (Permutation)
3. Übersichtliche Darstellung von Anordnungen (Permutation)
4. Bestimmen der Anzahl mit einer Tabelle (Permutation, Variation)
5. Überprüfen der Darstellung von Möglichkeiten in einer Tabelle (Kombination)
6. Bestimmen der Anzahl ohne vorgefertigte Hilfsmittel (Kombination)
7. Systematisches Ermitteln der Anzahl von Möglichkeiten I (Augensumme)
8. Systematisches Ermitteln der Anzahl von Möglichkeiten II (Produkt)
9. Erstellen eines Baumdiagramms und Nutzen von Symbolen I
10. Erstellen eines Baumdiagramms und Nutzen von Symbolen II
11. Überprüfen und Beschreiben von Darstellungen (Kombination)
12. Ermitteln der Anzahl von Möglichkeiten unter verschiedenen Bedingungen
13. Bestimmen der Anzahl von Anordnungen und Darstellen im Baumdiagramm I
14. Bestimmen der Anzahl von Anordnungen und Darstellen im Baumdiagramm II
15. Ermitteln der Anzahl von Möglichkeiten (Variation)
16. Ermitteln der Anzahl von Möglichkeiten (Kombination)
17. Ermitteln der Anzahl von Möglichkeiten (Variation ohne Wiederholung)
18. Ermitteln der Anzahl von Möglichkeiten (Variation mit Wiederholung)

Daten & Zufall Sekundarstufe I		Idee der Kombinatorik
Anordnen unterschiedlicher Karten (Permutation)		1
<p>Material: 3 beschriebene Karten</p> <p>Max Richter möchte für ein Passwort die Anfangsbuchstaben seines Namens und den Tag und den Monat seines Geburtstages <u>07.12.2005</u> nutzen. Er will die beiden Buchstaben (MR), den Tag (07) und den Geburtsmonat (12) zusammenlassen.</p> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 20px; margin: 20px 0;"> <div style="border: 1px solid blue; padding: 10px 20px;">M R</div> <div style="border: 1px solid blue; padding: 10px 20px;">0 7</div> <div style="border: 1px solid blue; padding: 10px 20px;">1 2</div> </div> <ul style="list-style-type: none"> Lege alle möglichen Passwörter. Finde heraus, wie viele Möglichkeiten es insgesamt sind. 		

Daten & Zufall Sekundarstufe I		Idee der Kombinatorik
Anordnen der Karten und Finden aller Möglichkeiten (Permutation)		2
<p>Material: 3 beschriebene Karten: Schere</p> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 20px; margin: 20px 0;"> <div style="border: 1px solid blue; padding: 10px 20px;">M R</div> <div style="border: 1px solid blue; padding: 10px 20px;">0 7</div> <div style="border: 1px solid blue; padding: 10px 20px;">1 2</div> </div> <p>Max hat mit den gegebenen Karten ein Passwort erstellt. Um noch mehr Möglichkeiten zu erhalten, zerschneidet er die Buchstabenkarte. Er legt mit den 4 Karten diese Anordnung.</p> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 20px; margin: 20px 0;"> <div style="border: 1px solid blue; padding: 10px 20px;">M</div> <div style="border: 1px solid blue; padding: 10px 20px;">R</div> <div style="border: 1px solid blue; padding: 10px 20px;">0 7</div> <div style="border: 1px solid blue; padding: 10px 20px;">1 2</div> </div> <p>Er notiert das Ergebnis als Ast eines Zählbaums:</p> <div style="text-align: center; margin: 20px 0;"> $M - R - 07 - 12$ </div> <ul style="list-style-type: none"> Wie viele Passwörter kann er jetzt legen? 		

Daten & Zufall Sekundarstufe I		Idee der Kombinatorik
Systematisches Aufschreiben von Anordnungen (Permutation)		3
<p>mögliches Material: 6 Karten</p> <p>Es wird ein 6-stelliges Passwort benötigt. Max benutzt diese 6 Zeichen, um ein Passwort zu erstellen.</p> <p style="text-align: center; font-weight: bold; letter-spacing: 10px;">M R 0 7 1 2</p> <ul style="list-style-type: none"> Finde heraus, wie viele Passwörter mit M R 0 7 beginnen. Finde heraus, wie viele Passwörter mit M R 0 beginnen. Finde heraus, wie viele Passwörter mit M R beginnen. Nun will er alle Möglichkeiten herausfinden. <p style="margin-left: 40px;">Wie viele sind es? Beschreibe eine mögliche Lösung.</p>		

Daten & Zufall Sekundarstufe I		Idee der Kombinatorik									
Bestimmen der Anzahl mit einer Tabelle (Permutation, Variation)		4									
<p>Bei einem Pferderennen kann man verschiedene Wetten abgeben. Eine Wettmöglichkeit ist die Reihenfolge des Zieleinlaufes.</p> <ul style="list-style-type: none"> Angenommen es starten heute nur 3 Pferde (Paul, Quirin und Rosi). Nutze die Tabelle und erkunde, wie viele Möglichkeiten des Zieleinlaufes es gibt. <table border="1" style="margin-left: 40px; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">1. Platz</td> <td style="padding: 5px;">2. Platz</td> <td style="padding: 5px;">3. Platz</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"> </td> <td style="padding: 5px;"> </td> <td style="padding: 5px;"> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="padding: 5px;">...</td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> Finde heraus, wie viele Möglichkeiten des Zieleinlaufes es bei 4 und bei 5 Pferden gibt. Gib den Pferden Namen und stelle damit deine Lösung dar. Erkläre. Überlege, wie man die Lösung auch ohne eine Tabelle finden kann. Erkläre. 			1. Platz	2. Platz	3. Platz			
1. Platz	2. Platz	3. Platz									
...									





Überprüfen der Darstellung von Möglichkeiten in einer Tabelle (Kombination)

5

4 Schüler (Max, Luise, Robin, Elisa) verabschieden sich voneinander mit Händedruck. Jeder soll sich von jedem Anderen verabschieden. Es stellt sich die Frage, wie oft werden dabei die Hände gedrückt?

Jemand hat die Situation in einer Tabelle dargestellt und für jedes Mal Händedrücken ein Kreuz gesetzt.

	Max	Luise	Robin	Elisa
Max	-	x	x	x
Luise	x	-	x	x
Robin	x	x	-	x
Elisa	x	x	x	-

- Welcher Fehler steckt in dieser Tabelle?
- Wie verändert sich die Tabelle, wenn ein Schüler wegfällt? Beschreibe.



Bestimmen der Anzahlen ohne vorgefertigte Hilfsmittel (Kombination)

6

An einem Fußballturnier nehmen 5 Mannschaften teil.

Es sollen alle Mannschaften ohne Rückspiel genau einmal gegeneinander spielen.

- Stelle alle möglichen Spiele in einer Tabelle dar.
- Wie viele Spiele sind es?
- Wie verändert sich deine Tabelle, wenn es jeweils noch ein Rückspiel gibt. Zeichne in die Tabelle ein.



Es wird mit einem roten und einem grünen Würfel gewürfelt.

Die Augensummen wurden in der Tabelle notiert.

- Vervollständige die angefangene Tabelle.
- Kennzeichne alle Felder, die der Augensumme 5 entsprechen. Wie viele sind es?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Augensumme 8?
- Wie viele verschiedene Augensummen gibt es?

		Grüner Würfel					
		1	2	3	4	5	6
Roter Würfel	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9		
	6	7	8				12



Es wird mit einem grünen und einem roten Würfel gleichzeitig gewürfelt. Aus den Augenzahlen beider Würfel wird das Produkt gebildet.

- Vervollständige die Tabelle.
- Wie viele Möglichkeiten gibt es für das Produkt 6? Welches andere Produkt kommt genauso häufig vor?

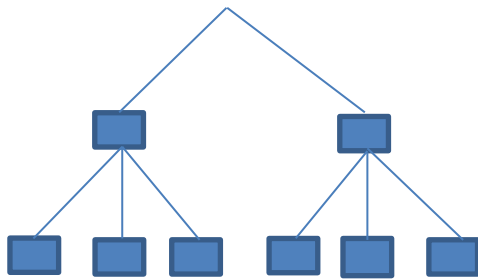
		Grüner Würfel					
Roter Würfel							



Bei einem Onlinespiel kann die Spielfigur durch drei verschiedene Tore 1, 2 und 3 gehen. Hinter dem Tor erscheint im weiteren Spiel eine Hexe (H) oder eine gute Fee (F).

- Fülle die Lücke aus: Dieser Vorgang kann als stufiges Zufallsexperiment angesehen werden.
- Entscheide, welches Baumdiagramm (1 oder 2) diesen Vorgang beschreibt. Ergänze die Kurzzeichen.

Baumdiagramm 1:



Baumdiagramm 2:

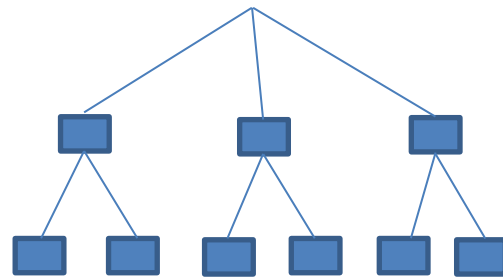
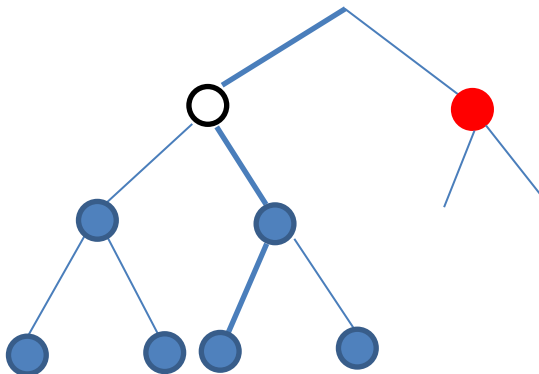


Bild 2: „Zwei Baumdiagramme“, LISUM, CC-BY-SA 4.0



In einem undurchsichtigen Gefäß befinden sich gleich viele weiße und rote Kugeln. Luise entnimmt nacheinander 3 Kugeln. Sie hat ein Baumdiagramm begonnen.

- Erkläre die Bedeutung des markierten Pfades.
- Vervollständige das begonnene Baumdiagramm.



- Zeichne dieses Baumdiagramm unter Verwendung von Kurzzeichen W für weiß und R für rot.

Bild 3: „Baumdiagramm schematisch 1“, LISUM, CC-BY-SA 4.0

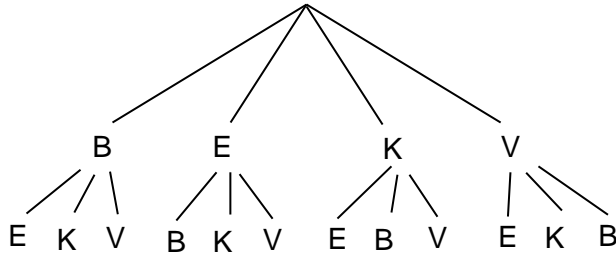


Es gibt 4 verschiedene Sorten Eis: **B**laubeere, **E**rdbeere, **K**irsche und **V**anille.

Marie möchte 2 unterschiedliche Kugeln bestellen. Die Reihenfolge der Kugeln ist egal.

Marie fragt sich, wie viele Kombinationsmöglichkeiten es gibt und zeichnet die Varianten auf.

Die Buchstaben sind die Anfangsbuchstaben der Eissorten.



Marie behauptet:

„Es gibt diese 12 Möglichkeiten.“

Hedwig sagt: „Es sind nur 6 Möglichkeiten.“

- Wer hat recht?
- Begründe mithilfe des Baumdiagramms.

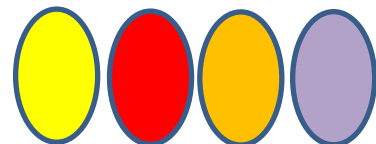
Bild 4: „Baumdiagramm mit Buchstaben 1“, LISUM, CC-BY-SA 4.0



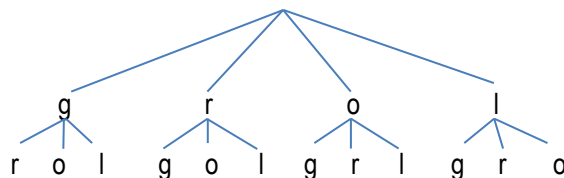
In einem Osternest liegen 4 Ostereier.

Sie sind gelb, rot, orange und lila gefärbt.

Luisa nimmt nacheinander 2 Eier aus dem Nest.



- Finde mithilfe des Baumdiagramms heraus, wie viele Möglichkeiten es dafür gibt.



- In einem anderen Osternest liegen nur 3 verschiedene Eier in den Farben Gelb, Rot und Orange. Beschreibe, wie sich das Baumdiagramm verändert. Wie viele Möglichkeiten gibt es jetzt?
- Ein weiteres Osternest enthält 5 verschiedene Eier in den Farben Gelb, Rot, Orange, Lila und Blau. Beschreibe, wie sich das Baumdiagramm verändert. Wie viele Möglichkeiten gibt es jetzt?

Bild 5: „Farbige Eier“, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Bild 6: „Baumdiagramm mit Buchstaben 2“, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Bestimmen der Anzahl von Anordnungen und Darstellen im Baumdiagramm I

13

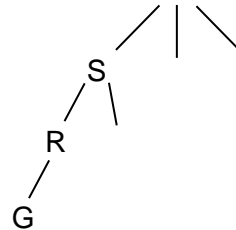
Bei einem Stadtfest wird eine Tombola veranstaltet.

Die Teilnehmer müssen 3 Kugeln aus einem undurchsichtigen Behälter ziehen.

Die gezogenen Kugeln werden nicht zurückgelegt.

Im Behälter sind genau 3 Kugeln in den Farben Rot, Gelb und Schwarz enthalten.

- Wie viele verschiedene Reihenfolgen sind möglich?
- Vervollständige dazu das Baumdiagramm.



- Zeichne auch ein Baumdiagramm für den Fall, dass bei der Tombola die gezogenen Kugeln immer wieder zurückgelegt werden.
Wie viele Reihenfolgen sind damit möglich?

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Bild 7: „Baumdiagramm mit Buchstaben 3“, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Bestimmen der Anzahl von Anordnungen und Darstellen im Baumdiagramm II

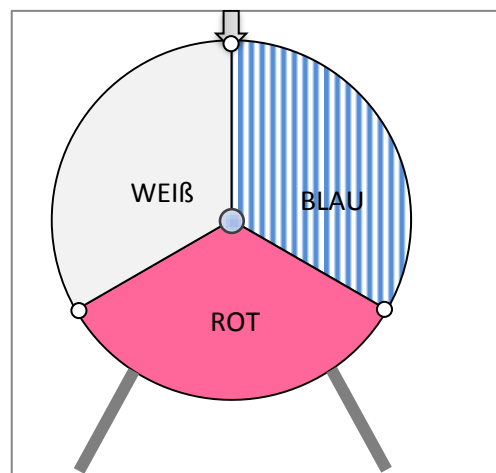
14

In einem Möbelhaus wird ein Gewinnspiel veranstaltet. Jeder Kunde darf am Eingang zweimal an einem Glücksrad drehen.

- Stelle alle Möglichkeiten, die beim Drehen auftreten können, in einem Baumdiagramm dar.
Wie viele sind es?

Wer das Glück hat, dass zweimal dieselbe Farbe gedreht wird, der gewinnt einen Einkaufsgutschein.

- Kennzeichne alle Pfade, bei denen der Kunde gewinnt.
Wie viele sind es?



Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0

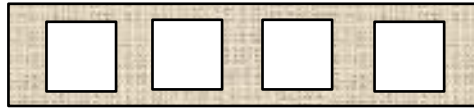
Bild 8: „Glücksrad“, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Ermitteln der Anzahl von Möglichkeiten (Variation)

15

Material: 4 leere Stühle oder schematische Darstellung



Anna setzt sich zuerst auf einen der vier Stühle. Danach setzt sich Ben auf einen der verbleibenden Stühle.

- Probiere mit Mitschülern einige Möglichkeiten aus.
- Wie viele Möglichkeiten gibt es insgesamt? Begründe.

Hilfestellung:

Anna hat verschiedene Möglichkeiten sich hinzusetzen.

Wenn danach Ben Platz nimmt, bleiben ihm auch noch mehrere Möglichkeiten.

Entscheide dich für eine der folgenden Rechnungen: $4+4$, $4+3$, $4 \cdot 4$, $4 \cdot 3$.

- Nun stehen fünf Stühle da. Wie viele Möglichkeiten gibt es jetzt?

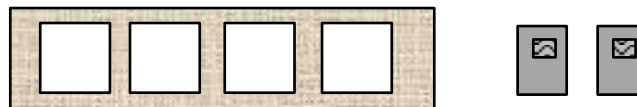
Bild 9: „Platzhalter 1“, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Ermitteln der Anzahl von Möglichkeiten (Kombination)

16

Material: 4 leere Stühle und 2 gleiche, nicht unterscheidbare Lehrbücher



Die 2 gleichen Lehrbücher sollen jeweils einzeln auf einen der vier Stühle gelegt werden.

- Probiere einige Möglichkeiten aus.
- Finde alle verschiedenen Anordnungen heraus.
Schreibe dazu die Möglichkeiten systematisch auf.
- Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn ein fünfter Stuhl hinzukommt?

Bild 10: „Platzhalter 2“, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Ermitteln der Anzahl von Möglichkeiten I (Variationen ohne Wiederholung)

17

Fünf Hobbysegler starten jedes Jahr zu einer mehrtägigen Segeltour.
Vor dem Start lösen sie den Kapitän und einen Steuermann aus.
Das erste Los bestimmt den Kapitän, das zweite den Steuermann.



Der Einfachheit halber werden die fünf Segler mit den Buchstaben A, B, C, D, E benannt.
Mögliche Paare mit Kapitän + Steuermann sollen als Klammer aufgeschrieben werden.
Der Kapitän steht an erster Stelle, an zweiter Stelle steht der Steuermann, z. B. (D; B).

- Schreibe alle möglichen Paare auf, bei denen Segler C der Kapitän ist.
- Überlege, wie viele verschiedene Kapitäne möglich wären.
- Zu jedem Kapitän sind mehrere Steuermänner möglich, wie viele jeweils?
- Finde heraus, wie viele Varianten „Kapitän und Steuermann“ es geben muss. Begründe.
- Wie verändert sich die Anzahl, wenn aus 6 Seglern gewählt wird? Erkläre.
- In einem anderen Boot sind es 10 Segler. Sie lösen.
Erkläre, wie viele Varianten „Kapitän und Steuermann“ es dann geben muss.
- Nun sollen drei Positionen (z. B. 1. Los = Kapitän, 2. Los = Steuermann und 3. Los = Koch)
aus zehn Leuten gelost werden. Erkläre, wie man die Anzahl aller möglichen Teams berechnen kann.

Bild 11: „Segelboot“, pixabay.com, CC0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0



Bestimmen der Anzahl von Möglichkeiten II (Variation mit Wiederholung)

18

Ein (sehr einfaches) Kombinationsschloss besteht aus 2 Ringen.
Jeder Ring enthält die Ziffern 1, 2 und 3.
Nur wenn jeder Ring in der richtigen Position ist, öffnet das Schloss.



- Wie viele mögliche Ziffernkombinationen gibt es? Schreibe sie auf.
- In einem anderen Schloss sind in 2 Ringen 4 verschiedene Ziffern möglich.
Wie viele Ziffernkombinationen gibt es dann? Erkläre.
- Jetzt stehen auf den 2 Ringen die Ziffern 0 – 9.
Wie viele Ziffernkombinationen gibt es dann? Erkläre.
- In einem anderen Schloss mit 2 Ringen stehen auf einem Ring die Ziffern 1 – 9 und auf dem zweiten Ring die Ziffern 0 – 9. Wie viele Ziffernkombinationen gibt es dann? Erkläre.
- Ein handelsübliches Fahrradschloss hat 4 Ringe mit jeweils 10 verschiedenen Ziffern.
Erkläre, wie man die Anzahl aller möglichen Ziffernkombinationen berechnen kann.

Bild 12: „Zahlschloss“, LISUM, CC-BY-SA 4.0

Materialien zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht, LISUM, CC-BY-SA 4.0