LAND BRANDENBURG

be Berlin

# Planungshilfen für einen kompetenzorientierten Mathematikunterricht

## Jahrgangsstufen 7 bis 10

Bildungsregion Berlin Brandenburg

LISUM
Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg

**Impressum**

**Herausgeber:**
Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM)
14974 Ludwigsfelde-Struveshof
Tel.: 03378 209 - 0
Fax: 03378 209 - 149
www.lisum.berlin-brandenburg.de

**Autorinnen und Autoren:**
Anke Dahlke, Dr. Birgit Griese, Anne Herenz, Fanny Jeschek, Carmen Kück, Chris Lindner, Mike Reblin

**Redaktion:** Dr. Birgit Griese

**Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM), Ludwigsfelde 2023/24**

Soweit nicht abweichend gekennzeichnet
zur Nachnutzung freigegeben unter der Creative Commons Lizenz CC BY-SA 4.0,
zu finden unter https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de

## Vorwort Planungshilfen Sekundarstufe I (2024)

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

die von unserem Team erstellten Planungshilfen sollen Sie bei der Vorbereitung Ihres Mathematikunterrichts für die Jahrgangsstufen 7 bis 10 unterstützen. Nachdem zum Schuljahr 2023/2024 bereits Planungshilfen für die Jahrgangsstufen 7 und 8 erstellt wurden, gibt es nun auch Planungshilfen für die Jahrgangsstufen 9 und 10. Unsere Ausführungen sind auf den weiterentwickelten Rahmenlehrplan 1-10, Fachteil C Mathematik (2023) abgestimmt und basieren auf Unterrichtserfahrungen, die wir in verschiedenen Schulformen gesammelt haben.

Die Planungshilfen sind als Angebot gedacht und können an die Bedürfnisse der Schulform und Lerngruppe angepasst werden. Die verschiedenen Unterrichtsreihen, die in den Planungshilfen dargestellt sind, können (je nachdem, wie es das jeweilige Schulinterne Curriculum vorsieht) in abweichenden Reihenfolgen realisiert werden. Es ist auch möglich, die in den Planungshilfen dargestellten Unterrichtsreihen aufzuteilen und die Teile zu verschiedenen Zeiten in den Doppeljahrgängen 7/8 bzw. 9/10 durchzuführen (dies gilt insbesondere für die Planungshilfen zur Geometrie / zu Körpern und zu Daten und Zufall).

In jeder Planungshilfe werden die jeweils relevanten Themen und Inhalte aus dem Rahmenlehrplan in den linken Tabellenspalten aufgeführt und in den rechten Tabellenspalten konkretisiert. Dabei sind Veränderungen des RLP1-10, Fachteil C Mathematik (2023) im Vergleich zur Vorgängerversion in der linken Spalte farbig hervorgehoben. Wenn auf diese Veränderungen in der rechten Hauptspalte konkret Bezug genommen wird, ist dies gelb markiert. Das soll Ihnen die Orientierung erleichtern. Teile des Rahmenlehrplans, die in der vorliegenden Unterrichtsreihe keine Berücksichtigung finden (wohl aber in einer anderen), sind in der linken Spalte ausgegraut.

Zudem finden Sie in unseren Planungshilfen u. a.:

- Standardbeispiele, die sich bei der Einführung neuer Unterrichtsinhalte bewährt haben,
- Sachkontexte, die sich zur Festigung der neu erworbenen Kenntnisse eignen,
- Begriffe, die für den Unterrichtsabschnitt relevant sind, und
- Hinweise auf kostenlose Materialien und Links, die für Ihre Unterrichtsplanung hilfreich sein können.

Bitte beachten Sie, dass für den Download mancher Materialien eine kostenlose Registrierung erforderlich ist. Sollten sich Dokumente beim Anklicken nicht in Ihrem Browser an der verlinkten Seite öffnen, sondern ein Download gestartet werden, empfehlen wir, die betreffenden Seiten manuell über Ihren pdf-Reader anzusteuern.

Des Weiteren möchten wir betonen, dass alle im Rahmenlehrplan vorgesehenen Inhalte der fünf Leitideen der Niveaustufen E bis G bzw. H abgedeckt sind. Dies soll sicherstellen, dass die Schülerinnen und Schüler alle notwendigen Kompetenzen erwerben, um im Unterricht in den Jahrgangsstufen 7 bis 10 zu erfolgreich weiterlernen zu können.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei der Gestaltung Ihres Mathematikunterrichts!

Ihr LISUM-Team Mathematik Sekundarstufen

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024,
CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 7, Mathematik: Zuordnungen

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 20 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe E**<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br>*Abschnitt: Zuordnungen und Funktionen*<br><br>① Beschreiben, Analysieren, Interpretieren und Vergleichen von Eigenschaften von Zuordnungen<br><br>② Unterscheidung zwischen direkt und indirekt proportionalen Zuordnungen (auch in Alltagssituationen) und<br><br>③ Darstellen von Zuordnungen im Koordinatensystem (auch 4 Quadranten)<br><br>④ Übersetzen zwischen symbolischer, sprachlicher, tabellarischer und grafischer Form von direkt proportionalen und indirekt proportionalen Zuordnungen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br><br>⑤ Berechnen von Größen in direkt und indirekt proportionalen Zuordnungen (auch unter Verwendung von Verhältnisgleichungen) in außer- und innermathematischen Kontexten (auch Maßstab und Prozentrechnung, auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen) | *Vorab wird empfohlen, das Digi-LAL 7 Modul „Fit für Zuordnungen und Prozentrechnung?“ durchzuführen.*<br><br>**Zahlenfolgen, Zuordnungsbegriff, Darstellungsformen von Zuordnungen, Eindeutigkeit** ①, ③<br>• Fortsetzen, Erstellen und Beschreiben von Zahlenfolgen (Punktemuster)<br>• Vorstellungen zum Zuordnungsbegriff entwickeln (Zuordnungen an mathematischen und außermathematischen Beispielen beschreiben)<br>• Darstellen von Zuordnungen mithilfe von Pfeilen und Mengen, Wertetabellen und im Koordinatensystem (zunächst im I. Quadranten)<br>• graphische Darstellungen interpretieren und erstellen (aus als Graphen vorgegebenen Bewegungsgeschichten Werte ablesen, zu vorgegebenen oder eigenen Bewegungsgeschichten Graphen erstellen); z. B. Zuordnungsmemory (Graph-Tabelle-Situation)<br>• Beschreiben und Erkennen von Eindeutigkeit bei einer Zuordnung (Funktionsbegriff) auch in alltäglichen Zusammenhängen<br><br>Mögliche Sachkontexte:<br>○ Schüler → Lieblingsfach, Team → Trikotfarbe, Familienmitglieder → Alter<br>○ Erwärmen von Wasser (Zeit → Temperatur des Wassers)<br>○ Belastung einer Feder/Gummibandes mit Massestücken (angehängte Masse → Ausdehnung)<br>○ Bewegungsaufgaben für Spielzeugeisenbahn oder Schüler auf Skateboard (Zeit → zurückgelegter Weg)<br>○ Rennstreckenverlauf (Zeit → Geschwindigkeit, bei gegebenem Streckenverlauf)<br>○ Temperaturverlauf an einem bestimmten Standort über einen Zeitraum<br>○ Füll- und Entleerungsvorgänge (auch experimentell)<br><br>➲ LISUM, MzDuF[1] – „Gleichungen und Funktionen“, Förderaufgaben „Idee der funktionalen Zusammenhänge“ (Sekundarstufe 1), Veränderungsvorstellung, Karten 6-9 (S. 298)<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt |

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF- Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| | ➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 7: Leistungskurven im Sport – Zusammenhänge zwischen Größen untersuchen<br>➲ DZLM, MaCo – Verstehensgrundlagen zu Funktionen<br>➲ DZLM, SiMa – Funktionale Zusammenhänge am Sprachanfang (ab Kl. 7) Material und Handreichungen<br><br>**Proportionale Zuordnungen** ①, ③ bis ⑤<br>• Darstellen proportionaler Zuordnungen in einer Wertetabelle (mit Pfeilen und Operationen: Multiplikation und Division, ggf. Addition)<br>• Darstellen proportionaler Zuordnungen als Graph im Koordinatensystem (insbesondere Achsenbeschriftung und -einteilung; erklären, unter welchen Voraussetzungen Punkte verbunden werden dürfen) auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen (z. B. Tabellenkalkulation, Funktionenplotter)<br>• Wechseln zwischen den Darstellungsformen (verbal, tabellarisch, graphisch und als Gleichung)<br>• Abgrenzen des Begriffs der direkt proportionalen Zuordnungen (Beispiele und Gegenbeispiele)<br>• Beschreiben der Eigenschaften und Erkennen von Graphen proportionaler Zuordnungen<br>• Überprüfen der Quotientengleichheit als Eigenschaft direkt proportionaler Zuordnungen<br>• Verhältnisgleichungen *(siehe auch Prozentrechnung)*<br><br>Mögliche Sachkontexte:<br>○ Etagenzahl → Höhe eines Hauses<br>○ Besuch auf dem Markt: Berechnen von Preisen mit dem Dreisatz (aus vorgegebenen Kilopreisen den Endpreis berechnen)<br>○ Rezepte auf größere / kleinere Personenzahl umrechnen lassen<br>○ Sponsorenlauf (Anzahl der Runden → Spendensumme)<br>○ Einheitenumrechnung (Fuß, Zoll, Meile)<br>○ Währungen umrechnen<br>○ Preisvergleich (Ist die Großpackung günstiger?)<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen“, Förderaufgaben „Idee der funktionalen Zusammenhänge“ (Sekundarstufe 1), Zuordnungsvorstellung, Karten 10-11 (S. 315), Karte 17 (S. 319), Karten 24-27 (S. 322)<br>➲ DZLM, Mathe sicher können – Proportionales Denken und Rechnen – Unterrichtsmaterial<br>➲ DZLM, Mathe sicher können – Proportionales Denken und Rechnen – Handreichungen<br>➲ DZLM, SiMa – Neuzugewanderte: Proportionales und Antiproportionales (ab Kl. 7) Material und Handreichungen |

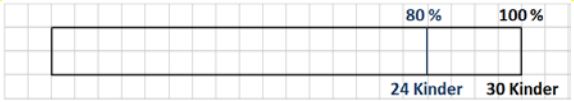
Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| | **Indirekt proportionale Zuordnungen** ① bis ⑤<br>• Ermitteln von Wertepaaren zu einer indirekten Proportionalität<br>• Abgrenzen des Begriffs der indirekt proportionalen Zuordnung (Beispiele und Gegenbeispiele)<br>• Erstellen eines Graphen zu einer Wertetabelle auch bei indirekter Proportionalität, auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen (z. B. Tabellenkalkulation, Funktionenplotter)<br>• Überprüfen der Produktgleichheit als Eigenschaft indirekt proportionaler Zuordnungen<br>• Zuordnungen beschreiben, analysieren, interpretieren und vergleichen: proportional, indirekt proportional, weder noch (Alter → Anzahl der Zähne, Anzahl Orchestermitglieder → Länge Musikstück, Anzahl der Eier → Garzeit)<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen“, Förderaufgaben „Idee der funktionalen Zusammenhänge“ (Sekundarstufe 1), Zuordnungsvorstellung, Karten 12-13 (S. 316)<br>➲ DZLM, SiMa – Neuzugewanderte: Proportionales und Antiproportionales (ab Kl. 7) Material und Handreichungen<br><br>Mögliche Sachkontexte:<br>○ Verteilung eines Lottogewinns auf eine bestimmte Anzahl von Personen<br>○ Tierversorgung (Anzahl von Tieren → Anzahl der Tage, die eine bestimmte Menge an Futtervorrat reicht)<br>○ Anzahl von Arbeitskräften → Dauer einer bestimmten Arbeit, die zu erledigen ist, Autofahrt (Geschwindigkeit → benötigte Zeit für eine feste Weglänge)<br><br>Begriffe: Zahlenfolge, Zuordnung, Menge, eindeutig, Funktion, Abbildungsvorschrift, Wertetabelle, Graph, Koordinatensystem, direkte proportional, indirekte proportional |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 7, Mathematik: Prozentrechnung

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 20 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe E**<br>*Leitidee: Zahlen und Operationen (Auswahl hier relevanter Einträge)*<br><br>① Beschreiben von Prozenten als weitere Darstellungsform für gebrochene Zahlen<br><br>② Vergleichen und Ordnen von Prozentangaben<br><br>③ Beschreiben der Beziehung zwischen Prozentsatz, Prozentwert und Grundwert<br><br>④ Nutzen von Prozentsätzen als Operatoren<br><br>⑤ Nutzen, Darstellen und Beschreiben von Strategien und Gesetzen bei der Prozentrechnung, z. B. mithilfe des Prozentstreifens (auch Dreisatz und Verhältnisgleichungen) | *Vorab wird empfohlen, das Digi-LAL 7 Modul „Fit für Zuordnungen und Prozentrechnung?“ durchzuführen (falls nicht schon erfolgt).*<br><br>**Der Begriff „Prozent“ und Vergleichen von Prozentangaben ①, ②**<br>• Kennenlernen von Prozenten als neue Darstellung von Brüchen und Dezimalzahlen<br>• Umrechnen von Prozentzahlen in Dezimalzahlen/Brüche und umgekehrt<br>• Kennen und Nutzen von einfachen Prozentsätzen wie z. B. $50\% = \frac{1}{2}$ (Vertiefung z. B. mit Dominos, Triminos etc.)<br>• Darstellen von Anteilen auf einem Prozentstreifen (analog zum Bruchstreifen)<br><br>➲ LISUM, MzDuF[1] – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Zahl“ (Sekundarstufe 1), Darstellen von Zahlen: Karten 12-26 (S. 622)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Zahl“ (Sekundarstufe 1), Nutzen des dezimalen Stellenwertsystems: Karten 1-2 (S. 640)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Zahl“ (Sekundarstufe 1), Erkennen von Zahlbeziehungen: Karten 14-15 (S. 652)<br><br>**Grundbegriffe der Prozentrechnung ③, ⑤**<br>• Kennenlernen der Begriffe Prozentsatz, Prozentwert und Grundwert<br>• Identifizieren von Prozentsatz, Prozentwert und Grundwert in verschiedenen Sachkontexten<br>• Darstellen von Prozentsätzen, Prozentwerten und Grundwerten auf einem Prozentstreifen<br>Beispiel:  |

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF- Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

**Niveaustufe E**
*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*
*(Auswahl hier relevanter Einträge)*

6 Berechnen von Größen in direkt und indirekt proportionalen Zuordnungen (auch unter Verwendung von Verhältnisgleichungen) in außer- und innermathematischen Kontexten (auch Maßstab und Prozentrechnung, auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)

- dabei: Hinweis auf die Einheiten (Prozentsatz wird immer in % angegeben, Prozentwert und Grundwert haben immer dieselbe Einheit - z. B. €)

➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Zahl“ (Sekundarstufe 1), Darstellen von Zahlen: Karten 12-13 (S. 622), Karte 16 (S. 624)

**Berechnen von Prozentsatz, Prozentwert und Grundwert** 4 bis 6

- Berechnen des Prozentwertes mit der Operatorschreibweise (auch in verschiedenen Sachkontexten), auch unter Benutzung von Tabellenkalkulation
- z. B.: $30 \text{ Kinder} \xrightarrow{\cdot 80\,\%} 24 \text{ Kinder}$ oder $30 \text{ Kinder} \xrightarrow{\cdot \frac{80}{100}} 24 \text{ Kinder}$
- Berechnen mit Minitabellen / Dreisatz (siehe Planungshilfe *Zuordnungen und Funktionen*) (auch in verschiedenen Sachkontexten)

Gesucht: W

| Prozent | Preis (€) |
|---|---|
| 100 % | 40 |
| 1 % | 0,4 |
| 15 % | 6 |

Gesucht: p%

| Äpfel (kg) | Prozent |
|---|---|
| 40 | 100 % |
| 1 | 2,5 % |
| 6 | 15 % |

Gesucht: G

| Prozent | Kinder (Anz.) |
|---|---|
| 15 % | 6 |
| 1 % | 0,4 |
| 100 % | 40 |

- Berechnen mithilfe der Formel, z. B. Verhältnisgleichung $\frac{\text{Prozentwert}}{\text{Grundwert}} = \frac{\text{Prozentsatz (in \%)}}{100\,\%}$ (auch in verschiedenen Sachkontexten)
- Vergleichen der Eignung der drei Rechenstrategien
- Berechnen von Sachkontexten mit vermehrtem oder vermindertem Grundwert
- Darstellung von prozentualen Sachkontexten in geeigneten Diagrammen, auch unter Benutzung von Tabellenkalkulation

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| | ➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Operation“ (Sekundarstufe 1), Verstehen und Nutzen von Rechenstrategien: Karten 7-17 (S.691)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Operation“ (Sekundarstufe 1), Beziehungen zwischen Rechenoperationen: Karten 13-15 (S.704)<br><br>Weitere Materialien:<br>➲ DZLM, SiMa – Prozente verstehen<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 7: Günstig einkaufen – Mit Prozenten rechnen<br><br>Mögliche Sachkontexte: Ergebnisse aus dem Sport (z. B. Trefferquote vergleichen), Rabattangebote beim Einkauf, Brutto- und Nettopreise berechnen, Mehrwertsteuer berechnen, Miet- oder Gehaltserhöhungen berechnen<br><br>Begriffe: Prozent, Prozentsatz, Prozentwert, Grundwert, Operator, Rabatt, Skonto, Mehrwertsteuer, Brutto, Netto, ggf. Tara, Balken- und Säulendiagramm, Prozentstreifen, Kreisdiagramm<br><br>*siehe auch „Jahrgangsstufe 7, Mathematik: Zuordnungen“, insbesondere Proportionalität*<br>*siehe auch „Jahrgangsstufe 7/8, Mathematik: Daten und Zufall“, insbesondere Diagramme*<br>*bzgl. Maßstab siehe „Jahrgangsstufe 7/8, Mathematik: Geometrie“* |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 7, Mathematik: Terme und Gleichungen

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 25 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe E**<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br>*Abschnitt: Terme und Gleichungen*<br><br>① Darstellen von außer- und innermathematischen Sachverhalten (auch im Zahlenbereich der rationalen Zahlen) durch Terme, lineare Gleichungen und Verhältnisgleichungen<br><br>② Variablen (auch als Parameter) verwenden und deren Bedeutung erklären (z. B. in Formeln und bei der Fortsetzung von Folgen)<br><br>③ Angeben von passenden Situationen und grafischen Darstellungen zu vorgegeben Termen und Gleichungen (auch im Zahlenbereich der rationalen Zahlen)<br><br>④ Nutzen von Kommutativ- und Assoziativgesetz zum äquivalenten Umformen von Termen (auch im Zahlenbereich der rationalen Zahlen)<br><br>⑤ Begründen von Gleichungsumformungen | *Vorab wird empfohlen, das Digi-LAL 7 Modul „Fit für Terme und Gleichungen?“ durchzuführen.*<br><br>**Terme und Gleichungen in Sachkontexten nutzen und verändern** ① bis ③<br>• Erklären von Termbestandteilen, Erklären der Bedeutung von Exponenten<br>• Übersetzen verbaler Formulierungen und graphischer Darstellungen in Zahlenterme und umgekehrt (Streifenbilder, Umfang, Flächeninhalt, Preise usw.)<br>• Übersetzen verbaler Formulierungen (Standard- und Alltagsformulierungen z.B. *das Doppelte vermindert um 5*) in Terme mit Variablen und umgekehrt<br>• Zuordnen von Termen zu verbalen Formulierungen und verschiedenen anderen Darstellungen (z. B. Menge von Objekten, Punktmuster)<br>• Verwenden von Termen zur Beschreibung von Folgen (z. B. Punktmuster und deren Fortsetzung)<br>• Erklären von Termbestandteilen („Wofür steht …?“, „Was beschreibt …“?)<br>• zielgerichtetes Verändern von Termen (auch Substituieren von Teiltermen)<br>• Beschreiben von Beziehungen in Kontexten mit Gleichungen und umgekehrt<br>• Berechnen der Werte von Termen mit einer und mit mehreren Variablen (ggf. „Pfeilbilder“ nutzen)<br>• Erkennen von gleichwertigen Termen durch Einsetzen von Zahlen und einander Zuordnen gleichwertiger Terme (auch mit Tabellenkalkulationen)<br><br>Dabei:<br>• Konvention zur Notation von Termen (Zahlen vor Variablen, alphabetische Reihenfolge, „stummes Multiplikationszeichen“)<br>• zwischen Gleichungen und Termen unterscheiden<br>• zunehmende Komplexität (ggf. Beschreibung durch Rechenbäume / Termbäume<br><br>➲ LISUM, MzDuF[1] – „Gleichungen und Funktionen“, Diagnoseaufgaben zu Termen (vor der Unterrichtsreihe Stufe D (S. 32-34), nach der Unterrichtsreihe Stufe E (S. 35-36)) |

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF- Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| 6 Lösen linearer Gleichungen durch systematisches Probieren, grafisch und durch Äquivalenzumformung (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br><br>7 Lösen von Verhältnisgleichungen (auch Umstellen von Formeln)<br><br>8 Prüfen einer Lösung (auch durch Einsetzen in die Ausgangsgleichung)<br><br>9 Untersuchen von Fragen der Lösbarkeit und der Lösungsvielfalt von linearen Gleichungen und Formulierung diesbezüglicher Aussagen | ➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen“, Förderaufgaben „Idee der Terme“ (Sekundarstufe 1), u.a. Streifenbilder, Karten 1-33 (S. 124)<br>➲ DZLM, SiMa – Wiederholung Terme (Kl. 5/6) *(Hinweis: In den Padlet-Karten ist eine Unterrichtsreihe dargestellt.)*<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 7: Bahn oder Auto? – Berechnungen beschreiben und durchdenken<br><br>**Terme äquivalent umformen** 4<br>• Verstehen der Umformungsregeln auf Basis bekannter Rechenregeln (z. B. Vorrangregeln, auch Distributivgesetz)<br>• Zusammenfassen von Termen durch Addition und Subtraktion<br>• Multiplizieren von Termen mit Variablen<br>• Erkennen von gleichwertigen Termen durch Umformen<br>• gezieltes Umformen von Termen<br>• Umformen von Termen mit Klammer und einem Faktor vor oder nach der Klammer gemäß Distributivgesetz (Klammer auflösen, Faktor ausklammern)<br>• Erkennen, Begründen und Korrigieren fehlerhafter Termumformungen<br>• Erklären von Termumformungen und Erläutern von Fehlern an bzw. mit geometrischen Figuren und Kontexten<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen“, Diagnoseaufgaben zu Termen (vor der Unterrichtsreihe - Stufe D (S. 32-34), nach der Unterrichtsreihe Stufe E (S. 35-36))<br>➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen“, Förderaufgaben „Idee der Terme“ (Sekundarstufe 1), Karten 35-64 (S. 141)<br><br>**Mit Gleichungen umgehen** 5 bis 9<br>• Lösen von Gleichungen durch systematisches Probieren (auch mit Tabellenkalkulation)<br>• Lösen von Gleichungen durch Rückwärtsarbeiten („Pfeilbilder“ nutzbar)<br>• Erklären Äquivalenzumformungen am Waagemodell<br>• Umformen von Verhältnisgleichungen in lineare Gleichungen<br>• Umstellen von Formeln<br>• Modellieren von Sachkontexte mit Gleichungen (auch lösen und Lösung im Kontext prüfen)<br>• Durchführen von Proben (Richtigkeit einer Lösung durch Einsetzen in Ausgangsgleichung überprüfen)<br>• Betrachten der Lösbarkeit von Gleichungen |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| | Dabei:<br>• anfangs Äquivalenzumformungen beidseitig notieren<br>• übliche Notation der Äquivalenzumformungen (senkrechter Strich, Umformschritt mit Operationszeichen und Termbestandteil)<br>• zunehmende Komplexität (Klammern, Variablen auf beiden Seiten, diverse Termstrukturen auf beiden Seiten, nur Gym: verschachtelte Klammern)<br>• grafisches Lösen erst in Jahrgangstufe 8 (lineare Funktionen)<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen“, Diagnoseaufgaben zu Gleichungen (vor der Unterrichtsreihe Stufe D (S. 48-49), nach der Unterrichtsreihe Stufe E (S. 50-51))<br>➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen“, Förderaufgaben „Idee der Gleichung“ (Sekundarstufe 1), u.a. Waagemodell, Karten 1-48 (S. 198), Karten 66-71 (S. 230)<br>➲ DZLM, MaCo – Verstehensgrundlagen zu Variablen, Termen, Gleichungen<br>➲ DZLM, MaCo – Diagnose- und Förderbausteine für den Regelunterricht – Variablen, Terme, Gleichungen<br><br>Mögliche Sachkontexte: Auto-/Taxifahrt, Radtour, Klassenfahrt, Taschengeld, Einkaufen, Stromrechnung, Wohnflächen<br><br>Begriffe: Term, Termwert, Variable, Gleichung, Probe, einsetzen, gleichsetzen, umformen, gleichwertig, äquivalent, Äquivalenzumformung, Verhältnis, Assoziativ-, Kommutativ- und Distributivgesetz, wahre/falsche Aussage<br><br>Umsetzungshinweis: Die Inhalte zu den Punkten 1 bis 4 (Terme) müssen nicht schon vollständig umgesetzt sein, bevor mit 5 bis 9 (Gleichungen) begonnen wird. Nach Erwerb von Grundwissen in der Thematik „Terme“ sollten einfache Gleichungen schon früh thematisiert werden, da sie ein Werkzeug für diverse Problemstellungen im Fach Mathematik und in anderen Schulfächern sind. |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 7, Mathematik: Rationale Zahlen

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 35 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe E**<br>*Leitidee: Zahlen und Operationen*<br><br>① Identifizieren von negativen Zahlen (negative ganze und negative gebrochene Zahlen) und Verknüpfen mit Alltagssituationen<br><br>② Darstellen von rationalen Zahlen mit Ziffern und an der Zahlengeraden (Erweiterung des Zahlenstrahls zur Zahlengeraden)<br><br>③ Darstellen des Ergebnisses einer Division als gebrochene Zahl und als Dezimalzahl (auch periodische Zahlen)<br><br>④ Unterscheiden von Vorzeichen bei rationalen Zahlen und Rechenzeichen<br><br>⑤ Vergleichen und Ordnen von rationalen Zahlen<br><br>⑥ Runden von rationalen Zahlen<br><br>⑦ Erklären der Dichtheit der rationalen Zahlen auch an der Zahlengeraden<br><br>⑧ Verwenden von Betrag und Gegenzahl | *Vorab wird empfohlen, das Digi-LAL 7 Modul „Fit für rationale Zahlen?“ durchzuführen.*<br><br>*Dieses Thema kann ohne Taschenrechner behandelt werden.*<br><br>**Negative Zahlen im Alltag** ①, ⑨<br>• Erkennen von negativen Zahlen in Alltagssituationen z. B. Temperatur, Höhen über und unter dem Meeresspiegel, Guthaben und Schulden<br>• Beschreiben der Beziehung zwischen der Menge der ganzen Zahlen und der Menge der natürlichen Zahlen<br><br>➲ LISUM, MzDuF[1] – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Zahl“ (Sekundarstufe 1), Darstellen von Zahlen, Karten 1-11 (S. 617)<br>➲ KOSIMA, Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ KOSIMA, Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 7: Raus aus den Schulden – Mit negativen Zahlen rechnen<br><br>**Vergleichen und ordnen von rationalen Zahlen** ②, ③, ⑤, ⑦<br>• Vergleichen und Ordnen von Zahlen im Sachkontext in Worten (höher - niedriger, älter – jünger, wärmer – kälter)<br>• Darstellen des Ergebnisses einer Division als gebrochene Zahl und als Dezimalzahl (auch periodische Zahlen)<br>• Erweitern des Zahlenstrahls zur Zahlengeraden sowie schrittweises Erweitern des Zahlenbereichs<br>• Ablesen und Darstellen rationaler Zahlen an der Zahlengeraden<br>• Vergleichen von rationalen Zahlen an der Zahlengeraden und mit Symbolen (<, =, >)<br>• Erkennen, dass „<“ nicht mehr bedeutet „näher an Null“<br>• Darstellen von ganzen Zahlen in Worten, z. B. *In Kopenhagen sind es heute -13 °C. Mein Onkel hat 200 € Schulden.* |

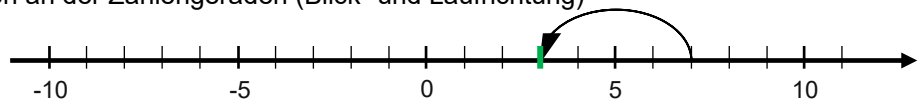
[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF-Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| ⑨ Erläutern der Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterung bezüglich der negativen Zahlen anhand von Beispielen<br><br>⑩ Beschreiben der Beziehung zwischen der Menge der ganzen Zahlen und der Menge der natürlichen Zahlen<br><br>⑪ Erweiterung der Vorstellungen zu den Grundrechenoperationen im Bereich der rationalen Zahlen im Sinne von:<br>• Addition und Subtraktion als Änderung eines Zustandes<br>• Addition als Zusammenfassung von mehreren Änderungen<br>• Subtraktion als Unterschied (z. B. Abstand zwischen –2 und 5)<br>• Subtraktion als Addition der Gegenzahl<br>• Multiplikation mit (–1) als Inversion (Spiegelung am Nullpunkt)<br>• Division als Multiplikation mit dem Kehrwert der rationalen Zahl<br><br>⑫ Wechseln der Darstellungsformen (Sachkontexte, Notation, Bild) zu den Grundrechenoperationen im Bereich der rationalen Zahlen<br><br>⑬ Prüfen und Übertragen der bekannten operativen Strategien, Gesetze und Verfahren auf das Rechnen mit rationalen Zahlen | • Kennen der Bestandteile der negativen Zahl (Vorzeichen und Abstand zur Null)<br>• Erkennen der Dichtheit der rationalen Zahlen auf der Zahlengeraden<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Zahl“ (Sekundarstufe 1), Erkennen von Zahlbeziehungen, Karten 1-4 (S. 646)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Zahl“ (Sekundarstufe 1), Erkennen von Zahlbeziehungen, Karten 5-8 (S. 648), 10-11 (S. 650)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Zahl“ (Sekundarstufe 1), Darstellen von Zahlen, Karten 2-9 (S. 617), Erkennen von Zahlbeziehungen, Karten 34-40 (S. 633)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Operation“ (Sekundarstufe 1), Vorstellungen zu Rechenoperationen – Subtraktion, Karte 3 (S. 672)<br><br>Das Koordinatensystem wird auch im Themenbereich „Zuordnungen und Funktionen“ von einem auf vier Quadranten (kartesisches Koordinatensystem) erweitert.<br><br>**Koordinatisieren ⑰**<br>• Ablesen und Einzeichnen von Punkten (auch mit nicht-natürlichen) Koordinaten im Koordinatensystem (nicht-ganzzahlige positive Koordinaten)<br>• Erweitern des Koordinatensystems und Bezeichnen der vier Quadranten<br>• Zeichnen eines Koordinatensystems mit vier Quadranten<br>• Ablesen und Einzeichnen von Punkten (auch mit negativen Koordinaten) im erweiterten Koordinatensystem (z. B. Zeichnen und Ergänzen von achsensymmetrischen Figuren mit Dynamischer Geometrie-Software)<br>• Ablesen und Einzeichnen von Punkten in Koordinatensystemen mit unterschiedlichen Skalierungen<br><br>**Betrag und Gegenzahl ④, ⑧, ⑩**<br>• Beschreiben des Betrags und der Gegenzahl am Bild, mit Symbolen und Worten<br>• Erkennen, dass die Menge der ganzen Zahlen aus den natürlichen Zahlen und deren Gegenzahlen entstehen[2]<br>• Unterscheiden von Vorzeichen und Rechenzeichen, z B. mit Hilfe von Klammern<br>• Erklären des Unterschieds von „+“ und „–“ an Beispielaufgaben im Sachkontext (sowohl als Vorzeichen als auch als Rechenzeichen) |

[2] … und der Null, sofern die natürlichen Zahlen nicht ohnehin inklusive der Null definiert wurden.

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| (auch unter Verwendung eines Taschenrechners)<br><br>⑭ Durchführen von einfachen Rechnungen und Überschlagsrechnungen mit rationalen Zahlen im Kopf<br><br>⑮ Angeben von Ergebnissen mit sinnvoller Genauigkeit (auch beim Rechnen mit rationalen Zahlen)<br><br>⑯ Überschlagen, Abschätzen und Überprüfen von Rechenergebnissen (auch im Bereich der rationalen Zahlen)<br><br>**Niveaustufe E**<br>*Leitidee: Raum und Form*<br>*(Auswahl hier relevanter Einträge)*<br><br>⑰ Zeichnen von Figuren im Koordinatensystem (vier Quadranten, auch mithilfe von dynamischer Geometriesoftware) | ➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen", Förderaufgaben „Idee der Zahl" (Sekundarstufe 1), Darstellen von Zahlen, Karten 10-11 (S. 621)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen", Förderaufgaben „Idee der Zahl" (Sekundarstufe 1), Erkennen von Zahlbeziehungen, Karte 9 (S. 650)<br><br>**Addition und Subtraktion rationaler Zahlen** ⑪ bis ⑯<br>• Erkennen, dass bei der Addition mit einer negativen Zahl das Ergebnis kleiner und bei der Subtraktion einer negativen Zahl das Ergebnis größer wird<br>• Darstellen der Addition und Subtraktion mit Hilfe von Pfeilen an der Zahlengeraden (Pfeilbild) und mit Bewegungen an der Zahlengeraden (Blick- und Laufrichtung)<br>$(+3) - (-4)$  <br>• Subtraktion und die unbeschränkte Möglichkeit ihrer Durchführung als Eigenschaft der rationalen Zahlen<br>• Auffassen der Subtraktion als Addition der Gegenzahl (Pfeilbild, Bewegung an der Zahlengeraden)<br>• Zeichnen von Pfeilbildern zu Zahlentermen bzw. Aufstellen von Zahlentermen zu Pfeilbildern<br>• Aufgaben mit verschiedenen Geldeingängen und -abzügen auf dem Konto als Additionsaufgabe<br>• mehrfaches Addieren derselben (positiven oder negativen) Zahl als Vorbereitung auf die Multiplikation<br>• Verdeutlichen auf der Zahlengeraden, dass man jede Subtraktion in eine Addition der Gegenzahl umwandeln kann und umgekehrt<br>• Erkennen, dass das Kommutativgesetz und Assoziativgesetz für die Addition von rationalen Zahlen gelten, für die Subtraktion nur das Assoziativgesetz (ggf. ohne aktive Beherrschung dieser Begriffe)<br>• Begründen der Rechenregeln für Addition und Subtraktion mit Hilfe des Permanenzprinzips / Zahlenreihen<br>• Überschlagen, Abschätzen und Überprüfen von Rechenergebnissen<br>• Reflektieren von Genauigkeit in Sachkontexten, z. B. in Bezug auf Körpergrößen und Geldbeträgen<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen", Förderaufgaben „Idee der Operation" (Sekundarstufe 1), Vorstellungen zu Rechenoperationen – Addition, Karten 1-2 (S. 670)<br>➲ Spiel „Hin und Her"<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen", Förderaufgaben „Idee der Operation" (Sekundarstufe 1), Vorstellungen zu Rechenoperationen – Subtraktion, Karten 1-5 (S. 672)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen", Förderaufgaben „Idee der Operation" (Sekundarstufe 1), Verstehen und Nutzen von Rechenstrategien, Karten 1-6 (S. 688) |

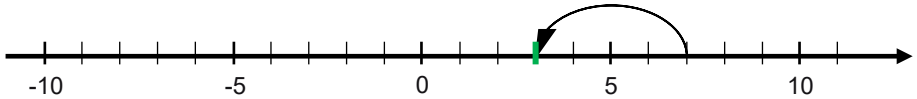
Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

➲ Roboterspiel zum Üben der Grundrechenarten
➲ DZLM, SiMa – Brüche verstehen und vergleichen

**Rationale Zahlen multiplizieren und dividieren** ⑥, ⑪ bis ⑯

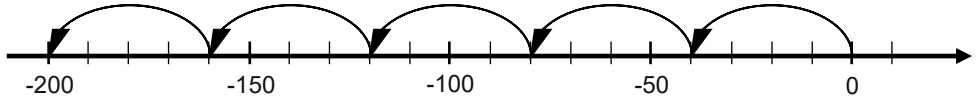
- Untersuchen des Einflusses von Vorzeichen bei der Multiplikation z.B. anhand von Geldfluss über mehrere Monate
- Verdeutlichen der Rechnungen anhand von Pfeilbildern und mit Bewegungen an der Zahlengeraden (Blick- und Laufrichtung)
  - $+ \cdot + = +$
  - $+ \cdot - = -$
  - $- \cdot + = -$ (kann zurückgeführt werden auf die Situation $+ \cdot -$ unter Verwendung des Kommutativgesetzes)
  - $- \cdot - = +$ (kann besser mit Hilfe des Permanenzprinzips verdeutlicht werden, ggf. ohne diesen Begriff im Unterricht zu nutzen)

$(+3) - (-4)$




- Nutzen von Tabellenkalkulation zur Untersuchung von Permanenzreihen

$(+5) \cdot (-40)$




- Vergleichen der Ergebnisse der Pfeilbilder und auf Rechenregeln schließen
- Erkennen, dass das Kommutativgesetz und Assoziativgesetz für die Multiplikation von rationalen Zahlen gelten
- Nutzen der Multiplikation, um zu zeigen, dass z. B. $-(-5) = -1 \cdot (-5) = +5$ gilt
- Untersuchen des Einflusses von Vorzeichen bei der Division z.B. anhand von Schuldenabbau
- Erkennen des Zusammenhangs der Division als Umkehraufgabe der Multiplikation und Übertragung der Rechenregeln von Multiplikation auf Division
- Anwenden des Permanenzprinzips bei der Multiplikation und Division
- Darstellen von Zahlentermen im Pfeilbild, in Worten im Kontext Schulden und Guthaben und als Bewegungsbeschreibung auf der Zahlengeraden
- Aufstellen von Zahlentermen aus Pfeilbildern, Worten und Bewegungsbeschreibungen auf der Zahlengeraden

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| | • Wiederholen bekannter Rechengesetze wie "Punkt vor Strich" oder die Klammerregel "von innen nach außen rechnen" nochmal im Zusammenhang mit negativen Zahlen<br>• Geschicktes Ordnen von Zahlen bei mehrgliedrigen Rechenaufgaben und Nutzen des Distributivgesetzes für Rechenvorteile<br>• Runden von rationalen Zahlen<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Operation“ (Sekundarstufe 1), Vorstellungen zu Rechenoperationen – Multiplikation, Karte 1-2 (S. 676)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Operation“ (Sekundarstufe 1), Vorstellungen zu Rechenoperationen – Division, Karte 2 (S. 678)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Operation“ (Sekundarstufe 1), Beziehungen zwischen Rechenoperationen, Karten 1-6 (S. 698)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Operation“ (Sekundarstufe 1), Anwenden von Eigenschaften, Rechenregeln und Gesetzen, Karten 2-3, 5 (S. 707)<br><br>**Vertiefung**<br>• Rechnen mit rationalen Zahlen mit sehr großen Beträgen: Anwenden von Tabellenkalkulationen, um mit sehr großen rationalen Zahlen zu rechnen. z. B. Staatsschulden<br><br>**Diagnose des Lernstandes nach der Unterrichtsreihe**<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Diagnoseaufgaben zu Zahlvorstellungen (E) (S. 25-27)<br>• Aufgabe 1 b, c, d<br>• Aufgabe 2 a, c (erster Teil)<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Diagnoseaufgaben zu Operationsvorstellungen (E) (S. 33-37)<br>• Aufgabe 1 a (zweiter Teil), c, d, e, f, h, i<br>• Aufgabe 2 f<br>• Aufgabe 3<br>• Aufgabe 4 |

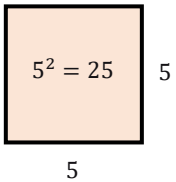
Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| | Sachkontexte: Temperatur, Höhen über und unter dem Meeresspiegel, Guthaben und Schulden<br><br>Begriffe: Vorzeichen, Rechenzeichen, Betrag, Gegenzahl, Zahlengerade, Assoziativgesetz, Kommutativgesetz, Distributivgesetz, Koordinatensystem, Koordinate, Quadrant |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 8, Mathematik: Potenzen und Wurzeln

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 20 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe F**<br>*Leitidee: Zahlen und Operationen*<br><br>① Darstellen von Potenzen, insbesondere Zehnerpotenzen mit natürlichem Exponenten<br><br>② Darstellen von rationalen Zahlen (auch mithilfe von Zehnerpotenzen mit natürlichen Exponenten)<br><br>③ Vergleichen und Ordnen von rationalen Zahlen (auch Potenzen mit natürlichen Exponenten)<br><br>④ Runden von rationalen Zahlen (auch in Potenzschreibweise)<br><br>⑤ Beschreiben der Beziehung der Menge der rationalen Zahlen zu allen bereits bekannten Zahlenbereichen<br><br>⑥ Darstellen und Beschreiben von Potenzen mit natürlichem Exponenten als fortgesetzte Multiplikation<br><br>⑦ Beschreiben von Quadrat- und Kubikwurzel als Umkehrung der Potenzschreibweise | **Darstellen und Vergleichen von Potenzen** ① bis ⑥<br>• Auffassen von Potenzen als wiederholtes Multiplizieren<br>• Erklären der Bedeutung des Exponenten als Häufigkeit der wiederholten Multiplikation der Basis<br>• Kennenlernen der Potenz bestehend aus Basis und Exponent, zunächst mit natürlichem Exponenten<br>• Einordnen der Potenzen mit natürlichem Exponenten in den Zahlbereich der rationalen Zahlen<br>• Erklären des Begriffes „Quadrieren“ als das Potenzieren mit dem Exponenten zwei, auch im Zusammenhang mit dem Quadrat als geometrische Figur (siehe Geometrie)<br>• Darstellen von rationalen Zahlen als Potenzen mit natürlichem Exponenten, z. B. $9 = 3^2$, auch ikonisch für die Exponenten zwei und drei mit positiver rationaler Basis (siehe Abbildung)<br>  <br><br>• Darstellen von Zahlen als Zehnerpotenz (auch wissenschaftliche Schreibweise), z. B. $265 = 2{,}65 \cdot 10^2$ (nur GYM: auch Zehnerpotenzen mit negativen ganzzahligen Exponenten)<br>• Nutzen der Zehnerpotenz zum sinnvollen Runden, z. B. $2{,}313121 \cdot 10^3 \approx 2{,}3 \cdot 10^3$ oder $103854 \approx 1{,}04 \cdot 10^5$<br>• Nutzen der Taschenrechner-Funktion „EXP“ (bzw. „EE“)<br>• Vergleichen von Potenzen (z. B. $4^3 > 3^3$; $5^2 < 5^3$; $6{,}3 \cdot 10^3 < 2{,}7 \cdot 10^4$); Ordnen von Potenzen als „<“-Kette und auch an der Zahlengeraden (sinnvolle Skalierung)<br><br>**Schätzen und Überprüfen von Größen und Ergebnissen** ⑨<br>• Abschätzen von zwei- und dreidimensionalen Größen im Sachkontext (z. B. „Wie viel Liter Wasser passen in einen Würfel mit dem Volumen von einem Kubikmeter?“) – erst schätzen, dann berechnen und das Ergebnis mit der Intuition vergleichen |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| ⑧ Nutzen, Darstellen und Beschreiben von Strategien und Gesetzen bei der Prozentrechnung (auch im Zusammenhang mit Rabatt und Zinsen, auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br><br>⑨ Überschlagen, Abschätzen und Überprüfen von Rechenergebnissen im Bereich der rationalen Zahlen (auch im Zusammenhang mit der Prozentrechnung)<br><br>**Niveaustufe F**<br>*Leitidee: Größen und Messen*<br>*(Auswahl hier relevanter Einträge)*<br><br>⑩ Situationsangemessenes Verwenden von Größen und ihren Einheiten (auch unter Nutzung der Zehnerpotenzen zur Beschreibung von Einheitenvorsätzen von Milli bis Kilo)<br><br>⑪ Umwandeln und Ordnen von Einheiten bekannter Größen und Darstellen in unterschiedlichen Schreibweisen (auch unter Nutzung der Zehnerpotenzen zur Beschreibung von Einheitenvorsätzen)<br><br>⑫ Nutzung der Zusammenhänge zum Umrechnen von Einheiten (auch unter Nutzung von Zehnerpotenzen) | **Verwenden und Umwandeln von Einheiten (siehe Geometrie)** ⑩ bis ⑫<br>• Erkennen der Einheitenvorsätze (von Milli bis Kilo) als Zehnerpotenzen und ineinander umwandeln (nur GYM: Einheitenvorsätze Mikro und Nano oder Mega, Giga und Tera)[1]<br>• Übertragen bekannter Einheitenumrechnungen von Längen auf Flächen und Volumina<br>- Beispiel: $1\,m = 100\,cm$ → $1\,m^2 = 100 \cdot 100\,cm^2$ → $1\,m^3 = 100 \cdot 100 \cdot 100\,cm^3$<br>• Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren von Zahlentermen mit Potenzen, nur für natürliche Exponenten (auch im Ergebnis)<br><br>**Beschreiben des Radizierens als Umkehroperation des Potenzierens (siehe Geometrie)** ⑦<br>• Berechnen des Flächeninhalts von Quadraten mit gegebener Kantenlänge unter Verwendung der Potenzschreibweise → Berechnen der Kantenlängen von Quadraten mit gegebenem Flächeninhalt unter Verwendung der Wurzelschreibweise<br>• Berechnen der Volumina von Würfeln mit gegebener Kantenlänge unter Verwendung der Potenzschreibweise → Berechnen der Kantenlängen von Würfeln mit gegebenem Volumen unter Verwendung der Wurzelschreibweise<br>• (nur GYM ggf. Auffassen der n-te Wurzel als Umkehrung der n-ten Potenz)<br><br>**Verwenden von Potenzen und Wurzeln in der Zinsrechnung** ⑧, ⑨<br>• Berechnen von Zinsen über mehrere Jahre, auch unter Einsatz von Tabellenkalkulation (auch graphisch dargestellt)<br>• Schätzen und Nachrechnen: Nach wie vielen Jahren hat sich ein (bestimmtes) Kapital, das zu $p\%$ verzinst wird, verdoppelt? (72er-Regel, Tabellenkalkulation nutzen, um $p\%$ und $K$ systematisch zu variieren)<br><br>➲ LISUM, MzDuF[2] – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Zahl“ (Sekundarstufe 1), Nutzen des dezimalen Stellenwertsystems, Karten 3-10 (S. 641)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Zahl“ (Sekundarstufe 1), Erkennen von Zahlbeziehungen, Karten 17-30 (S. 654)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Operation“ (Sekundarstufe 1), Vorstellungen zu Rechenoperationen – Potenzieren, Karten 1-5 (S. 680)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Operation“ (Sekundarstufe 1), Vorstellungen zu Rechenoperationen – Radizieren, Karten 1-6 (S. 684) |

[1] Eig. erst Niveaustufe G (Größen und Messen)

[2] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF- Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| | ➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Förderaufgaben „Idee der Operation“ (Sekundarstufe 1), Anwenden von Eigenschaften, Rechenregeln und Gesetzen, Karten 4 und 6 (S. 708)<br>➲ Handreichungen zur Mathewerkstatt<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 9: Soforthilfe Potenzen<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 9: Soforthilfe Wurzeln<br><br>Begriffe: Potenz (zweite, dritte, etc. Potenz), Basis, Exponent, Wurzel (zweite, dritte Wurzel), ggf. Radikand, potenzieren, radizieren / Wurzel ziehen, Quadratzahl, Kubikzahl |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 8, Mathematik: Terme und Gleichungen

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 35 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe F**<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br>*Abschnitt: Terme und Gleichungen*<br><br>① Darstellen von außer- und innermathematischen Sachverhalten durch Terme, Gleichungen und lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen<br><br>② Variablen verwenden (auch verschiedene Variablen in linearen Gleichungssystemen)<br><br>③ Angeben von passenden Situationen und grafischen Darstellungen zu vorgegeben Termen, Gleichungen und linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen<br><br>④ Nutzen von Rechengesetzen zum äquivalenten Umformen von Termen (auch Distributivgesetz zum Ausmultiplizieren von Summen)<br><br>⑤ Lösen von linearen Gleichungen (auch mit Klammern) und Verhältnisgleichungen | **Terme und Potenzen** ① bis ④, ⑧ bis ⑪<br>• Erklären von Termbestandteilen, Erklären der Bedeutung von Exponenten<br>• Darstellen von Zahlen und Termen mit Potenzen (auch wissenschaftliche Schreibweise) (nur Gym: auch mit negativen ganzzahligen Exponenten)<br>• Zusammenfassen von Termen mit Potenzen (addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren)<br>• Erklären und Nutzen der Potenzgesetze<br>• Nutzen der TR-Funktion „EXP“ (bzw. „EE“)<br>• Erkennen der Einheitenvorsätze als Zehnerpotenzen und ineinander Umwandeln<br>• Lösen einfacher Gleichungen mit Potenzen<br>• Beschreiben des Radizierens als Umkehroperation<br>• Aufstellen und Lösen von Gleichungen mit Potenzen im Kontext, insbesondere Flächen und Volumina<br><br>➲ LISUM, MzDuF[1] – „Gleichungen und Funktionen“, Diagnoseaufgaben zu Termen (vor der Unterrichtsreihe Stufe E (S. 35-36), nach der Unterrichtsreihe Stufe F) (S. 37-38))<br>➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen“, Förderaufgaben „Idee der Terme“ (Sekundarstufe 1), Karten 62-63 (S. 154)<br>➲ Film „Zehn hoch“<br><br>**Terme und Gleichungen mit Klammern** ② bis ⑤<br>• Lösen von Gleichungen mit Variablen auf beiden Seiten durch Äquivalenzumformungen<br>• Lösen von einfachen Gleichungen im Kopf<br>• Lösen von Gleichungen mit Klammern (nur Gym: auch mit verschachtelten Klammern)<br>• Ausführen der Multiplikation zweier Summen (mit Variablen, vorwiegende Binome, z. B. $(x+5)\cdot(2x-1)$) |

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF- Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| ⑥ Lösen linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen (grafisch und durch systematisches Probieren, auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br><br>⑦ Untersuchen der Lösbarkeit und der Lösungsvielfalt von Gleichungen und linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen (z. B. grafisch) und Formulierung diesbezüglicher Aussagen und Begründungen<br><br>**Niveaustufe F**<br>*Leitidee: Zahlen und Operationen*<br>*(Auswahl hier relevanter Einträge)*<br><br>⑧ Darstellen von Potenzen, insbesondere Zehnerpotenzen mit natürlichem Exponenten<br><br>⑨ Darstellen von rationalen Zahlen (auch mithilfe von Zehnerpotenzen mit natürlichen Exponenten)<br><br>**Niveaustufe H** (nur Gym)<br>*Leitidee: Zahlen und Operationen*<br>*(Auswahl hier relevanter Einträge)*<br><br>⑩ Angemessenes Verwenden ganzer, rationaler und reeller Zahlen zur Darstellung mathematischer Situationen<br><br>⑪ Situationsangemessenes Darstellen von Zahlen als Brüche, Dezimalzahlen, Prozentzahlen und in Zehnerpotenzschreibweise | • ggf. Nutzen von binomischen Formeln als „Schnellverfahren“ zur Multiplikation zweier Summen (Vertiefung in Jahrgangsstufe 9)<br>• Lösen von Verhältnisgleichungen (nur Gym: auch mit Klammern bzw. Summen in Zähler oder Nenner)<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen“, Diagnoseaufgaben zu Gleichungen (vor der Unterrichtsreihe Stufe E (S. 50-52), nach der Unterrichtsreihe Stufe F (S. 53-55))<br>➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen“, Förderaufgaben „Idee der Terme“ (Sekundarstufe 1), Karten 65-71 (S. 156)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen“, Förderaufgaben „Idee der Gleichung“ (Sekundarstufe 1), Karten 35-36 (S. 215), 64 (S. 229), 72 (S. 233)<br>➲ DZLM, MaCo – Verstehensgrundlagen zu Variablen, Termen, Gleichungen<br>➲ DZLM, MaCo – Diagnose- und Förderbausteine für den Regelunterricht – Variablen, Terme, Gleichungen<br><br>**Gleichungssysteme** ① bis ③, ⑥, ⑦<br>• Ermitteln von Wertepaaren zu einer indirekten Proportionalität<br>• Abgrenzen des Begriffs der indirekt proportionalen Zuordnung (Beispiele und Gegenbeispiele)<br>• Erstellen eines Graphen zu einer Wertetabelle auch bei indirekter Proportionalität, auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen (z. B. Tabellenkalkulation, Funktionenplotter)<br>• Überprüfen der Produktgleichheit als Eigenschaft indirekt proportionaler Zuordnungen<br>• Zuordnungen beschreiben, analysieren, interpretieren und vergleichen: proportional, indirekt proportional, weder noch (Alter → Anzahl der Zähne, Anzahl Orchestermitglieder → Länge Musikstück, Anzahl der Eier → Garzeit)<br>• Aufstellen von Gleichungssystemen im Zusammenhang mit linearen Funktionen<br>• Grafisches Lösen von Gleichungssystemen im Zusammenhang mit linearen Funktionen<br>• Nutzen eines Funktionsplotters zum grafischen Lösen<br>• Durchführen der Proben für die Lösung eines linearen Gleichungssystems<br>• Lösen von Gleichungssystemen mit ganzzahligen Koeffizienten und Lösungen durch Probieren<br>• Verwenden von Tabellenkalkulation für Probierlösungen<br>• Lösen von Gleichungssystemen im Zusammenhang mit linearen Funktionen durch Gleichsetzen (Schnittpunkt berechnen)<br>• nur Gym: Einsetzungsverfahren<br>• Erklären der Lösbarkeit von Gleichungssystemen im Zusammenhang mit dem Schnittverhalten zweier Geraden |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| | ➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen“, Diagnoseaufgaben zu Gleichungen (vor der Unterrichtsreihe Stufe E (S. 50-52), nach der Unterrichtsreihe Stufe F (S. 53-55))<br>➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen“, Förderaufgaben „Idee der Gleichung“ (Sekundarstufe 1), Karten 49-63 (S. 222)<br>➲ KOSIMA, Handreichungen<br>➲ Serlo, Kurs – Einführung in lineare Gleichungssysteme<br><br>Mögliche Sachkontexte:<br>○ physikalische Einheiten<br>○ lineares Wachstum<br>○ Entfernungen im Weltall, Maße von Zellen, Molekülen, Atomen, Zahlenrätsel, Altersrätsel<br>○ geometrische Kontexte (z.B. aus Umfang und Flächeninhalt auf Seitenlängen schließen)<br><br>Begriffe: Term, Termwert, Variable, Gleichung, Probe, einsetzen, gleichsetzen, umformen, gleichwertig, äquivalent, Äquivalenzumformung, Verhältnis, Assoziativ-, Kommutativ- und Distributivgesetz, wahre/falsche Aussage, unendlich viele Lösungen, überbestimmt, unterbestimmt |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 8, Mathematik: Zinsrechnung

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 10 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien und Links** |
| **Niveaustufe F**<br>*Leitidee: Zahlen und Operationen (Auswahl hier relevanter Einträge)*<br><br>① Nutzen, Darstellen und Beschreiben von Strategien und Gesetzen bei der Prozentrechnung (auch im Zusammenhang mit Rabatt und Zinsen, auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br><br>② Überschlagen, Abschätzen und Überprüfen von Rechenergebnissen im Bereich der rationalen Zahlen (auch im Zusammenhang mit der Prozentrechnung) | **Zinssatz, Zinsen und Kapital (für eine Laufzeit von einem Jahr)** ①<br>• Berechnen von Prozentsatz, Prozentwert und Grundwert mit der Operatormethode, dem Dreisatz und/oder der Verhältnisgleichung (Wiederholung), auch Überschlagen, Abschätzen und Überprüfen<br>• Übertragen der drei Grundbegriffe der Prozentrechnung auf die Zinsrechnung: (Prozentsatz → Zinssatz, Prozentwert → Zinsen, Grundwert → Kapital)<br>• Berechnen, Überschlagen, Abschätzen und Überprüfen von Zinssatz, Zinsen und Kapital mit der Operatormethode, dem Dreisatz und/oder der Verhältnisgleichung (auch in verschiedenen Sachkontexten)<br>*Hinweis: Die Operatormethode bereitet die spätere Behandlung von Wachstums- und Zerfallsprozessen vor (Stichwort: Wachstumsfaktor).*<br><br>**Zinssatz, Zinsen und Kapital (für eine Laufzeit von mehr oder weniger als einem Jahr)** ②<br>• Berechnen, Überschlagen, Abschätzen und Überprüfen von Monats- und Tageszinsen<br>• Berechnen, Überschlagen, Abschätzen und Überprüfen von Zinsen bzw. von $K_n$ (Kapital nach $n$ Jahren), z. B. 72er-Regel<br>• Anwenden der Rechenstrategien der Zinsrechnung auf Sachkontexte, auch aus Verbrauchersicht<br>• Erstellen von einfachen Tabellen zur Berechnung von Zinsen (auch mit Tabellenkalkulation)<br><br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ Handreichungen und Material zur Mathe-Werkstatt 8: Geldgeschäfte – Zinsen berechnen und Strategien nutzen<br><br>Mögliche Sachkontexte: Geldanlage, Kredit, Finanzierungsplan, Ratenkauf<br><br>Begriffe: Kapital, Zinsen, Zinssatz, Monats- und Tageszinsen, Startkapital |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

LISUM Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg

## Jahrgangsstufe 8, Mathematik: Lineare Funktionen

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 20 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte laut RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe F**<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br>*Abschnitt: Zuordnungen und Funktionen*<br><br>① Beschreiben, Analysieren, ~~und~~ Interpretieren und Vergleichen von linearen Zusammenhängen und ihrer Darstellungen in Alltagssituationen<br><br>② Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen linearer Funktionen der Form y = ax + b (Steigung, Änderungsrate, Nullstelle, y-Achsenabschnitt, Einfluss der Parameter auf den Verlauf des Graphen), auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen<br><br>③ Darstellen von Zuordnungen und linearen Funktionen im Koordinatensystem<br><br>④ Übersetzen zwischen sprachlicher, tabellarischer und grafischer Form sowie Funktionsgleichung von linearen Funktionen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br><br>⑤ Ermitteln und Nutzen von ausgewählten Punkten linearer Funktionen | **Einführung des Funktionsbegriffs** ③<br>• Kennenlernen von Funktionen als eindeutige Zuordnung<br>• Identifizieren von Funktionen in Schaubildern, in Wertetabellen, mit Pfeilen und Mengen<br><br>**Lineare Funktionen mit der Funktionsgleichung $y = m \cdot x$** ① bis ④<br>• Aufstellen von Funktionsgleichungen der Form $y = m \cdot x$ zu Sachverhalten und Wertetabellen<br>• Kennen der Gleichung $y = m \cdot x$ als Funktionsgleichung von proportionalen Zuordnungen und Interpretieren von $m$ als Proportionalitätsfaktor<br>• Zeichnen von Graphen linearer Funktionen mit der Gleichung $y = m \cdot x$ einerseits mithilfe von Wertepaaren und andererseits zu vorgegebenen Funktionsgleichungen (händisch und mithilfe von Dynamischer Geometriesoftware)<br>• Beschreiben der Eigenschaften von Graphen linearer Funktionen der Form $y = m \cdot x$ (Ursprungsgeraden) und Untersuchen des Einflusses des Parameters m (z. B. mithilfe von Dynamischer Geometriesoftware)<br>• Interpretieren des Parameters $m$ als Steigung des Graphen (inkl. Steigungsdreieck)<br>• Beschreiben, Analysieren, Interpretieren und Vergleichen von Graphen mit unterschiedlichen Steigungen (Unterscheiden und Zuordnen) auch bei Sachkontexten (Bewegungsgraphen)<br>• Wechseln zwischen den Darstellungsformen (verbal, tabellarisch, grafisch und als Gleichung, z. B. Aufstellen von Funktionsgleichungen (der Form $y = m \cdot x$) mithilfe von vorgegebenen Graphen<br><br>**Graphen linearer Funktionen mit der Funktionsgleichung $y = m \cdot x + n$** ① bis ⑤<br>• Untersuchen des Einflusses des Parameters n auf den Graphen einer linearen Funktion (z. B. mithilfe von Dynamischer Geometriesoftware)<br>• Interpretieren des Parameters n als y-Achsenabschnitt des Graphen einer linearen Funktion<br>• Verknüpfen des Begriffs „Lineare Funktion“ und der allg. Funktionsgleichung $y = m \cdot x + n$ mit den zuvor gelernten Wirkungsweisen der Parameter $m$ und $n$<br>*Hinweis: Dies bereitet auch die Behandlung von Transformationen anderer Funktionsklassen vor.* |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| | • Zeichnen von Graphen linearer Funktionen in Koordinatensystemen (händisch und mithilfe von dynamischer Geometriesoftware) bei unterschiedlichen vorgegebenen Achsenskalierungen und mit selbst zu wählenden sinnvollen Achsenskalierungen<br>• Beschreiben, Analysieren, Interpretieren und Vergleichen von linearen Funktionsgraphen in Sachkontexten<br><br>**Untersuchen von linearen Funktionen** ① bis ⑤<br>• Untersuchen, ob vorgegebene Punkte zu dem Graphen einer linearen Funktion gehören (Punktprobe, graphische Überlegungen)<br>• Bestimmen der Steigung zu zwei vorgegebenen Graphenpunkten<br>• Bestimmen der Funktionsgleichung zu zwei vorgegebenen Graphenpunkten<br>• Bestimmen von Nullstelle und Achsenschnittpunkten (durch Rechnungen und Ablesen am Graphen)<br>• Untersuchen der Lagebeziehung von zwei Geraden (Parallelität, ggf. auch Identität) und Bestimmung des Schnittpunktes (durch Ablesen am Graphen, Punktprobe)<br>*siehe auch: Lineare Gleichungssysteme*<br><br>➲ LISUM, MzDuF[1] – „Gleichungen und Funktionen“, Förderaufgaben „Idee der funktionalen Zusammenhänge“ (Sekundarstufe 1), Objektvorstellung, Karten 10-27 (S. 281)<br>➲ DZLM, SiMa – Wiederholung zu linearen Funktionen (Kl. 9 bis 11)<br>➲ DZLM, MaCo – Verstehensgrundlagen zu Funktionen<br>➲ DZLM, MaCo – Diagnose- und Förderbausteine für den Regelunterricht – Lineare funktionale Zusammenhänge<br><br>Mögliche Sachkontexte:<br>○ gleichförmige Bewegungsvorgänge (Zeit → zurückgelegter Weg)<br>○ Parkgebühr mit und ohne Grundgebühr (Parkdauer → Preis)<br>○ Verleihgebühren (z. B. Fahrradverleih) (Leihdauer → Preis)<br>○ Abbrennende Kerze (Zeit → Länge der Kerze)<br><br>Begriffe: x-Wert / Argument, $y$-Wert / Funktionswert, Definitionsbereich, Wertebereich, lineare Funktion, Parameter, Steigung / Anstieg (ggf. Monotonie), Steigungsdreieck, y-Achsenabschnitt, Nullstelle, Achsenschnittpunkt |

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF- Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 7/8, Mathematik: Geometrie

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 2-mal 30 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe E**<br>*Leitidee: Raum und Form*<br><br>(1) Erkennen und Beschreiben geometrischer Strukturen in der Umwelt und im Modell<br><br>(2) Beschreiben weiterer Eigenschaften der Dreiecksarten (z. B. Symmetrie)<br><br>(3) Beschreiben von Eigenschaften (auch Größenangaben) von geraden Prismen und Zylindern<br><br>(4) Beschreiben besonderer Linien in Dreiecken und Körpern (z. B. Höhe, Seitenhalbierende, Mittelsenkrechte)<br><br>(5) Untersuchen und Beschreiben der Größenbeziehungen in ebenen geometrischen Figuren (auch Innenwinkelsumme von Vielecken)<br><br>(6) Beschreiben von Lage- und Größenbeziehungen geometrischer Objekte (auch unter Nutzung des Satzes von Thales und des Satzes von Pythagoras) | **Ebene Figuren (Jahrgangsstufe 7)** (1), (2), (4), (5), (7), (12) bis (18), (43)<br>• Erkennen, Benennen und Beschreiben von Dreiecks- und Vierecksarten<br>• Ausführen, Beschreiben und Nutzen von Kongruenzabbildungen<br>• Ausführen von Spiegelungen und Verschiebungen mit Dynamischer Geometriesoftware<br>• Benennen und Erkennen von kongruenten Figuren und Beschreiben von deren Beziehungen (Länge, Winkel, Drehung, Verschiebung)<br>• Erkennen und Beschreiben von Symmetrien<br>• Konstruieren oder Zeichnen besonderer Linien im Dreieck (Mittelsenkrechte, Seitenhalbierende, Höhe)<br>• Beschreiben der Lage besonderer Linien in symmetrischen Dreiecken<br>• Beschreiben von Beziehungen in Dreiecken (Innenwinkelsumme, Dreiecksungleichung, ggf. Seite-Winkel-Relation)<br>• Konstruieren von Dreiecken (Vorgaben nach sss, wsw, sws)<br>• Erkennen und Begründen nicht oder nicht eindeutig konstruierbarer Angaben für Dreiecke<br>• Nutzen der Grundfunktionen von Dynamischer Geometriesoftware zum Konstruieren<br>• ggf. Konstruieren von Parallelogrammen<br>• Einzeichnen von Höhen in Parallelogrammen<br>• Beschreiben (ggf. Begründen) und Nutzen der Innenwinkelsumme von Vierecken<br>• Zeichnen von ebenen Figuren (vorwiegend Dreiecke und Vierecke) mit vorgegeben Koordinaten ins Koordinatensystem<br>• Ergänzen von Parallelogrammen im Koordinatensystem (Dynamische Geometriesoftware nutzen)<br><br>Begriffe: Mittelsenkrechte, Seitenhalbierende, ggf. Winkelhalbierende, Höhe, Lot fällen, kongruent<br><br>➲ LISUM, MzDuF[1] – „Raum und Form“, Förderaufgaben „Geometrische Objekte“ (Sekundarstufe 1), Karten 1-25 (S. 428) |

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF- Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| (7) Nutzen von Lage- und Größenbeziehungen zum Formulieren von Aussagen zur Lösbarkeit bei der Konstruktion von Dreiecken (z. B. mithilfe der Dreiecksungleichung)<br><br>(8) Herstellen von Modellen gerader geometrischer Körper (auch Kreiszylinder)<br><br>(9) Zeichnen von Figuren im Koordinatensystem (vier Quadranten, auch mithilfe von dynamischer Geometriesoftware)<br><br>(10) Zeichnen von Netzen und Schrägbildern gerader Prismen (auch mithilfe von dynamischer Geometriesoftware)<br><br>(11) Skizzieren von Netzen und Schrägbildern von Kreiszylindern<br><br>(12) Konstruieren zueinander paralleler bzw. senkrechter Geraden, von Mittelsenkrechten mit Geodreieck und Zirkel<br><br>(13) Konstruieren von Mittelsenkrechten, Höhen und Seitenhalbierenden in Dreiecken<br><br>(14) Konstruieren von Dreiecken nach den Kongruenzsätzen<br><br>(15) Untersuchen und Beschreiben der Größenbeziehungen in ebenen geometrischen Figuren (auch Innenwinkelsumme von Vielecken)<br><br>(16) Erkennen und Benennen kongruenter und ähnlicher ebener geometrischer Objekte anhand ihrer Eigenschaften | ➲ LISUM, MzDuF – „Raum und Form“, Förderaufgaben „Konstruieren / Algorithmen“ (Sekundarstufe 1), Karten 1-7 (S. 471), Karten 13-24 (S. 477)<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 7: Fliesen legen und Parkettieren – Wie Winkel zusammenpassen (S. 12, 14, 15 und 18-22)<br><br>**Einheiten in der Geometrie (Jahrgangsstufe 7)** (19) bis (22), (25) bis (27), (47) bis (49)<br>• Umrechnen von Längeneinheiten<br>• systematisches Ordnen der Flächeneinheiten von $1\ mm^2$ bis $1a, 1\ ha, 1\ km^2$<br>• Umrechnen von Flächeneinheiten (schrittweise in Nachbareinheiten)<br>• Kennen von Repräsentanten für diverse Längen- und Flächeneinheiten<br>• systematisches Ordnen der Volumeneinheiten von $1\ mm^3$ bis $m^3$ (Liter und Milliliter einordnen)<br>• Umrechnen von Volumeneinheiten (schrittweise in Nachbareinheiten)<br>• Nennen von Repräsentanten für diverse Volumeneinheiten<br><br>siehe auch: Dezimalzahlen / Stellenwerttafel, wissenschaftliche Schreibweise, Terme mit Potenzen<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Größen und Messen“, Förderaufgaben „Idee des Messens“ (Länge), Karten 23-26 (S. 62)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Größen und Messen“, Förderaufgaben „Rechnen mit Größen“ (Länge), Karten 2-6 (S. 66), Karte 10 (S. 70)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Größen und Messen“, Förderaufgaben „Idee der genormten Einheit“ (Flächeninhalt), Karten 1-10 (S. 126)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Größen und Messen“, Förderaufgaben „Idee der genormten Einheit“ (Volumen), Karten 1-16 (S. 150)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Größen und Messen“, Förderaufgaben „Idee des Messens“ (Volumen), Karten 6-9 (S. 159)<br><br>**Berechnungen an ebenen Figuren (Jahrgangsstufe 7)** (23) bis (26), (30) bis (32), (34), (35), (38)<br>• Entnehmen von Maßen ebener Figuren und Berechnen von Umfang und Flächeninhalt<br>• Zurückführen der Flächeninhaltsformel für rechtwinklige Dreiecke auf Rechtecke<br>• Zurückführen der Flächeninhaltsformel für Parallelogramme auf Rechtecke<br>• Zurückführen der Flächeninhaltsformel für Dreiecke auf Parallelogramme<br>• Betrachten des Umfangs als Summe aller Seitenlängen<br>• Bestimmen des Umfangs von Kreisen durch Abrollen |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| (17) Beschreiben der Eigenschaften (auch Längenverhältnisse) von Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen<br><br>(18) Zeichnen von kongruenten sowie maßstäblich vergrößerten und verkleinerten ebenen Figuren zu vorgegebenen ebenen Figuren (auch mithilfe von dynamischer Geometriesoftware)<br><br>**Niveaustufe E**<br>*Leitidee: Größen und Messen*<br><br>(19) situationsangemessenes Verwenden von Größen und ihren Einheiten (auch a, ha, km²)<br><br>(20) Zuordnen von Größenangaben zu vertrauten Objekten (Repräsentanten) (auch a, ha, km²)<br><br>(21) Umwandeln und Ordnen von Einheiten bekannter Größen und Darstellen in unterschiedlichen Schreibweisen (auch a, ha, km²)<br><br>(22) Nutzung der Zusammenhänge zum Umrechnen von Einheiten der Länge, des Flächeninhalts, des Volumens, der Masse, der Zeit<br><br>(23) Entnehmen von Maßen an Körpern aus verschiedenen Darstellungen, z. B. Skizzen und Zeichnungen (auch unter Verwendung des Maßstabs)<br><br>(24) Durchführen von Messungen in der Umwelt, auch mithilfe digitaler Medien (als Informationsquelle oder Messinstrument) | • Entdecken der Proportionalität zwischen Durchmesser/Radius und Umfang von Kreisen (Zuordnung *Durchmesser / Radius → Umfang* mit Tabellenkalkulation erfassen)<br>• ggf. Zurückführen der Flächeninhaltsformel für Kreise auf den Kreisumfang<br>• Berechnen des Umfangs und Flächeninhalts von Kreisen und Kreisteilen<br>• Berechnen des Umfangs und / oder Flächeninhalts nach dem Zerlegungs- bzw. Ergänzungsprinzip (zusammengesetzte Figuren, Restfiguren)<br>• Berechnen von Umfang und Flächeninhalt in Sachkontexten mit verschiedenen Einheiten (auch mit digitalen Mathematikwerkzeugen, z. B. GeoGebra)<br>• Reflektieren von Ergebnissen und ihrer Genauigkeit in Bezug auf Sachkontexte<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Größen und Messen“, Förderaufgaben „Rechnen mit Größen“ (Flächeninhalt), Karten 1-10 (S. 141)<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 8: Preise beim Fensterbau – Flächen berechnen und Terme vergleichen (S. 3-14 und 24-32)<br><br>**Geometrische Körper (Jahrgangsstufe 7 oder 8)** (1), (3), (8), (10), (11), (23), (25), (26), (28), (33) bis (35)<br>• Herstellen von Körpern aus Papier oder anderen Materialien (z. B. Klickies)<br>• Erkennen und Zeichnen von Quadern und Prismen in Schrägbildern (auch mit Dynamischer Geometriesoftware)<br>• Skizzieren von Kreiszylindern im Schrägbild (auch Zeichnen mit Dynamischer Geometriesoftware)<br>• Erkennen und Zeichnen von Körpernetzen (Erkennen fehlerhafter Netze)<br>• Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt von Säulen (Prismen und Kreiszylinder, Quader als Spezialfall)<br><br>Begriffe: Höhe von Dreiecken, Parallelogrammen, ggf. Trapezen und Körperhöhe, Grundfläche, Mantelfläche, Prisma, Zylinder<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Raum und Form“, Förderaufgaben „Geometrische Objekte“ (Sekundarstufe 1), Karten 26-31 (S. 440), Karten 34-43 (S. 444)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Raum und Form“, Förderaufgaben „Konstruieren / Algorithmen nutzen“ (Sekundarstufe 1), Karten 8-9 (S. 474)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Größen und Messen“, Förderaufgaben „Rechnen mit Größen“ (Volumen), Karten 1-8 (S. 166) |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| (25) Entnehmen von Maßangaben aus Quellenmaterial<br><br>(26) Angeben von Größen mit sinnvoller Genauigkeit<br><br>(27) Nutzen von Repräsentanten beim Schätzen von Größen<br><br>(28) Verwenden von Größenangaben in Rechnungen (auch Geschwindigkeiten, Dichten)<br><br>(29) Nutzen von Beziehungen zwischen maßstäblich veränderten ebenen geometrischen Objekten, um Maße zu ermitteln (z. B. Rechnen mit Maßstäben)<br><br>(30) Berechnen des Umfangs von beliebigen geradlinig begrenzten Figuren, Kreisen und Kreisteilen (auch unter Verwendung von Pi)<br><br>(31) Berechnen des Flächeninhalts von Dreiecken, Vierecken, Kreisen auf der Basis von Zerlegungen und Ergänzungen (auch mithilfe von Formelsammlungen)<br><br>(32) Begründen der Flächeninhaltsformeln für Parallelogramme und Dreiecke nach dem Prinzip „Grundseite mal Höhe“ auf der Basis von Zerlegungen und Ergänzungen<br><br>(33) Berechnen des Volumens von geraden Prismen und Kreiszylindern nach dem Prinzip „Grundfläche mal Höhe“ und des Oberflächeninhalts nach dem Prinzip „Addition der Teilflächeninhalte | ➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 8: Hausplanung - Formen entwerfen, konstruieren, berechnen (S. 2-10)<br><br>**Ähnlichkeit, ebene Figuren (Jahrgangsstufe 8)** (9), (16) bis (18), (23), (29), (43), (46)<br>• Beschreiben und Vergleichen der Eigenschaften von Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen<br>• Zeichnen von kongruenten sowie maßstäblich vergrößerten und verkleinerten Figuren zu vorgegebenen Figuren<br>• Zeichnen maßstäblich verkleinerter (z. B. Grundriss eines Hauses) oder vergrößerte Figuren mit Dynamischer Geometriesoftware<br>• maßstabsgerechtes Modellieren von Sachproblemen (auch mit Dynamischer Geometriesoftware)<br>• Rechnen mit Maßstäben (auch Nutzen von Verhältnisgleichungen)<br>• Berechnen von Bildgrößen und Originalgrößen bei maßstäblichen Abbildungen<br>• ggf.: Berechnen von Flächeninhalten maßstäblich vergrößerter/verkleinerter Figuren<br><br>Begriffe: Original, Bild, Ähnlichkeitsfaktor, Maßstab<br><br>siehe auch:<br>• Terme und Gleichungen, Jahrgangstufe 7: Mit Gleichungen umgehen (Verhältnisgleichungen)<br>• Terme und Gleichungen, Jahrgangstufe 8: Terme und Gleichungen mit Klammern (Verhältnisgleichungen)<br>• Zuordnungen, Jahrgangstufe 7: Proportionale Zuordnungen (Proportionalität)<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Raum und Form“, Förderaufgaben „Konstruieren / Algorithmen nutzen“ (Sekundarstufe 1), Karten 25-34 (S. 483)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Raum und Form“, Förderaufgaben „Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen“ (Sekundarstufe 1), Karten 1-16 (S. 505)<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 9: Im Filmstudio – Vergrößern und verkleinern in mehreren Dimensionen<br><br>**Satz des Pythagoras (Jahrgangsstufe 8)** (1), (6), (9), (36) bis (38), (43)<br>• Benennen von Hypotenuse und Katheten in rechtwinkligen Dreiecken<br>• Untersuchen der Flächen von Kathetenquadraten und dem Hypotenusenquadrat (auch mit Dynamischer Geometriesoftware)<br>• Berechnen von Seitenlängen in rechtwinkligen Dreiecken mit Hilfe des Satzes von Pythagoras |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| (34) Durchführen von Berechnungen und Bewerten der Ergebnisse sowie des gewählten Weges in Bezug auf die Sachsituation<br><br>(35) Angeben von Rechenergebnissen in sinnvoller Genauigkeit<br><br>(36) Verwenden des Satzes von Pythagoras zur Berechnung von Streckenlängen in rechtwinkligen Dreiecken (auch an Körpern und mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br><br>(37) Verwenden der Umkehrung des Satzes des Pythagoras zur Identifizierung von rechtwinkligen Dreiecken<br><br>**Niveaustufe F**<br>*Leitidee: Raum und Form*<br><br>(38) Erkennen, Benennen und Beschreiben von geometrischen Objekten in der Umwelt und am Modell (auch Teilkörper und -flächen in zusammengesetzten Körpern und Flächen)<br><br>(39) Beschreiben von Eigenschaften (auch Größenangaben) geometrischer Flächen und Körper und deren Zusammensetzungen (auch gerade quadratische Pyramiden)<br><br>(40) Beschreiben und Nutzen von Lage- und Größen-beziehungen innerhalb von ebenen und räumlichen geometrischen Objekten und deren Zusammensetzungen (auch gerade quadratische Pyramiden) zum Berechnen von Längen, Flächeninhalten und Volumina | • Nutzen der Quadratwurzel bei Berechnungen<br>• Nutzen von rechtwinkligen Dreiecken, um Sachsituationen zu modellieren und Strecken zu berechnen<br>• Modellieren von räumlichen Situationen mit dem Satz des Pythagoras (z. B. Raumdiagonale eines Quaders)<br>• Nutzen des Satzes von Pythagoras, um Dreiecke auf Rechtwinkligkeit zu prüfen (z. B. „Maurerdreieck“)<br>• nur Gym: Nachvollziehen des (formalen) Beweises<br><br>Begriffe: Kathete, Hypotenuse, Wurzel<br><br>siehe auch:<br>• Terme und Gleichungen, Jahrgangstufe 8: Terme und Potenzen (Radizieren als Umkehroperation<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Raum und Form“, Förderaufgaben „Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen“ (Sekundarstufe 1), Karten 19-41 (S. 514)<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 9: Planen eines Erlebnisparks – Unbekannte Maße bestimmen<br><br>**Pyramiden (Jahrgangsstufe 8)** (23), (28), (31), (36), (38) bis (43), (53) bis (55)<br>• Herstellen von Körpern aus Papier oder anderen Materialien (z. B. Klickies)<br>• Unterscheiden der Pyramiden von anderen Körpern<br>• Erkennen und Darstellen von Netzen und Schrägbildern quadratischer Pyramiden (auch in Dynamischer Geometriesoftware)<br>• Zeichnen von Netzen und Schrägbildern von Pyramiden mit rechteckiger Grundfläche (nur GYM)<br>• Berechnen des Volumens von geraden quadratischen Pyramiden (ggf. auch mit rechteckiger Grundfläche)<br>• Berechnen des Volumens zusammengesetzter Körper, z.B. Pyramide auf Quader (Stufe F)<br>• Nutzen des Satzes von Pythagoras für Berechnungen an Pyramiden (Kantenlängen und Seitenflächeninhalte)<br>• Berechnen des Oberflächeninhalts gerader quadratischer Pyramiden (ggf. auch mit rechteckiger Grundfläche)<br>• nur Gym: Berechnung der Kantenlänge und der Körperhöhe durch Nutzen der Volumenformel<br>• Nutzen von regelmäßigen Pyramiden, um Sachkontexte zu modellieren (z. B. Dächer) |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| (41) Herstellen von Modellen geometrischer Körper<br>(auch von geraden quadratischen Pyramiden)<br><br>(42) Zeichnen von Netzen und Schrägbildern geometrischer Körper (auch von geraden quadratischen Pyramiden)<br><br>(43) Verwenden dynamischer Geometriesoftware zur Konstruktion von ebenen Figuren<br><br>(44) Vertiefen und Anwenden der Kenntnisse über Abbildungen zum Lösen von entsprechenden Aufgaben, z. B. im berufsvorbereitenden Kontext<br><br>(45) Anwenden der Fertigkeiten beim Zeichnen von Abbildungen zum Lösen von entsprechenden Aufgaben, z. B. im berufsvorbereitenden Kontext<br><br>(46) Nutzen von Geometriesoftware zum Konstruieren von Abbildungen<br><br>**Niveaustufe F**<br>*Leitidee: Größen und Messen*<br><br>(47) situationsangemessenes Verwenden von Größen und ihren Einheiten (auch unter Nutzung der Zehnerpotenzen zur Beschreibung von Einheitenvorsätzen von Milli bis Kilo)<br><br>(48) Umwandeln und Ordnen von Einheiten bekannter Größen und Darstellen in unter- | Begriffe: Seitenkante, Seitenhöhe, Höhe der Pyramide<br><br>siehe auch:<br>• Terme und Gleichungen, Jahrgangstufe 8: Terme und Potenzen (Radizieren als Umkehroperation)<br>• Geometrie, Jahrgangstufe 7: Berechnung an ebenen Figuren (insbesondere Dreiecke)<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Raum und Form“, Förderaufgaben „Geometrische Objekte“ (Sekundarstufe 1), Karten 32-33 (S. 443), Karten 44-47 (S. 449)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Raum und Form“, Förderaufgaben „Konstruieren / Algorithmen nutzen“ (Sekundarstufe 1), Karten 10-12 (S. 475)<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 9: Produktdesign – In 3D rechnen |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| schiedlichen Schreibweisen (auch unter Nutzung der Zehnerpotenzen zur Beschreibung von Einheitenvorsätzen)<br><br>(49) Nutzung der Zusammenhänge zum Umrechnen von Einheiten (auch unter Nutzung von Zehnerpotenzen)<br><br>(50) Bestimmen von Größen, besonders in berufsorientierten Kontexten<br><br>(51) Angeben und Schätzen von Größen mit sinnvoller Genauigkeit, besonders in berufsorientierten Kontexten<br><br>(52) Vertiefen der Kompetenzen zum Rechnen mit Größen im Zusammenhang mit berufsorientierten Kontexten<br><br>(53) Berechnen des Flächeninhaltes von aus Dreiecken, Vierecken und Kreisen zusammengesetzten ebenen Figuren auf der Basis von Zerlegungen und Ergänzungen (auch mithilfe von Formelsammlungen)<br><br>(54) Berechnen von Volumen und Oberflächeninhalt von Körpern (auch von geraden quadratischen Pyramiden, auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br><br>(55) Berechnen des Volumens zusammengesetzter Körper unter Verwendung des Zerlegungs- und Ergänzungsprinzips<br><br>(56) kritisches Bewerten von Rechenergebnissen sowie Angabe von Rechenergebnissen mit sinnvoller Genauigkeit im Zusammenhang mit berufsorientierten Kontexten | |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 7/8, Mathematik: Daten und Zufall

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 20 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe E**<br>*Leitidee: Daten und Zufall*<br><br>① Planen und Durchführen von statistischen Erhebungen nach vorgegebenen Fragestellungen, Merkmalen, Stichproben<br><br>② Simulationen von zufälligen Vorgängen zur Erstellung von Datensammlungen<br><br>③ Darstellen von Daten (auch prozentuale Angaben) in Diagrammen (auch Kreisdiagramme)<br><br>④ Vergleichen von Diagrammarten<br><br>⑤ Ermitteln und Vergleichen von arithmetischem Mittel, Modalwert (häufigster Wert) und Median (Zentralwert) in verschiedenen Darstellungsformen<br><br>⑥ Ermitteln und Vergleichen von absoluter und relativer Häufigkeit (auch in Prozent)<br><br>⑦ systematisches Durcharbeiten und Begründen der Vollständigkeit einer Lösung zu kombinatorischen Fragestellungen (auch mithilfe von Baumdiagrammen) | *Vorab wird empfohlen, das Digi-LAL 7 Modul „Fit für Daten und Zufall?“ durchzuführen.*<br><br>**Erfassen und Darstellen von Daten** ① bis ④, ⑯ bis ㉑<br>• Entwickeln von Fragen zu Merkmalen und Vorgängen; Formulierung von Vermutungen<br>• Unterscheiden von qualitativen und quantitativen Daten bzw. Merkmalen<br><br>• Kennenlernen von Urliste, Strichliste und Häufigkeitstabelle als Möglichkeiten der Datenerfassung<br>• Durchführen von Zufallsexperimenten und Befragungen<br><br>• Durchführen von Simulationen mit digitalen Werkzeugen (z. B. Tabellenkalkulation, Dynamische Geometrie-Software): zunächst Würfel- oder Münzwurfexperimente, z. B. „Differenz trifft“, Riemerwürfel<br><br>• Darstellung von Daten in Tabellen, Histogrammen, Boxplots, Diagrammen (Säulendiagramm, Balkendiagramm, Streifendiagramm, Liniendiagramm, Kreisdiagramm), auch mit digitalen Werkzeugen, z. B. Tabellenkalkulation oder Dynamische Geometrie-Software<br>• Zusammenfassen von Werten in Klassen (Kategorienbildung)<br><br>• Ablesen von Daten aus Diagrammen<br>• Vergleichen verschiedener Diagrammarten<br>• Erkennen von Manipulationen bei Diagrammen<br><br>➲ LISUM, MzDuF[1] – „Daten und Zufall“, Diagnoseaufgaben zu Daten (vor der Unterrichtsreihe Stufe D (S. 23-24), nach der Unterrichtsreihe Stufe E (S. 25-26))<br>➲ LISUM, MzDuF – „Daten und Zufall“, Förderaufgaben „Idee der Daten“ (Sekundarstufe 1), Stellen von Fragen zu Merkmalen / Sammeln von Daten, Karten 1-7 (S. 79) |

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF- Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| ⑧ Angeben der Ergebnismenge<br><br>⑨ Zusammenfassen von Ergebnissen bei Zufallsexperimenten zu Ereignissen<br><br>⑩ Untersuchen der relativen Häufigkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten (auch zweistufige) (auch mithilfe von Simulationen und digitalen Mathematikwerkzeugen)<br><br>⑪ Nutzen des Gesetzes der großen Zahlen zur Erklärung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs<br><br>⑫ Begründen der Annahme der Gleichwahrscheinlichkeit von Ergebnissen, z. B. aufgrund von Symmetrien (Regel von Laplace)<br><br>⑬ Berechnen von Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen mit der Summenregel<br><br>⑭ Vorhersage von relativen Häufigkeiten auf der Grundlage von berechneten Wahrscheinlichkeiten<br><br>⑮ Vergleichen von theoretisch ermittelten Wahrscheinlichkeiten mit empirischen Beobachtungen<br><br>**Niveaustufe F**<br>*Leitidee: Daten und Zufall*<br>⑯ Finden geeigneter Fragestellungen und geeigneter Stichproben für statistische Erhebungen<br><br>⑰ Auswahl geeigneter Merkmale<br><br>⑱ Durchführen von gemeinsam geplanten statistischen Erhebungen | ➲ LISUM, MzDuF – „Daten und Zufall“, Förderaufgaben „Idee der Daten“ (Sekundarstufe 1), Darstellen von Daten, Karten 8-26 (S. 82) und Karte 36 (S. 96)<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 8: Was ist Jugendlichen wichtig? – Befragungen planen und auswerten<br><br>**Berechnungen an Daten** ③ bis ⑥, ⑲ bis ㉑<br>• Berechnen von absoluten und relativen Häufigkeiten, Nutzen verschiedener Darstellungen von Anteilen: als Bruch, Dezimalzahl, Prozentzahl<br>• Bestimmen und Verändern von Kennwerten (Minimum, Maximum, Spannweite, arithmetisches Mittel, Median, ggf. Modalwert, nur Gym: Varianz, Standardabweichung), auch mit Tabellenkalkulation oder Dynamischer Geometrie-Software<br>• Vergleichen von Mittelwerten<br>• Interpretieren von Daten; Validieren von Aussagen, Kennwerten und Darstellungen<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Daten und Zufall“, Förderaufgaben „Idee der Daten“ (Sekundarstufe 1), Auswerten von Daten, Karten 27-35 (S. 82) und Karten 37-40 (S. 97)<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 8: Was ist Jugendlichen wichtig? – Befragungen planen und auswerten<br><br>**Wahrscheinlichkeiten bestimmen (einstufige Experimente)** ⑧ bis ⑮, ㉒<br>• Beobachtungen beschreiben zu relativen Häufigkeiten von Ereignissen bei sehr großen Wiederholungszahlen (z. B. mit Simulationen mithilfe von Tabellenkalkulation oder Stochastiktools, Erzeugen von Zufallszahlen, automatisiertes Auszählen und Auswerten)<br>• Beschreiben des Zusammenhangs von relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit (Gesetz der großen Zahlen)<br>• Begründen der Annahme der Gleichwahrscheinlichkeit von Ergebnissen, z. B. aufgrund von Symmetrien (Regel von Laplace)<br>• Angeben der Ergebnismenge $\Omega$ bei Laplace-Experimenten<br>• Berechnen von (Laplace-)Wahrscheinlichkeiten, auch für Ereignisse, die sich aus mehreren Ergebnissen zusammensetzen<br>• Kennenlernen von Schreibweisen: Ereignisse mit Großbuchstaben, z. B. $A = \{\ldots\}$; Wahrscheinlichkeit, z. B. $P(A) =$; leere Menge $\emptyset$<br>• Unterscheiden von Ergebnis und Ereignis |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| ⑲ Darstellen von Daten (auch in Klassen eingeteilt) in Diagrammen (auch Boxplots und Histogramme), ~~und~~ auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge, z. B. ~~der~~ Tabellenkalkulation<br><br>⑳ Vergleichen verschiedener Darstellungsformen (auch Boxplots)<br><br>㉑ Lesen, Verstehen und Beschreiben von Darstellungen statistischer Erhebungen aus dem Alltag<br><br>㉒ Vertiefen und Anwenden der erworbenen Kompetenzen auf weitere kombinatorische Fragestellungen<br><br>㉓ Vertiefen und Anwenden der erworbenen Kompetenzen auf weitere Zufallsexperimente | • Abgrenzen von Chance und Wahrscheinlichkeit (z. B. Chance fifty-fifty entspricht Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$; Beim Würfeln einer 6: Chance 1 zu 5 entspricht Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$)<br>• Nutzen des Gegenereignisses für erleichterte Berechnung einer Wahrscheinlichkeit<br>• Schätzen von Wahrscheinlichkeiten durch Simulationen von Zufallsexperimenten, auch mit digitalen Werkzeugen<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Daten und Zufall“, Diagnoseaufgaben zu Zählstrategien und Wahrscheinlichkeiten (vor der Unterrichtsreihe Stufe D (S. 36-37), nach der Unterrichtsreihe Stufe E und F (S. 38-42))<br>➲ LISUM, MzDuF – „Daten und Zufall“, Förderaufgaben „Idee der Wahrscheinlichkeit“ (Sekundarstufe 1), Karten 1-46 (S. 121)<br>➲ Tetraederwurf – Zufallsexperimente simulieren mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 8: Die beste Wahl gewinnt – Gewinnchancen vergleichen<br><br>**Kombinatorik / Anzahl an Möglichkeiten bestimmen** ⑦ bis ⑨, ㉓<br>• Bestimmen aller Möglichkeiten in einfachen und nachfolgend auch komplexeren Fragestellungen (Produktregel der Kombinatorik)<br>• Unterscheiden der Formulierungen „genau X“, „weniger/mehr als“ sowie „mindestens/höchstens“<br>• Systematisches Aufschreiben von Anordnungen (Permutation, Variation, Kombination), auch Nutzen von Baumdiagrammen (ohne Wahrscheinlichkeiten) zum systematischen Notieren aller Möglichkeiten<br>• Kennenlernen von Beispielen für:<br>  ○ Permutation (z. B. Zieleinlauf aller Pferde beim Pferderennen; $n$ Kinder setzen sich auf $n$ Stühle)<br>  ○ Variation ohne Wiederholung (z. B. Reihenfolgen des Zieleinlaufes von drei Pferden beim Pferderennen; $k$ Kinder setzen sich auf $n$ Stühle wobei $k < n$)<br>  ○ Variation mit Wiederholung (z. B. Zahlenschloss)<br>  ○ Kombination (z. B. Lottozahlen ziehen; aus $n$ Kindern werden $k$ Kinder ausgewählt, $k < n$) |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| | ➲ LISUM, MzDuF – „Daten und Zufall“, Förderaufgaben „Idee der Kombinatorik“ (Sekundarstufe 1), Karten 1-18 (S. 177)<br>➲ Tetraederwurf<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt<br>➲ Handreichungen zur Mathe-Werkstatt 9: Sicherheit von Zahlenschlössern – Möglichkeiten geschickt zählen<br><br>**Wahrscheinlichkeiten bestimmen (mehrstufige Experimente)** ⑧ bis ⑮<br>• Darstellen von mehrstufigen Zufallsexperimenten in Baumdiagrammen<br>• Erarbeiten / Entdecken der Pfadregeln, z. B. durch Simulation mit großen Wiederholungszahlen (mehrere Tausend), mithilfe von Tabellenkalkulation oder Stochastiktools<br>• Bestimmen der Wahrscheinlichkeit von Ereignissen bei mehrstufigen Zufallsexperimenten durch Anwenden der Pfadregeln<br>• Nutzen von vereinfachten / reduzierten Baumdiagrammen<br><br>Hinweis: Anwendungsbeispiel Efron-Würfel<br><br>➲ LISUM, MzDuF – „Daten und Zufall“, Förderaufgaben „Idee der Wahrscheinlichkeit“ (Sekundarstufe 1), Mathematische Wahrscheinlichkeit, Karten 47-61 (S. 144)<br><br>Mögliche Sachkontexte / Zufallsexperimente: Würfeln, Münzwurf, Ziehen von Kugeln aus einer Urne mit und ohne Zurücklegen, Glücksrad, Reißzwecke, Kronkorken, Legostein, Riemerwürfel<br><br>Begriffe: Urliste, Strichliste, Häufigkeitstabelle, absolute und relative Häufigkeit, Boxplot, Minimum, Maximum, Spannweite, arithmetisches Mittel, Median, ggf. Modalwert, ggf. Standardabweichung, Wahrscheinlichkeit, (un)wahrscheinlich, sicher, (un)möglich, fifty-fifty, Ergebnis, Ereignis, Ergebnismenge, Urne, Baumdiagramm, Pfad, Pfadregeln |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2023, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 9, Mathematik: Terme und Gleichungen mit Potenzen bzw. Wurzeln

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und die Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 12 - 18 Stunden (kann je nach Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe G**<br>*Leitidee: Zahlen und Operationen*<br>(1) Nennen von Pi und einiger Quadratwurzeln natürlicher Zahlen als Beispiele für irrationale Zahlen<br>(2) Angeben von Näherungswerten für reelle Zahlen<br>(3) Vergleichen und Ordnen von reellen Zahlen über Näherungswerte<br>(4) sachgerechtes Runden reeller Zahlen<br>(5) Untersuchen und Beschreiben der Teilmengenbeziehungen aller bisher bekannten Zahlenbereiche<br>(6) Erweitern der bisher behandelten Zahlenbereiche auf die reellen Zahlen<br>(7) Wechseln der Darstellungsform für Ausdrücke der Form $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$<br>(8) Erklären des Zusammenhangs zwischen Potenzieren und Radizieren<br>(9) Prüfen und Übertragen der bekannten operativen Strategien und Verfahren auf das Rechnen mit reellen Zahlen<br>(10) Nutzen des Zusammenhangs $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, um Potenzen mit negativen Exponenten auf bekannte Strukturen zurückzuführen | **Wiederholung bzw. Vertiefung** (8), (16)<br>• Erklären von Termbestandteilen (Zahlen, Variablen, Rechenzeichen, Klammern), Potenz bestehend aus Basis und Exponent<br>• Erklären der Bedeutung von Exponenten<br>• Darstellen von Zahlen und Termen mit Potenzen (auch wissenschaftliche Schreibweise)<br>• Darstellen von Dezimalzahlen ($\lvert x \rvert < 1$) unter Nutzung von Zehnerpotenzen mit negativem Exponenten<br>• Nutzen von Zehnerpotenzen mit negativem Exponenten als Einheitenvorsätze<br>• Beschreiben des Radizierens als eine Umkehrung des Potenzierens<br>• situationsangemessenes Darstellen von Zahlen als Brüche, Dezimal- und Prozentzahlen und in Zehnerpotenzschreibweise<br><br>**Wurzeln und Terme mit Potenzen**, (7), (9) bis (14), (16), (18), (20), (21), (23), (24)<br>• Umformen von Potenztermen mit negativen Exponenten in Brüche und umgekehrt<br>• Umformen von Termen mit Potenzen mit Hilfe der Potenzgesetze<br>• Berechnen von Wurzeln mit und ohne Taschenrechner, auch Überschlagsrechnung<br>• Umformen von Wurzeltermen in Potenzen mit rationalem Exponenten und umgekehrt (nur GYM)<br>• Beschreiben der Wurzelgesetze mithilfe der Potenzgesetze (nur GYM)<br>• Umformen von Termen mit Wurzeln mithilfe der Potenz- bzw. Wurzelgesetze (nur GYM)<br>• Umformung von Termen auch unter Nutzung von Rechengesetzen zum vorteilhaften Rechnen (nur GYM)<br><br>**Reelle Zahlen,** (1) bis (6), (12), (15) und (17)<br>• Einordnen von Zahlen in bisher bekannte Zahlenbereiche (Wiederholung)<br>• Beschreiben der Teilmengenbeziehungen zwischen den Zahlenbereichen unter Nutzung des VENN-Diagramms<br>• Beschreiben der Irrationalität von $\sqrt{2}$<br>• Nennen von Beispielen für irrationale Zahlen (u. a. $\pi$)<br>• sachgerechtes Runden und Angeben von Näherungswerten reeller Zahlen<br>• Vergleichen reeller Zahlen |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| (11) Nutzen, Darstellen und Beschreiben der Potenzgesetze für Potenzen mit ganzzahligen Exponenten<br>(12) Ausführen von Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf unter Nutzung von Rechengesetzen zum vorteilhaften Rechnen (auch im Bereich der reellen Zahlen)<br>*Leitidee: Größen und* Messen<br>(13) Erweiterung der Nutzung der Zehnerpotenzen zur Beschreibung von Einheitenvorsätzen von Nano bis Tera im Anwendungsbezug<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br>(14) Umformen von Termen (auch Potenzen mit ganzzahligem Exponenten und auch unter Nutzung der binomischen Formeln)<br><br>**Niveaustufe H**<br>*Leitidee: Zahlen und Operationen*<br>(15) angemessenes Verwenden ganzer, rationaler und reeller Zahlen zur Darstellung mathematischer Situationen<br>(16) situationsangemessenes Darstellen von Zahlen als Brüche, Dezimal- und Prozentzahlen und in Zehnerpotenzschreibweise<br>(17) Beschreiben und Reflektieren eines Verfahrens zur Einschachtelung von Quadratwurzeln oder Pi (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br>(18) Wechseln der Darstellungsform für Ausdrücke der Form $\sqrt[d]{a^c} = a^{\frac{c}{d}}$<br>(19) Umformen von Potenzen in Logarithmen und umgekehrt | • Ausführen von Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf unter Nutzung von Rechengesetzen zum vorteilhaften Rechnen im Bereich der reellen Zahlen<br>• (nur GYM) Beschreiben und Reflektieren eines Verfahrens zur Einschachtelung von Quadratwurzeln (oder $\pi$), z. B. Intervallhalbierungsverfahren, HERON-Verfahren (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen, z. B. Tabellenkalkulation)<br><br>**Logarithmen und Lösen von Gleichungen mit Potenzen bzw. Wurzeln (nur GYM),** (19), (22) bis (25)<br>• ggf. Lösen von linearen Gleichungen mit Beträgen (Fallunterscheidung)<br>• Lösen von Gleichungen mit geradem Exponenten (Fallunterscheidung, $\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert$)<br>• Lösen von einfachen Gleichungen mit Potenzen und Wurzeln (z. B. $2x^3 + 5 = 26$ oder $2 \cdot \sqrt[3]{x-3} + 1 = 7$)<br>• Notieren der Lösungsmenge<br>• Nutzen der Umformung $\sqrt[d]{a^c} = a^{\frac{c}{d}}$, um Wurzeln in Potenzen umzuwandeln<br>• Nutzen von Logarithmen, um Gleichungen mit Potenzen zu lösen, auch in Sachkontexten<br>• Umformen von Termen bzw. Gleichungen in Logarithmen und umgekehrt<br>• Berechnen von Logarithmen mit dem Taschenrechner<br><br>➲ LISUM, MzDuF[1] – „Zahlen und Operationen“, Diagnoseaufgaben zu Zahlvorstellungen (vor der Unterrichtsreihe Stufe F (S. 28-29), nach der Unterrichtsreihe Stufe G (S. 30-31))<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Diagnoseaufgaben zu Operationsvorstellungen (vor der Unterrichtsreihe Stufe F (S. 38-41), nach der Unterrichtsreihe Stufe G (S. 42-44))<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen, Förderaufgaben „Idee der Zahl“ (Sekundarstufe 1), Karten 17-42 (S. 654)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen, Förderaufgaben „Idee der Operation/Potenzieren“ (Sekundarstufe 1), Karten 1-5 (S. 679)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen, Förderaufgaben „Idee der Operation/Radizieren“ (Sekundarstufe 1), Karten 1-6 (S. 684)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen, Förderaufgaben „Idee der Terme“ (Sekundarstufe 1), Karte 34 (S. 140)<br>➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen, Förderaufgaben „Idee der Terme“ (Sekundarstufe 1), Karten 67-71 (S. 157)<br>➲ SERLO-Klasse 9 (Themenbereiche) |

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF-Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| (20) Zusammenfassen von Termen mit Wurzeln unter Nutzung der Potenzgesetze<br>(21) Begründen der Wurzelgesetze mithilfe der Potenzgesetze<br>(22) Nutzen des Taschenrechners zur Bestimmung von Logarithmen<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br>(23) Darstellen von außer- und innermathematischen Sachverhalten (auch für potenzielle und exponentielle Zusammenhänge) durch Terme und Gleichungen unter Verwendung von Prozentdarstellungen, Potenzen, Wurzeln, Logarithmen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br>(24) äquivalentes Umformen von Termen (auch Potenzen mit rationalen Exponenten)<br>(25) Lösen von Gleichungen<br>– auch Lösen von Exponentialgleichungen mithilfe des Logarithmus<br>– auch Lösen von ausgewählten Gleichungen mit höheren Potenzen (z. B. durch Faktorisieren, Substituieren oder Polynomdivision) und mit Wurzeln | Mögliche Sachkontexte:<br>- physikalische Einheiten<br>- Entfernungen im Weltall, Maße von Zellen, Molekülen, Atomen<br>- geometrische Kontexte (z. B. aus Volumen und Flächeninhalt auf Seitenlängen schließen)<br>- sukzessives Verdoppeln, z. B. Papierfalten („Falten bis zum Mond“)<br><br>Hinweis: Das Themengebiet bereitet den Umgang mit „Potenzfunktionen“, „Exponentialfunktionen“ und „ganzrationalen Funktionen“ vor. Die hier erworbenen Kenntnisse und Fähigkeiten sind grundlegend für Mathematikkurse in der Sekundarstufe II. (z. B. Übertragung von Ableitungsregeln für Potenzfunktionen auf Wurzelfunktionen oder Kontextaufgaben zu exponentiellem Wachstum)<br><br>Begriffe: Exponent, Basis, Wurzel, Radizieren, Logarithmus von $b$ zur Basis $a$ ($\log_a b$), Fallunterscheidung, Lösungsmenge, Teilmenge, VENN-Diagramm |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 9 (EBR und FOR), Mathematik: Quadratische Funktionen und Gleichungen

**Hinweis**: Die Differenzierung erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und die Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 50 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte laut RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe G**<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br><br>(1) Terme und Gleichungen darstellen (auch für quadratische Zusammenhänge)<br><br>(2) Darstellen von Zuordnungen und Funktionen (auch quadratische, trigonometrische und Exponentialfunktionen) im Koordinatensystem (auch bei verschiedenen Einheiten und Einteilungen der Koordinatenachsen), auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen<br><br>(3) Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen (Definitionsbereich, Wertebereich, Form des Graphen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Einfluss der Parameter auf den Verlauf des Graphen (Streckung, Stauchung, Verschiebung), Symmetrie, ggf. Öffnungsrichtung, Scheitelpunkt, Periodizität) folgender Funktionstypen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen):<br>− quadratische Funktionen der Form $y = a \cdot (x + d)^2 + e$ […]<br><br>(4) Umformen von Termen (auch Potenzen mit ganzzahligem Exponenten und | **Entdecken quadratischer Funktionen** (2)<br>• Einführen des quadratischen Zusammenhangs z. B. anhand von Flächeninhalten von Quadraten in Abhängigkeit von der Seitenlänge (Wertetabelle, Graph, Funktionsgleichung)<br>• Finden und Beschreiben der typischen Form parabelförmiger Verläufe in der Umwelt (Brücken, Wasserstrahlen etc.) in Abgrenzung zu verlängerten / gestreckten Halbkreisen<br>• Einführen des Begriffs der Parabel als Graph einer quadratischen Funktion<br><br>**Quadratische Funktionen mit der Funktionsgleichung $y = (x + d)^2 + e$** (1) bis (4), (6), (7),<br>• Ermitteln von Werten der quadratischen Funktion mit Hilfe einer Wertetabelle, Übertragen in ein Koordinatensystem; auch mit digitalen Mathematikwerkzeugen (z. B. Funktionsplotter oder Tabellenkalkulation)<br>• Beschreiben der Eigenschaften des Graphen einer quadratischen Funktion (Nullstellen, Scheitelpunkt, Steigungsverhalten)<br>• Beschreiben der Veränderung der $y$-Werte bei Änderung von $x$ (Vergleich mit linearen Funktionen)<br>• Untersuchen, ob vorgegebene Punkte zum Graphen einer quadratischen Funktion gehören (Punktprobe)<br>• Untersuchen des Einflusses des konstanten Summanden $e$ auf Funktionswerte und Graphen bei Funktionen der Form $y = x^2 + e$ (auch mithilfe von digitalen Werkzeugen): Verschiebung in $y$-Richtung<br>• Untersuchen des Einflusses des Parameters $d$ auf Funktionswerte und Graphen bei Funktionen der Form $y = (x + d)^2$ (z. B. durch Untersuchen, für welchen Wert von $x$ der Term $(x + d)^2$ den kleinstmöglichen Wert 0 annimmt (auch mithilfe von digitalen Werkzeugen): Verschiebung in $x$-Richtung<br>• Ablesen des Scheitelpunktes aus der Scheitelpunktform und Beschreibung des Steigungsverhalten<br>• Überführen der Scheitelpunktform in die Normalform und umgekehrt<br>• Untersuchen von Funktionen der Form $y = (x + d)^2 + e$ sowie der Form $y = x^2 + px + q$ auf Scheitelpunkt, Achsenschnittpunkte, Wertebereich (im Vergleich zu linearen Funktionen eingeschränkt)<br><br>**Quadratische Funktionen mit der Funktionsgleichung $y = a \cdot (x + d)^2 + e$** (1) bis (4), (6), (7),<br>• Untersuchen des Einflusses des Faktors $a$ auf Funktionswerte und Graphen für quadratische Funktionen der Form $y = a \cdot x^2$ (auch mithilfe von digitalen Werkzeugen): Streckung bzw. Stauchung in $y$-Richtung<br>• Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen verschobener und gestreckter / gestauchter Parabeln (Übertragen der Strategien zum Bestimmen der Lage des Scheitelpunktes, Ablesen des Wertebereichs, Achsenschnittpunkte von der Normalparabel auf die allgemeine Parabel) |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| auch unter Nutzung der binomischen Formeln)<br><br>(5) Lösen von Gleichungen (auch quadratische Gleichungen der Form $d = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$) durch systematisches Probieren, rechnerisch und grafisch<br><br>(6) Übersetzungen zwischen verschiedenen Darstellungen (symbolisch, grafisch, sprachlich, auch in Kontexten) von Termen, Gleichungen (auch für quadratische Zusammenhänge) (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen) […]<br><br>(7) Nutzen der Eigenschaften der bekannten Funktionen zum Modellieren von Problemstellungen (z. B. bei Bauwerken und Wurfparabeln […]) auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen<br><br>(8) Nutzen von Lösungsprinzipien für lineare Gleichungssysteme zur Berechnung von Schnittpunkten von Funktionsgraphen<br><br>(9) Vergleichen der Effektivität verschiedener Lösungsverfahren im Hinblick auf die jeweilige Fragestellung oder das Problem<br><br>(10) Untersuchen von Fragen der Lösbarkeit und der Lösungsvielfalt von quadratischen Gleichungen und Formulierung diesbezüglicher Aussagen und Begründungen | • Erläutern der Parametereinflüsse auf den Graphen einer quadratischen Funktion $y = a \cdot (x + d)^2 + e$ (mit digitalen Werkzeugen)<br>• Wechseln zwischen den Darstellungsformen: verbal, tabellarisch, grafisch und als Gleichung (z. B. Aufstellen von Funktionsgleichungen (der Form $y = a \cdot (x + d)^2 + e$, mit einfachen Parameterwerten) zu vorgegebenen Graphen<br>• Lösen von Aufgaben, bei denen eine Modellierung mithilfe quadratischer Funktionen erfolgt, auch mit digitalen Werkzeugen<br>→ Scheitelpunkte auf $y$-Achse platzieren,<br>→ dabei Sensibilisierung für vorgenommene Abstraktionen (z. B. Brückenbogen als Linie ohne Ausdehnung, Brückenpfeiler als Strecke, Ball als Punkt (Wurfparabel))<br>→ Berücksichtigen von Aspekten des Modellierungskreislaufes, z. B. Plausibilität von Ergebnissen (Validierung)<br><br>**Lösen von quadratischen Gleichungen** (5), (8), (9), (10),<br>• Lösen einfacher quadratischer Gleichungen der Form $0 = (x - a)(x - b)$ mithilfe des Satzes vom Nullprodukt / durch Ablesen; Angeben der Lösungsmenge<br>• Lösen einfacher quadratischer Gleichungen der Form $a = x^2$ unter Betrachtung verschiedener Fälle ($a < 0; a > 0$); Angeben aller Lösungen<br>• Lösen quadratischer Gleichungen, auch durch Anwenden der p-q-Formel<br>• Untersuchen der Lösbarkeit von quadratischen Gleichungen und Lösungsvielfalt<br>• Berechnen der Schnittpunkte von Parabeln bzw. von Parabel und Gerade<br>• ggf. Satz von Viëta<br>• Vergleichen der Effektivität verschiedener Lösungswege im Hinblick auf die jeweilige Fragestellung oder das Problem<br><br>➲ Beispiel für einen digital umgesetzten Lernpfad aus dem ZUM-Projekt<br><br>Mögliche Sachkontexte:<br>- Architektur (Brückenbogen)<br>- Wurfparabeln (Ballwurf, Wasserstrahl)<br><br>Begriffe: quadratische Funktion, Parabel, Definitionsbereich/Wertebereich, nach oben bzw. unten geöffnet, Streck-/Stauchungsfaktor, Scheitelpunkt, symmetrisch zur Senkrechten durch den Scheitelpunkt, Achsensymmetrie, gestaucht/gestreckt (in $y$-Richtung), steigend/fallend, quadratische Gleichung, quadratische Ergänzung, Verschiebung, Satz vom Nullprodukt |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 9 (Gymnasium), Mathematik: Quadratische Funktionen und Gleichungen

**Hinweis**: Eine Differenzierung erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und die Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 50 Stunden (kann je nach Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte laut RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe G**<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br><br>(1) Terme und Gleichungen darstellen (auch für quadratische Zusammenhänge)<br><br>(2) Darstellen von Zuordnungen und Funktionen (auch quadratische, trigonometrische und Exponentialfunktionen) im Koordinatensystem (auch bei verschiedenen Einheiten und Einteilungen der Koordinatenachsen), auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen<br><br>(3) Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen (Definitionsbereich, Wertebereich, Form des Graphen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Einfluss der Parameter auf den Verlauf des Graphen (Streckung, Stauchung, Verschiebung), Symmetrie, ggf. Öffnungsrichtung, Scheitelpunkt, Periodizität) folgender Funktionstypen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen):<br>− quadratische Funktionen der Form $y = a \cdot (x + d)^2 + e$ […]<br>(4) Umformen von Termen (auch Potenzen mit ganzzahligem Exponenten und | **Entdecken quadratischer Funktionen** (2)<br>• Einführen des quadratischen Zusammenhangs z. B. anhand von Quadraten (Flächeninhalt in Abhängigkeit von der Seitenlänge) oder senkrechtem Wurf (Höhe in Abhängigkeit von der Zeit), ggf. Produkt zweier linearer Funktionsterme<br>• Finden und Beschreiben der typischen Form parabelförmiger Verläufe in der Umwelt (Brücken, Wasserstrahlen etc.), auch in Abgrenzung zu verlängerten oder gestreckten Halbkreisen<br>• Einführen des Begriffs der Parabel als Graph einer quadratischen Funktion<br><br>**Quadratische Funktionen mit der Funktionsgleichung $y = (x + d)^2 + e$ bzw. $y = x^2 + px + q$ (verschobene Normalparabeln)** (1) bis (4), (6), (7), (14), (15)<br>• Ermitteln von Werten der quadratischen Funktionen mithilfe von Wertetabellen, Übertragen in ein Koordinatensystem; auch mit digitalen Mathematikwerkzeugen (z. B. Funktionsplotter oder Tabellenkalkulation)<br>• Beschreiben der Eigenschaften des Graphen einer quadratischen Funktion (Nullstellen, Scheitelpunkt, steigend / fallend)<br>• Beschreiben der Veränderung der $y$-Werte bei Änderung von $x$ (Vergleich mit linearen Funktionen)<br>• Untersuchen, ob vorgegebene Punkte zum Graphen einer quadratischen Funktion gehören (Punktprobe)<br>• Untersuchen des Einflusses des konstanten Summanden $e$ auf Funktionswerte und Graphen bei Funktionen der Form $y = x^2 + e$ (auch mithilfe von digitalen Werkzeugen): Verschiebung in $y$-Richtung<br>• Untersuchen des Einflusses des Parameters $d$ auf Funktionswerte und Graphen bei Funktionen der Form $y = (x + d)^2$, z. B. durch Untersuchung, für welchen Wert von $x$ der Term $(x + d)^2$ den kleinstmöglichen Wert 0 annimmt (auch mithilfe von digitalen Werkzeugen): Verschiebung in $x$-Richtung<br>• Ablesen des Scheitelpunktes aus der Scheitelpunktform, Beschreibung des Steigungsverhaltens (steiler / flacher, fallend / steigend) und des Wertebereiches (im Vergleich zu linearen Funktionen eingeschränkt)<br>• Überführen der Scheitelpunktform in die Normalform und umgekehrt<br>• Untersuchen von Funktionen der Form $y = (x + d)^2 + e$ sowie der Form $y = x^2 + px + q$ (Scheitelpunkt, Monotonie, Symmetrie, Berechnen der Achsenschnittpunkte, Wertebereich) |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| auch unter Nutzung der binomischen Formeln)<br><br>(5) Lösen von Gleichungen (auch quadratische Gleichungen der Form $d = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$) durch systematisches Probieren, rechnerisch und grafisch<br><br>(6) Übersetzungen zwischen verschiedenen Darstellungen (symbolisch, grafisch, sprachlich, auch in Kontexten) von Termen, Gleichungen (auch für quadratische Zusammenhänge) (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen) […]<br><br>(7) Nutzen der Eigenschaften der bekannten Funktionen zum Modellieren von Problemstellungen (z. B. bei Bauwerken und Wurfparabeln […]) auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen<br><br>(8) Nutzen von Lösungsprinzipien für lineare Gleichungssysteme zur Berechnung von Schnittpunkten von Funktionsgraphen<br><br>(9) Vergleichen der Effektivität verschiedener Lösungsverfahren im Hinblick auf die jeweilige Fragestellung oder das Problem<br><br>(10) Untersuchen von Fragen der Lösbarkeit und der Lösungsvielfalt von quadratischen Gleichungen und Formulierung diesbezüglicher Aussagen und Begründungen | **Quadratische Funktionen mit der Funktionsgleichung $y = a \cdot (x + d)^2 + e$ bzw. $y = ax^2 + bx + c$ (gestreckte / gestauchte Parabeln)** (1) bis (4), (6), (7), (9), (13), (14), (15)<br>• Untersuchen des Einflusses des Faktors $a$ für quadratische Funktionen der Form $y = a \cdot x^2$ (z. B. mithilfe von digitalen Werkzeugen) (Streckung bzw. Stauchung in $y$-Richtung)<br>• Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen verschobener und gestreckter / gestauchter Parabeln (Übertragen der Strategien zum Bestimmen der Lage des Scheitelpunktes, zum Ablesen des Wertebereichs und der Achsenschnittpunkte von der Normalparabel auf die allgemeine Parabel)<br>• Erläutern der Parametereinflüsse auf den Graphen einer quadratischen Funktion der Form $y = a \cdot (x - d)^2 + e$ (auch mithilfe von digitalen Werkzeugen)<br>• Überführen der Scheitelpunkt- in die Normalform und umgekehrt für allgemeine quadratische Funktionen<br>• Wechseln zwischen den Darstellungsformen: verbal, tabellarisch, grafisch und als Gleichung (z. B. Aufstellen von Funktionsgleichungen (der Form $y = a \cdot (x + d)^2 + e$) zu vorgegebenen Graphen<br>• Lösen von Aufgaben, bei denen eine Modellierung mithilfe quadratischer Funktionen erfolgt, auch mit digitalen Werkzeugen<br>→ Scheitelpunkte vorwiegend auf der $y$-Achse platzieren<br>→ dabei Sensibilisierung für vorgenommene Abstraktionen (z. B. Brückenbogen als Linie ohne Ausdehnung, Brückenpfeiler als Strecke, Ball als Punkt (Wurfparabel))<br>→ Berücksichtigen von Aspekten des Modellierungskreislaufes, z. B. Plausibilität von Ergebnissen (Validierung)<br>• Darstellung von quadratischen Funktionen mithilfe von Linearfaktoren; Untersuchen z. B. des Zusammenhangs zwischen den Nullstellen der quadratischen Funktion und den Nullstellen der Linearfaktoren (mit digitalen Werkzeugen)<br>• Untersuchen von Funktionen der Form $y = ax^2 + bx + c$ (Öffnungsrichtung, Scheitelpunkt, Symmetrie, Wertebereich, Monotonie, Nullstellen, Schnittpunkt mit $y$-Achse, graphische Darstellung)<br>• Rekonstruktion einer quadratischen Funktion: Bestimmen des Funktionsterms $y = ax^2 + bx + c$ durch Lösen eines linearen Gleichungssystems (Additionsverfahren)<br><br>**Lösen von quadratischen Gleichungen** (5), (8), (9), (10), (11), (12)<br>• Lösen einfacher quadratischer Gleichungen der Form $(x - a)(x - b) = 0$ (wobei $a, b \in \mathbb{R}$) mithilfe des Satzes vom Nullprodukt; Angeben der Lösungsmenge (auch Spezialfall $x(x - a) = 0$)<br>• Lösen einfacher quadratischer Gleichungen der Form $x^2 = a$ (wobei $a \in \mathbb{R}$) unter Betrachtung verschiedener Fälle ($a < 0; a > 0; a = 0$); Angeben der Lösungsmenge<br>• Lösen einfacher quadratischer Gleichungen der Form $a \cdot x^2 + b = c$ (wobei $a, b, c \in \mathbb{R}$) unter Betrachtung verschiedener Fälle; Angeben der Lösungsmenge<br>• Lösen quadratischer Gleichungen der Form $x^2 + p \cdot x + q = 0$ (wobei $p, q \in \mathbb{R}$) durch Anwenden der Lösungsformel (p-q-Formel) oder durch quadratische Ergänzung; Angeben der Lösungsmenge<br>• Lösen quadratischer Gleichungen der Form $ax^2 + bx + c = 0$ durch Umformen in $x^2 + p \cdot x + q = 0$ (s.o.) |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| **Niveaustufe H**<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br><br>(11) Grafisches Darstellen von Gleichungssystemen (auch mit quadratischen Gleichungen)<br><br>(12) Lösen von Gleichungen;<br>− auch Umformen quadratischer Terme in vollständige Quadrate mithilfe quadratischer Ergänzung<br><br>(13) Lösen von Gleichungssystemen<br>− auch lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen<br>− auch Nutzen des Additionsverfahrens (z. B. bei Rekonstruktion von quadratischen Funktionen)<br><br>(14) Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen von Funktionen, auch folgende Funktionstypen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen):<br>− quadratische Funktionen der Form $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ […]<br><br>(15) Wechseln zwischen Funktionsgleichung und sprachlicher, tabellarischer sowie grafischer Form von Funktionen […]; bei quadratischen Funktionen auch Darstellung als Produkt von Linearfaktoren), auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen | • Vergleichen der Effektivität verschiedener Lösungsverfahren im Hinblick auf die jeweilige Fragestellung oder das Problem<br>• Untersuchen der Lösbarkeit von quadratischen Gleichungen und Lösungsvielfalt, z. B. mithilfe der Diskriminante<br>• Bestimmen der Schnittpunkte von Parabeln bzw. von Parabel und Gerade, rechnerisch und (näherungsweise) zeichnerisch<br>• ggf. Nutzung des Satzes von Viëta<br><br>➲ Beispiel für einen digital umgesetzten Lernpfad aus dem ZUM-Projekt<br><br>Mögliche Sachkontexte:<br>- Architektur (Brückenbogen, Kuppelformen)<br>- Wurfparabeln (Ballwurf, Wasserstrahl)<br><br>Begriffe: quadratische Funktion, Parabel, Definitionsbereich / Wertebereich, nach oben bzw. unten geöffnet, Streck-/Stauchungsfaktor, Scheitelpunkt, symmetrisch zur Senkrechten durch den Scheitelpunkt, Achsensymmetrie, gestaucht/gestreckt (in $y$-Richtung), (streng) monoton steigend/fallend, quadratische Gleichung, quadratische Ergänzung, Diskriminante, Verschiebung, Satz vom Nullprodukt |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 9/10, Mathematik: Trigonometrie

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und die Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 25 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien und Links** |
| **Niveaustufe G**<br>*Leitidee: Größen und Messen*<br>(1) Berechnen von Winkelgrößen und Seitenlängen in rechtwinkligen Dreiecken mithilfe von Sinus, Kosinus und Tangens (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br>(2) Berechnen von Winkelgrößen und Seitenlängen in beliebigen Dreiecken durch Zerlegung in rechtwinklige Teildreiecke<br>(3) Nutzen des Sinussatzes, um in beliebigen Dreiecken Winkelgrößen und Seitenlängen zu bestimmen<br>(4) Nutzen des Kosinussatzes, um in beliebigen Dreiecken Seitenlängen zu bestimmen<br>**Niveaustufe G**<br>*Leitidee: Raum und Form*<br>(5) Konstruieren geometrischer Figuren (auch unter Nutzung des Satzes des Thales und des Satzes des Pythagoras, auch mithilfe von dynamischer Geometriesoftware) | **Berechnungen im rechtwinkligen Dreieck mithilfe von Sinus, Kosinus und Tangens** (1), (2), (5), (7)<br>• Wiederholung: Innenwinkelsatz; Satz des Pythagoras; Konstruieren geometrischer Figuren (auch unter Nutzung des Satzes von Thales und des Satzes von Pythagoras), auch mithilfe von Dynamischer Geometriesoftware; ggf. Seite-Winkel-Relation<br>• Einstieg mit typischen Fragestellungen (Höhe eines Baums aus Sehwinkel und Abstand bestimmen)<br>• ggf. Einheitskreis, um Sinus und Kosinus zu definieren und veranschaulichen, z. B. unter Nutzung von Dynamischer Geometriesoftware<br>• Kennenlernen des Sinus für spitze Winkel als Seitenverhältnis im rechtwinkligen Dreieck, z. B. unter Nutzung von Dynamischer Geometriesoftware<br>• Kennenlernen von Kosinus und Tangens als weitere Seitenverhältnisse<br>• Berechnen von Winkelgrößen und Seitenlängen mit Sinus, Kosinus und Tangens, auch unter Nutzung des Innenwinkelsatzes und des Satzes des Pythagoras<br>• Berechnen von Winkelgrößen und Seitenlängen in speziellen Dreiecken (gleichschenklige und gleichseitige) und in beliebigen Dreiecken durch Zerlegung in rechtwinklige Dreiecke<br>• Ermitteln von Steigungen und Steigungswinkeln mithilfe des Tangens<br><br>Mögliche Sachkontexte:<br>– Berechnung von Steigungswinkeln (Straßen, Flugzeuge etc.)<br>– Berechnung von Anstellwinkeln von Leitern, Neigungswinkeln von Dächern, Höhen von Objekten<br>– Berechnung von Größen im Gelände; Vermessungsprojekt (z. B. Höhe des Schulgebäudes)<br>– Verschiedene Sehwinkel von Tieren<br><br>*Siehe auch Planungshilfe „Körper“ (Berechnungen unter Nutzung trigonometrischer Beziehungen)*<br><br>➲ LISUM, MzDuF– „Raum und Form“, Förderaufgaben „Eigenschaften / Beziehungen / Invarianzen / Abbildungen“ (Sekundarstufe 1), Veränderungsvorstellung, Karten 42-50 (S. 525-529)<br>➲ https://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-faecher/mathematik/unterrichtsmaterialien/sekundarstufe1/geometrie/trig/trigors/lernumgebung/<br>➲ https://didaktik.mathematik.hu-berlin.de/files/didgeo06trigonometrie.pdf |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| **Niveaustufe H**<br>*Leitidee: Größen und Messen*<br>(6) Nutzen des Kosinussatzes, um in beliebigen Dreiecken auch Winkelgrößen zu bestimmen<br><br>**Niveaustufe H**<br>*Leitidee: Raum und Form*<br>(7) Begründen der Eigenschaften von geometrischen Objekten mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen, trigonometrischen Beziehungen, dem Satz des Thales und dem Satz des Pythagoras | ➲ LISUM, MzDuF[1] – „Raum und Form“, „Eigenschaften/…“ (Sekundarstufe 1): Karten 45-50 (S. 578-580)<br>Link zur Datei: https://www.geogebra.org/m/awggrtpx<br>➲ Material zur Erstellung eines Höhenwinkelmessers:<br>https://www2.klett.de/sixcms/media.php/229/720570_1291_p3up43.pdf<br><br>**Berechnungen in beliebigen Dreiecken mithilfe von Sinus- und Kosinussatz** (3), (4), (6), (7)<br>• Erweitern der Vorstellungen über trigonometrische Beziehungen auf stumpfe Winkel mithilfe des Einheitskreises<br>• Berechnen von Seitenlängen und Winkeln mithilfe des Sinussatzes, insbesondere in Sachkontexten<br>• Berechnen von Dreiecksflächen, ggf. mit der Gleichung $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\gamma)$, auch in Sachkontexten<br>• Berechnen von Seitenlängen mithilfe des Kosinussatzes, insbesondere in Sachkontexten<br>• Erkennen des Satzes des Pythagoras als Spezialfall des Kosinussatzes für $\gamma = 90°$<br>• Berechnen von Winkeln durch Umstellen des Kosinussatzes (nur GYM)<br>• ggf. Nachvollziehen der Herleitung des Sinussatzes durch Berechnen der Höhe aus den zwei Teildreiecken (nur GYM)<br>• ggf. Nachvollziehen der Herleitung des Kosinussatzes (nur GYM)<br><br>Mögliche Sachkontexte:<br>– Berechnungen von unregelmäßigen Grundstücken (Umfang, Flächeninhalt, Wege),<br>– Berechnungen im Gelände an Stellen, an denen keine Messung möglich ist (wie z. B. Flussbreiten etc.)<br><br>➲ Herleitung des Kosinussatzes: https://www.schulentwicklung.nrw.de/materialdatenbank/material/download/10129<br><br>Begriffe: rechtwinkliges Dreieck, Ankathete, Gegenkathete, Hypotenuse, Seitenverhältnis, Sinus, Kosinus, Tangens, Sinussatz, Kosinussatz |

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF-Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 9/10, Mathematik: Körper

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und die Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 20 - 25 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe G**<br>*Leitidee: Raum und Form*<br><br>(1) Erkennen, Benennen und Beschreiben von geometrischen Objekten (auch Differenz- und Teilflächen sowie Differenz- und Teilkörper)<br><br>(2) Beschreiben von Eigenschaften geometrischer Flächen und Körper und deren Zusammensetzungen (auch gerader Kreiskegel und Pyramiden sowie Kugeln)<br><br>(3) Beschreiben und Nutzen von Lage- und Größenbeziehungen geometrischer Objekte (auch unter Verwendung der bisher bekannten geometrischen Sätze) für Berechnungen und Argumentationen<br><br>(4) Skizzieren von Schrägbildern (auch von geraden Kreiskegeln und -zylindern, Pyramiden, zusammengesetzten Körpern und Differenzkörpern)<br><br>(5) Verwenden und Anfertigen von gebräuchlichen technischen Darstellungen (z. B. Werkstücke)<br><br>(6) Vertiefen und Anwenden der Kenntnisse über Abbildungen zum Lösen entsprechender | **Wiederholung**<br>• Drei- und Vierecke, Unterscheiden von Höhen in ebenen Figuren und in Körpern, Darstellungen von Körpern, Grundfläche, Mantel, Volumen, Oberflächeninhalt, Satz des Pythagoras, Berechnung am Kreis<br>• Beschreiben der Eigenschaften verschiedener Körper (Modelle und Verpackungen zur Anschauung nutzen), Betrachten von Gemeinsamkeiten und Unterschieden<br>• Benennen der verschiedenen Körper (Quader, Prisma, Zylinder, Kugel, Kegel, schiefer Quader, Pyramide, Pyramidenstumpf, Kegelstumpf)<br><br>**Kegel und Kugel** (1) bis (4), (8), (9), (12) bis (15)<br>• Darstellen von geraden Kreiskegeln (Schrägbild und Netz) als Skizze und Zeichnung<br>• Berechnen von Oberflächeninhalt und Volumen an geraden Kegeln, auch unter Nutzung des Satzes des Pythagoras<br>• Verallgemeinern der Volumenformel für spitze Körper<br>• Erarbeiten der Volumenformel für Kugeln (ggf. experimentell, z. B. mit Wasser / Vogelsand)<br>• Berechnen des Volumens von Kugeln, insbesondere in Anwendungskontexten (auch Berechnungen von Massen durch Anwenden der Dichte)<br>• Erarbeiten der Oberflächenformel für Kugeln<br>• Berechnen des Oberflächeninhaltes von Kugeln, insbesondere in Anwendungskontexten<br>• Berechnen des Volumens und Oberflächeninhaltes von Halbkugeln und ggf. Hohlkugeln<br><br>➲ LISUM, MzDuF[1] – „Raum und Form“, „Geometrische Objekte/ Modellieren“ (Sekundarstufe 1): Karten 26-47 (S. 491-502)<br>➲ 3D-Software zur Darstellung und Exploration an Körpern, z. B. https://www.geogebra.org/m/xck-zcmcd<br>➲ Volumen der Kugel, z. B. wie in https://www.youtube.com/watch?v=ivdZtG4dNTg<br>➲ Oberflächeninhalt der Kugel, z. B. mit Hilfe des Vorgehens aus https://www.youtube.com/watch?v=eHM-oFcGnyQouTube |

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF-Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| Aufgaben in komplexen Sachzusammenhängen (z. B. Modellbau)<br><br>(7) Zeichnen von maßstäblich vergrößerten oder verkleinerten geometrischen Körpern und deren Zusammensetzungen (z. B. Modellbau)<br><br>**Niveaustufe H**<br>*Leitidee: Raum und Form*<br><br>(8) Begründen der Eigenschaften von geometrischen Objekten mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen, trigonometrischen Beziehungen, dem Satz des Thales und dem Satz des Pythagoras<br><br>(9) Beschreiben und Nutzen von Lage- und Größenbeziehungen geometrischer Objekte für Berechnungen und Argumentationen (auch unter Verwendung einer Klassifizierung auf der Grundlage von definierenden Eigenschaften)<br><br>(10) Begründen von Eigenschaften von geometrischen Objekten mithilfe der Eigenschaften von Kongruenz und Ähnlichkeit<br><br>**Niveaustufe G**<br>*Leitidee: Größen und Messen*<br><br>(11) situationsangemessenes Nutzen von Einheiten zu Größen (auch bei sehr großen und sehr kleinen Größenangaben) | **Berechnungen an zusammengesetzten Körpern** (4) bis (7), (10) bis (12), (16)<br>• Berechnen des Volumens zusammengesetzter Körper oder Differenzkörper durch Berechnen von Teilvolumina (Nutzen des Zerlegungs- und Ergänzungsprinzips)<br>• Berechnen des Oberflächeninhaltes zusammengesetzter Körper oder Differenzkörper (Restkörper) durch Berechnen von Teilflächen; besonderes Augenmerk auf verdeckte Flächen (Nutzen des Zerlegungs- und Ergänzungsprinzips)<br>• geeignetes Runden der Größen<br>• Nutzen trigonometrischer Beziehungen bei den Berechnungen zu Oberflächeninhalten und Volumina<br>• Entnehmen von Maßen aus technischen Zeichnungen (Grundriss, ggf. Aufriss)<br>• Skizzieren von Schrägbildern / Anfertigen von technischen Darstellungen (z. B. Grundriss)<br>• Zeichnen von maßstäblichen Modellen<br><br>**Berechnungen an schiefen Körpern / Satz von Cavalieri (nur GYM)** (17)<br>• Erkennen des Zusammenhangs zwischen geraden und schiefen Körpern (z. B. durch Nutzung von Münzstapeln für Zylinder oder Papier-/Buchstapeln für Quader / Spat)<br>• Berechnen des Volumens schiefer Körper unter Nutzung des Satzes von Cavalieri<br>• Berechnen von Kantenlängen mithilfe des Satzes des Pythagoras und trigonometrischer Beziehungen<br><br>Begriffe: Volumen, Oberfläche, Mantel, Grundfläche, Höhe, Seite, Kante, Kegel, Kugel, Pyramide, Satz von Cavalieri, schiefer/gerader Körper, ggf. Spat<br><br>➲ Alle 11 Netze eines Würfels: https://www.geogebra.org/m/teCkgD2S<br>➲ Dynamische Mathematik mit GeoGebra 3D: https://www.oemg.ac.at/DK/Didaktihefte/2015%20Band%2048/VortragLindner.pdf<br>➲ https://www.uni-siegen.de/fb6/didaktik/projekte/digimath4edu/forschung/konkretes/t3.html?lang=de<br>➲ LISUM, MzDuF[2] – „Raum und Form“, „Geometrische Objekte / Modellieren“ (Sekundarstufe 1): Karte 26 (S. 491) |

[2] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF-Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| (12) Entnehmen von Maßen und Lagebeziehungen an Körpern aus verschiedenen Darstellungen (auch aus technischen Zeichnungen, z. B. Zweitafelprojektionen)<br><br>(13) Systematisierung der bisherigen Kenntnisse über Größen und ihrer Einheiten sowie die Beziehungen zwischen den verschiedenen Größen (auch aus verschiedenen Unterrichtsfächern) unter Einbeziehung der Zehnerpotenzen<br><br>(14) Berechnen des Volumens von Körpern (auch von geraden Pyramiden, geraden Kreiskegeln und von Kugeln)<br><br>(15) Berechnen des Oberflächeninhalts von Körpern (auch gerade Pyramiden, gerade Kegel und Kugeln, auch unter Nutzung trigonometrischer Beziehungen und mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br><br>(16) Berechnen des Volumens und des Oberflächeninhaltes zusammengesetzter Körper mithilfe des Zerlegungs- und Ergänzungsprinzips (auch unter Nutzung von trigonometrischen Beziehungen und von Formelsammlungen)<br><br>**Niveaustufe H**<br>*Leitidee: Größen und Messen*<br>(17) Berechnen des Volumens schiefer Prismen, Zylinder und Pyramiden unter Nutzung des Satzes von Cavalieri (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen) | |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 9/10, Mathematik: Daten und Zufall

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und die Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 30 - 45 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe G**<br>*Leitidee: Daten und Zufall*<br><br>(1) Nutzen von kombinatorischen Überlegungen zur Bestimmung der Art und Anzahl von Möglichkeiten in verschiedenen Kontexten zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten (mit und ohne Zurücklegen)<br><br>(2) Ermitteln von (auch bedingten) Wahrscheinlichkeiten (auch bei mehrstufigen Zufallsexperimenten, Laplace- und Nicht-Laplace-Experimenten) unter Nutzung von Baumdiagrammen, Pfadregeln, Vierfeldertafeln, Gegenwahrscheinlichkeiten und dem Urnenmodell<br><br>(3) Interpretieren von Wahrscheinlichkeitsaussagen aus dem Alltag<br><br>(4) Nutzen von Visualisierungen, um bei einfachen, alltagsnahen Modellierungen bedingte Wahrscheinlichkeiten zu erkennen, mit und ohne digitale Werkzeuge | **Kurze Wiederholung und Fortführung früheren Unterrichts** (4) bis (10), (14)<br>• Selbständiges Durchführen von Erhebungen; Darstellen und Auswerten von Daten mit digitalen Mathematikwerkzeugen; z. B. Untersuchen von Aussagen zu Trends<br>• Interpretieren von Wahrscheinlichkeitsaussagen im Alltag<br>• Analysieren und Interpretieren von Mittelwerten (arithmetisches Mittel, Median, Modalwert im Vergleich zueinander) und von Streumaßen (u. a. Breite der Box in Boxplots = mittlere 50% der Werte) (nur GYM)<br>• Erkennen und Erzeugen von Manipulationen in graphischen Darstellungen<br>• Durchführen von Simulationen mit digitalen Mathematikwerkzeugen (z. B. Tabellenkalkulation, Stochastiktools), z. B. Simulation eines Spielautomaten („Einarmiger Bandit“), gezinkte Würfel<br><br>➲ LISUM, MzDuF[1] – „Daten und Zufall“, Diagnoseaufgaben zu Daten (vor der Unterrichtsreihe Stufe D (S. 23-24), nach der Unterrichtsreihe Stufe E (S. 25-26))<br>➲ LISUM, MzDuF – „Daten und Zufall“, Förderaufgaben „Idee der Daten“ (Sekundarstufe 1), Auswerten von Daten, Karten 27-35 (S. 82) und Karten 37-40 (S. 97)<br><br>**Wahrscheinlichkeiten unter Nutzung kombinatorischer Abzählverfahren bestimmen (mehrstufige Experimente)** (1), (11) bis (13)<br>• Darstellen von mehrstufigen Zufallsexperimenten in Baumdiagrammen, Berechnen von Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln (Wiederholung)<br>• Nutzen von Gegenwahrscheinlichkeiten<br>• Nutzen von kombinatorischen Überlegungen z. B. zur Bestimmung der Anzahl der Pfade eines Baumdiagramms, ohne dieses explizit darzustellen (insbesondere Urnenmodelle mit und ohne Zurücklegen) mit dem Ziel der Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten |

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF-Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

(5) Selbständiges Planen und Durchführen von statistischen Erhebungen und Simulationen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen, z. B. Tabellenkalkulation)

(6) Präsentieren der Ergebnisse von eigenen statistischen Erhebungen in zieladäquaten Darstellungsformen

(7) Diagramme verändern, um vorliegende Manipulationen einer Aussage zu verstehen

(8) Auswerten, Interpretieren und Beurteilen der Ergebnisse statistischer Erhebungen, z. B. Erkennen von Trends (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen, z. B. Tabellenkalkulation)

(9) Erkennen von typischen Fehlern und Manipulationen bei grafischen Darstellungen

(10) Argumentieren aus wechselnden Sichtweisen zu verschiedenen Darstellungen

**Niveaustufe H**
*Leitidee: Daten und Zufall*
(11) Bestimmen von Anzahlen mithilfe von Fakultäten und Binomialkoeffizienten

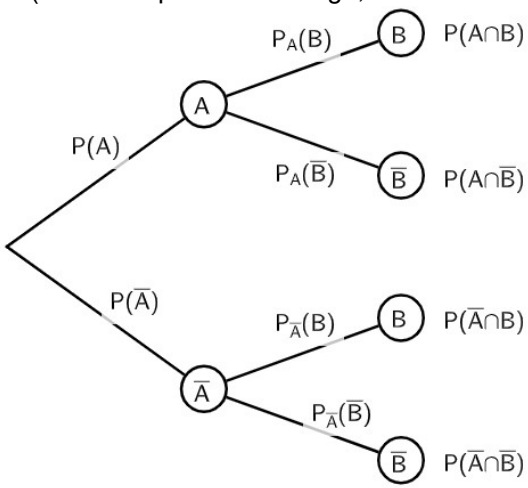
(12) Nutzen von relativen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Begründen mithilfe des Gesetzes der großen Zahlen (auch auf Basis von Simulationen mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)

(13) Nutzen von Wahrscheinlichkeiten zum Vorhersagen von relativen und absoluten Häufigkeiten

- Nutzen von kombinatorischen Überlegungen zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten unter Nutzung von Fakultäten und Binomialkoeffizienten (nur GYM)
- Nutzen von relativen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten, auch mit digitalen Werkzeugen (für GYM siehe Abschnitt „Konfidenz- und Prognoseintervalle“)

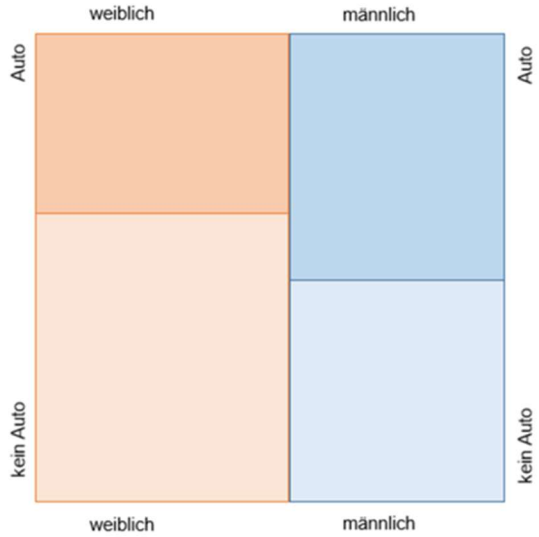
**Bedingte Wahrscheinlichkeiten** (2), (4)

- Nutzen von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln insbesondere bzw. auch mit absoluten Häufigkeiten, nicht nur mit relativen Häufigkeiten oder Wahrscheinlichkeiten, auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge
- Übertragen von Daten aus Baumdiagrammen in Vierfeldertafeln und umgekehrt, für zweistufige Zufallsexperimente bzw. für zwei Ereignisse
- Nutzen von Vierfeldertafeln mit absoluten Häufigkeiten zur Bestimmung von bedingten Wahrscheinlichkeiten
- Nutzen von bedingten Wahrscheinlichkeiten zum Aufstellen und Ergänzen von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen
- Auffassen der Wahrscheinlichkeiten an den Ästen der zweiten (und weiteren Stufen) eines Baumdiagramms als bedingte Wahrscheinlichkeiten, dabei Verwenden von mit Schreibweisen für Mengen ($\bar{A}$ für Komplementärmenge, $A \cap B$ für Schnittmenge, ggf. $A \cup B$ für Vereinigungsmenge)




- Herleiten der Definition für bedingte Wahrscheinlichkeiten aus der bekannten ersten Pfadregel: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P_A(B)$, also $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ (nur GYM)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| (14) Analysieren, Interpretieren von Mittelwerten (arithmetisches Mittel, Median, Modalwerte) und Streumaßen (z. B. Spannweite und Breite der Box bei Boxplots) | • Nutzen von Visualisierungen für bedingte Wahrscheinlichkeiten (z. B. Einheitsquadrat / Anteilsbild, auch dynamisch realisierbar), um Anteile oder Wahrscheinlichkeiten zu vergleichen<br><br>Anteilsbild (Beispiel):<br>• (bedingte) Wahrscheinlichkeiten entsprechen Verhältnissen von Flächeninhalten bestimmter Teilflächen, z. B. $P_{weiblich}(Auto) = \frac{Fläche(oben\ link\ )}{Fläche(links)}$<br>• z. B. auch Vergleich: Der Anteil derjenigen, die ein Auto besitzen, ist unter den Frauen kleiner als unter den Männern, also $P_{weiblich}(Auto) < P_{männlich}(Auto)$<br>  <br><br><br>Mögliche Sachkontexte / Zufallsexperimente:<br>– Gezinkte Würfel<br>– Spielautomaten („Einarmiger Bandit“)<br>– Dunkelfeldforschung<br><br>Begriffe: Baumdiagramm, (Umkehrbaum,) (Doppelbaum,) bedingte Wahrscheinlichkeit, Vierfeldertafel<br><br>➲ Baumdiagramm-Generator in GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/qxwzqtfa<br>➲ SiMa-Material (https://sima.dzlm.de): https://sima.dzlm.de/sites/simams/files/uploads/sima9-bedwahrscheinlichkeit_didkommentar_201215.pdf; https://sima.dzlm.de/sites/simams/files/uploads/sima9-bedwahrscheinlichkeit_baustein_a_2021215-1.pdf |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| | **Konfidenz- und Prognoseintervalle** (12), (13) (nur GYM)<br>• Nutzen von relativen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Begründen mithilfe des Gesetzes der großen Zahlen (auch auf Basis von Simulationen) – Konfidenzintervalle, z. B. auf Basis des $\frac{1}{\sqrt{n}}$-Gesetzes: Bei $n$ (stochastisch unabhängigen) Wiederholungen eines Zufallsexperimentes mit $k$ Erfolgen liegt die Wahrscheinlichkeit eines Erfolges in 95 % der Fälle im Intervall $\left[\frac{k}{n} - \frac{1}{\sqrt{n}}; \frac{k}{n} + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$.<br>• Nutzen von Wahrscheinlichkeiten zum Vorhersagen von relativen und absoluten Häufigkeiten – Prognoseintervalle, z. B. auf Basis des 1/Wurzel(n)-Gesetzes bzw. des $\sqrt{n}$-Gesetzes: Beträgt die Wahrscheinlichkeit eines Erfolges bei einem Zufallsexperiment $p$, so liegt die relative Häufigkeit der Erfolge nach $n$ (stochastisch unabhängigen) Wiederholungen des Zufallsexperimentes in 95 % der Fälle im Intervall $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$, die absolute Häufigkeit liegt in 95 % der Fälle im Intervall $[pn - \sqrt{n}; pn + \sqrt{n}]$.<br>• Faustregeln:<br>  ○ Um die Länge des Intervalls zu halbieren, benötigt man die vierfache Anzahl von Wiederholungen.<br>  ○ Für eine Genauigkeit von $0{,}01$ benötigt man $10.000$ Wiederholungen ($\frac{1}{\sqrt{10.000}} = 0{,}01$). |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

# Jahrgangsstufe 10 (nur Gymnasium), Mathematik: Potenz- und Wurzelfunktionen

| Zeitumfang: ca. 20 Stunden (kann je nach Lerngruppe variieren) | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe H**<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br>(1) Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen von Funktionen, auch folgende Funktionstypen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen): Potenzfunktionen der Form $y = a \cdot x^k + b$ ($k \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Q}+$)<br><br>(2) Bestimmen und Beschreiben von Umkehrfunktionen zu linearen und Exponentialfunktionen sowie Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten<br><br>(3) Wechseln zwischen Funktionsgleichung und sprachlicher, tabellarischer sowie grafischer Form von Funktionen (auch bei Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten und Exponentialfunktionen; bei quadratischen Funktionen auch Darstellung als Produkt von Linearfaktoren), auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen<br><br>(4) Gegenüberstellen einander entsprechender Eigenschaften der bekannten Funktionsklassen (auch Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten und Exponentialfunktionen) und Systematisierung der Funktionstypen<br><br>(5) Nutzen der Eigenschaften der verschiedenen Funktionstypen (auch Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten und Exponentialfunktionen) | **Wiederholung**<br>• lineare und quadratische Funktionen (Einflüsse der Parameter)<br>• Potenzgesetze<br><br>**Potenzfunktionen entdecken (1), (3) bis (5)**<br>• Potenzfunktionen auf Basis von Wertetabellen zeichnen, ähnliche Graphen kategorisieren (z. B. gemeinsame Quadranten)<br>• Punktprobe<br>• Beschreiben der Graphen mit typischen Wiedererkennungsformen, z. B. über „Funktionen tanzen“<br>• Vergleichen der Veränderung der $y$-Werte bei Änderung der $x$-Werte (Kovariationsaspekt)<br>• Untersuchen der Parametereinflüsse bei Potenzfunktionen (Vergleich mit linearen und quadratischen Funktionen), z. B. unter Nutzung eines Funktionsplotters<br>• Systematisieren der Eigenschaften von Potenzfunktionen der Form $f(x) = a \cdot x^k + b$ ($k \in \mathbb{Z}$), z. B. Streckung / Stauchung, Verschiebung, Symmetrie, Definitions- und Wertebereich, steigend / fallend (Monotonie), Verhalten im Unendlichen<br>• ggf. Bearbeiten von Modellierungsaufgaben, z. B. zum Gravitationsgesetz<br>• weitere Betrachtungen im Rahmen der Thematik ganzrationale Funktionen<br><br>**Die Wurzelfunktion als Umkehrfunktion einer Potenzfunktion (2)**<br>• Wiederholen des Zusammenhangs zwischen Potenzieren und Radizieren<br>• Untersuchen und Beschreiben des typischen Verlaufs von Wurzelfunktionen<br>• Beschreiben von Merkmalen von (nicht verschobenen) Wurzelfunktionen (Definitions- und Wertebereich, steigend / fallend (Monotonie), Verhalten im Unendlichen, gemeinsame Punkte $P(0\|0), Q(1\|1)$)<br>• Nutzen der Schreibweise $\sqrt[k]{x} = x^{\frac{1}{k}}$ ($k \in \mathbb{N}$)<br>• Interpretieren der Wurzelfunktion als Umkehrfunktion einer Potenzfunktion<br>• Verallgemeinerung von Umkehrfunktionen (graphisch und algebraisch) und Übertragen auf andere Funktionsklassen |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| zum Modellieren von Problemstellungen, z. B. zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsprozessen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen) | Zur Vertiefung des Begriffs der **Umkehrfunktion** können folgende GeoGebra-Dateien eingesetzt werden:<br>➲ Zur Visualisierung der Konstruktion: https://www.geogebra.org/m/ahzPxhUW<br>➲ Zur Vermutung über den Verlauf (Kästchen für f1 zunächst nicht angeklickt lassen). Danach kann die Vermutung überprüft werden (f1 anzeigen lassen): https://www.geogebra.org/m/ss5wJwS9<br><br>Begriffe: Potenzfunktion, potenzieren, Exponent, Basis, Definitionsbereich / Wertebereich, gestreckt / gestaucht, Streck- / Stauchungsfaktor, Symmetrie, symmetrisch zum Ursprung, Achsensymmetrie (zur $y$-Achse), (streng) monoton steigend / fallend, Wurzel, Wurzelfunktion, radizieren, Umkehrfunktion |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 10 (EBR und FOR), Mathematik: Exponentielles Wachstum und Exponentialfunktionen

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR- und FOR-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und die Menge bzw. Komplexität der Aufgaben..

| **Zeitumfang: ca. 15 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe E**<br>*Leitidee: Zahlen und Operationen*<br>*(Auswahl hier relevanter Einträge)*<br><br>(1) Nutzen von Prozentsätzen als Operatoren<br><br>**Niveaustufe G**<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br><br>(2) Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen (Definitionsbereich, Wertebereich, Form des Graphen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Einfluss der Parameter auf den Verlauf des Graphen (Streckung, Stauchung, Verschiebung), Symmetrie, ggf. Öffnungsrichtung, Scheitelpunkt, Periodizität) folgender Funktionstypen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen): […] Exponentialfunktionen der Form $y = a \cdot b^x$ $(b > 0, x \in \mathbb{N})$<br><br>(3) Darstellen von Zuordnungen und Funktionen (auch quadratische, trigonometrische und Exponentialfunktionen) im Koordinatensystem (auch bei verschiedenen Einheiten und Einteilungen der Koordinatenachsen), auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen<br><br>(4) Übersetzen zwischen sprachlicher, tabellarischer und grafischer Form sowie Funktionsgleichung der bekannten Funktionen | **Berechnungen in verschiedenen Sachkontexten** (1)<br>• Wdh. Prozentrechnung, insbesondere Prozentsatz als Operator (Wachstumsfaktor)<br>• Ermitteln des Wachstumsfaktors (z. B. $q = 1{,}05$) aus der Wachstumsrate (z. B. $p = 5\ \%$ Zuwachs) und umgekehrt<br>• Ermitteln der Wachstumsrate aus zwei Wertepaaren<br>• Aufstellen von Wertetabellen für verschiedene Wachstumsprozesse unter Nutzung des Wachstumsfaktors<br>• Ermitteln von Anfangsbeständen<br><br>**Darstellen von Wachstums- und Zerfallsprozessen** (2), (3), (4) und (6)<br>• Darstellen der Graphen für exponentielles Wachstum bzw. exponentielle Abnahme<br>• Finden von Zeitpunkten (z.B. Verdopplungszeit oder Halbwertszeit), auch durch Probieren<br>• Ablesen von Zeitpunkten und Beständen aus den Graphen, insbesondere in Sachkontexten<br>• Beschreiben von Wachstumsprozessen mit Gleichungen der Form $y = y_0 \cdot q^x$, $(q = 1 + \frac{p}{100})$; (Schreibweise verdeutlicht Nähe zu Prozentrechnung)<br>• Beschreiben von Zerfallsprozessen mit Gleichungen der Form $y = y_0 \cdot q^x$ , $(q = 1 - \frac{p}{100})$<br>• Beschreiben der typischen Eigenschaften dieser Graphen<br>• Vergleichen des Verlaufes der Graphen von Exponentialfunktionen der Form $y = y_0 \cdot q^x$ , $(q = 1 \pm \frac{p}{100})$ mit $q > 1$ und $0 < q < 1$<br>• Zuordnen von Funktionsgraphen, Wertetabellen und Funktionsgleichungen, auch mithilfe von Tabellenkalkulation bzw. Funktionenplotter<br>• Grenzen des Modells „exponentielles Wachstum“ |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| (5) Gegenüberstellen der entsprechenden Eigenschaften der bekannten Funktionstypen (lineare, quadratische und trigonometrische Funktionen und ggf. Exponentialfunktion) und Systematisierung der Funktionstypen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br><br>(6) Nutzen der Eigenschaften der bekannten Funktionen zum Modellieren von Problemstellungen (z. B. bei Bauwerken und Wurfparabeln, bei Wachstums- und Zerfallsprozessen bzw. bei periodischen Vorgängen wie Schwingungen) auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen | **Vergleich von bekannten Funktionstypen (5)**<br>• Unterscheiden zwischen linearer Zu- bzw. Abnahme (Addition bzw. Subtraktion einer konstanten Zahl) und exponentieller Zu- bzw. Abnahme (Multiplikationen mit einem konstanten Faktor), auch mithilfe eines Funktionenplotters<br>• Vergleichen des Verlaufs von Graphen von Exponentialfunktionen mit anderen Funktionsarten (insbesondere Parabel) bzgl. ihres Steigungsverhaltens, auch mithilfe eines Funktionenplotters, (u. a. Betrachten von Achsenschnittpunkten)<br><br>➲ Schulentwicklung NRW: https://www.schulentwicklung.nrw.de/materialdatenbank/material/download/7886<br><br>Mögliche Sachkontexte:<br>– Wachstum von Spareinlagen<br>– Bakterien- und Virenvermehrung<br>– Wertentwicklung von Fahrzeugen<br>– radioaktiver Zerfall (z. B. Altersbestimmungen mit der C-14-Methode),<br>– Lichtverhältnisse in Gewässern mit zunehmender Tiefe<br>– Bevölkerungsentwicklung<br><br>Begriffe: lineares Wachstum / lineare Abnahme, exponentielles Wachstum / exponentielle Abnahme, Wachstumsrate, Wachstumsfaktor, (Monotonie:) der Graph steigt / fällt (schneller / langsamer), Ausgangswert, Halbwertszeit, Verdopplungszeit |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 10 (Gymnasium), Mathematik: Exponentielles Wachstum und Exponentialfunktionen

**Hinweis**: An Gesamtschulen sollte diese Thematik in Jahrgangsstufe 11 bearbeitet werden.

| **Zeitumfang: ca. 15 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe E**<br>*Leitidee: Zahlen und Operationen (Auswahl hier relevanter Einträge)*<br><br>(1) Nutzen von Prozentsätzen als Operatoren<br><br>**Niveaustufe G**<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen (weitere Punkte aus G sind in den in H aufgeführten Inhalten enthalten)*<br><br>(2) Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen (Definitionsbereich, Wertebereich, Form des Graphen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Einfluss der Parameter auf den Verlauf des Graphen (Streckung, Stauchung, Verschiebung), Symmetrie, ggf. Öffnungsrichtung, Scheitelpunkt, Periodizität) folgender Funktionstypen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen): […]<br>Exponentialfunktionen der Form $y = a \cdot b^x$<br>$(b > 0, x \in \mathbb{N})$<br><br>(3) Darstellen von Zuordnungen und Funktionen (auch quadratische, trigonometrische und Exponentialfunktionen) im Koordinatensystem (auch bei verschiedenen Einheiten und Einteilungen der Koordinatenachsen), auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen<br><br>(4) Übersetzen zwischen sprachlicher, tabellarischer und grafischer Form sowie Funktionsgleichung der bekannten Funktionen | Das Themengebiet kann, z.B. unter der Überschrift „Funktionen mit Potenzen“, mit dem Thema Potenz- und Wurzelfunktionen zusammengefasst werden.<br><br>**Wiederholung und Vertiefung** (1)<br>• Prozentrechnung, insbesondere Prozentsatz als Operator (Wachstumsfaktor)<br>• Termumformungen mit Potenzen, insbesondere Logarithmen<br><br>**Exponentielles Wachstum und exponentieller Zerfall** (2), (3), (7), (9), (10), (11)<br>• Beschreiben von Wachstumsprozessen durch mehrfache Anwendung eines Prozentoperators<br>(z. B. $a_0 \cdot 1{,}05 \cdot 1{,}05 \cdot 1{,}05$ für „in drei Zeiträumen um je 5 % zugenommen“)<br>• Ausfüllen und Nutzen von Wertetabellen, in denen exponentielle Prozesse dargestellt sind<br>• Aufstellen von Wachstumsgleichungen aus verschiedenen Vorgaben in Kontexten<br>• Aufstellen von Zerfallsgleichungen aus verschiedenen Vorgaben in Kontexten<br>• Berechnen von Zuwachsraten, Ausgangsbeständen und Zeiten in Sachkontexten<br>• Unterscheiden zwischen „Zunahme (Veränderung) auf …“ und „Zunahme (Veränderung) um …“,<br>• Graphisches Darstellen von Wachstums- und Zerfallsprozessen<br>• Unterscheiden zwischen linearem (ggf. quadratischem) und exponentiellem Wachstum<br>• Grenzen des Modells „exponentielles Wachstum“<br><br>Mögliche Sachkontexte:<br>- Wachstum von Spareinlagen<br>- Bakterienwachstum<br>- radioaktiver Zerfall, Halbwertszeit (ggf. C-14-Methode)<br>- Bevölkerungswachstum |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| **Niveaustufe H**<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br><br>(5) Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen von Funktionen, auch folgende Funktionstypen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen): […]<br>- Exponentialfunktionen der Form $y = a \cdot b^x + c$ $(b > 0)$<br><br>(6) Bestimmen und Beschreiben von Umkehrfunktionen zu linearen und Exponentialfunktionen sowie Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten<br><br>(7) Wechseln zwischen Funktionsgleichung und sprachlicher, tabellarischer sowie grafischer Form von Funktionen (auch bei Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten und Exponentialfunktionen; bei quadratischen Funktionen auch Darstellung als Produkt von Linearfaktoren), auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen<br><br>(8) Gegenüberstellen einander entsprechender Eigenschaften der bekannten Funktionsklassen (auch Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten und Exponentialfunktionen) und Systematisierung der Funktionstypen<br><br>(9) Nutzen der Eigenschaften der verschiedenen Funktionstypen (auch Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten und Exponentialfunktionen) zum Modellieren von Problemstellungen, z. B. zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsprozessen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br><br>**Niveaustufe H**<br>*Leitidee: Zahlen und Operationen*<br><br>(10) Umformen von Potenzen in Logarithmen und umgekehrt<br><br>(11) Nutzen des Taschenrechners zur Bestimmung von Logarithmen | Begriffe: lineares Wachstum / lineare Abnahme, exponentielles Wachstum / exponentielle Abnahme, Wachstumsrate, Wachstumsfaktor, (Monotonie:) Graph steigt / fällt (schneller / langsamer), Ausgangswert, Halbwertszeit, Verdopplungszeit<br><br>**Exponential- und Logarithmusfunktionen**, (2) bis (11)<br>• Beschreiben von Exponentialfunktionen der Form $y = a \cdot b^x$ für $b > 1$ und $0 < b < 1$<br>• Zeichnen von Graphen verschiedener Funktionen mit der Gleichung $y = a \cdot b^x$, auch mit Hilfe von dynamischer Geometriesoftware<br>• Untersuchen und Beschreiben von Eigenschaften der Exponentialfunktionen: Verhalten für $x \to \pm\infty$, Achsenschnittpunkte, Steigung, Auswirkung des Summanden $c$ für $y = a \cdot b^x + c$, Definitions- und Wertebereich, auch mit Hilfe von dynamischer Geometriesoftware<br>• Vergleich zwischen dem Verlauf von $y = a \cdot b^x$ für $b > 1$ und dem Verlauf der Graphen von $y = a \cdot x^n$, $n \in \mathbb{Z}$<br>• Vergleich zwischen dem Verlauf der Graphen von $y = a \cdot b^x$ für $b < 1$ und dem Verlauf der Graphen von $y = \frac{a}{x}$ (exponentielle Abnahme vs. indirekte Proportionalität)<br>• Aufstellen von Funktionsgleichungen aus zwei Punkten<br>• Zuordnen von Graphen, Wertetabellen und Funktionsgleichungen für Funktionen der Form der Form $y = a \cdot b^x$<br>• Beschreiben der Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion<br>• Untersuchen von Eigenschaften der Logarithmusfunktion, auch mit Hilfe von dynamischer Geometriesoftware<br>• Gegenüberstellen der Eigenschaften von Exponentialfunktionen und deren Umkehrfunktionen<br><br>➲ Schulentwicklung NRW: https://www.schulentwicklung.nrw.de/materialdatenbank/material/download/7886 |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

LISUM Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg

## Jahrgangsstufe 10, Mathematik: Trigonometrische Funktionen

**Hinweis**: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und die Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

| **Zeitumfang: ca. 15 - 25 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte aus dem RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien und Links** |
| **Niveaustufe G**<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br><br>(1) Beschreiben und Interpretieren funktionaler Zusammenhänge und ihrer Darstellungen in Alltagssituationen<br><br>(2) Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen (Definitionsbereich, Wertebereich, Form des Graphen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Einfluss der Parameter auf den Verlauf des Graphen (Streckung, Stauchung, Verschiebung), Symmetrie, ggf. Öffnungsrichtung, Scheitelpunkt, Periodizität) folgender Funktionstypen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen): […]<br>– trigonometrische Funktionen der Form $y = a \cdot \sin(bx)$ […]<br><br>(3) Darstellen von Zuordnungen und Funktionen (auch quadratische, trigonometrische und Exponentialfunktionen) im Koordinatensystem (auch bei verschiedenen Einheiten und Einteilungen der Koordinatenachsen), auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen<br><br>(4) Übersetzen zwischen sprachlicher, tabellarischer und grafischer Form sowie Funktionsgleichung der bekannten Funktionen | **Trigonometrie / Wiederholung (Vertiefung der Thematik „Berechnungen in Dreiecken“)**<br>• Sinus, Kosinus, Tangens im rechtwinkligen Dreieck<br>• Sinus- und Kosinussatz<br><br>**Trigonometrische Funktionen** (1) bis (8)<br>• Beschreiben von Winkeln im Bogenmaß (Einheitskreis) → Taschenrechnereinsatz<br>• graphisches Darstellen der Zuordnung $y = \sin(x)$ mit Hilfe von Wertetabellen, dabei auch Ablesen von Werten am Einheitskreis<br>• Beschreiben von Merkmalen der Funktion $y = \sin(x))$ und $y = \cos(x)$ (Hochpunkte, Tiefpunkte, Nullstellen, Monotonie, kleinste Periode, Symmetrieachsen, Wertebereich)<br>• Untersuchen und Beschreiben des Einflusses der Parameter auf den Verlauf der Graphen von Funktionen der Form $y = a \cdot \sin(bx + c) + d$ und $y = a \cdot \cos(bx)$ (für EBR / FOR $y = a \cdot \sin(bx)$), dabei Berücksichtigen unterschiedlicher Einteilungen der Koordinatenachsen, auch mit Hilfe von dynamischer Geometriesoftware<br>• Zuordnen von Sachkontexten, Funktionsgleichungen und Abbildungen von Graphen<br>• Nutzen trigonometrischer Funktionen in Sachkontexten (Modellieren)<br>• Beschreiben die Kosinusfunktion als verschobene Sinusfunktion (nur GYM)<br>• Beschreiben die Lage von Nullstellen und Extremstellen mit Parameter und Periode (formelle Schreibweise wie z. B.: $x_0 = n \cdot \pi, n \in \mathbb{Z}$ nur für GYM)<br>• Beschreiben des Einflusses des Parameters $d$ auf den Verlauf der Graphen von Funktionen der Form $y = a \cdot \sin(bx + c) + d$ (nur GYM) auch mit Hilfe von dynamischer Geometriesoftware<br>• Nutzen trigonometrischer Funktionen zur Modellierung von (annähernd) periodischen Vorgängen<br><br>Begriffe: Einheitskreis, Bogenmaß, periodisch, kleinste Periode, Hochpunkt, Tiefpunkt, Symmetrieachse, Wertebereich, ggf. Definitionsbereich, ggf. Frequenz<br><br>Mögliche Sachkontexte:<br>– periodische Vorgänge (z. B. Zeit vom Sonnenauf- bis Sonnenuntergang im Laufe eines Jahres)<br>– Darstellung von Schwingungen und Wellen |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| (5) Gegenüberstellen der entsprechenden Eigenschaften der bekannten Funktionstypen (lineare, quadratische und trigonometrische Funktionen und ggf. Exponentialfunktion) und Systematisierung der Funktionstypen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)<br><br>(6) Nutzen der Eigenschaften der bekannten Funktionen zum Modellieren von Problemstellungen (z. B. bei Bauwerken … bzw. bei periodischen Vorgängen wie Schwingungen) auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen<br><br>**Niveaustufe H**<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br><br>(7) Bestimmen und Beschreiben von Merkmalen von Funktionen, auch folgende Funktionstypen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen): […]<br>– trigonometrische Funktionen der Form $y = a \sin(b\,x + c) + d$ und $y = a \cos(b\,x)$<br>[…]<br>(8) Nutzen der Eigenschaften der verschiedenen Funktionstypen […] zum Modellieren von Problemstellungen […] (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen) | |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

## Jahrgangsstufe 10 (Gymnasium), Mathematik: Ganzrationale Funktionen

**Hinweis**: An Gesamtschulen sollte diese Thematik in Jahrgangsstufe 11 mit einem größeren Zeitumfang bearbeitet werden.

| **Zeitumfang: ca. 24 Stunden** | |
|---|---|
| **Themen und Inhalte laut RLP** | **Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links** |
| **Niveaustufe H**<br>*Leitidee: Gleichungen und Funktionen*<br><br>(1) Lösen von Gleichungen<br>– auch Umformen quadratischer Terme in vollständige Quadrate mithilfe quadratischer Ergänzung<br>– auch Lösen von Exponentialgleichungen mithilfe des Logarithmus<br>– auch Lösen von ausgewählten Gleichungen mit höheren Potenzen (z. B. durch Faktorisieren, Substituieren oder Polynomdivision) und mit Wurzeln<br><br>(2) Beschreiben des Änderungsverhaltens ausgewählter ganzrationaler Funktionen durch eine Skizze der Ableitungsfunktion und Angeben markanter Punkte (z. B. Hoch-, Tief-, Wendepunkte)<br><br>(3) Wechseln zwischen Funktionsgleichung und sprachlicher, tabellarischer sowie grafischer Form von Funktionen (auch bei Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten und Exponentialfunktionen; bei quadratischen Funktionen auch Darstellung als Produkt von Linearfaktoren), auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen | **Funktionsverläufe beschreiben** (3)<br>• Treffen von begründeten Aussagen zum allgemeinen Verlauf von Graphen ganzrationaler Funktionen: Symmetrie (zu $O(0\|0)$ oder $x = 0$), Verhalten im Unendlichen, Monotonie<br>• Berechnen von Nullstellen mit verschiedenen Algorithmen, neu: Faktorisieren, Substituieren biquadratischer Gleichungen, Polynomdivision, ggf. Intervallschachtelung<br>• Ermitteln markanter Punkte (Hoch-, Tief-, Wendepunkte, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen) aus Funktionsgraphen und Wertetabellen<br>• Deuten markanter Punkte eines Funktionsgraphen in Sachzusammenhängen<br><br>**Näherungsweise Bestimmung von Anstiegen** (1) bis (4), (6)<br>• Skizzieren von Tangenten an verschiedenen Punkten eines Graphen<br>• Treffen von Aussagen zum Verlauf von Tangenten in ausgewählten Punkten, insbesondere Extrempunkten<br>• Berechnen von Anstiegen von näherungsweise gezeichneten Tangenten und daraus näherungsweises Ermitteln des Graphen der ersten Ableitungsfunktion<br>• Berechnen von mittleren Änderungsraten (Sekantenanstiegen)<br>• Nutzen von mittleren Änderungsraten für sich sukzessive verkleinernde Intervalle zur Abschätzung der lokalen Änderungsrate (Tangentenanstieg) in einem Punkt, z. B. mithilfe von digitalen Werkzeugen<br>• Nutzen der mittleren und Deuten der lokalen Änderungsrate bei ganzrationalen Funktionen in Anwendungskontexten<br><br>**Gedankliches Operieren mit Graphen der ersten Ableitung** (1) bis (5)<br>• Betrachten von Funktionen und ihren Ableitungsfunktionen (z. B. mithilfe von Funktionsplottern) und Beschreiben von Zusammenhängen (z. B. zurückgelegte Strecke / Geschwindigkeit, Kugelvolumen / Kugeloberfläche)<br>• Beschreiben des Zusammenhangs zwischen dem Anstieg einer Funktion und dem Verlauf der Ableitungsfunktion<br>• Verallgemeinern der Zusammenhänge zwischen Eigenschaften von Funktionsgraphen und dem Verlauf der Ableitungsfunktionen<br>• Zuordnen von Abbildungen von Funktionsgraphen und Abbildungen von möglichen Ableitungsfunktionen und Begründen dieser Zuordnung |

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

| | |
|---|---|
| (4) Bestimmen von Steigungen ganzrationaler Funktionen näherungsweise zeichnerisch<br><br>(5) Zuordnen von Bildern von Funktionsgraphen und Graphen der Änderungsfunktion<br><br>(6) Nutzen der mittleren und Deuten der lokalen Änderungsrate bei ganzrationalen Funktionen in Anwendungskontexten | • Deuten und Erläutern des Verlaufs von Ableitungsfunktionen in Sachzusammenhängen<br><br>ggf.: **Grenzwert des Differenzenquotienten**<br>• Bilden des Grenzwertes $\lim\limits_{h \to 0} D(h)$ durch Umformen des Terms für ganzrationale Funktionen 2. und 3. Grades<br><br>➲ LISUM, MzDuF[1] – „Gleichungen und Funktionen“, Förderaufgaben „Idee der funktionalen Zusammenhänge“ (Sekundarstufe 1), Veränderungsvorstellung, ab Karte 13 (S. 302)<br><br>Mögliche Sachkontexte:<br>– nichtgleichförmige Bewegungsvorgänge (Weg-Zeit-Diagramm und zugehöriges Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm)<br>– Änderungsraten von Flächeninhalten (z. B. Quadrat, Kreisfläche) oder Volumina (z. B. Kugelvolumen, Zylindervolumen)<br>– Einfache Extremwertaufgaben (Funktionsgleichung aufstellen, Extremum mit Funktionsplotter aus Graphen ablesen), z. B. maximal umzäunte Fläche, minimale Menge an Verpackungsmaterial<br>– Ertragsgesetz von Turgot<br><br>Begriffe: Nullstelle, Symmetrie, (steiler / flacher) steigend / fallend: Monotonie, Grenzwert für $x \to \pm\infty$, Substitution, Linearfaktor, biquadratisch, Hoch- / Tiefpunkt, Wendepunkt, mittlere / lokale Änderungsrate, Sekante, Tangente, Differenzenquotient, Ableitungsfunktion |

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF-Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]