Jahrgangsstufe 9/10, Mathematik: Daten und Zufall

Hinweis: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

Zeitumfang: ca. 30 - 45 Stunden (kann je nach Schulform und Lerngruppe variieren)	
Themen und Inhalte aus dem RLP	**Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links**
Niveaustufe G *Leitidee: Daten und Zufall* (1) Nutzen von kombinatorischen Überlegungen zur Bestimmung der Art und Anzahl von Möglichkeiten in verschiedenen Kontexten zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten (mit und ohne Zurücklegen) (2) Ermitteln von (auch bedingten) Wahrscheinlichkeiten (auch bei mehrstufigen Zufallsexperimenten, Laplace- und Nicht-Laplace-Experimenten) unter Nutzung von Baumdiagrammen, Pfadregeln, Vierfeldertafeln, Gegenwahrscheinlichkeiten und dem Urnenmodell (3) Interpretieren von Wahrscheinlichkeitsaussagen aus dem Alltag (4) Nutzen von Visualisierungen, um bei einfachen, alltagsnahen Modellierungen bedingte Wahrscheinlichkeiten zu erkennen, mit und ohne digitale Werkzeuge	**Kurze Wiederholung und Fortführung früheren Unterrichts** (4) bis (10), (14) • Selbständiges Durchführen von Erhebungen; Darstellen und Auswerten von Daten mit digitalen Mathematikwerkzeugen; z. B. Untersuchen von Aussagen zu Trends • Interpretieren von Wahrscheinlichkeitsaussagen im Alltag • Analysieren und Interpretieren von Mittelwerten (arithmetisches Mittel, Median, Modalwert im Vergleich zueinander) und von Streumaßen (u. a. Breite der Box in Boxplots = mittlere 50% der Werte) (nur GYM) • Erkennen und Erzeugen von Manipulationen in graphischen Darstellungen • Durchführen von Simulationen mit digitalen Mathematikwerkzeugen (z. B. Tabellenkalkulation, Stochastiktools), z. B. Simulation eines Spielautomaten („Einarmiger Bandit“), gezinkte Würfel ➲ LISUM, MzDuF[1] – „Daten und Zufall“, Diagnoseaufgaben zu Daten (vor der Unterrichtsreihe Stufe D (S. 23-24), nach der Unterrichtsreihe Stufe E (S. 25-26)) ➲ LISUM, MzDuF – „Daten und Zufall“, Förderaufgaben „Idee der Daten“ (Sekundarstufe 1), Auswerten von Daten, Karten 27-35 (S. 82) und Karten 37-40 (S. 97) **Wahrscheinlichkeiten unter Nutzung kombinatorischer Abzählverfahren bestimmen (mehrstufige Experimente)** (1), (11) bis (13) • Darstellen von mehrstufigen Zufallsexperimenten in Baumdiagrammen, Berechnen von Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln (Wiederholung) • Nutzen von Gegenwahrscheinlichkeiten • Nutzen von kombinatorischen Überlegungen z. B. zur Bestimmung der Anzahl der Pfade eines Baumdiagramms, ohne dieses explizit darzustellen (insbesondere Urnenmodelle mit und ohne Zurücklegen) mit dem Ziel der Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF-Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

(5) Selbständiges Planen und Durchführen von statistischen Erhebungen und Simulationen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen, z. B. Tabellenkalkulation)

(6) Präsentieren der Ergebnisse von eigenen statistischen Erhebungen in zieladäquaten Darstellungsformen

(7) Diagramme verändern, um vorliegende Manipulationen einer Aussage zu verstehen

(8) Auswerten, Interpretieren und Beurteilen der Ergebnisse statistischer Erhebungen, z. B. Erkennen von Trends (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen, z. B. Tabellenkalkulation)

(9) Erkennen von typischen Fehlern und Manipulationen bei grafischen Darstellungen

(10) Argumentieren aus wechselnden Sichtweisen zu verschiedenen Darstellungen

Niveaustufe H
Leitidee: Daten und Zufall
(11) Bestimmen von Anzahlen mithilfe von Fakultäten und Binomialkoeffizienten

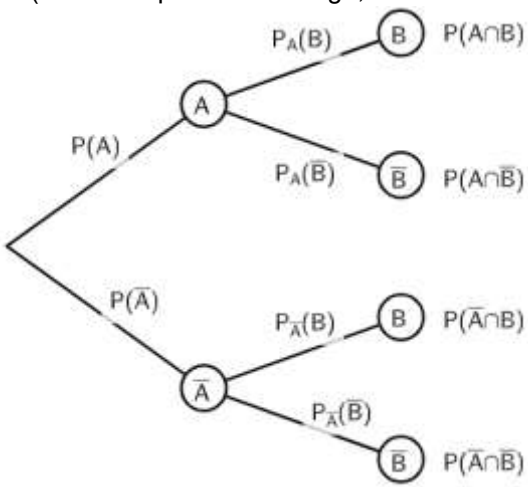
(12) Nutzen von relativen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Begründen mithilfe des Gesetzes der großen Zahlen (auch auf Basis von Simulationen mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen)

(13) Nutzen von Wahrscheinlichkeiten zum Vorhersagen von relativen und absoluten Häufigkeiten

- Nutzen von kombinatorischen Überlegungen zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten unter Nutzung von Fakultäten und Binomialkoeffizienten (nur GYM)
- Nutzen von relativen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten, auch mit digitalen Werkzeugen (für GYM siehe Abschnitt „Konfidenz- und Prognoseintervalle“)

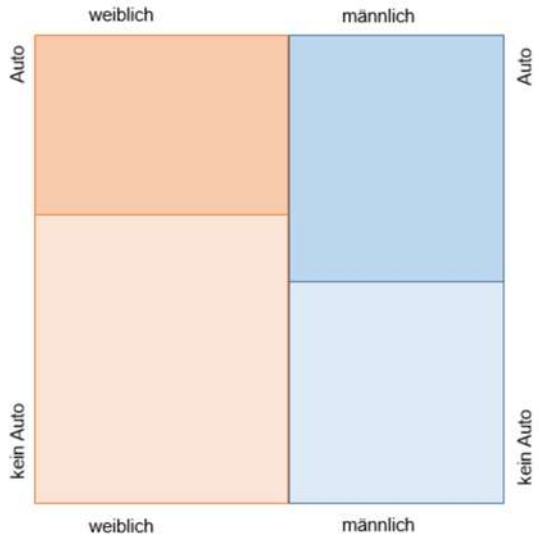
Bedingte Wahrscheinlichkeiten (2), (4)

- Nutzen von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln insbesondere bzw. auch mit absoluten Häufigkeiten, nicht nur mit relativen Häufigkeiten oder Wahrscheinlichkeiten, auch mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge
- Übertragen von Daten aus Baumdiagrammen in Vierfeldertafeln und umgekehrt, für zweistufige Zufallsexperimente bzw. für zwei Ereignisse
- Nutzen von Vierfeldertafeln mit absoluten Häufigkeiten zur Bestimmung von bedingten Wahrscheinlichkeiten
- Nutzen von bedingten Wahrscheinlichkeiten zum Aufstellen und Ergänzen von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen
- Auffassen der Wahrscheinlichkeiten an den Ästen der zweiten (und weiteren Stufen) eines Baumdiagramms als bedingte Wahrscheinlichkeiten, dabei Verwenden von mit Schreibweisen für Mengen ($\bar{A}$ für Komplementärmenge, $A \cap B$ für Schnittmenge, ggf. $A \cup B$ für Vereinigungsmenge)



- Herleiten der Definition für bedingte Wahrscheinlichkeiten aus der bekannten ersten Pfadregel: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P_A(B)$, also $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ (nur GYM)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

(14) Analysieren, Interpretieren von Mittelwerten (arithmetisches Mittel, Median, Modalwerte) und Streumaßen (z. B. Spannweite und Breite der Box bei Boxplots)	• Nutzen von Visualisierungen für bedingte Wahrscheinlichkeiten (z. B. Einheitsquadrat / Anteilsbild, auch dynamisch realisierbar), um Anteile oder Wahrscheinlichkeiten zu vergleichen Anteilsbild (Beispiel): • (bedingte) Wahrscheinlichkeiten entsprechen Verhältnissen von Flächeninhalten bestimmter Teilflächen, z. B. $P_{weiblich}(Auto) = \frac{Fläche(oben\ links)}{Fläche(links)}$ • z. B. auch Vergleich: Der Anteil derjenigen, die ein Auto besitzen, ist unter den Frauen kleiner als unter den Männern, also $P_{weiblich}(Auto) < P_{männlich}(Auto)$  Mögliche Sachkontexte / Zufallsexperimente: – Gezinkte Würfel – Spielautomaten („Einarmiger Bandit“) – Dunkelfeldforschung Begriffe: Baumdiagramm, (Umkehrbaum,) (Doppelbaum,) bedingte Wahrscheinlichkeit, Vierfeldertafel ➲ Baumdiagramm-Generator in GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/qxwzqtfa ➲ SiMa-Material (https://sima.dzlm.de): https://sima.dzlm.de/sites/simams/files/uploads/sima9-bedwahrscheinlichkeit_didkommentar_201215.pdf; https://sima.dzlm.de/sites/simams/files/uploads/sima9-bedwahrscheinlichkeit_baustein_a_2021215-1.pdf

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

	Konfidenz- und Prognoseintervalle (12), (13) (nur GYM)
	• Nutzen von relativen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Begründen mithilfe des Gesetzes der großen Zahlen (auch auf Basis von Simulationen) – Konfidenzintervalle, z. B. auf Basis des $\frac{1}{\sqrt{n}}$-Gesetzes: Bei n (stochastisch unabhängigen) Wiederholungen eines Zufallsexperimentes mit k Erfolgen liegt die Wahrscheinlichkeit eines Erfolges in 95 % der Fälle im Intervall $\left[\frac{k}{n} - \frac{1}{\sqrt{n}}; \frac{k}{n} + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$.
	• Nutzen von Wahrscheinlichkeiten zum Vorhersagen von relativen und absoluten Häufigkeiten – Prognoseintervalle, z. B. auf Basis des 1/Wurzel(n)-Gesetzes bzw. des $\sqrt{n}$-Gesetzes: Beträgt die Wahrscheinlichkeit eines Erfolges bei einem Zufallsexperiment p, so liegt die relative Häufigkeit der Erfolge nach n (stochastisch unabhängigen) Wiederholungen des Zufallsexperimentes in 95 % der Fälle im Intervall $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}};\ p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$, die absolute Häufigkeit liegt in 95 % der Fälle im Intervall $[pn - \sqrt{n}; pn + \sqrt{n}]$.
	• Faustregeln:
	  ○ Um die Länge des Intervalls zu halbieren, benötigt man die vierfache Anzahl von Wiederholungen.
	  ○ Für eine Genauigkeit von $0{,}01$ benötigt man 10.000 Wiederholungen ($\frac{1}{\sqrt{10.000}} = 0{,}01$).

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]