Jahrgangsstufe 9, Mathematik: Terme und Gleichungen mit Potenzen bzw. Wurzeln

Hinweis: Die Differenzierung zwischen EBR-, FOR- und GYM-Klassen erfolgt über Tiefgründigkeit der Bearbeitung, das Eingehen auf Details und die Menge bzw. Komplexität der Aufgaben.

Zeitumfang: ca. 12 - 18 Stunden (kann je nach Lerngruppe variieren)	
Themen und Inhalte aus dem RLP	**Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links**
Niveaustufe G *Leitidee: Zahlen und Operationen* (1) Nennen von Pi und einiger Quadratwurzeln natürlicher Zahlen als Beispiele für irrationale Zahlen (2) Angeben von Näherungswerten für reelle Zahlen (3) Vergleichen und Ordnen von reellen Zahlen über Näherungswerte (4) sachgerechtes Runden reeller Zahlen (5) Untersuchen und Beschreiben der Teilmengenbeziehungen aller bisher bekannten Zahlenbereiche (6) Erweitern der bisher behandelten Zahlenbereiche auf die reellen Zahlen (7) Wechseln der Darstellungsform für Ausdrücke der Form $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (8) Erklären des Zusammenhangs zwischen Potenzieren und Radizieren (9) Prüfen und Übertragen der bekannten operativen Strategien und Verfahren auf das Rechnen mit reellen Zahlen (10) Nutzen des Zusammenhangs $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, um Potenzen mit negativen Exponenten auf bekannte Strukturen zurückzuführen	**Wiederholung bzw. Vertiefung** (8), (16) • Erklären von Termbestandteilen (Zahlen, Variablen, Rechenzeichen, Klammern), Potenz bestehend aus Basis und Exponent • Erklären der Bedeutung von Exponenten • Darstellen von Zahlen und Termen mit Potenzen (auch wissenschaftliche Schreibweise) • Darstellen von Dezimalzahlen ($\lvert x \rvert < 1$) unter Nutzung von Zehnerpotenzen mit negativem Exponenten • Nutzen von Zehnerpotenzen mit negativem Exponenten als Einheitenvorsätze • Beschreiben des Radizierens als eine Umkehrung des Potenzierens • situationsangemessenes Darstellen von Zahlen als Brüche, Dezimal- und Prozentzahlen und in Zehnerpotenzschreibweise **Wurzeln und Terme mit Potenzen**, (7), (9) bis (14), (16), (18), (20), (21), (23), (24) • Umformen von Potenztermen mit negativen Exponenten in Brüche und umgekehrt • Umformen von Termen mit Potenzen mit Hilfe der Potenzgesetze • Berechnen von Wurzeln mit und ohne Taschenrechner, auch Überschlagsrechnung • Umformen von Wurzeltermen in Potenzen mit rationalem Exponenten und umgekehrt (nur GYM) • Beschreiben der Wurzelgesetze mithilfe der Potenzgesetze (nur GYM) • Umformen von Termen mit Wurzeln mithilfe der Potenz- bzw. Wurzelgesetze (nur GYM) • Umformung von Termen auch unter Nutzung von Rechengesetzen zum vorteilhaften Rechnen (nur GYM) **Reelle Zahlen,** (1) bis (6), (12), (15) und (17) • Einordnen von Zahlen in bisher bekannte Zahlenbereiche (Wiederholung) • Beschreiben der Teilmengenbeziehungen zwischen den Zahlenbereichen unter Nutzung des VENN-Diagramms • Beschreiben der Irrationalität von $\sqrt{2}$ • Nennen von Beispielen für irrationale Zahlen (u. a. π) • sachgerechtes Runden und Angeben von Näherungswerten reeller Zahlen • Vergleichen reeller Zahlen

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

(11) Nutzen, Darstellen und Beschreiben der Potenzgesetze für Potenzen mit ganzzahligen Exponenten (12) Ausführen von Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf unter Nutzung von Rechengesetzen zum vorteilhaften Rechnen (auch im Bereich der reellen Zahlen) *Leitidee: Größen und* Messen (13) Erweiterung der Nutzung der Zehnerpotenzen zur Beschreibung von Einheitenvorsätzen von Nano bis Tera im Anwendungsbezug *Leitidee: Gleichungen und Funktionen* (14) Umformen von Termen (auch Potenzen mit ganzzahligem Exponenten und auch unter Nutzung der binomischen Formeln) **Niveaustufe H** *Leitidee: Zahlen und Operationen* (15) angemessenes Verwenden ganzer, rationaler und reeller Zahlen zur Darstellung mathematischer Situationen (16) situationsangemessenes Darstellen von Zahlen als Brüche, Dezimal- und Prozentzahlen und in Zehnerpotenzschreibweise (17) Beschreiben und Reflektieren eines Verfahrens zur Einschachtelung von Quadratwurzeln oder Pi (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen) (18) Wechseln der Darstellungsform für Ausdrücke der Form $\sqrt[d]{a^c} = a^{\frac{c}{d}}$ (19) Umformen von Potenzen in Logarithmen und umgekehrt	• Ausführen von Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf unter Nutzung von Rechengesetzen zum vorteilhaften Rechnen im Bereich der reellen Zahlen • (nur GYM) Beschreiben und Reflektieren eines Verfahrens zur Einschachtelung von Quadratwurzeln (oder π), z. B. Intervallhalbierungsverfahren, HERON-Verfahren (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen, z. B. Tabellenkalkulation) **Logarithmen und Lösen von Gleichungen mit Potenzen bzw. Wurzeln (nur GYM),** (19), (22) bis (25) • ggf. Lösen von linearen Gleichungen mit Beträgen (Fallunterscheidung) • Lösen von Gleichungen mit geradem Exponenten (Fallunterscheidung, $\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert$) • Lösen von einfachen Gleichungen mit Potenzen und Wurzeln (z. B. $2x^3 + 5 = 26$ oder $2 \cdot \sqrt[3]{x-3} + 1 = 7$) • Notieren der Lösungsmenge • Nutzen der Umformung $\sqrt[d]{a^c} = a^{\frac{c}{d}}$, um Wurzeln in Potenzen umzuwandeln • Nutzen von Logarithmen, um Gleichungen mit Potenzen zu lösen, auch in Sachkontexten • Umformen von Termen bzw. Gleichungen in Logarithmen und umgekehrt • Berechnen von Logarithmen mit dem Taschenrechner ➲ LISUM, MzDuF[1] – „Zahlen und Operationen“, Diagnoseaufgaben zu Zahlvorstellungen (vor der Unterrichtsreihe Stufe F (S. 28-29), nach der Unterrichtsreihe Stufe G (S. 30-31)) ➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen“, Diagnoseaufgaben zu Operationsvorstellungen (vor der Unterrichtsreihe Stufe F (S. 38-41), nach der Unterrichtsreihe Stufe G (S. 42-44)) ➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen, Förderaufgaben „Idee der Zahl“ (Sekundarstufe 1), Karten 17-42 (S. 654) ➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen, Förderaufgaben „Idee der Operation/Potenzieren“ (Sekundarstufe 1), Karten 1-5 (S. 679) ➲ LISUM, MzDuF – „Zahlen und Operationen, Förderaufgaben „Idee der Operation/Radizieren“ (Sekundarstufe 1), Karten 1-6 (S. 684) ➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen, Förderaufgaben „Idee der Terme“ (Sekundarstufe 1), Karte 34 (S. 140) ➲ LISUM, MzDuF – „Gleichungen und Funktionen, Förderaufgaben „Idee der Terme“ (Sekundarstufe 1), Karten 67-71 (S. 157) ➲ SERLO-Klasse 9 (Themenbereiche)

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF-Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

(20) Zusammenfassen von Termen mit Wurzeln unter Nutzung der Potenzgesetze (21) Begründen der Wurzelgesetze mithilfe der Potenzgesetze (22) Nutzen des Taschenrechners zur Bestimmung von Logarithmen *Leitidee: Gleichungen und Funktionen* (23) Darstellen von außer- und innermathematischen Sachverhalten (auch für potenzielle und exponentielle Zusammenhänge) durch Terme und Gleichungen unter Verwendung von Prozentdarstellungen, Potenzen, Wurzeln, Logarithmen (auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen) (24) äquivalentes Umformen von Termen (auch Potenzen mit rationalen Exponenten) (25) Lösen von Gleichungen – auch Lösen von Exponentialgleichungen mithilfe des Logarithmus – auch Lösen von ausgewählten Gleichungen mit höheren Potenzen (z. B. durch Faktorisieren, Substituieren oder Polynomdivision) und mit Wurzeln	Mögliche Sachkontexte: - physikalische Einheiten - Entfernungen im Weltall, Maße von Zellen, Molekülen, Atomen - geometrische Kontexte (z. B. aus Volumen und Flächeninhalt auf Seitenlängen schließen) - sukzessives Verdoppeln, z. B. Papierfalten („Falten bis zum Mond“) Hinweis: Das Themengebiet bereitet den Umgang mit „Potenzfunktionen“, „Exponentialfunktionen“ und „ganzrationalen Funktionen“ vor. Die hier erworbenen Kenntnisse und Fähigkeiten sind grundlegend für Mathematikkurse in der Sekundarstufe II. (z. B. Übertragung von Ableitungsregeln für Potenzfunktionen auf Wurzelfunktionen oder Kontextaufgaben zu exponentiellem Wachstum) Begriffe: Exponent, Basis, Wurzel, Radizieren, Logarithmus von b zur Basis a ($\log_a b$), Fallunterscheidung, Lösungsmenge, Teilmenge, VENN-Diagramm

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]