Jahrgangsstufe 10 (Gymnasium), Mathematik: Ganzrationale Funktionen

Hinweis: An Gesamtschulen sollte diese Thematik in Jahrgangsstufe 11 mit einem größeren Zeitumfang bearbeitet werden.

Zeitumfang: ca. 24 Stunden	
Themen und Inhalte laut RLP	**Konkretisierung der Themen und Inhalte und Hinweise für den Unterricht mit Materialien/Links**
Niveaustufe H *Leitidee: Gleichungen und Funktionen* (1) Lösen von Gleichungen – auch Umformen quadratischer Terme in vollständige Quadrate mithilfe quadratischer Ergänzung – auch Lösen von Exponentialgleichungen mithilfe des Logarithmus – auch Lösen von ausgewählten Gleichungen mit höheren Potenzen (z. B. durch Faktorisieren, Substituieren oder Polynomdivision) und mit Wurzeln (2) Beschreiben des Änderungsverhaltens ausgewählter ganzrationaler Funktionen durch eine Skizze der Ableitungsfunktion und Angeben markanter Punkte (z. B. Hoch-, Tief-, Wendepunkte) (3) Wechseln zwischen Funktionsgleichung und sprachlicher, tabellarischer sowie grafischer Form von Funktionen (auch bei Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten und Exponentialfunktionen; bei quadratischen Funktionen auch Darstellung als Produkt von Linearfaktoren), auch mithilfe von digitalen Mathematikwerkzeugen	**Funktionsverläufe beschreiben** (3) • Treffen von begründeten Aussagen zum allgemeinen Verlauf von Graphen ganzrationaler Funktionen: Symmetrie (zu $O(0\|0)$ oder $x = 0$), Verhalten im Unendlichen, Monotonie • Berechnen von Nullstellen mit verschiedenen Algorithmen, neu: Faktorisieren, Substituieren biquadratischer Gleichungen, Polynomdivision, ggf. Intervallschachtelung • Ermitteln markanter Punkte (Hoch-, Tief-, Wendepunkte, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen) aus Funktionsgraphen und Wertetabellen • Deuten markanter Punkte eines Funktionsgraphen in Sachzusammenhängen **Näherungsweise Bestimmung von Anstiegen** (1) bis (4), (6) • Skizzieren von Tangenten an verschiedenen Punkten eines Graphen • Treffen von Aussagen zum Verlauf von Tangenten in ausgewählten Punkten, insbesondere Extrempunkten • Berechnen von Anstiegen von näherungsweise gezeichneten Tangenten und daraus näherungsweises Ermitteln des Graphen der ersten Ableitungsfunktion • Berechnen von mittleren Änderungsraten (Sekantenanstiegen) • Nutzen von mittleren Änderungsraten für sich sukzessive verkleinernde Intervalle zur Abschätzung der lokalen Änderungsrate (Tangentenanstieg) in einem Punkt, z. B. mithilfe von digitalen Werkzeugen • Nutzen der mittleren und Deuten der lokalen Änderungsrate bei ganzrationalen Funktionen in Anwendungskontexten **Gedankliches Operieren mit Graphen der ersten Ableitung** (1) bis (5) • Betrachten von Funktionen und ihren Ableitungsfunktionen (z. B. mithilfe von Funktionsplottern) und Beschreiben von Zusammenhängen (z. B. zurückgelegte Strecke / Geschwindigkeit, Kugelvolumen / Kugeloberfläche) • Beschreiben des Zusammenhangs zwischen dem Anstieg einer Funktion und dem Verlauf der Ableitungsfunktion • Verallgemeinern der Zusammenhänge zwischen Eigenschaften von Funktionsgraphen und dem Verlauf der Ableitungsfunktionen • Zuordnen von Abbildungen von Funktionsgraphen und Abbildungen von möglichen Ableitungsfunktionen und Begründen dieser Zuordnung

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]

(4) Bestimmen von Steigungen ganzrationaler Funktionen näherungsweise zeichnerisch (5) Zuordnen von Bildern von Funktionsgraphen und Graphen der Änderungsfunktion (6) Nutzen der mittleren und Deuten der lokalen Änderungsrate bei ganzrationalen Funktionen in Anwendungskontexten	• Deuten und Erläutern des Verlaufs von Ableitungsfunktionen in Sachzusammenhängen ggf.: **Grenzwert des Differenzenquotienten** • Bilden des Grenzwertes $\lim_{h \to 0} D(h)$ durch Umformen des Terms für ganzrationale Funktionen 2. und 3. Grades ➲ LISUM, MzDuF[1] – „Gleichungen und Funktionen“, Förderaufgaben „Idee der funktionalen Zusammenhänge“ (Sekundarstufe 1), Veränderungsvorstellung, ab Karte 13 (S. 302) Mögliche Sachkontexte: – nichtgleichförmige Bewegungsvorgänge (Weg-Zeit-Diagramm und zugehöriges Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm) – Änderungsraten von Flächeninhalten (z. B. Quadrat, Kreisfläche) oder Volumina (z. B. Kugelvolumen, Zylindervolumen) – Einfache Extremwertaufgaben (Funktionsgleichung aufstellen, Extremum mit Funktionsplotter aus Graphen ablesen), z. B. maximal umzäunte Fläche, minimale Menge an Verpackungsmaterial – Ertragsgesetz von Turgot Begriffe: Nullstelle, Symmetrie, (steiler / flacher) steigend / fallend: Monotonie, Grenzwert für $x \to \pm\infty$, Substitution, Linearfaktor, biquadratisch, Hoch- / Tiefpunkt, Wendepunkt, mittlere / lokale Änderungsrate, Sekante, Tangente, Differenzenquotient, Ableitungsfunktion

[1] Material zur Diagnose und Förderung im Mathematikunterricht (Hinweis: Die Seitenangaben beziehen sich auf die PDF-Gesamtdateien.)

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0 [https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode.de]