Dunkelfeldforschung

Zu: „Daten und Zufall“, Jahrgangsstufe 9/10

Kommentar:

Nicht alle Straftaten werden entdeckt oder angezeigt. Daher gibt die offizielle Kriminalstatistik nicht unbedingt wieder, wie oft gewissen Straftaten begangen werden. Das wird durch die Dunkelfeldforschung aufgefangen.

Siehe auch:
https://www.bka.de/DE/UnsereAufgaben/Forschung/ForschungsprojekteUndErgebnisse/Dunkelfeldforschung/dunkelfeldforschung_node.html

Die Aufgaben vertiefen die Thematik bedingte Wahrscheinlichkeit. Die Lösung erfolgt entweder über Baumdiagramme oder Vierfeldertafel.
Die Aufgaben haben ein erhöhtes Anforderungsniveau.

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0

Dunkelfeldforschung

Nicht alle Straftaten werden entdeckt oder angezeigt. Daher gibt die offizielle Kriminalstatistik nicht unbedingt wieder, wie oft gewissen Straftaten begangen werden. Das wird durch die Dunkelfeldforschung aufgefangen.

Um beispielsweise herauszufinden, welcher Anteil von Personen schon mal einen Ladendiebstahl begangen hat, geht man wie folgt vor:

Jeder zu befragenden Person wird ein Stapel mit zehn Karten vorgelegt. Auf vier Karten steht die Frage „Haben Sie schon einmal einen Ladendiebstahl begangen?“ Auf den übrigen sechs Karten steht „Ist es richtig, dass Sie noch nie einen Ladendiebstahl begangen haben?“. Die Person zieht zufällig eine Karte aus dem Stapel und soll sie ehrlich mit „Ja“ oder „Nein“ beantworten. Dann legt die Person die Karte wieder in den Stapel zurück, ohne dass der Fragende weiß, welche der zwei Fragen beantwortet wurde.

Aufgabe 1 (Vorbereitung auf Aufgabe 2)

Angenommen, $p = 20\%$ ($p = 30\%$, $p = 40\%$) der befragten Personen hätten schon einmal einen Ladendiebstahl begangen.

Berechne, welcher Anteil q der Antwort „Ja“ auf lange Sicht im Durchschnitt auftreten wird.

Aufgabe 2

Nachdem tagelang sehr viele Personen befragt wurden, hat man als Ergebnis, dass in $q = 57\%$ der Fälle die Antwort „Ja“ gegeben wurde.

Ermittle den Anteil p der Ladendiebe unter den befragten Personen.

Weitere Überlegungen

Entscheide, ob das Verfahren mit allen möglichen Aufteilungen der beiden Fragen auf die zehn Karten funktionieren würde. Begründe deine Entscheidung.

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0

Lösung

zu Aufgabe 1

Ladendiebe beantworten die erste Frage mit „Ja“ und die zweite mit „Nein“, geben also in 40 % der Fälle die Antwort „Ja“ und in 60 % der Fälle die Antwort „Nein“. Bei Personen, die keine Ladendiebe sind, ist das genau umgekehrt.

Bei 20 % Ladendieben würden auf lange Sicht im Durchschnitt 40 % von ihnen die erste Frage erhalten und mit „Ja“ antworten. Die 80 % der Personen, die keine Ladendiebstähle begangen haben, würden auf lange Sicht im Durchschnitt in 60 % der Fälle die zweite Frage bekommen und diese mit „Ja“ beantworten.

Daher gilt für den Anteil q der Antwort „Ja“ der Zusammenhang

$q = 0{,}4p + 0{,}6(1 - p) = 0{,}6 - 0{,}2p$

p	q
$0{,}2$	$0{,}56$
$0{,}3$	$0{,}54$
$0{,}4$	$0{,}52$

Damit könnte auch Aufgabe 2 gelöst werden, wenn man $q = 0{,}57$ in die obige Gleichung einsetzt und nach p auflöst:
$0{,}57 = 0{,}6 - 0{,}2p$, also $p = 0{,}15$

Weitere Überlegung

Das Verfahren funktioniert auch bei anderen Aufteilungen der Fragen auf die zehn Karten, außer bei einer 50-50-Aufteilung, die zu $q = 0{,}5p + 0{,}5(1 - p) = 0{,}5$ führt. Sogar die Aufteilung, dass alle Karten dieselbe Frage enthalten, ist möglich, allerdings wissen in diesem Fall die Fragenden, ob die befragte Person schon einmal einen Ladendiebstahl begangen hat oder nicht, was dem Charakter von Dunkelfeldforschung widerspricht.

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0

zu Aufgabe 2 (mittels Vierfeldertafel)

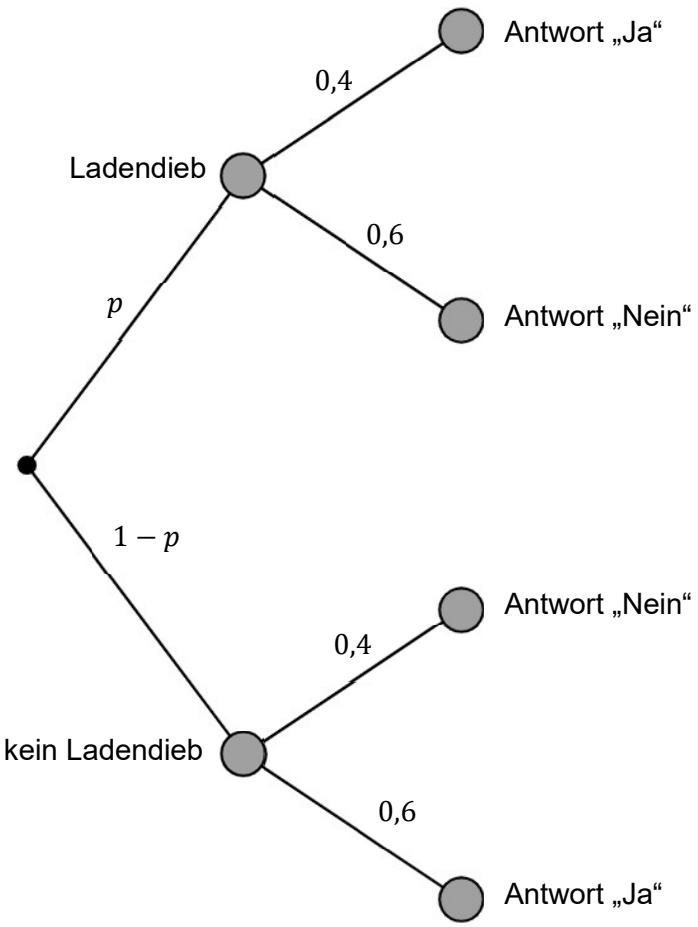
Ladendiebe beantworten die erste Frage mit „Ja“ und die zweite mit „Nein“, geben also in 40 % der Fälle die Antwort „Ja“ und in 60 % der Fälle die Antwort „Nein“. Bei Personen, die keine Ladendiebe sind, ist das genau umgekehrt.

Vierfeldertafel (Einträge sind Anteile):

	Ladendieb	kein Ladendieb	
„Ja“	$0{,}4p$	$0{,}6(1-p)$	$\mathbf{0{,}57}$
„Nein“	$0{,}6p$	$0{,}4(1-p)$	$0{,}43$
	$\boldsymbol{p}$	$1-p$	$\mathbf{1}$

- Startwerte fett gedruckt, die übrigen Einträge ergeben sich aus den Vorgaben und dem Aufbau der Vierfeldertafel
- Ansatz $0{,}4p + 0{,}6(1-p) = 0{,}57$ liefert $p = 0{,}15$, d. h. 15 % der befragten Personen haben schon einmal einen Ladendiebstahl begangen.

zu Aufgabe 2 (mittels Baumdiagramm)



Der Ansatz $0{,}4p + 0{,}6(1-p) = 0{,}57$ (Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit) liefert $p = 0{,}15$, d. h. 15 % der befragten Personen haben schon einmal einen Ladendiebstahl begangen.

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0