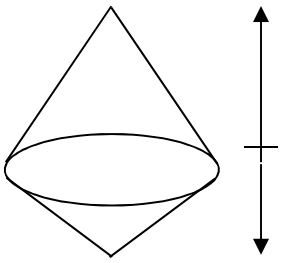
Einsatz von GeoGebra zur Visualisierung von Körpern mit dynamischen Veränderungen

Zu: „Körper“, Jahrgangsstufe 9/10

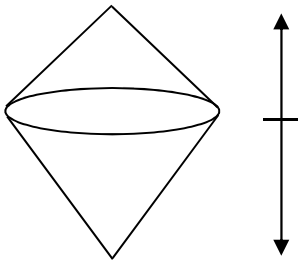
Kommentar

Eine interessante Übungsmöglichkeit zur Berechnung von Volumina und Oberflächen zusammengesetzter Körper bietet der Doppelkegel. Dabei werden verschiedene Aufteilungen von zwei Kegeln betrachtet, die insgesamt jeweils die gleiche Höhe haben (sowie den gleichen Kreisdurchmesser, z. B. $2\,m$):



$h_1 = 1{,}6\,m$

$h_2 = 0{,}4\,m$



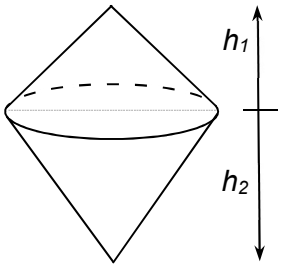
$h_1 = 0{,}8\,m$

$h_2 = 1{,}2\,m$

Voraussetzung für den Einsatz dieses Materials ist die vorherige Erarbeitung der Formeln für das Volumen von Kegeln.
Zur Vorbereitung sollten die Schülerinnen und Schüler verschiedene Doppelkegel (z. B. 5 Stück) skizzieren, die alle gleichgroße Grundflächen und die gleiche Gesamthöhe besitzen. Z. B. Doppelkegel_1: $h_1 = 1{,}6\,m$, $h_2 = 0{,}4$, Doppelkegel_2: $h_1 = 0{,}8\,m$, $h_2 = 1{,}2\,m$, usw. Diese Kegel können auch umgekehrt gezeichnet werden, d. h. $h_1 = 1{,}2\,m$ und $h_2 = 0{,}8\,m$. Als Grenzfall sollte $h_1 = 0\,m$ und $h_2 = 2\,m$ betrachtet werden.
Die Schülerinnen und Schüler werden zunächst aufgefordert, zu schätzen, welcher der skizzierten Doppelkegel das größte Volumen hat, und nach einer Begründung für ihre Vermutung zu suchen. Im Anschluss werden sie aufgefordert, die Volumina für verschiedene Beispiele zu berechnen.
An dieser Stelle kann die GeoGebra-Datei „Doppelkegel.ggb“ (zu finden unter https://www.geogebra.org/m/tax5ccm9) eingesetzt werden, mit der die Schülerinnen und Schüler die Höhen über Schieberegler verändern und so gleichzeitig eine große Menge von Beispielen betrachten können. Dort werden beide Teilvolumina sowie deren Summe berechnet.
In der gemeinsamen Plenumsphase wird herausgearbeitet, dass die Volumina gleich sein müssen. Das ergibt sich aus z. B. dem Distributivgesetz:
$V_{gesamt} = V_1 + V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h_1 + \frac{1}{3}\pi r^2 h_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 (h_1 + h_2)$.
Die nachfolgende Seite kann als Arbeitsauftrag per Monitor/Beamer genutzt werden oder als Arbeitsblatt. Eine Variante wäre, die Höhen und den Radius konkret vorzugeben.

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0

Kegelvolumen berechnen



In der Abbildung ist ein Doppelkegel dargestellt. Der obere Kegel mit der Höhe h_1 und der untere Kegel mit der Höhe h_2 haben eine gemeinsame Grundfläche A_G.
Die Grundfläche ist ein Kreis mit dem Radius r.

Du sollst solche Doppelkegel zeichnen (ordentliche Skizze genügt). Überlege dir Abmessungen. Der Radius der Grundfläche soll immer gleich bleiben, und die Gesamthöhe $h = h_1 + h_2$ soll immer gleich bleiben.

- Zeichne 4 verschiedene Doppelkegel mit gleicher Grundfläche und gleicher Gesamthöhe. Variiere h_1 und h_2 deutlich.
- Zeichne danach noch einen einfachen Kegel mit dieser Grundfläche und der Höhe $h = h_1 + h_2$.
- Schätze, welcher der 5 Körper das größte Volumen hat.
- Berechne die Volumen des Kegels und der 4 Doppelkegel.
- Vergleiche. Formuliere deine Feststellung.
- Öffne die Datei „Doppelkegel.ggb“.
  Betätige den Schieberegler und beobachte die Kegel und deren Volumen.
  Prüfe, ob deine Beobachtungen mit deiner vorherigen Feststellung übereinstimmen.
- Begründe, warum das beobachtete Ergebnis eintreten muss.

Dieses Material ist Teil der Unterrichtsmaterialien zu den Planungshilfen für einen kompetenzorientierten Unterricht.
Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0