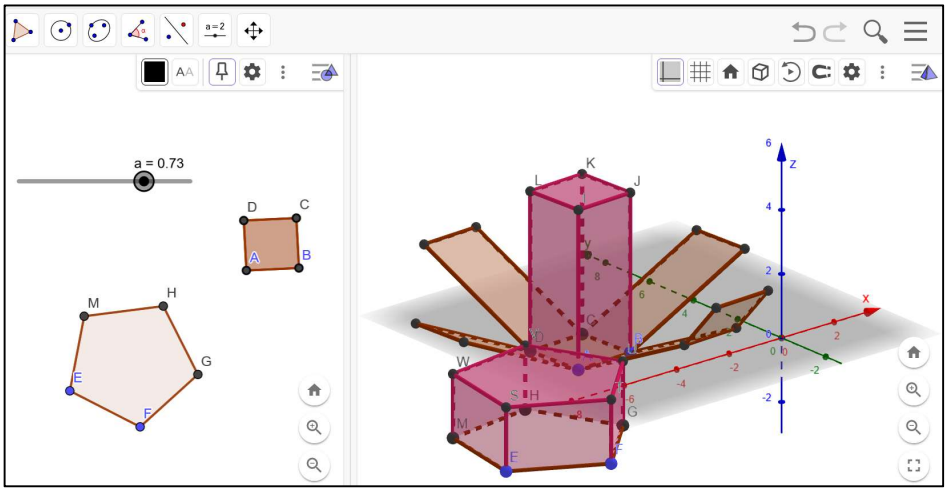
Einsatz von GeoGebra zur 3D-Darstellung von Körpern

Zu: „Körper“, Jahrgangsstufe 9/10



Erstellt mit GeoGebra, CC BY-SA

Kommentar

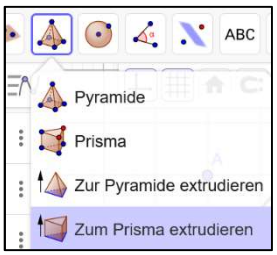
Mit Hilfe der $3D$-Ansicht von GeoGebra können die Schülerinnen und Schüler dreidimensionale Gebilde betrachten, z. B. durch Extrudieren der Grundfläche zu einem Prisma oder durch die Funktionalität, die zu einem Körper das Netz erzeugt.
Mit den nachfolgenden Aufgaben können die Schülerinnen und Schüler alle Schritte selbst vornehmen. Alternativ können auch die fertigen Dateien zur Anschauung verwendet werden.

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0

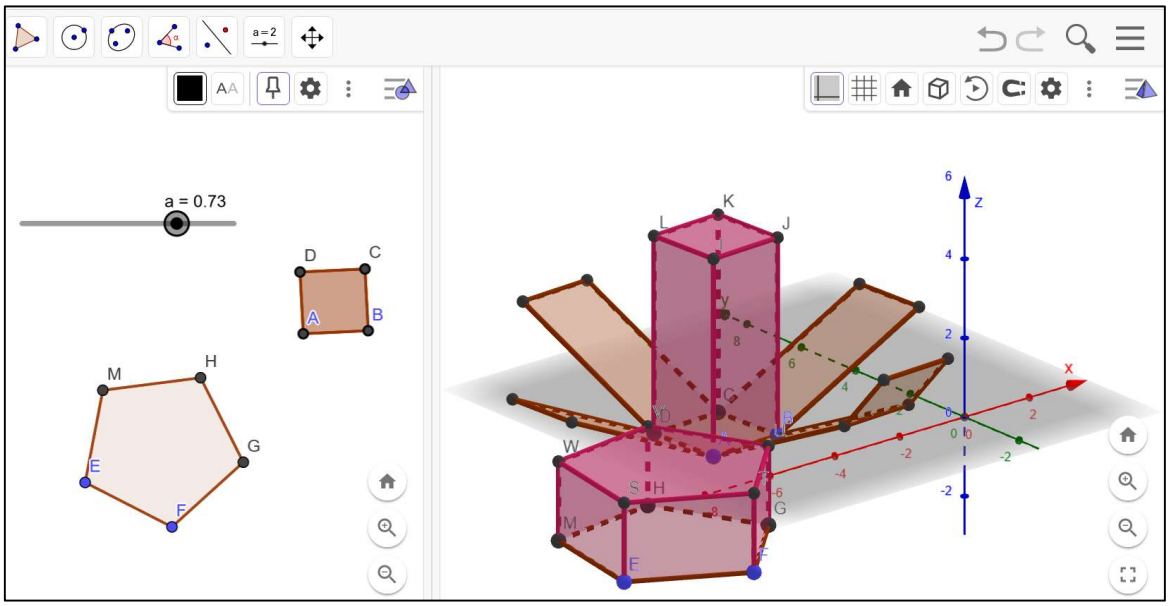
Aufgabe 1: Körper darstellen

Starte GeoGebra.

- Zeichne im Grafikfenster zwei Punkte ein.
- Wähle im Menü im Punkt „Viereck“ das „regelmäßige Viereck“ aus. Klicke die zwei Punkte an und gib die Anzahl der Ecken ein, z. B. 4 für ein Quadrat. Du kannst auch die Achsen und das Koordinatengitter ausblenden (Rechtsklick, siehe Abb. rechts):
- Öffne über das Feld die $3D$-Grafik. Die Grundfläche ist schon eingezeichnet. Die $3D$-Grafik hat ein eigenes Menü[1].



- Wähle im Menü die Funktion „zum Prisma extrudieren“ (siehe Abb. rechts). Klicke die Grundfläche an und gib eine Höhe ein.
- Wähle im selben Menü „Netz“ aus und klicke deinen Körper an. Du kannst nun den Körper drehen, indem du die blauen Eckpunkte greifst, um das Netz über den Schieberegler zu- bzw. auszuklappen.
- Wenn du die Deckfläche greifst, kannst du die Höhe des Körpers verändern.



Erstellt mit GeoGebra, CC BY-SA

Weiterführende Aufgaben

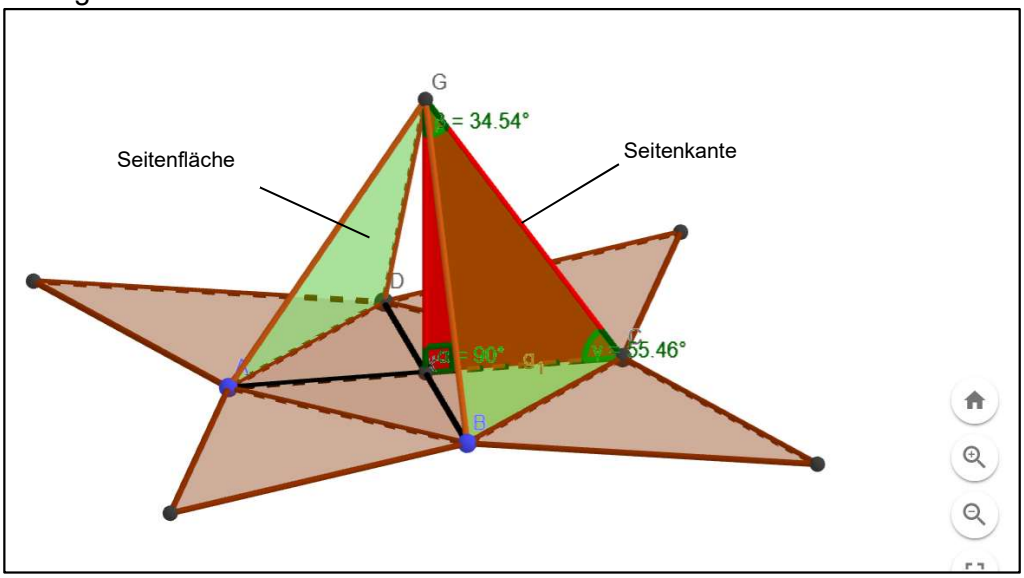
- Zeichne eine Raumdiagonale ein (verbinde dazu geeignete Eckpunkte mit Strecken).
- Zeichne einen Zylinder.

[1] Wenn du das Menü wechseln willst, musst du erst an irgendeiner Stelle in das Grafikfenster hineinklicken.

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0

Aufgabe 2: Pythagoras in Körpern

- Zeichne im Grafikfenster ein Viereck als Grundfläche.
- Verbinde die gegenüberliegenden Eckpunkte durch Strecken („Diagonalen“).
- Bestimme den Schnittpunkt, indem du den Befehl „Schnittpunkt“ verwendest.
- Errichte im $3D$-Grafikfenster nun die Pyramide.
- Zeichne die Höhe ein: Verbinde dazu die Spitze der Pyramide mit dem Schnittpunkt der Diagonalen.
- Klicke eine Seitenfläche an und ändere ihre Farbe (z. B. grün).
- Färbe auch die gegenüberliegende Seitenfläche in dieser Farbe.
- Lasse das Netz der Pyramide einzeichnen.
- Klicke die anderen Seitenflächen an und blende sie aus (Rechtsklick, den Haken bei „Objekt anzeigen“ entfernen).
- Zeichne in die Pyramide ein rechtwinkliges Dreieck ein. Dazu verwende wieder den Befehl „Vieleck“, bei dem du die drei Eckpunkte anklickst, aus denen du ein Dreieck erzeugen möchtest.



Erstellt mit GeoGebra, CC BY-SA

- Überprüfe dein Vorgehen, indem du den Befehl „Winkel“ verwendest: Klicke dazu das Dreieck an, und die Winkel werden angezeigt. Finde auf diese Weise möglichst viele rechtwinklige Dreiecke.
- Beschreibe, welche der rechtwinkligen Dreiecke, die du gefunden hast, jeweils deckungsgleich (kongruent) sind.
- Benenne die Kanten bzw. Strecken in der Figur (a für die Seiten der Grundfläche, d für die Diagonale der Grundfläche, h für die Höhe der Pyramide, s für die Seitenkante, h_a für die Höhe der Seitenfläche auf die Seite a). Notiere für die rechtwinkligen Dreiecke jeweils den Satz von Pythagoras.

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0

Lösung zu Aufgabe 2 (rechtwinklige Dreiecke in der Figur, Pythagoras):

- Die Bodenfläche lässt sich in vier kongruente rechtwinklige Dreiecke zerlegen, dabei kann jedes dieser vier Dreiecke mit einem Nachbardreieck zu einem größeren rechtwinkligen Dreieck zusammengelegt werden (das sind vier einzelne Dreiecke und vier große, jeweils kongruente „Kombinations“dreiecke).

  $\rightarrow a^2 + a^2 = d^2; \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 = a^2$

- Innenliegend lassen sich vier kongruente rechtwinklige Dreiecke finden (vgl. das rote Dreieck).

  $\rightarrow h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 = s^2$

- Die vier Seitenflächen können in je zwei kongruente rechtwinklige Dreiecke zerlegt werden.

  $\rightarrow \left(\frac{a}{2}\right)^2 + (h_a)^2 = s^2$

- Mit den Mittelsenkrechten der Seitendreiecke und der Pyramidenhöhe lassen sich weitere vier kongruente rechtwinklige Dreiecke finden.

  $\rightarrow \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2 = (h_a)^2$

- Es lassen sich insgesamt bis zu 20 rechtwinklige Dreiecke finden.

Dieses Material ist Teil der Unterrichtsmaterialien zu den Planungshilfen für einen kompetenzorientierten Unterricht.
Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0