Lokale Änderungsraten bei Flächeninhalten und Volumina

Zu: „Ganzrationale Funktionen“, Jahrgangsstufe 10

Kommentar:

Die *geometrische* Betrachtung von lokalen Änderungsraten erweitert die Betrachtungsweise über die Vorstellung „Steigung des Graphen an einer Stelle“ hinaus.

Dabei stellt man sich anschaulich vor, welche Größenveränderung auf ein geometrisches Objekt wirkt, wenn eine Größe (üblicherweise eine Länge) sich infinitesimal verändert.

Diese Beispiele sind kein Arbeitsmaterial für Schülerinnen und Schüler, sondern eine Anregung für Lehrende. Innerhalb der Thematik „Ganzrationale Funktionen“ können einzelne Beispiele mit den Schülerinnen und Schülern besprochen werden.

Dazu können auch Arbeitsaufträge erstellt werden. Dabei ist zu beachten, dass das Bilden der Ableitungsfunktion noch nicht Thema der Jahrgangsstufe 10 ist.

Beispiel 1: Kreisfläche

- Flächeninhalt eines Kreises betrachten, abhängig von r
- Radius r wird infinitesimal verändert → Was passiert mit dem Flächeninhalt des Kreises? Er verändert sich um einen infinitesimal dünnen Kreisring am äußeren Rand, der dem Umfang des Kreises entspricht.
- Flächeninhaltsformel $A = \pi \cdot r^2$, nach r abgeleitet, liefert $2 \cdot \pi \cdot r$, also den Umfang des Kreises

Beispiel 2: Kugelvolumen

- Volumen einer Kugel betrachten, abhängig von r
- Radius r wird infinitesimal verändert → Was passiert mit dem Volumen der Kugel? Es verändert sich um eine infinitesimal dünne Schicht am äußeren Rand, die der Oberfläche der Kugel entspricht.
- Volumenformel $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$, nach r abgeleitet, liefert $4 \cdot \pi \cdot r^2$, also die Oberfläche der Kugel

Beispiel 3: Zylindervolumen I

- Volumen eines Zylinders betrachten, abhängig von r und h
- Radius r wird infinitesimal verändert → Was passiert mit dem Volumen des Zylinders? Es verändert sich um eine infinitesimal dünne Schicht am äußeren Rand, die der Mantelfläche des Zylinders entspricht.
- Volumenformel $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$, nach r abgeleitet, liefert $2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$, also die Mantelfläche des Zylinders

Beispiel 4: Zylindervolumen II

- Volumen eines Zylinders betrachten, abhängig von r und h
- Höhe h wird infinitesimal verändert → Was passiert mit dem Volumen des Zylinders? Es verändert sich um eine infinitesimal dünne Schicht am oberen Rand, die der Grundfläche des Zylinders entspricht.

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0

- Volumenformel $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$, nach h abgeleitet, liefert $\pi \cdot r^2$, also die Grundfläche des Zylinders

Beispiel 5: Volumen eines Prismas

- Volumen eines Prismas betrachten, abhängig von G und h
- Höhe h wird infinitesimal verändert → Was passiert mit dem Volumen des Prismas? Es verändert sich um eine infinitesimal dünne Schicht am oberen / unteren Rand, die der Grundfläche des Prismas entspricht.
- Volumenformel $V = G \cdot h$, nach h abgeleitet, liefert G, also die Grundfläche des Prismas

Beispiel 6: Quadratfläche

- Flächeninhalt eines Quadrates betrachten, abhängig von a
- Seite a wird infinitesimal verändert → Was passiert mit dem Flächeninhalt des Quadrates? Er verändert sich um eine L-förmige Linie am Rand des Quadrates, die entlang von zwei Seiten des Quadrates liegt.
- Flächeninhaltsformel $A = a^2$, nach a abgeleitet, liefert $2 \cdot a$, also die Länge von zwei Seiten des Quadrates

Beispiel 7: Würfelvolumen

- Volumen eines Würfels betrachten, abhängig von a
- Seite a wird infinitesimal verändert → Was passiert mit dem Volumen des Würfels? Es verändert sich um drei quadratische Flächenstücke an den Außenseiten des Würfels.
- Volumenformel $V = a^3$, nach a abgeleitet, liefert $3 \cdot a^2$, also die Fläche von drei Begrenzungsflächen des Würfels

Die Inhalte sind, sofern nicht abweichend gekennzeichnet, veröffentlicht unter: LISUM 2024, CC BY-SA 4.0