

Handreichung zur Themenkiste

Inhaltsverzeichnis

1	Worum es geht	2
2	Lernumgebungen dieser Themenkiste - Bezug zum Rahmenlehrplan	7
3	Grundsätzliche didaktische und methodische Überlegungen für den Einsatz einer Lernumgebung	13
4	Umgang mit sprachlichen Hilfen.....	14
5	Materialliste	15
6	Evaluation.....	19
7	Literatur / Links	20

1 Worum es geht

Die Themenkiste „Gleichungen und Funktionen“ enthält neun Lernumgebungen. Das Kernstück jeder Lernumgebung sind die vernetzten Aufgaben, die auf dem Aufgabenblatt (LU) zusammengestellt wurden. Sie sind mathematisch fundiert und reichhaltig genug, um alle Kinder zu Entdeckungen und neuen Erkenntnissen anzuregen. Die Einstiegsaufgabe in die Lernumgebung ist so konzipiert, dass alle Kinder sie bewältigen können; gleichzeitig hält die Lernumgebung auch anspruchsvollere Anforderungen bereit. Alle Kinder befassen sich mit demselben Themenkomplex und können ihrem unterschiedlichen Lern- und Arbeitstempo entsprechend arbeiten. Auch wenn am Ende nicht alle gleich weit sind, gibt es genügend gemeinsame Sprechansätze: Durch das Präsentieren und den Austausch über individuelle Lösungswege werden die Kinder angeregt, ihr eigenes Handeln zu reflektieren, und sie lernen von- und miteinander. Die Lernumgebungen stellen keine Abfolge einer Aufgabenreihe dar, sondern jede Lernumgebung steht für sich. Sie bereichern den Unterricht zum jeweiligen Thema.

Mit dem aktuellen Rahmenlehrplan Mathematik für die Klassenstufen 1-10 wird die Leitidee „Gleichungen und Funktionen“ auch für die Primarstufe als eigenständige Leitidee formuliert. Durch diese neue Strukturierung wird der systematische Kompetenzaufbau von der Primar- bis in die Sekundarstufe besser verdeutlicht.¹ „Bereits in der Primarstufe nutzen und verstehen die Schülerinnen und Schüler strukturierte Darstellungen. Sie erkennen und beschreiben Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern und gehen dazu über, in Sachsituationen funktionale Zusammenhänge zur Beschreibung und Problemlösung zu nutzen.“²

Damit betont der Rahmenlehrplan die Bedeutung einer frühen Auseinandersetzung mit algebraischen Fragestellungen. „Mit algebraischen Mitteln ... können auch allgemeine mathematische Strukturen erkannt, beschrieben, genutzt und untersucht werden. Diese Kraft der Algebra ist der Grund für ihre Bedeutung in der Mathematik und für ihren hohen Stellenwert im Mathematikunterricht der weiterführenden Schulen. Sie gilt als wichtigster Zugangsweg zur „höheren Mathematik“; damit entscheidet die Bewältigung algebraischer Anforderungen allerdings auch in erheblichem Maße über den Gesamterfolg im Mathematikunterricht.“³

Algebraisches Denken beginnt bereits in der ersten Jahrgangstufe. Dabei stehen in der Grundschule Muster und Strukturen, die Eigenschaften und Beziehungen zwischen Rechenoperationen, Gleichungen und Terme und funktionale Beziehungen im Mittelpunkt.⁴

¹ Pfeng, Anita, Freibrodt, Ute (2016): Fachbrief Nr. 4 Mathematik - Grundschule, Berlin, S. 3

² Fritzlar, Torsten: Arithmetik & Algebra: Beziehungsreiche Mathematik von Anfang an. In: Praxis Grundschule (2015) 3, S. 6

³ Fritzlar, Torsten: Arithmetik & Algebra: Beziehungsreiche Mathematik von Anfang an. In: Praxis Grundschule (2015) 3, S. 6

⁴ Steinweg, Anna Susanne (2013): Algebra in der Grundschule, Berlin, Heidelberg: Springer, S. v, vi

Algebraische und arithmetische Perspektiven ergänzen sich wechselseitig; das Verständnis für Rechenwege und damit die Entwicklung arithmetischer Kompetenzen wird unterstützt.⁵ Nicht die Rechnung und das konkrete Ergebnis, sondern die Beziehungen zwischen Zahlen und Rechenoperationen stehen im Mittelpunkt.⁶

Wittmann und Müller heben die Bedeutung algebraischer Problemstellungen im Mathematikunterricht der Grundschule hervor. Kinder haben bereits vor Schulbeginn ein grundlegendes Verständnis für Muster und Strukturen, das es durch algebraische Fragestellungen zu fördern und weiterzuentwickeln gilt. Je besser es gelingt, allen Kindern ein Verständnis für Muster zu vermitteln, desto ökonomischer können sie denken und desto bessere Lernfortschritte werden sie erzielen.⁷

Fritzlar⁸ nennt sechs Komponenten algebraischen Denkens im Grundschulalter:

- Umgehen mit Operationen und ihren Umkehroperationen
- Herstellen von Beziehungen zwischen Zahlen und Operationen
- Verallgemeinern (z. B. bei der Betrachtung von geometrischen oder arithmetischen Mustern oder strukturierten Übungen)
- Umgehen mit Veränderungen (z. B. funktionalen Zusammenhängen und Zuordnungen)
- Umgehen mit Unbekannten
- Umgang mit Termen und Gleichungen, wobei algebraisches Denken auch ohne „Buchstabenvariablen“ möglich ist.

Die Lernumgebungen dieser Themenkiste greifen diese sechs Komponenten auf.

Algebraische Fragestellungen eignen sich in besonderem Maße zur Entwicklung prozessbezogener mathematischer Kompetenzen. So wird zum Beispiel beim Erkennen, Beschreiben und Fortsetzen von Mustern kommuniziert, dargestellt und argumentiert. Beim Anwenden proportionaler Beziehungen modellieren und argumentieren die Kinder. Außerdem werden Problemlösestrategien entwickelt und angewendet sowie Tabellen und Gleichungen zum Lösen der Aufgaben genutzt.

⁵ Fritzlar, Torsten: Arithmetik & Algebra: Beziehungsreiche Mathematik von Anfang an. In: Praxis Grundschule (2015) 3, S. 6

⁶ Steinweg, Anna Susanne: Was ist algebraisches Denken. In: Mathematik differenziert (2016) 4, S. 6/7

⁷ Wittmann, Erich Ch. Müller, Gerhard (2011): Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept. In: Walter, Gerd et al: Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Berlin: Cornelsen, S. 48/49

⁸ Fritzlar, Torsten: Arithmetik & Algebra: Beziehungsreiche Mathematik von Anfang an. In: Praxis Grundschule (2015) 3, S. 7

Während es zunächst darum geht, algebraische und funktionale Denkweisen zu entwickeln, werden die Kinder in den Lernumgebungen auch an formale Notationsformen wie Buchstabenvariablen, Tabellen, Terme und Gleichungen herangeführt. Dabei stehen die Vernetzung der Darstellungsebenen, die Entwicklung von Sprach- und Denkmustern sowie Grundvorstellungen im Vordergrund.

Beim Bearbeiten der Aufgaben dieser Lernumgebung werden vielfältige algebraische Begriffe benutzt, die für die Kinder zunächst ungewohnt sind. Das Verwenden der Fachsprache von Anfang an, erleichtert den Kindern langfristig das Lernen, da für ein und dieselbe Sache nicht ständig neue Begriffe gelernt werden müssen.⁹ Wichtige Begriffe in unseren Lernumgebungen sind Variablen, Terme, Gleichungen und Funktionen.¹⁰

Um allgemeine Aussagen zu treffen, werden abstrakte Symbole, z. B. Buchstaben, für konkrete Zahlen verwendet. Diese nennt man **Variablen** oder Platzhalter.

Terme sind Rechenausdrücke, die sowohl aus Zahlen oder Platzhaltern bestehen können. So ist die Rechenaufforderung $3 + 4$ ein Term.¹¹

Eine **Gleichung** besteht aus zwei Termen, die mit einem Gleichheitszeichen verbunden sind, z.B. $15 + 3 = 18$ oder $8y + 7 = 23$.

Funktionen stellen Beziehungen zwischen den Elementen zweier Mengen her. „Eine Funktion f ordnet jedem Element x einer Definitionsmenge D genau ein Element y einer Wertemenge W zu.“¹² „In der funktionalen Beziehung ist die Größe x unabhängig und die Größe y abhängig; deshalb wird in der Schule auch statt y von $f(x)$ gesprochen.“¹³

Der Rahmenlehrplan untergliedert die Leitidee in die Bereiche „Terme und Gleichungen“ sowie „Zuordnungen und Funktionen“. Dem Bereich „Terme und Gleichungen“ können die Lernumgebungen LU 2 „Einmaleins mit Kernaufgaben“, LU 3 „Plus-Minus-Häuser“, LU 4 „Gleich viele“, LU 5 „Zahlenzauber“, LU 10 „Rechnungen verstecken“, LU 8 „Rechentricks“ und LU 9 „Punktbilder“ zugeordnet werden. Zum Bereich „Zuordnungen und Funktionen“ gehören die LU 1 „Mias Perlenketten“, die LU 6 „Wirbellose“ und die LU 7 „Verschlüsselungen“.

In der **Lernumgebung 1 „Mias Perlenketten“** erforschen die Kinder Muster selbst hergestellter Perlenketten. Sie ergänzen Musterfolgen und erfinden eigene Muster. Dabei werden besonders die prozessbezogenen Kompetenzen Kommunizieren, Argumentieren und Darstellen gefördert.

Mit Hilfe der Kernaufgaben der Multiplikation und den Quadrataufgaben werden in der **Lernumgebung 2 „Einmaleins mit Kernaufgaben“** alle übrigen Aufgaben des kleinen Einmaleins durch Anwenden des Distributivgesetzes berechnet. Das anschauliche Arbeiten mit Rechteckfeldern ermöglicht die langfristige Entwicklung einer tragfähigen Grundvorstellung zur Multiplikation, welche es den Schülerinnen und Schülern u. a. ermöglicht, später die

⁹ Götze, Daniela (2017): Sprachförderung im Mathematikunterricht, Berlin: Cornelsen, S. 5ff

¹⁰ Zum Vertiefen eignet sich zum Beispiel die Selbstlernseite für Sekundarschüler: <http://ne.lo-net2.de/selbstlernmaterial/m/s1al/tgw/tgwindex.html> [30.4.2020, 11:30 Uhr]

¹¹ vgl. <https://www.mathe-online.at/mathint/var/i.html> [30.4.2020, 12:17 Uhr]

¹² Steinweg, Anna Susanne (2013): Algebra in der Grundschule, Berlin, Heidelberg: Springer, S. 200

¹³ Steinweg, Anna Susanne (2013): Algebra in der Grundschule, Berlin, Heidelberg: Springer, S. 201

Aufgaben des großen Einmaleins' durch Zerlegung in Kernaufgaben zu ermitteln. Diese Grundvorstellung wird in den folgenden Schuljahren bei der Flächenberechnung, der Multiplikation von Brüchen und Dezimalbrüchen und bei der Erarbeitung der binomischen Formeln genutzt.

In der **Lernumgebung 3 „Plus-Minus-Häuser“** arbeiten die Schülerinnen und Schüler mit dem strukturierten Übungsformat Zahlenhäuser. Sie erforschen den Aufbau der Zahlenhäuser und untersuchen in verschiedenen Aufgabenformaten die Zahlbeziehungen beim Addieren und Subtrahieren. Die Rechenfertigkeit und das flexible, denkende Rechnen werden gefördert. Die Kinder erkennen Strukturen, überprüfen mathematische Aussagen und argumentieren mit Beispielen und Gegenbeispielen.

Aktiv handelnd wird in der **Lernumgebung 4 „Gleich viele“** ein erstes Verständnis für Gleichungen und Variablen entwickelt. Mit Hilfe von Streichholzschachteln und Hölzern werden Gleichungen dargestellt und veranschaulicht. Die Variablen werden durch die Streichholzschachteln veranschaulicht. Zur Lösung der Gleichungen müssen die Schülerinnen und Schüler Zahlbeziehungen flexibel anwenden. Die verschiedenen Aufgabentypen innerhalb der Lernumgebung bieten den Kindern die Möglichkeit, unterschiedliche Variablenaspekte (Unbekannte, Veränderliche und Unbestimmte) kennenzulernen.

In der **Lernumgebung 5 „Zahlenzauber“** untersuchen die Kinder die Summe von drei aufeinander folgenden natürlichen Zahlen und finden eine Regel zur Berechnung der Summe. Die Lernenden begründen ihre Erkenntnis anschaulich mit Material und führen so einen einfachen Beweis. Anschließend werden die Erkenntnisse auf die Summe von vier und fünf aufeinanderfolgenden Zahlen übertragen.

Das Thema „Wirbellose Tiere“ aus dem naturwissenschaftlichen Unterricht wird in der **Lernumgebung 6 „Wirbellose“** aufgegriffen, um das Denken in funktionalen Zusammenhängen zu fördern. Die Schülerinnen und Schüler untersuchen proportionale Beziehungen und nutzen sie zur Berechnung der Anzahl der Beine unterschiedlicher wirbelloser Tiere. Es werden Tabellen angelegt, Vermutungen aufgestellt und Aussagen begründet.

In der **Lernumgebung 7 „Verschlüsselungen“** steht der Aspekt der Zuordnung im Mittelpunkt. Die Kinder benutzen eine Verschlüsselungstabelle (Wertetabelle) zur Codierung und Decodierung. Zum Auffinden des Codierungsschlüssels bestimmen sie Häufigkeiten. Das Ver- und Entschlüsseln ist ein Algorithmus, den die Lernenden schrittweise durchführen. Sie analysieren und beschreiben Algorithmen. Für die Verschlüsselung können geeignete Apps und ein Tabellenkalkulationsprogramm verwendet werden. Gleichzeitig wird mit der Sicherheit von Verschlüsselungen ein wesentlicher Aspekt des Datenschutzes thematisiert. Damit leistet die Lernumgebung einen Beitrag zur Medienbildung.

Das Entdecken und Veranschaulichen steht in der **Lernumgebung 8 „Rechentricks“** im Vordergrund. Die Schülerinnen und Schüler erforschen, verstehen und begründen den mathematischen Hintergrund der verschiedenen Rechentricks. Der Begriff Variable und die Buchstabenschreibweise werden eingeführt. Die Aufgaben dieser Lernumgebung bieten die Möglichkeit, Variablen anschaulich zu „erfahren“.

In der **Lernumgebung 9 „Punktebilder“** wird das Aufstellen von Termen zu unterschiedlichen Anordnungen von Punkten und das Aufstellen von Punktebildern zu vorgegebenen Termen geübt. Das Veranschaulichen der Terme sowie der Rechengesetze trägt zur Weiterentwicklung der Operationsvorstellungen bei und fördert die Kommunikation zwischen den Lernenden.

Das Rechnen mit Klammern wird in der **Lernumgebung 10 „Rechnungen verstecken“** von den Kindern selbst erarbeitet. Mit Hilfe von Aufgaben in Frühstücksboxen und Ergebnissen auf den Deckeln der Boxen wird schrittweise von ineinander geschachtelten Rechnungen, zu Rahmen und schließlich zum Rechnen mit Klammern übergeleitet.

Die Lernumgebungen leisten einen Beitrag zur Sprach- und Medienbildung.

Für die Lernumgebungen „Rechentricks“ und „Punktebilder“ stehen interaktive Zuordnungs- und Merkspiele zur Verfügung, die z. B. zur Festigung grundlegender Begriffe eingesetzt werden können. In einigen Lernumgebungen bietet sich außerdem der Einsatz weiterer digitaler Medien oder Programme an. Die empfohlenen Anwendungen wurden im Hinblick auf die angestrebte Kompetenz ausgewählt. Zum jetzigen Zeitpunkt sind uns keine anderen Anwendungen bekannt, die sich für den Einsatz in der Grundschule zielführend zum Thema eignen. Bitte nutzen Sie den [Rückmeldebogen](#) oder schreiben Sie uns eine [E-Mail](#), wenn Sie uns auf weitere Programme/Apps aufmerksam machen möchten.

Die digitalen Programme können bequem über den QR-Code aufgerufen werden. Dafür kann sowohl die Fotofunktion des Smartphones oder des Tablets als auch ein spezieller QR-Code-Scanner genutzt werden. QR-Code („Quick Response“-Code) bedeutet: schnelle Antwort. Es handelt sich hierbei um ein schwarz-weißes Zeichen, das als Datenspeicher für binäre Darstellung der kodierten Zeichen fungiert. Das schwierige Abtippen der Adresszeile in den Browser entfällt. Das Auslesen der Daten erfolgt automatisch und die gewünschte Information wird geöffnet. Für das Öffnen der Seite ist eine Verbindung zum Internet nötig.

Die Lernumgebungen sind für die Niveaustufen A bis D konzipiert.

2 Lernumgebungen dieser Themenkiste - Bezug zum Rahmenlehrplan

Lernumgebung/Lernangebot	Bezug zum Rahmenlehrplan	Inhalte	Niveau
<p>LU 1 Mias Perlenketten</p>	<p>Zahlen und Operationen Gleichungen und Funktionen Raum und Form</p>	<ul style="list-style-type: none"> • enaktives Erkunden von Mustern in selbst hergestellten Perlenketten • Ergänzen von Musterfolgen • Erfinden von Mustern 	A/B
<p>LU 2 Einmaleins mit Kernaufgaben</p>	<p>Zahlen und Operationen Gleichungen und Funktionen</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Verwenden der Kernaufgaben der Multiplikation (1er-, 2er-, 5er- und 10er Reihe) und der Quadrataufgaben, um alle übrigen Aufgaben des kleinen Einmaleins' zu ermitteln: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ • unbekannte Rechtecke mit bekannten Rechtecken auslegen • Veranschaulichen der Multiplikation am Rechteckfeld 	B
<p>LU 3 Plus-Minus-Häuser</p>	<p>Zahlen und Operationen Gleichungen und Funktionen</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Erforschen des Aufbaus von Zahlenhäusern • Addieren und Subtrahieren in unterschiedlichen Aufgabenformaten • Untersuchen und Beschreiben von Zahlbeziehungen • Überprüfen mathematischer Aussagen • Argumentieren mit Beispielen und Gegenbeispielen 	B
<p>LU 4 Gleich viele</p>	<p>Zahlen und Operationen Gleichungen und Funktionen</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Entwickeln des Verständnisses für Gleichungen und Variablen durch aktives Handeln • Darstellung und Veranschaulichung von Gleichungen • Kennenlernen unterschiedlicher Variablenaspekte (Unbekannte, Veränderliche und Unbestimmte) • Erkennen und Anwenden von Beziehungen zwischen Zahlen und Rechenoperationen 	B/C

<p>LU 5 Zahlenzauber</p>	<p>Zahlen und Operationen Gleichungen und Funktionen</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Untersuchen der Summe mehrerer aufeinanderfolgender Zahlen • Erkennen und Begründen, dass die Summe dreier aufeinanderfolgender Zahlen das Dreifache des mittleren Summanden ist 	<p>C</p>
<p>LU 6 Wirbellose</p>	<p>Zahlen und Operationen Gleichungen und Funktionen Daten und Zufall</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Darstellen von Zuordnungen in Tabellen • Trainieren des funktionalen Denkens durch Nutzung proportionaler Beziehungen • Lösen der Aufgabe durch geschicktes Begründen • Anwenden der trainierten heuristischen Techniken • Systematisches Durcharbeiten von Möglichkeiten sowie Auswertung zu kombinatorischen Möglichkeiten 	<p>C, in Teilen D</p>
<p>LU 7 Verschlüsselungen</p>	<p>Gleichungen und Funktionen Daten und Zufall</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Anwenden und Erkunden unterschiedlicher Verschlüsselungsstrategien • Entwicklung des Grundverständnisses für funktionale Zusammenhänge, durch Verwendung einer Verschlüsselungstabelle (Wertetabelle) zur Codierung und Decodierung • Bestimmen von Häufigkeiten zum Auffinden des Codierungsschlüssels. • Analysieren und Beschreiben von Algorithmen • Verwenden geeigneter Apps für die Verschlüsselung 	<p>C, in Teilen D</p>
<p>LU 8 Rechentricks</p>	<p>Gleichungen und Funktionen Zahlen und Operationen</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Bestimmen einer unbekanntes Zahl durch Ausführen, Darstellen und Untersuchen von Rechentricks • selbständiges Entdecken und Verstehen der mathematischen Hintergründe für Rechentricks • Erfinden, Erproben und Begründen eigener Rechentricks 	<p>D</p>

		<ul style="list-style-type: none"> • Einführung des Begriffs und Veranschaulichung von Variablen • Anwenden mathematischer Fachtermini 	
<p>LU 9 Punktebilder</p>	<p>Zahlen und Operationen Gleichungen und Funktionen</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Aufstellen von Termen zu unterschiedlichen Anordnungen von Punkten • Darstellen von Punktebildern zu vorgegebenen Termen • Überprüfung auf Gleichheit unterschiedlicher Terme, auch durch Anwenden des Kommutativ- und Distributivgesetzes 	D
<p>LU 10 Rechnungen verstecken</p>	<p>Zahlen und Operationen Gleichungen und Funktionen</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Erkunden des Rechnens mit Klammern • Entdecken der Regel, dass Klammern Vorrang haben • Begründen an Beispielen, dass Klammern das Ergebnis von Rechnungen verändern 	D

Das Kapitel 3 jeder Lernumgebung nimmt detailliert Bezug zum Rahmenlehrplan:

- In **Kapitel 3.1** werden die prozessbezogenen mathematischen Standards benannt.
(Die Beschreibung der Standards befindet sich in der Tabelle der Handreichung s.u.)
- **Kapitel 3.2** gibt einen Überblick über die inhaltsbezogenen mathematischen Standards.
- **Kapitel 3.3** listet die Themenbereiche, die Inhalte und die Niveaustufen der jeweiligen Lernumgebung auf.
- **Kapitel 3.4** und **3.5** stellen Bezüge zum Basiscurriculum Sprachbildung und Basiscurriculum Medienbildung dar.
- In **Kapitel 3.6** findet man eine Liste der übergreifenden Themen, die angesprochen werden.
- Im **Kapitel 3.7** werden Bezüge zu anderen Unterrichtsfächern aufgeführt.

Verzeichnis der in den Lernumgebungen verwendeten Symbole¹⁴

	Einzelarbeit
	Partnerarbeit
	Gruppenarbeit
	Tippkarte

¹⁴ Symbole Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit, Solveg Schlinske, [CC BY SA 4.0](#), LU Sehenswürdigkeiten
Glühlampe, Laura Jahn, [CC BY SA 4.0](#), LU Kernaufgaben

Prozessbezogene mathematische Kompetenzbereiche	
Die Schülerinnen und Schüler können	
K1 Mathematisch argumentieren	1.1.1 Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind (Gibt es...? Wie verändert sich...? Ist das immer so...?) 1.1.2 Zusammenhänge und Strukturen erkennen und Vermutungen zu mathematischen Situationen aufstellen 1.1.3 die Plausibilität von Vermutungen begründen
	1.2.1 Beispiele oder Gegenbeispiele für mathematische Aussagen finden 1.2.2 mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen
	1.3.1 Routineargumentationen wiedergeben 1.3.2 Begründungen nachvollziehen und zunehmend selbstständig entwickeln 1.3.3 mehrschrittige Argumentationen zur Begründung und zum Beweisen mathematischer Aussagen entwickeln
	1.4.1 Fehler erkennen, beschreiben und korrigieren 1.4.2 Ergebnisse bzgl. ihres Anwendungskontextes bewerten 1.4.3 mehrschrittige Argumentationen, Begründungen und Beweise kritisch hinterfragen
K2 Probleme mathematisch lösen	2.1.1 Aufgaben bearbeiten, zu denen sie noch keine Routinestrategie haben („sich zu helfen wissen“) 2.1.2 mathematische Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten bei der Bearbeitung von Problemen anwenden 2.1.3 Probleme selbst formulieren
	2.2.1 Lösungsstrategien (z. B. vom Probieren zum systematischen Probieren) entwickeln und nutzen 2.2.2 heuristische Hilfsmittel zum Problemlösen anwenden
	2.3.1 Zusammenhänge erkennen und Lösungsstrategien auf ähnliche Sachverhalte übertragen 2.3.2 Lösungswege reflektieren 2.3.3 Plausibilität von Ergebnissen überprüfen
K3 Mathematisch modellieren	3.1.1 relevante Informationen aus Sachtexten und anderen Darstellungen entnehmen 3.1.2 reale Situationen strukturieren und vereinfachen 3.1.3 Sachsituationen in die Sprache der Mathematik übersetzen und entsprechende Aufgaben innermathematisch lösen 3.1.4 reale Situationen mit mathematischen Modellen beschreiben

K3 Mathematisch modellieren	3.2.1 Sachaufgaben zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen formulieren 3.2.2 mathematische Lösungen in Bezug auf die Ausgangssituation prüfen und interpretieren 3.2.3 zu einem mathematischen Modell verschiedene Realsituationen angeben 3.2.4 verwendete Modelle reflektieren
K4 Mathematische Darstellungen verwenden	4.1.1 geeignete Darstellungen für das Bearbeiten mathematischer Sachverhalte und Probleme auswählen, nutzen und entwickeln 4.1.2 Darstellungen zielgerichtet verändern 4.2.1 eine Darstellung in eine andere übertragen 4.2.2 zwischen verschiedenen Darstellungen und Darstellungsebenen wechseln (übersetzen) 4.3.1 verschiedene Darstellungen vergleichen 4.3.2 Darstellungen bewerten oder interpretieren
K5 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen umgehen	5.1.1 Tabellen, Terme, Gleichungen und Diagramme zur Beschreibung von Sachverhalten nutzen 5.1.2 Variablen und Funktionen zur Bearbeitung von Aufgaben nutzen 5.1.3 symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt 5.2.1 formale Rechenstrategien (schnelles Kopfrechnen und automatisierte Verfahren) ausführen 5.2.2 mathematische Verfahren routiniert ausführen 5.2.3 Kontrollverfahren nutzen 5.2.4 Lösungs- und Kontrollverfahren hinsichtlich ihrer Effizienz bewerten 5.3.1 mathematische Hilfsmittel und Werkzeuge sachgerecht auswählen und flexibel einsetzen
K6 Mathematisch kommunizieren	6.1.1 eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer nachvollziehen und gemeinsam Lösungswege reflektieren 6.1.2 mathematische Zusammenhänge adressatengerecht beschreiben 6.1.3 eigene Problembearbeitungen und Einsichten dokumentieren und darstellen 6.2.1 relevante Informationen aus Sachtexten und anderen Darstellungen entnehmen und sich darüber mit anderen austauschen 6.2.2 mathematische Informationen in mathemathikhaltigen Darstellungen und in nicht aufbereiteten, authentischen Texten erfassen, analysieren und bewerten 6.3.1 mathematische Fachbegriffe und Zeichen bei der Beschreibung und Dokumentation von Lösungswegen sachgerecht verwenden 6.3.2 mathematische Zusammenhänge unter Nutzung von Fachsprache und geeigneten Medien mündlich und schriftlich präsentieren 6.4.1 Aufgaben gemeinsam bearbeiten 6.4.2 Verabredungen treffen und einhalten

3 Grundsätzliche didaktische und methodische Überlegungen für den Einsatz einer Lernumgebung

1. Struktur von Lernumgebungen:

Unter Lernumgebungen verstehen wir eine Arbeitssituation, bei der alle Kinder dieselbe Aufgabe bearbeiten, die aus mehreren Teilaufgaben besteht. Die Aufgabenstellung berücksichtigt die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler und bietet nach einer niedrigen Eingangsschwelle vertiefende Teilaufgaben auf unterschiedlichem Verständnis- und Abstraktionsniveau. Damit bietet sie allen Lernenden einen individuellen Lernzuwachs und begünstigt das aktiv-entdeckende Lernen.

2. Differenzierung:

Entsprechend dem Prinzip der natürlichen Differenzierung (vgl. Wittmann 2017)¹⁵ ist die Aufgabenstellung so gewählt, dass sie von Kindern mit unterschiedlichen Voraussetzungen auf verschiedenem Lernniveau bearbeitet werden kann.

3. Instruktionsverbot:

Eine Einführung muss sicherstellen, dass jedes Kind die Problemstellung verstanden und einen Zugang zur Aufgabe gefunden hat. Ein Beispiel für einen möglichen Lösungsweg wird nicht gegeben, denn die Vorgabe eines Beispiels würde verhindern, dass die Schüler/innen ihren persönlichen Rechenweg suchen.

4. Eigenaktivität:

Der individuelle Lösungsweg der Schülerinnen und Schüler steht im Mittelpunkt. Sie entscheiden selbst über den Einsatz von Arbeitsmitteln und die Art der Dokumentation. So können Lösungswege in einem Rechenbild oder in beschreibenden Formulierungen festgehalten werden. Dabei gelingt es einigen auch, zu begründen bzw. Erklärungen für ihren Denk- und Lösungsweg zu finden. Aufgabe der Lehrkraft ist es, die Kinder zu beobachten, anzuregen und gegebenenfalls zu beraten.

5. Präsentation:

Der gemeinsame Austausch über die unterschiedlichen Bearbeitungswege einer Aufgabe, mit der sich alle Kinder beschäftigt haben, begünstigt das Lernen voneinander. Ein Vorstellen der Arbeitsergebnisse (vor der Klasse, als Museumsgang, als Partnerarbeit, in der Mathekonferenz etc.) ist wichtig, damit die Lernenden ihre unterschiedlichen Denkwege reflektieren können. In der Reflexion vertieft sich das mathematische Verständnis. Hier ist das Argumentieren gefragt: Was unterscheidet meinen Weg von dem der anderen Kinder? Worin liegt seine Stärke/Schwäche?

6. Anerkennungskultur:

Die Rolle der Lehrkraft verändert sich, das Vormachen und Nachahmen von Verfahren tritt in den Hintergrund. Die unterschiedlichen Denkwege der Kinder, ihre Darstellung und Reflexion treten ins Zentrum. Fehler werden zum Ausgangspunkt, um Lösungswege genauer zu betrachten. Statt eines Abarbeitens vieler Aufgaben werden bewusst nur wenige angeboten. Ziel ist es, dass alle Kinder Einsicht in mathematische Strukturen gewinnen können, dabei wird das individuelle Arbeits- und Lerntempo respektiert. Die Lehrkraft wird zum Berater und Organisator. Sie muss zulassen, dass am Ende nicht alle Kinder im gleichen Umfang die Aufgabenstellung bewältigt haben.

¹⁵ vgl. Wittmann, Erich Ch.; Müller, Gerhard N. (2017): Handbuch der produktiven Rechenübungen, Band 1. Stuttgart: Ernst Klett, S.180

4 Umgang mit sprachlichen Hilfen

Die Sprachförderung ist Bestandteil des Mathematikunterrichts, der alle Schülerinnen und Schüler beim Aufbau einer flexiblen und sicheren Sprachkompetenz unterstützt. Dabei wird adressatengerecht eine fachbezogene Sprache vermittelt, damit sie sich mündlich wie schriftlich über Entdeckungen und Vorgehensweisen, Strategien und Lösungswege austauschen können.¹⁶

Das **Kapitel 4 jeder Lernumgebung** befasst sich aus diesem Grund mit der Sprachbildung. Unter 4.1 sind Hinweise auf „Sprachliche Stolpersteine“, unter 4.2 eine „Wortliste zum Textverständnis“ und unter 4.3 „Fachbezogener Wortschatz und themenspezifische Redemittel“ aufgeführt.

Die „sprachlichen Stolpersteine“ sind Formulierungen des Aufgabentextes, die durch die Struktur der deutschen Sprache, z. B. die Verwendung zusammengesetzter Nomen, trennbarer Verben, Personal- und Reflexivpronomen, Gebrauch von Präpositionen, schwierige Satzkonstruktionen, Genitivbildung etc. für Schülerinnen und Schüler schwer verständlich sein können.

In einer Tabelle werden bei Bedarf zu den Aufgaben im Originaltext mögliche sprachliche Stolpersteine bewusst gemacht und sprachliche Alternativen vorgeschlagen. Die Lehrkraft hat somit die Möglichkeit, die Aufgabe sprachlich zu vereinfachen und ihrer Lerngruppe anzupassen. Außerdem werden Begriffe und Wörter aufgelistet, die den Lernenden bekannt sein müssen. Der Lehrkraft muss bewusst sein, dass das Verstehen des Textes (Lesekompetenz) die unabdingbare Voraussetzung dafür ist, die Aufgabenstellung der Lernumgebung zu verstehen und zu bearbeiten.

Um eine nachhaltige Sprachförderung zu erzielen, muss eine Wortschatzanalyse erfolgen. Die „Wortliste zum Textverständnis“ führt den fachbezogenen Wortschatz zum Thema auf, der in der Aufgabenstellung vorkommt und dessen Bedeutung zum Verstehen der Aufgabe grundlegend ist. Für die Lernenden kann es hilfreich sein, einen Sprachspeicher (z. B. als Plakat) zu erarbeiten. Hier werden der fachbezogene Wortschatz, themenspezifische Redemittel, Satzmuster und Formulierungshilfen zum Thema sichtbar gemacht. Er kann stets erweitert werden. Der Sprachspeicher sollte gemeinsam im Unterrichtsgespräch während der Ergebnissicherung entwickelt werden.

Sprachsensibler Fachunterricht arbeitet mit dem Sprachstand, den die Lernenden in den Unterricht aktuell mitbringen. Die Schülerinnen und Schüler benutzen anfangs bei der Beschreibung ihres Lösungsweges ihren individuellen (alltagssprachlichen) Wortschatz. Bei der Präsentation der Lösungswege unterstützt die Lehrkraft durch ein aktives Zuhören und durch adressatengerechtes Übersetzen der Alltagssprache in die Fachsprache. Dabei kann sie (z. B. im Sprachspeicher) weitere sprachliche Mittel zur Verfügung stellen und die Lernenden auffordern, mit diesen Mitteln ihre Aussagen zu wiederholen.

Abschnitt C „Sprachliche Hilfen“ enthält Textbausteine zur Darstellung der Lösung für die Hand der Schülerinnen und Schüler, sofern die Aufgabe dies verlangt. Der Einsatz dieses Arbeitsbogens darf nicht zu früh erfolgen. Erst nachdem die Schülerinnen und Schüler einen eigenen Denk- und Lösungsweg entwickelt und den Fachwortschatz im Kontext verstanden haben, sollte der Arbeitsbogen „Sprachliche Hilfen zur Darstellung der Lösung“ - falls erforderlich - eingesetzt werden.

Für die Entwicklung eines Sprachspeichers sind in den Lernumgebungen Anregungen und Materialien enthalten.

¹⁶ vgl. Rahmenlehrplan Jahrgangsstufen 1-10, Teil B, S. 4, Berlin, Potsdam 2015

5 Materialliste

Eine Übersicht soll die Verantwortlichen dabei unterstützen, sich schnell einen Überblick zu verschaffen, ob alle Materialien in der Themenkiste vorhanden sind, sodass sie jederzeit einsatzbereit ist.

Lernumgebung	Materialien in digitaler Form	Weitere Materialien
<p>LU 1 Mias Perlenketten</p>	<p>Lernumgebung (LU) Arbeitsbögen (AB 1 bis AB 3) Abbildung Mia (M1) Wortkarten für den Sprachspeicher (M2)</p>	<p>pro Kind: eine Fädelschnur, Länge 45 cm bis 75 cm, 30 (10 gelbe, 10 rote, 10 blaue) Perlen, Durchmesser mindestens 1 cm eine Unterlage mit Rand</p>
<p>LU 2 Einmaleins mit Kernaufgaben</p>	<p>Lernumgebung (LU) Einmaleinstafel (M1) Karopapier (M2) Tippkarten (M3) und (M4) Plakat „Kernaufgaben“ (M5) Wortkarten für den Sprachspeicher (M6) Aufgabenkarten (Zusatzmaterial) Kernaufgaben-Rechtecke (Zusatzmaterial)</p>	<p>Plakat-Karton A3</p>
<p>LU 3 Plus-Minus-Häuser</p>	<p>Lernumgebung (LU) Arbeitsbögen (AB 1 bis AB 7) Vorlagen Zahlenhäuser (M1 und M2) Tippkarten (M3) Expertenaufgabe (M4) Wortkarten für den Sprachspeicher (M5) Material für den Sprachspeicher (M6) Sprachliche Hilfen (SP)</p>	<p>Wendeplättchen</p>

<p>LU 4 Gleich viele</p>	<p>Lernumgebung (LU) Arbeitsbogen (AB) Material zu Aufgabe 5 (M1) Knobelaufgaben (M2) Tippkarten (M3) Lösungskarte zu Aufgabe 3 (M4) Gleichheitszeichen (M5) Wortkarten für den Sprachspeicher (M6) Abbildung zu Aufgabe 4 (M7) Sprachliche Hilfen (SP)</p>	<p>eine große Streichholzschachtel bzw. eine andere Schachtel und zwölf große Streichhölzer oder Holzspieße</p> <p>pro Paar: vier blaue und vier rote Streichholzschachteln, 40 Streichhölzer ohne Kopf</p>
<p>LU 5 Zahlenzauber</p>	<p>Lernumgebung (LU) Arbeitsbogen (AB) Karopapier (M1) Tippkarten (M2) Wortkarten für den Sprachspeicher (M3) Knobelaufgabe (M4) Sprachliche Hilfen (SP)</p>	<p>pro Paar: mind. 40 Steckwürfel, alternativ Plättchen ggf. Anschauungsmaterial: Riesensteckwürfel oder Magnetplättchen für die Tafel</p>
<p>LU 6 Wirbellose</p>	<p>Lernumgebung (LU) Tippkarten (M1) Wortkarten für den Sprachspeicher (M2) Sprachliche Hilfen (SP)</p>	

<p style="text-align: center;">LU 7 Verschlüsselungen</p>	<p>Lernumgebung (LU) verschlüsselte Nachricht für den Einstieg (M1) Verschlüsselungstabelle (M2) Cäsar-Scheibe (M3) oder alternativ ein Codierungsstreifen (M7) auf Karton kopiert Tabelle für die Vigenère-Verschlüsselung (M4) Tippkarten (M5) Zusatzaufgabe und Links zu Kinder-Internetseiten zum Thema (inklusive QR-Codes) (M6) Wortkarten für den Sprachspeicher (M8)</p>	<p>Muster- und Büroklammern eventuell PC oder Tablet zur Nutzung von Codierungsprogrammen</p>
<p style="text-align: center;">LU 8 Rechentricks</p>	<p>Lernumgebung (LU) Arbeitsbogen (AB 1 bis AB 3) Zusatzmaterial mit weiteren Rechentricks (M1, M2) Merkspiel zur Festigung der mathematischen Fachbegriffe (M3) Dominospiel zur Festigung der mathematischen Fachbegriffe (M4) Vorlage für das Tafelbild und zum Einkleben ins Heft (M5, M6) Tippkarten (M7) Wortkarten für den Sprachspeicher (M8) QR-Codes für die interaktiven Spiele zur Festigung der Begriffe (M9) Sprachliche Hilfen (SP)</p>	<p>pro Paar: drei Streichholzschachteln ca. 20 Streichhölzer ohne Kopf eventuell PC oder Tablet zur Nutzung von interaktiven Übungen</p>

<p style="text-align: center;">LU 9 Punktebilder</p>	<p>Lernumgebung (LU) Vorübung (VÜ) – auch als PowerPoint-Präsentation einsetzbar Punktebilder für den Einstieg (M1) Tafelbild für den Einstieg (M2) Anleitung zu Aufgabe 4 (M3a oder M3b) Tippkarten (M4) Plakate zum Kommutativ- und Distributivgesetz (M5) Wortkarten für den Sprachspeicher (M6) QR-Code zum Zuordnungsspiel (M6)</p>	<p>pro Kind: ein Blatt kariertes Papier eventuell PC oder Tablet zur Nutzung von interaktiven Übungen</p>
<p style="text-align: center;">LU 10 Rechnungen verstecken</p>	<p>Lernumgebung (LU) Anleitung für Aufgabe 1 (M1) Arbeitsblatt für Aufgabe 2 und 3 (M2) Zusatzaufgabe zu Nr.1 und 2 (M3) Tippkarten (M4) Wortkarten für den Sprachspeicher (M5)</p>	<p>pro Paar: 1 Streichholzschachtel (leer), 2 ineinanderpassende Brotdosen (größer als die Schachtel), Klebeband (breit), Folienstift</p>

6 Evaluation

Ein Reflexionsbogen, der nach dem Einsatz der Lernumgebung ausgefüllt werden kann, soll als Grundlage für einen Erfahrungsaustausch innerhalb der Lehrerschaft dienen. *Die Entwicklung einer Themenkiste ist ein Prozess, zu dem Sie beitragen können: Erfahrungen aus der Praxis sind uns sehr wichtig, um die Lernumgebungen zu aktualisieren. Wir freuen uns über eine Rückmeldung per Mail an Solveg.Schlinske@senbjf.berlin.de. Vielen Dank!*
 Reflexionsbogen zur Lernumgebung _____ aus der Themenkiste _____

Name: _____ durchgeführt in Klassenstufe: _____ Datum: _____

	ja	nein	Anmerkungen/Anregungen
Waren die didaktisch-methodischen Hinweise für die Unterrichtsvorbereitung und Unterrichtsdurchführung hilfreich?			
War der zeitliche Rahmen angemessen?			
War die Einführung so konzipiert, dass jedes Kind wusste, worum es geht, und selbständig arbeiten konnte?			
Konnten alle Kinder die Einstiegsaufgabe lösen?			
Waren die Aufgaben verständlich formuliert?			
Bot die LU Differenzierungsmöglichkeiten an? (Alle Kinder arbeiten am selben Thema, auf unterschiedlichem Niveau, nach eigenem Lern- und Arbeitstempo.)			
Waren die Schülerinnen und Schüler durch die LU motiviert?			
Wurden die Schülerinnen und Schüler durch die Aufgaben zum selbstständigen Arbeiten angeregt?			
Kamen die Schülerinnen und Schüler über die Aufgaben und ihre Lösungen miteinander ins Gespräch?			
Würden Sie die Lernumgebung noch einmal einsetzen?			

Literatur / Links

Titel / Autor
Baumanns, Lukas; Dick, Janine; Rott, Benjamin: Verschlüsselung, Fehlerbeseitigung Kompression. In: Mathematik lehren (2020) 219, S. 2 - 7
Bever, Anja, Diestel, Kathrin, Landherr, Karl, Lippmann, Frank, Neißl, Uwe, Redlich, Mirco (2016): Nussknacker 4. Mein Arbeitsheft. Stuttgart: Ernst Klett Verlag GmbH, S. 58
Franke, Marianne; Reinhold, Simone (2000): Didaktik der Geometrie: In der Grundschule. Berlin, Heidelberg: Springer
Fritzlar, Torsten: Arithmetik & Algebra: Beziehungsreiche Mathematik von Anfang an. In: Praxis Grundschule (2015) 3, S. 6/7
Götze, Daniela: „Ich habe gelernt, wie man Fachsprache spricht“. In: Mathematik differenziert (2016) 2, S. 34-37
Götze, Daniela (2017): Sprachförderung im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen
Hoffmann, Antje: „Ein Huhn und ein Schwein haben zusammen sechs Beine“ Viertklässler entwickeln, nutzen und wählen Darstellungen aus für die Bearbeitung eines mathematischen Problems. In: Grundschulunterricht Mathematik (2011) 2, S. 11 - 14
http://www.biologie-schule.de/kreuzspinne-steckbrief.php [07.07.2020, 11:30]
http://www.biologie-schule.de/mistkaefer-steckbrief.php [07.07.2020, 11:30]
http://www.biologie-schule.de/tausendfuessler-steckbrief.php [07.07.2020, 11:30]
http://www.ne.lo-net2.de/selbstlernmaterial/m/s1al/tgw/tgwindex.html [30.4.2020, 11:30]
http://www.tierchenwelt.de/tierarten/wirbellose.html [09.01.2020, 11:30]
https://www.biologie-seite.de/Biologie/Hundertf%C3%BC%C3%9Fer [07.07.2020, 11:30]
https://www.gc.de/gc/caesar/ [10.09.2020 11:02]
https://www.bzga.de/infomaterialien/unterrichtsmaterialien/nach-schulform-sortiert/unterricht-in-bewegung/ [14.01.2021, 22:02]
https://www.mathe-online.at/mathint/var/i.html [30.4.2020, 12:17]
https://www.pikas-digi.dzlm.de/die-app-muster [14.01.2021, 21:30]
https://www.pikas.dzlm.de/material-pik/haus-56-themenbezogene-individualisierung/haus-6-unterrichtsmaterial/folgen-mit-farben [14.01.2021, 22:04]

<p>https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_2_-_Kontinuitaet_von_Klasse_1_bis_6/FM/Modul_2.1/Sachinformation/Sachinformation_RFZ.pdf [07.03.2021]</p>
<p>https://www.stopkidsmagazin.de/GEHEIM_SCHRIFT/geheim_schrift.html [10.09.2020, 11:02]</p>
<p>Jahn, Laura (2020): Unterrichtsentwurf für das Fach Mathematik „Pauline behauptet...“, Berlin, 20.2.2020</p>
<p>Karpinski-Siebold, Nadja; Fritzlar, Torsten: Sechs Augen und acht Beine. In: Praxis Grundschule (2015) 2, S. 16 - 18, M 1 - M 5b</p>
<p>Lenz, Denise: Wie viel steckt in der Box? In: Praxis Grundschule (2015) 2, S. 8 -14</p>
<p>Leuders, Timo; Prediger, Susanne: Funktioniert's?- Denken in Funktionen. In: PM (2005) 2, S. 1 - 7</p>
<p>Lüken, Miriam: Muster und Struktur. In: Grundschulunterricht Mathematik (2013) 1, S. 4 - 7</p>
<p>Nührenbörger, Marcus; Pust, Sylke (2006): Häuserreihen. Mit Unterschieden rechnen. Lernumgebungen und Materialien für einen differenzierten Anfangsunterricht Mathematik. Seelze: Kallmeyer, 124-133.</p>
<p>Pfeng, Anita; Freibrodt, Ute (2016): Fachbrief Nr. 4 Mathematik- Grundschule, Berlin</p>
<p>Ples-Hötzinger, Anja; Weber, Grit: Was ist denn jetzt x? In: Mathematik 5-10, (2017) 41, S. 4-5</p>
<p>Schwätzer, Ulrich (1995): Zahlentreppen. In: Die Grundschulzeitschrift. Sammelband Offener Mathematikunterricht. Arithmetik II. Seelze: Kallmeyer, S. 68 - 71.</p>
<p>Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft Berlin / Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg (Hrsg.): Rahmenlehrplan Jahrgangsstufen 1-10, Teil C Mathematik. Berlin, Potsdam 2015</p>
<p>Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft Berlin / Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg (Hrsg.): Rahmenlehrplan Jahrgangsstufen 1-10, Teil B. Berlin, Potsdam 2015</p>
<p>Steinweg, Anna Susanne (2013): Algebra in der Grundschule. Berlin, Heidelberg: Springer</p>
<p>Sundermann, Beate; Selter, Christoph: HFIFJN! Botschaften verschlüsseln wie Julius Caesar. In: Grundschulzeitschrift (2003) 163, S. 41</p>
<p>Wittmann, Erich Ch. (2003): Was ist Mathematik und welche pädagogische Bedeutung hat das wohlverstandene Fach für den Mathematikunterricht auch in der Grundschule? In: Baum, M.; Wielpütz, H.: Mathematik in der Grundschule. Seelze: Kallmeyer, S. 18 - 46</p>
<p>Wittmann, Erich Ch.; Müller, Gerhard (2011): Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept. In: Walter, Gerd et al: Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Berlin: Cornelsen</p>
<p>Wittmann, Erich Ch.; Müller, Gerhard N. (2017): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1. Stuttgart: Ernst Klett</p>