


Kopfgeometrie –

Von der Handlung in den Kopf

13.08.14

Monika Trill-Zimmermann
Sinus Set 4



Wer die Geometrie begreift, vermag in
dieser Welt alles zu verstehen.

Galileo Galilei

Agenda

1

- Geometrie in der Grundschule (allg.)

2

- Entwicklung räumlicher Fähigkeiten
 - Visuelle Wahrnehmung
 - Räumliches Vorstellungsvermögen

3

- Kopfgeometrie
 - Sprache in der Geometrie
 - Aufgabenstellungen



Einstiegsaufgabe 1

Welche Formen können hergestellt werden, wenn man ein quadratisches Stück Papier nur mit einem geraden Schnitt zerteilen darf?

Einstiegsaufgabe 1 - Lösung

Im Prinzip gibt es für den Schnitt vier Möglichkeiten:

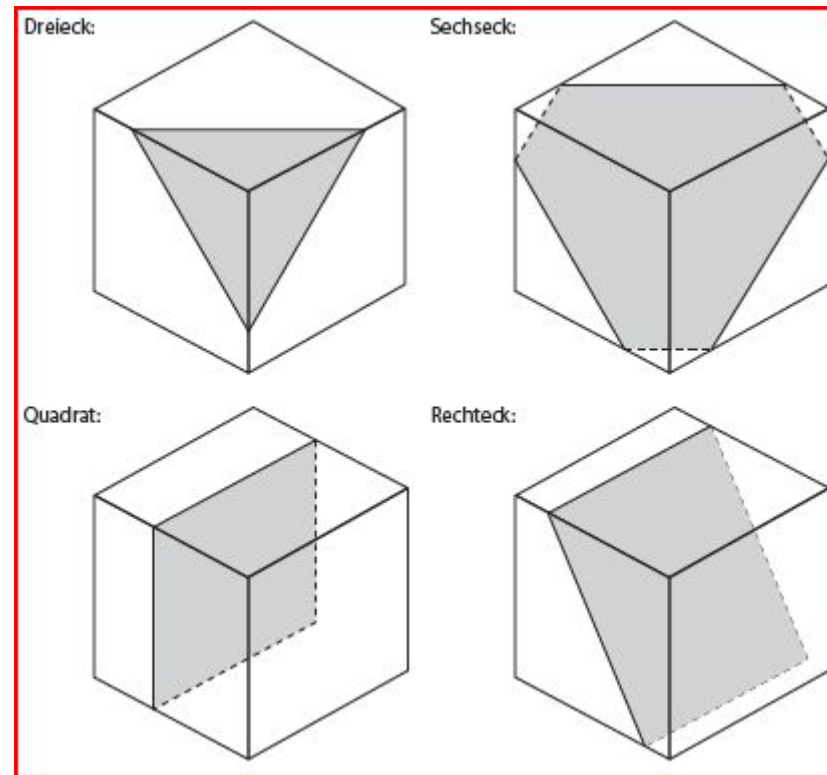
- Der Schnitt verläuft von Ecke zu Ecke. Es entstehen zwei (kongruente) Dreiecke.
- Der Schnitt verläuft von einer Ecke zu einer Seite. Es entstehen ein Dreieck und ein Viereck.
- Der Schnitt verläuft von einer Seite zur gegenüberliegenden Seite. Es entstehen zwei Vierecke.
- Der Schnitt verläuft von einer Seite zur benachbarten Seite. Es entstehen ein Dreieck und ein Fünfeck.



Einstiegsaufgabe 2

Wie muss man einen Würfel mit geradem Schnitt durchschneiden, so dass als Schnittfläche ein Dreieck, Quadrat, Rechteck, Sechseck entsteht?

Einstiegsaufgabe 2 - Lösung



Geometrie in der Grundschule

Heute ist unumstritten, dass bereits in der Grundschule Unterricht in Geometrie erfolgen muss, aber es ist immer noch festzustellen, dass Unterrichtsinhalte zu diesem Thema oftmals nur episodenhaft eine Rolle spielen.

Geometrieunterricht unterstützt:

- Förderung kognitiver Fähigkeiten
- Begriffsbildungsprozesse
- Geometrie im Alltag
- Freude an der Geometrie

Bildungsstandards: Raum und Form (1)

- Dieser Inhaltsbereich umfasst die Problemstellungen mit geometrischen Objekten.
- Zum Bearbeiten und Lösen dieser Problemstellungen ist das Handeln und Denken mit ebenen wie räumlichen Figuren erforderlich.

Bildungsstandards: Raum und Form (2)

4 Anforderungen:

- sich im Raum orientieren
- geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen
- einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen
- Flächen und Rauminhalte vergleichen und messen

Entwicklung räumlicher Fähigkeiten

- das räumliche Vorstellungsvermögen zu schulen, wird immer wieder zu Recht als eines der Hauptziele des Geometrieunterrichts in der GS bezeichnet
- Räumliches Vorstellungsvermögen wird auch kurz Raumvorstellung genannt



Visuelle Wahrnehmung





Bei der visuellen Wahrnehmung wird unterschieden in:

- Figur-Grund-Unterscheidung
- Visuomotorische Koordination
- Wahrnehmungskonstanz
- Räumliche Orientierung
- Visuelles Gedächtnis
- Visuelle Unterscheidung



Zusammenfassung

Visuelle Wahrnehmung ist ein sehr komplexer Prozess.

Ein wichtiges Steuerinstrument ist die Aufmerksamkeit.

Erfahrungen und Gedächtnis sind weitere Bestandteile dieses Prozesses

Räumliches Vorstellungsvermögen

Während bei der **visuellen Wahrnehmung** mit vorhandenen Objekten im dreidimensionalen Raum konkret operiert wird,

versteht man unter dem **räumlichen Vorstellungsvermögen** ein mentales Operieren mit räumlichen Objekten.

4 Teilkomponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens

- Räumliche Wahrnehmung
- Räumliche Beziehungen
- Veranschaulichung
- Räumliche Orientierung

Piaget unterscheidet 4 Stadien:

- sensomotorische Phase (bis 2 Jahre)
- präoperationale Phase (bis 7 Jahre)
- konkret-operationale Phase (bis 11 Jahre)
- formal-operationale Phase (ab 11 Jahre)



Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens durch Kopfgeometrie

„Die Kopfgeometrie umfasst alle mündlich – im Kopf – zu lösenden geometrischen Aufgaben, die das visuelle Wahrnehmungs - und das räumliche Vorstellungsvermögen schulen.“

M.Franke, Didaktik der Geometrie in der GS, 2007, Spektrum, S. 66

Neuere Mathematikdidaktik

- Lässt teilweise Hilfsmittel wie Skizzen, Einsatz der Hände usw. zu
- Kontrollphase mit Material
- Handlungen erlaubt, wenn Schüler/innen kein Ergebnis finden

Sprache in der Geometrie (1)

- Schüler/innen müssen mit Hilfe der Sprache ihr Vorstellungsbild bzw. ihr Ergebnis, den anderen Schüler/innen und Lehrern mitteilen
- Je genauer und exakter sie die geometrische Figur anhand ihrer Eigenschaften beschreiben, desto weiter ist ihr Begriffsverständnis entwickelt

Sprache in der Geometrie (2)

■ Kopfgeometrie:

- betont das kommunikative Element im Unterricht besonders
- verlangt hohe Konzentrationsfähigkeit



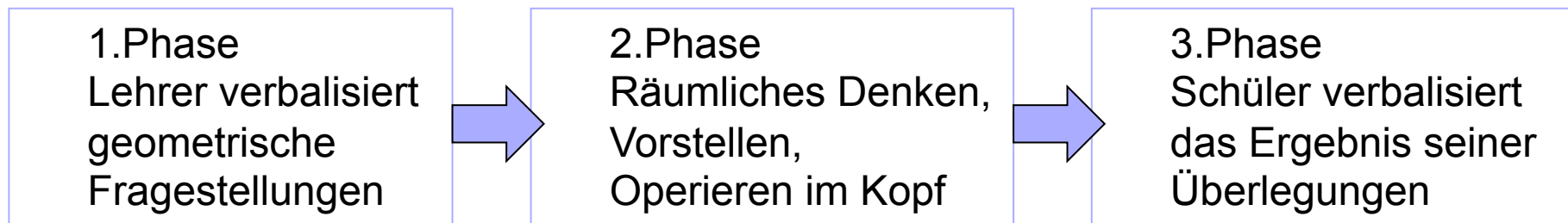
| | Eigenschaftsbegriffe | Relationsbegriffe | Objektbegriffe |
|---------------------|---|---|--|
| Räumliche Geometrie | Ecke, Kante, (Seiten-) Fläche, würfelförmig, quaderförmig, zylinder- oder walzenförmig, kugelig u. a. | steht neben, auf, hinter, vor oder links /rechts von genauso groß wie volumengleich mit, u. a. identisch mit ähnlich zu | Würfel Quader (Prisma) Pyramide Zylinder Kugel Kegel |



| | Eigenschaftsbegriffe | Relationsbegriffe | Objektbegriffe |
|-----------------|--|--|--|
| Ebene Geometrie | Linie, Gerade, Strecke, Dreieck, gerade, eben, gekrümmt / krumm, eckig, dreieckig, viereckig, quadratisch, rechteckig, fünfeckig, etc. rund, kreisförmig, u.a. | ist deckungsgleich mit symmetrisch zu parallel zu senkrecht zu flächengleich zu genauso lang wie | Viereck Quadrat Rechteck (Fünfeck, Sechseck, etc.) (Parallelogramm) Kreis |

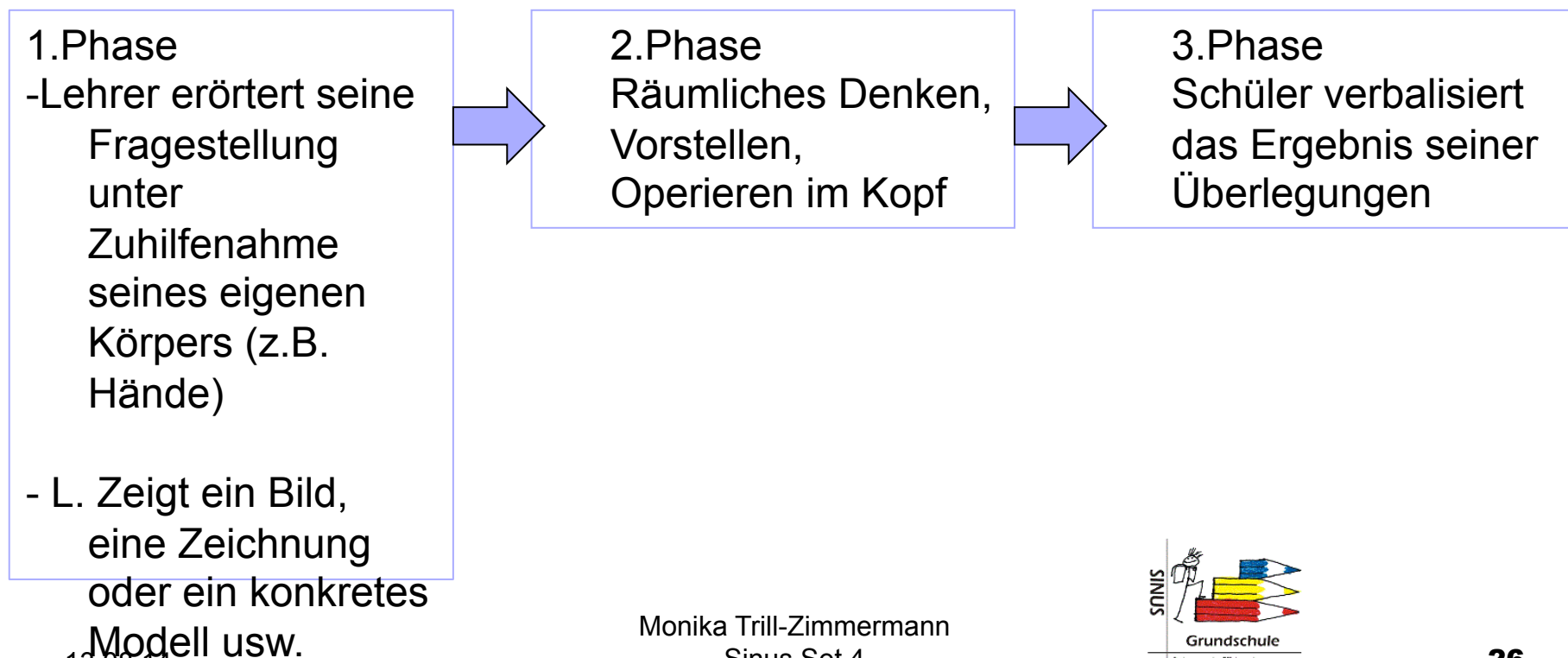
Aufgabenstellungen zur Kopfgeometrie

Reine Kopfgeometrie



Aufgabenstellungen zur Kopfgeometrie

Kopfgeometrie mit Hilfsmitteln in Phase 1

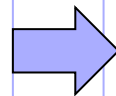


13.08.14

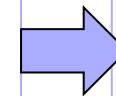
Aufgabenstellungen zur Kopfgeometrie

Kopfgeometrie mit Hilfsmitteln in Phase 3

1.Phase
Lehrer verbalisiert
geometrische
Fragestellungen



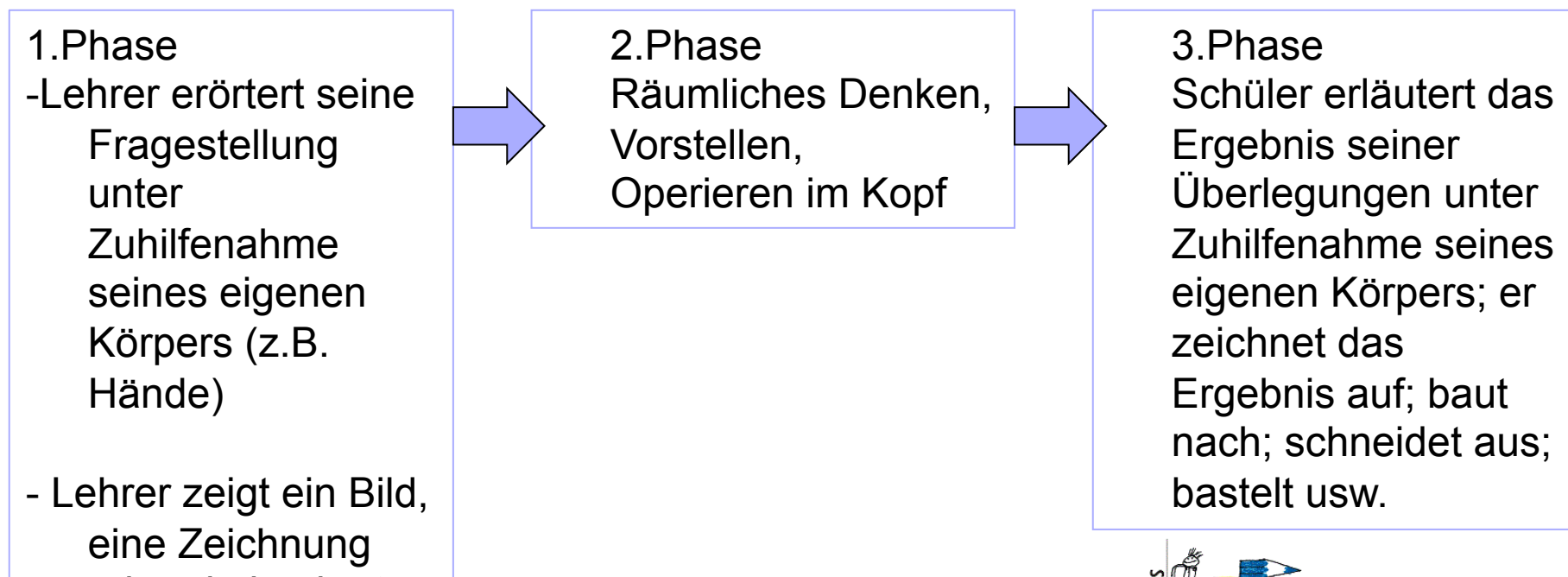
2.Phase
Räumliches Denken,
Vorstellen,
Operieren im Kopf



3.Phase
Schüler erläutert das
Ergebnis seiner
Überlegungen unter
Zuhilfenahme seines
eigenen Körpers; er
zeichnet das
Ergebnis auf; baut
nach; schneidet aus;
bastelt usw.

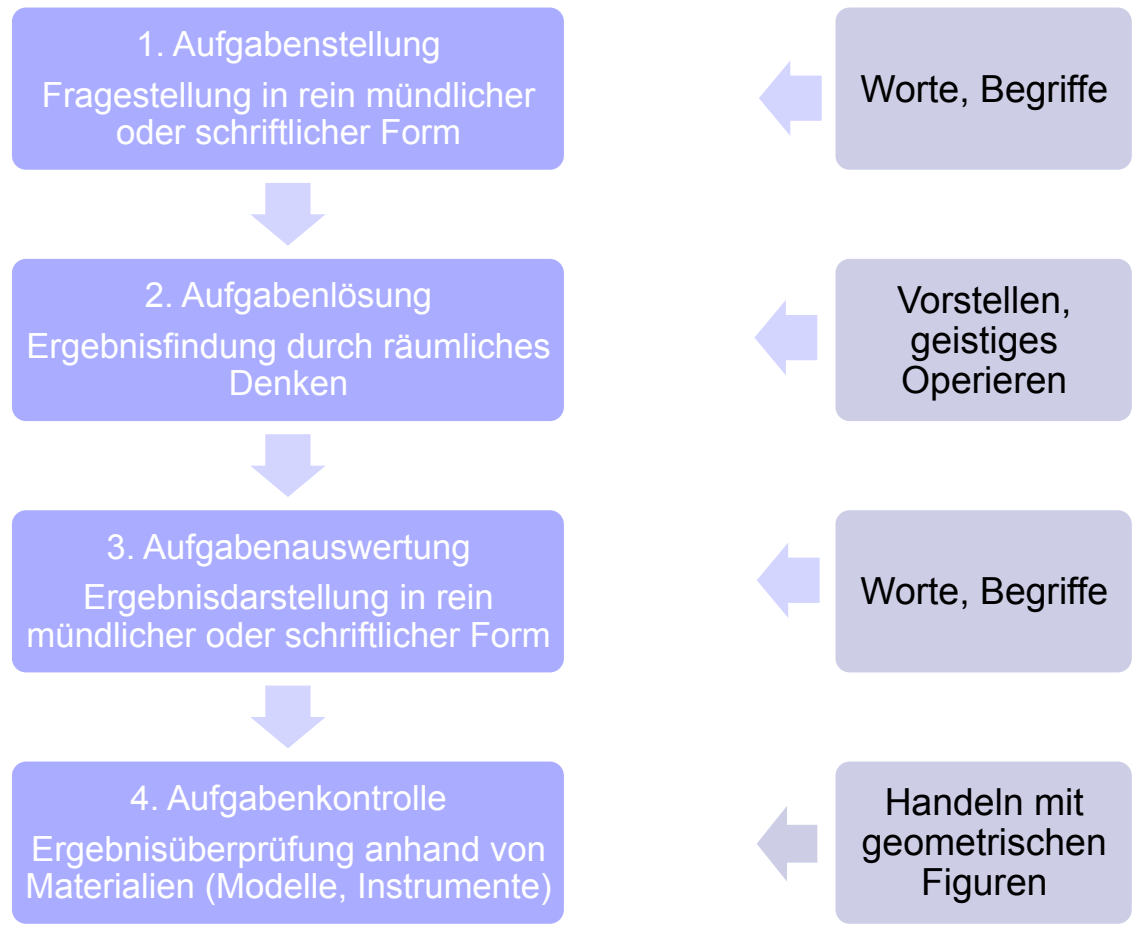
Aufgabenstellungen zur Kopfgeometrie

Kopfgeometrie mit Hilfsmitteln in den Phasen 1 und 3



13.08.14

4 Phasen beim Lösen kopfgeometrischer Aufgaben



H.G. Senfleben,
Grundschule Mathematik, Nr.
18, 2008, Kallmeyer

Literatur

- Marianne Franke, Didaktik der Geometrie in der Grundschule, Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg 2009.
- Wilhelm Schipper, Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen, Schroedel 2009.
- Gudrun Häring (Hrsg.) Start in den Unterricht, Mathematik Klasse 3, Friedrich Verlag 2010.
- Ruth Dolenz-Petz, Petra Ihn-Huber (Hrsg.) Geometrische Kompetenzen fördern, Cornelsen Scriptor 2011.
- Andrea Brenninger, Gisela Studeny, Kartei zur Kopfgeometrie (1.-4. Schuljahr), Westermann 2007
- Geometrie im Kopf, Kartei zur Kopfgeometrie, Klett.
- Mathematik differenziert, Zeitschrift für die Grundschule, Geometrie des Würfels, Westermann, Heft 2 2012.
- Mathematik differenziert, Zeitschrift für die Grundschule, Raum und Form: Vorstellung und Verständnis, Westermann, Heft 1 2011.
- Grundschulmagazin, Schwerpunkt Kopfgeometrie, Oldenbourg, Heft 5 2012.
- Grundschule Mathematik, Kopfgeometrie: Vorstellen und Beschreiben, Kallmeyer, Heft 18 2008.