

Abschlussprüfung an der Fachoberschule im Schuljahr 2017/2018

Fach	Mathematik (A)
Nur für die Lehrkraft	
Prüfungstag	2. Mai 2018
Prüfungszeit	09:00 – 13:00 Uhr
Zugelassene Hilfsmittel	Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmiereteil, kein CAS-Rechner, Handbuch/Gebrauchsanleitung muss vorliegen, Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch (siehe Aufgabendeckblatt)
Allgemeine und spezielle Arbeitshinweise	Beachten Sie bitte das Schülerdeckblatt.
Erwartungshorizonte	<p>Die Beschreibungen der erwarteten Leistungen enthalten keine vollständigen Lösungen, sondern nur kurze Angaben. Hier nicht genannte, aber gleichwertige Lösungswege sind gleichberechtigt.</p> <p>Die aufgeführten Lösungswege zeigen immer nur eine Variante auf. Für andere Lösungswege oder Lösungsansätze, die schlüssig dargestellt werden und zu richtigen Zwischen- oder Endergebnissen führen, sind die vorgesehenen Bewertungseinheiten (BE) entsprechend zu vergeben. Wird jedoch der im Erwartungshorizont dargestellte Lösungsweg vom Prüfling verwendet, so sind die BE in der angegebenen Weise aufzuteilen. Damit die Möglichkeit besteht, den eigenen didaktischen Aspekten bei der Bewertung genug Raum zu geben, werden in der Regel die BE nicht kleinschrittig zugeordnet. Die Summe der BE pro Teilaufgabe ist verbindlich.</p> <p>Sind Zwischenergebnisse nicht korrekt ermittelt worden und die sich auf diesen Zwischenergebnissen aufbauenden weiteren Lösungswege schlüssig und nicht mit neuen Fehlern versehen, so sind die BE entsprechend zu erteilen (Folgefehler). Dieses Vorgehen ist nicht anzuwenden, wenn eine offensichtlich nicht sinnvolle Lösung unkommentiert bleibt oder der Lösungsweg durch den Fehler erheblich einfacher geworden ist.</p> <p>Die Verwendung von entsprechenden Operatoren in den Aufgabenstellungen erfordert vom Prüfling schriftliche Erläuterungen seiner Überlegungen. Bei der Bewertung dieser Erläuterungen, auf deren Darstellung im Erwartungshorizont weitgehend verzichtet wird, kann die Lehrkraft ihren pädagogischen Spielraum nutzen und sich an ihrer bisherigen Unterrichtspraxis orientieren. Im Erwartungshorizont wird teilweise auf formale mathematische Vollständigkeit verzichtet, wenn diese vom Schüler in der Regel nicht unbedingt zu erwarten ist.</p>

Aufgabe Nr.	Soll
1	37
2	30
3	33
Summe:	100

Aufgabenvorschlag A

1 Funktionsuntersuchung

/37

Gegeben ist eine Funktion f mit der Funktionsgleichung

$$f(x) = -\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x; \quad x \in \mathbb{R}.$$

- 1.1 Untersuchen Sie den Graphen von f auf Symmetrie.
Begründen Sie Ihre Aussage.
Untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte von f im Unendlichen. **/4**
- 1.2 Berechnen Sie die Nullstellen von f . **/4**
- 1.3 Bestimmen Sie die Koordinaten der Hoch- und Tiefpunkte des Graphen von f . **/7**
- 1.4 Ergänzen Sie die Wertetabelle.
Zeichnen Sie den Graphen von f unter Verwendung aller bisher ermittelten Punkte im Intervall $[-4; 5]$ in das Koordinatensystem auf der nächsten Seite. **/5**

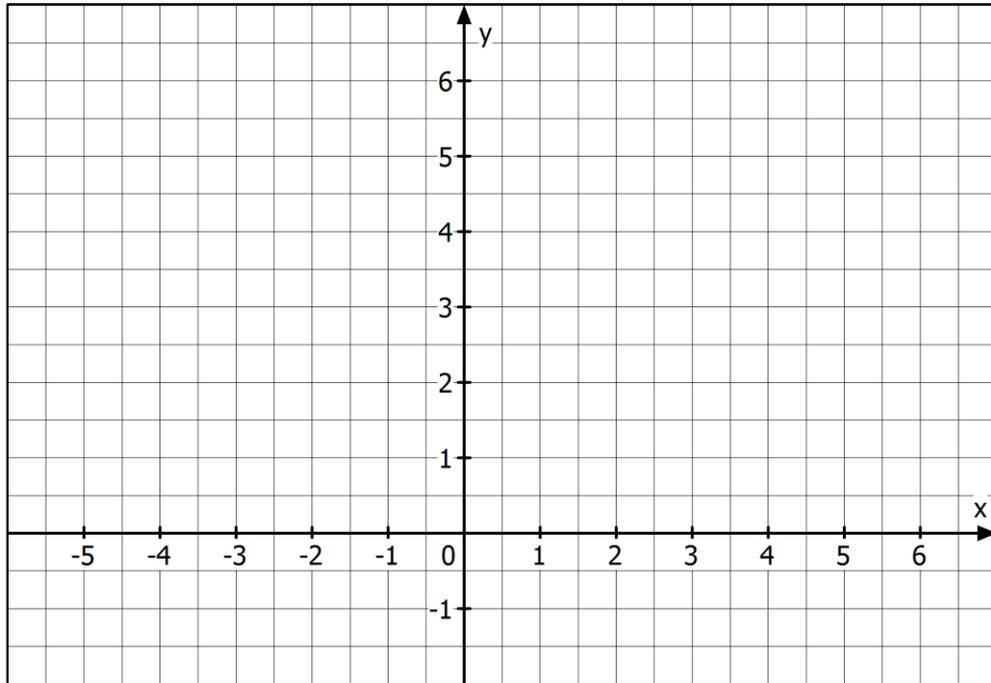
x	-4	-3	-1	0	1	2	3	5
$f(x)$					$0,8\bar{3}$	$1,6$		

- 1.5 Der Graph von f hat an der Stelle $x = 1$ einen Wendepunkt.
Zeichnen Sie diejenige Gerade s in das Koordinatensystem, die G_f im Wendepunkt $W(1 | f(1))$ schneidet und im Punkt $P(-4 | 0)$ durch die x -Achse verläuft. **/2**
- 1.6 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden s aus Aufgabe 1.5. **/5**
Zur Kontrolle: $s(x) = \frac{1}{6}x + \frac{4}{6}$
Berechnen Sie den Winkel α , der zwischen der Geraden und der x -Achse liegt.
- 1.7 Berechnen Sie die anderen zwei Stellen, an denen die Gerade s den Graphen von f schneidet. **/10**

[Hinweise: Ein Schnittpunkt der Graphen von f und s liegt an der Stelle $x = 1$.
Verwenden Sie zur Berechnung die Geradengleichung aus 1.6.]

Koordinatensystem für Aufgabe 1.4 → nächste Seite

Koordinatensystem für Aufgabe 1.4 und folgende



2 Integralrechnung

/30

Der Kotflügel einer neuen Automarke hat folgende Form.



Er kann durch 3 ganzrationale Funktionen beschrieben werden.

$$f(x) = \frac{1}{8}x^3 + 2,$$

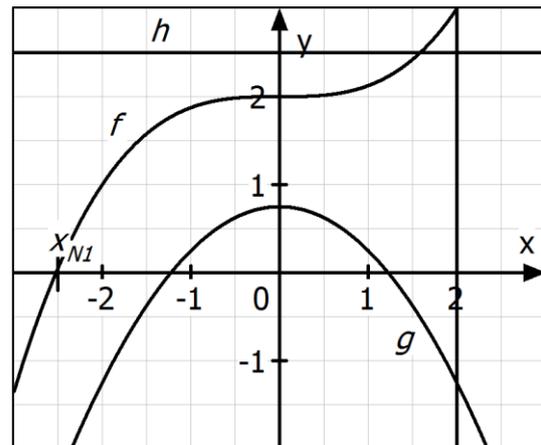
$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}$$

und $h(x) = 2,5$.

(siehe Zeichnung)

Eine Längeneinheit entspricht 40 Zentimeter (1 LE = 40 cm).

[Hinweis: Rechnen Sie mit drei Stellen nach dem Komma.]



- 2.1** Die Fläche des Kotflügels wird von allen 3 Funktionen begrenzt und befindet sich oberhalb der x -Achse im Intervall $[x_{N1}; 2]$; x_{N1} ist Nullstelle von f . Umranden Sie deutlich die gesuchte Fläche in der obigen Zeichnung. /2
- 2.2** Berechnen Sie die Nullstellen der Funktionen f und g . /6
- 2.3** Berechnen Sie außerdem die Schnittstelle der Funktionen f und h . /3
- 2.4** Der Gesamtflächeninhalt des Kotflügels (in 2.1 umrandet) soll berechnet werden. Schreiben Sie auf, aus welchen Einzelflächen die Gesamtfläche berechnet werden könnte. Verwenden Sie dazu Integrale und deren Grenzen, die Sie vorher berechnet oder aus der Zeichnung abgelesen haben. /4
- 2.5** Berechnen Sie nun den Flächeninhalt des Kotflügels in FE. (Hinweis: Wenn Sie die notwendigen Werte nicht berechnen konnten, dann lesen Sie Näherungswerte aus der Zeichnung ab.) Geben Sie diese Fläche auch in cm^2 und m^2 an. /15

3 Stochastik**/33**

Ein Hersteller von Tablets will ein neues Gerät auf den Markt bringen. Das neue Tablet besteht aus 3 voneinander unabhängigen Bauteilen: dem Display, dem Gehäuse und dem Akku. Das Tablet funktioniert fehlerfrei, wenn alle 3 Bauteile in Ordnung sind. In einer Testphase wurde ermittelt, dass bei 4 % der verwendeten Displays, bei 0,5 % der Gehäuse und bei 2 % der eingebauten Akkus ein Defekt auftritt.

Aus jahrelanger Erfahrung weiß man, dass jedes Bauteil innerhalb von zwei Jahren nur einmal defekt sein kann.

3.1 Zeichnen Sie ein geeignetes Baumdiagramm mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten. **/9**

3.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten, dass folgende Ereignisse innerhalb von zwei Jahren eintreten: **/14**

E_1 : Alle drei Bauteile des Tablets haben einen Defekt.

E_2 : Sowohl das Gehäuse als auch der Akku des Tablets funktionieren nicht.

E_3 : Nur beim Akku des Tablets tritt ein Fehler ein.

E_4 : Das Tablet funktioniert fehlerfrei.

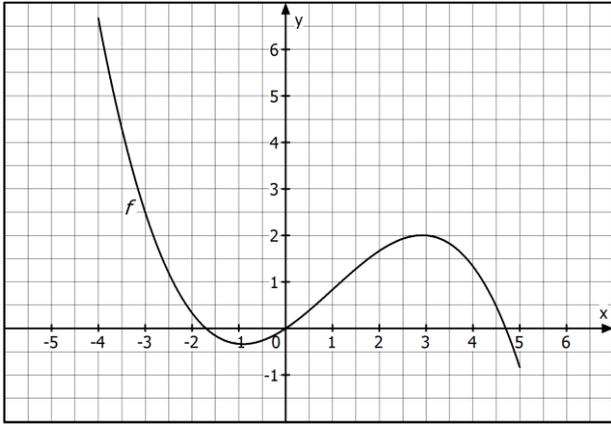
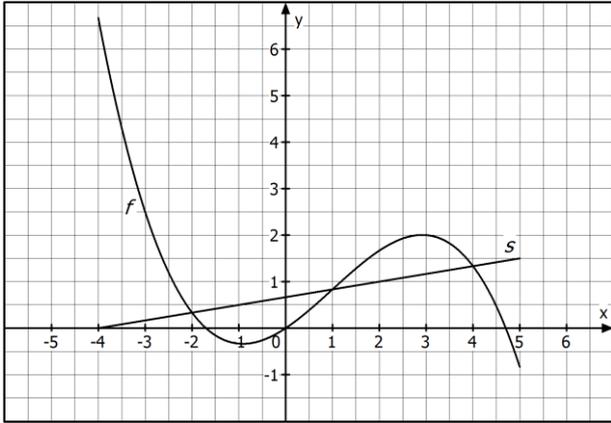
E_5 : Das Tablet ist defekt.

E_6 : Der Akku des Tablets funktioniert nicht.

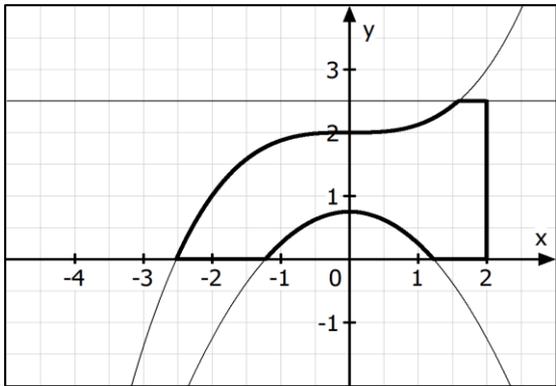
3.3 Der Hersteller plant für die ersten zwei Jahre einen kostenlosen Reparaturservice anzubieten. Die Reparaturkosten für das Display betragen 45 €, die Reparatur der Gehäuse kostet 19 € und der Austausch des Akkus kostet 25 €. Welche Reparaturkosten sind zu erwarten, wenn 1500 neue Tablets verkauft wurden? **/6**

3.4 Der Tablethersteller plant die Qualität seiner Geräte zu verbessern. Es sollen 96 % aller Tablets in den ersten zwei Jahren einwandfrei funktionieren. Begründen Sie rechnerisch, dass durch fehlerfrei arbeitende Akkus die gewünschte Quote nicht erreicht werden kann. **/4**

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
1.1	$f(x) = -\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x$ <p>Symmetrie: keine Symmetrie, da sowohl gerade als auch ungerade Exponenten im Funktionsterm enthalten sind.</p> <p>Verhalten im Unendlichen: $f(x) \rightarrow +\infty$ für $x \rightarrow -\infty$; $f(x) \rightarrow -\infty$ für $x \rightarrow +\infty$</p>			
		2		
		2		
1.2	<p>Nullstellen:</p> $f(x) = -\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x = 0$ $0 = -\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x \quad :(-\frac{1}{12})$ $0 = x^3 - 3x^2 - 8x$ $0 = x \cdot (x^2 - 3x - 8) \quad ; \quad x_1 = 0$ $x_{2/3} = 1,5 \pm \sqrt{2,25 + 8}$ $x_{2/3} = 1,5 \pm 3,20$ $x_2 = -1,7; \quad x_3 = 4,7$	1		
			3	
1.3	<p>Extrempunkte:</p> $f'(x) = 0 = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$ $0 = x^2 - 2x - \frac{8}{3}$ $x_{E1/2} = 1 \pm \sqrt{1 + \frac{8}{3}}$ $x_{E1/2} = 1 \pm 1,915$ $x_{E1} \approx 2,92 \quad \text{und} \quad x_{E2} \approx -0,92$ $f''(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ $f''(-0,92) = 0,96 > 0 \Rightarrow T(-0,92 \mid -0,34)$ $f''(2,92) = -0,96 < 0 \Rightarrow H(2,92 \mid 2,00)$	1		
			6	

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB																				
		I	II	III																		
1.4	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-4</td> <td>-3</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$6,\bar{6}$</td> <td>2,5</td> <td>$-0,\bar{3}$</td> <td>0</td> <td>$0,8\bar{3}$</td> <td>$1,\bar{6}$</td> <td>2</td> <td>$-0,8\bar{3}$</td> </tr> </table>	x	-4	-3	-1	0	1	2	3	5	$f(x)$	$6,\bar{6}$	2,5	$-0,\bar{3}$	0	$0,8\bar{3}$	$1,\bar{6}$	2	$-0,8\bar{3}$	2		
	x	-4	-3	-1	0	1	2	3	5													
$f(x)$	$6,\bar{6}$	2,5	$-0,\bar{3}$	0	$0,8\bar{3}$	$1,\bar{6}$	2	$-0,8\bar{3}$														
	3																					
1.5		2																				
1.6	<p>$T_1(1 \frac{5}{6})$ und $T_2(-4 0)$</p> $m = \frac{0 - (\frac{5}{6})}{-4 - 1} = \frac{1}{6}$ $0 = -\frac{1}{6} \cdot (4) + n; \quad n = \frac{4}{6}$ $s(x) = \frac{1}{6}x + \frac{4}{6}$ <p>auch Punktprobe möglich</p> $\alpha = \tan^{-1}(\frac{1}{6}) \approx 9,46^\circ$ <p>Die Gerade schneidet die x-Achse im Winkel von ca. $9,46^\circ$.</p>	1	2																			
			2																			

Teil- aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
1.7	$f(x) = s(x)$ $-\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{1}{6}x + \frac{4}{6}$ $0 = -\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{6}x - \frac{4}{6} \quad \cdot (-\frac{1}{12})$ $0 = x^3 - 3x^2 - 6x + 8;$ $(x^3 - 3x^2 - 6x + 8) \div (x - 1) = x^2 - 2x - 8$ $\begin{array}{r} -(x^3 - x^2) \\ \hline -2x^2 - 6x \\ -(-2x^2 + 2x) \\ \hline -8x + 8 \\ -(8x + 8) \\ \hline 0 \end{array}$ $0 = x^2 - 2x - 8$ $x_{S2} = -2$ $x_{S3} = 4$	1		5
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	15	17	5
	Summe der BE	37		

Teil- aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
2.1		2		
2.2	$f(x) = 0 = \frac{1}{8}x^3 + 2$ $x_{N1} = -2,520$ $g(x) = 0 = -\frac{1}{2}x^2 + 0,75$ $x_{N2} = -1,225 ; x_{N3} = 1,225$		3	
2.3	$f(x) = h(x)$ $2,5 = \frac{1}{8}x^3 + 2$ $x_S = 1,587$		3	
2.4	<p>Ansatz: $A_{\text{Gesamt}} = A_1 - A_2 + A_3$</p> $A = \int_{x_{N1}}^{x_S} f(x)dx - \int_{x_{N2}}^{x_{N3}} g(x)dx + \int_{x_S}^2 h(x)dx ; \text{ allgemeine Stellen angegeben}$ <p>oder</p> $A = \int_{-2,52}^{1,587} f(x)dx - \int_{-1,225}^{1,225} g(x)dx + \int_{1,587}^2 h(x)dx ; \text{ berechnete Stellen angegeben}$ <p>Hinweis: In beiden Fällen gleiche Vergabe der Bewertungseinheiten.</p>		4	

Teil- aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
2.5	$A_1 = \int_{-2,520}^{1,587} \left(\frac{1}{8}x^3 + 2\right)dx = \left[\frac{1}{32}x^4 + 2x\right]_{-2,520}^{1,587}$ $A_1 = F(1,587) - F(-2,520) ; F(1,587) = 3,372$ $A_1 = 7,152 ; F(-2,520) = -3,780$ $A_2 = \int_{-1,225}^{1,225} \left(-\frac{1}{2}x^2 + 0,75\right)dx = \left[-\frac{1}{6}x^3 + 0,75x\right]_{-1,225}^{1,225}$ $A_2 = G(1,225) - G(-1,225) ; G(1,225) = 0,612$ $A_2 = 1,224 ; G(-1,225) = -0,612$ $A_3 = 2,5 \cdot (2 - 1,587) = 2,5 \cdot 0,413$ $A_3 = 1,032$ $A_{\text{Ges}} = A_1 - A_2 + A_3 = 7,152 - 1,224 + 1,032$ $A_{\text{Ges}} = 6,960$ <p>Die Gesamtfläche beträgt 6,960 FE.</p> $1\text{LE} = 40\text{ cm} \rightarrow 1\text{FE} = 1600\text{ cm}^2$ $6,960 \cdot 1600 = 11136 \text{ (Umrechnung in cm}^2\text{)}$ $11136 \div 10000 = 1,1136 \text{ (Umrechnung in m}^2\text{)}$ <p>Antwort: Die Fläche beträgt 1,114 m².</p>	1	4	3
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	3	24	3
	Summe der BE	30		

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
3.1	<p>Baumdiagramm</p> <p>Hinweis: Eine andere Reihenfolge der Komponenten im Baumdiagramm ist auch richtig.</p>	3	6	
3.2	$P(E_1) = 0,04 \cdot 0,02 \cdot 0,005 = \frac{1}{250000} = 0,000004$ $P(E_2) = 0,02 \cdot 0,005 = \frac{1}{10000} = 0,0001$ $P(E_3) = 0,02 \cdot 0,96 \cdot 0,995 = \frac{597}{31250} = 0,019$ $P(E_4) = 0,96 \cdot 0,98 \cdot 0,995 = 0,9361$ $P(E_5) = 1 - P(D) = 0,064$ $P(E_6) = 0,02$	3	10	
3.3	<p>Reparaturerwartung</p> $E(\text{Reparatur}) = 45 \cdot 0,04 + 19 \cdot 0,005 + 25 \cdot 0,02 = \frac{479}{200} = 2,395$ <p>Insgesamt sind Kosten von 1500 Stck. \cdot 2,40 € = 3600 € zu erwarten.</p>	1	5	
3.4	<p>$P(\text{Tablet})$ soll 0,96 sein, mit 100 % fehlerfreien Akkus ergäbe sich</p> $P(\text{fehlerfreie Akkus}) = 0,96 \cdot 1 \cdot 0,995 = 0,9552$, also würde der geforderte Wert nicht erreicht werden. <p>Alternative Überlegungen durch $P(\text{Display})$ sollen gewertet werden.</p>			4
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	8	21	4
	Summe der BE	33		