Abschlussprüfung
an der Fachoberschule im Schuljahr 2023/2024

Fach	Mathematik (A)
Nur für die Lehrkraft	
Prüfungstag	**03.05.2024**
Prüfungszeit	09:00 – 13:00 Uhr
Zugelassene Hilfsmittel	Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmierteil, kein CAS-Rechner, Handbuch/Gebrauchsanleitung muss vorliegen, Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch (siehe Aufgabendeckblatt)
Allgemeine und spezielle Arbeitshinweise	**Beachten Sie bitte das Schülerdeckblatt.**
Erwartungs-horizonte	Die Beschreibungen der erwarteten Leistungen enthalten keine vollständigen Lösungen, sondern nur kurze Angaben. Hier nicht genannte, aber gleichwertige Lösungswege sind gleichberechtigt. Die aufgeführten Lösungswege zeigen immer nur eine Variante auf. Für andere Lösungswege oder Lösungsansätze, die schlüssig dargestellt werden und zu richtigen Zwischen- oder Endergebnissen führen, sind die vorgesehenen Bewertungseinheiten (BE) entsprechend zu vergeben. Wird jedoch der im Erwartungshorizont dargestellte Lösungsweg vom Prüfling verwendet, so sind die BE in der angegebenen Weise aufzuteilen. Damit die Möglichkeit besteht, den eigenen didaktischen Aspekten bei der Bewertung genug Raum zu geben, werden in der Regel die BE nicht kleinschrittig zugeordnet. Die Summe der BE pro Teilaufgabe ist verbindlich. Sind Zwischenergebnisse nicht korrekt ermittelt worden und die sich auf diesen Zwischenergebnissen aufbauenden weiteren Lösungswege schlüssig und nicht mit neuen Fehlern versehen, so sind die BE entsprechend zu erteilen (Folgefehler). Dieses Vorgehen ist nicht anzuwenden, wenn eine offensichtlich nicht sinnvolle Lösung unkommentiert bleibt oder der Lösungsweg durch den Fehler erheblich einfacher geworden ist. Die Verwendung von entsprechenden Operatoren in den Aufgabenstellungen erfordert vom Prüfling schriftliche Erläuterungen seiner Überlegungen. Bei der Bewertung dieser Erläuterungen, auf deren Darstellung im Erwartungshorizont weitgehend verzichtet wird, kann die Lehrkraft ihren pädagogischen Spielraum nutzen und sich an ihrer bisherigen Unterrichtspraxis orientieren. Im Erwartungshorizont wird teilweise auf formale mathematische Vollständigkeit verzichtet, wenn diese vom Schüler in der Regel nicht unbedingt zu erwarten ist.

Aufgabe Nr.	Soll
1	40
2	30
3	30
Summe:	100

Abschlussprüfung Fachoberschule 2024
Mathematik

Aufgabenvorschlag A

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie | BERLIN

1 Funktionsuntersuchung /40

Gegeben ist die Funktion *f* mit der Funktionsgleichung

$$f(x) = -0{,}5x^3 - 1{,}25x^2 + x + 3;\quad x \in \mathbb{R}$$

Runden Sie Ihre Ergebnisse auf zwei Stellen nach dem Komma.

1.1 Untersuchen Sie den Graphen von *f* auf Symmetrie. /4
Geben Sie das Verhalten der Funktionswerte von *f* im Unendlichen an.

1.2 Geben Sie den Schnittpunkt mit der *y*-Achse an. /5
Weisen Sie nach, dass $x_{N1} = -2$ und $x_{N2} = 1{,}5$ Nullstellen von *f* sind.
Die Funktion *f* kann man auch in der Form $f(x) = -0{,}5(x+2)(x-1{,}5)(x+a)$ schreiben.
Ermitteln Sie den Wert von *a*.

1.3 Ermitteln Sie die Koordinaten der Extrempunkte des Graphen von *f* und bestimmen Sie, um welche Art von Extrempunkt es sich jeweils handelt. /8

1.4 Ermitteln Sie die Koordinaten des Wendepunktes des Graphen von *f*. /6
Berechnen Sie den Anstieg der Funktion im Wendepunkt.
Ermitteln Sie den Anstiegswinkel im Wendepunkt.

1.5 Ergänzen Sie die folgende Wertetabelle. /6

x	−3,5	−3	−1	0,5	1	2
f (x)			1,25			

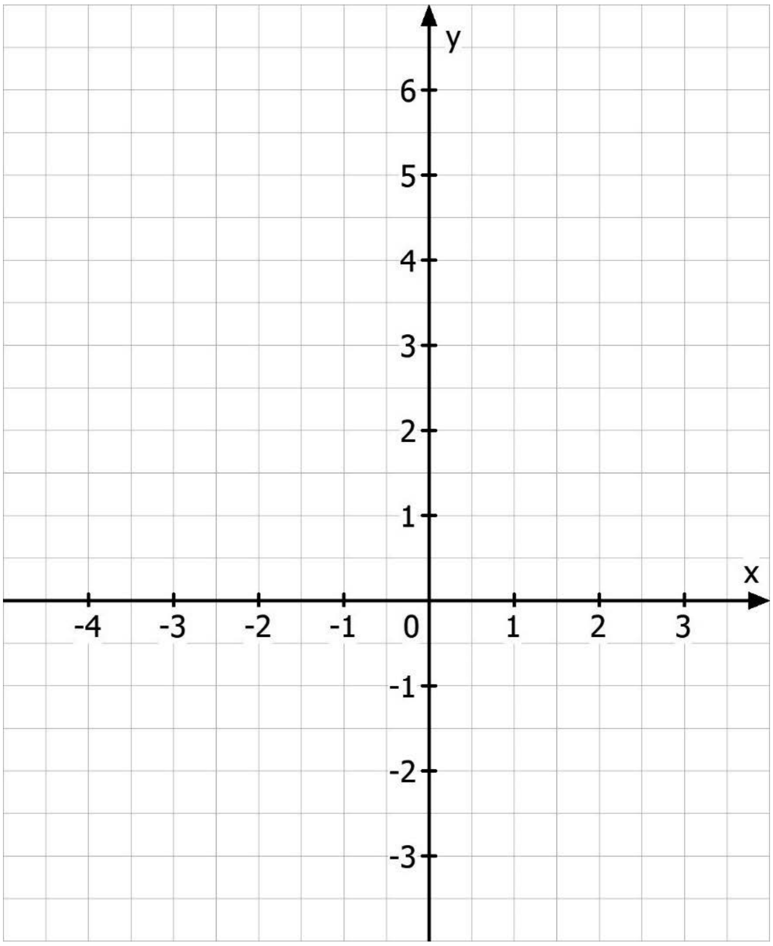
Zeichnen Sie den Graphen von *f* im Intervall [−3,5; 2,0] in das **Koordinatensystem auf der folgenden Seite.**
Kennzeichnen und benennen Sie am Graphen von *f* alle Punkte, die Sie in den Aufgaben 1.2 bis 1.4 bestimmt haben.

1.6 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Tangente *t* an den Graphen von *f* im Punkt $P(-1|f(-1))$. /4
Zeichnen Sie die Tangente *t* in das Koordinatensystem ein.
[Zur Kontrolle: $t(x) = 2x + 3{,}25$]

1.7 Berechnen Sie die Koordinaten des zweiten Schnittpunktes der Tangente *t* mit dem Graphen von *f*. /7

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Koordinatensystem zu Aufgabe 1.5:



2 Integralrechnung /30

Gegeben ist die Funktion *f* mit der Funktionsgleichung

$f(x) = 0{,}1x^3 + 0{,}1x^2 - 1{,}2x\,;\ x \in \mathbb{R}$

Der Graph von *f* und der Graph einer Parabel *p* sind in Abbildung 1 dargestellt.

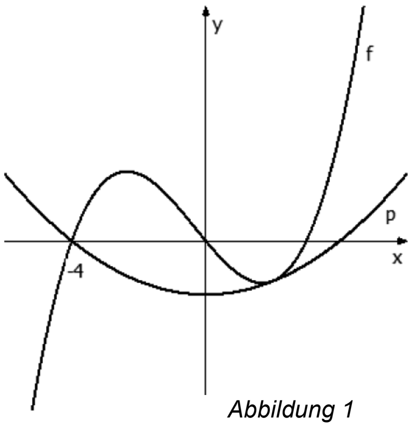


Abbildung 1

2.1 Berechnen Sie die Nullstellen von *f*. /4
[Zur Kontrolle: $x_{N1} = 0$; $x_{N2} = -4$; $x_{N3} = 3$]

2.2 Berechnen Sie den Inhalt der Gesamtfläche, die von der *x*-Achse und dem Graphen von *f* komplett umschlossen wird. /6

2.3 Die Parabel *p* ist symmetrisch zur *y*-Achse, die *y*-Koordinate des Scheitelpunkts ist $y = -1{,}6$ und die negative Nullstelle von *p* stimmt mit der Nullstelle der Funktion *f* überein. /4
Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Parabel.

2.4 Berechnen Sie den weiteren gemeinsamen Punkt der beiden Funktionsgraphen. /6
[Hinweis: Falls Sie 2.3 nicht lösen konnten, verwenden Sie $p(x) = 0{,}1x^2 - 1{,}6$.]

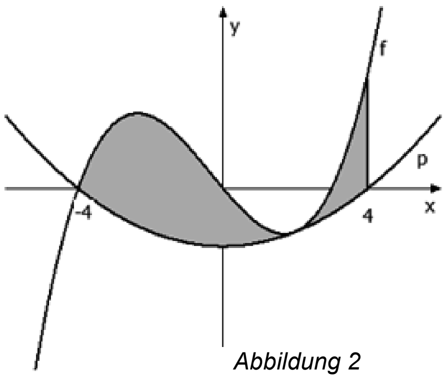


Abbildung 2

2.5 Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Flächeninhalt der grau markierten Fläche in Abbildung 2 eine Größe von 12,8 FE hat. /6

2.6 Es gilt: /4

$$\int_{-4}^{4} p(x)\,dx = -\frac{128}{15}$$

Für eine Konstante *k* gilt:

$$\int_{-4}^{4} (p(x) + k)\,dx = 0$$

Ermitteln Sie den Wert von *k*.

3 Stochastik /30

Zur Wiedereröffnung ihres Blumenladens möchte Frau Rose ihren Kunden jeweils ein Tütchen mit zwei Blumenzwiebeln als Geschenk übergeben. Dazu hat sie in einem Eimer 60 Blumenzwiebeln gemischt. Darunter sind 35 Tulpenzwiebeln, 17 Osterglockenzwiebeln und 8 Maiglöckchenzwiebeln.
Für die erste Kundin nimmt sie zwei Blumenzwiebeln zufällig aus dem Eimer.

3.1 Erstellen Sie für diesen Sachverhalt ein Baumdiagramm mit allen Zweigwahrscheinlichkeiten. **/7**
Benennen Sie die verwendeten Abkürzungen.

3.2 Ermitteln Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse. **/10**
E_1: „Die erste Kundin erhält nur Maiglöckchenzwiebeln."
E_2: „Die erste Kundin erhält zwei Zwiebeln der gleichen Sorte."
E_3: „Die erste Kundin erhält mindestens eine Tulpenzwiebel."
E_4: „Die erste Kundin erhält genau eine Osterglockenzwiebel."
E_5: „Die erste Kundin erhält zwei verschiedene Zwiebelsorten."

3.3 Anna, Ben und Clara haben jeweils zwei Blumenzwiebeln erhalten, alle zusammen insgesamt 4 Tulpenzwiebeln und 2 Osterglockenzwiebeln. **/4**
Erstellen Sie eine vollständige Übersicht über alle Möglichkeiten dafür, welche Blumenzwiebeln die drei Personen jeweils erhalten haben könnten.
Geben Sie die Anzahl der Möglichkeiten an.

Frau Rose möchte ihren Kunden Kaffee und Tee anbieten. Dabei geht sie von folgendem Verhalten aus:
50 Kunden werden nach dem Einkauf entweder Kaffee oder Tee zu sich nehmen. Von diesen 50 Kunden wohnen 70 % in Berlin, die übrigen außerhalb von Berlin. 80 % der Berliner Kunden und 60 % der außerhalb wohnenden Kunden wählen Kaffee. Der Rest trinkt Tee.

3.4 Erstellen Sie eine Vierfeldertafel, die diesen Sachverhalt darstellt. **/6**
Benennen Sie die verwendeten Abkürzungen.

3.5 Ermitteln Sie den Anteil der Kunden, die Kaffee wählen. **/1**

3.6 Aus der Gruppe der Kaffeetrinker wird zufällig eine Person ausgewählt. **/2**
Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit diese Person in Berlin wohnt.

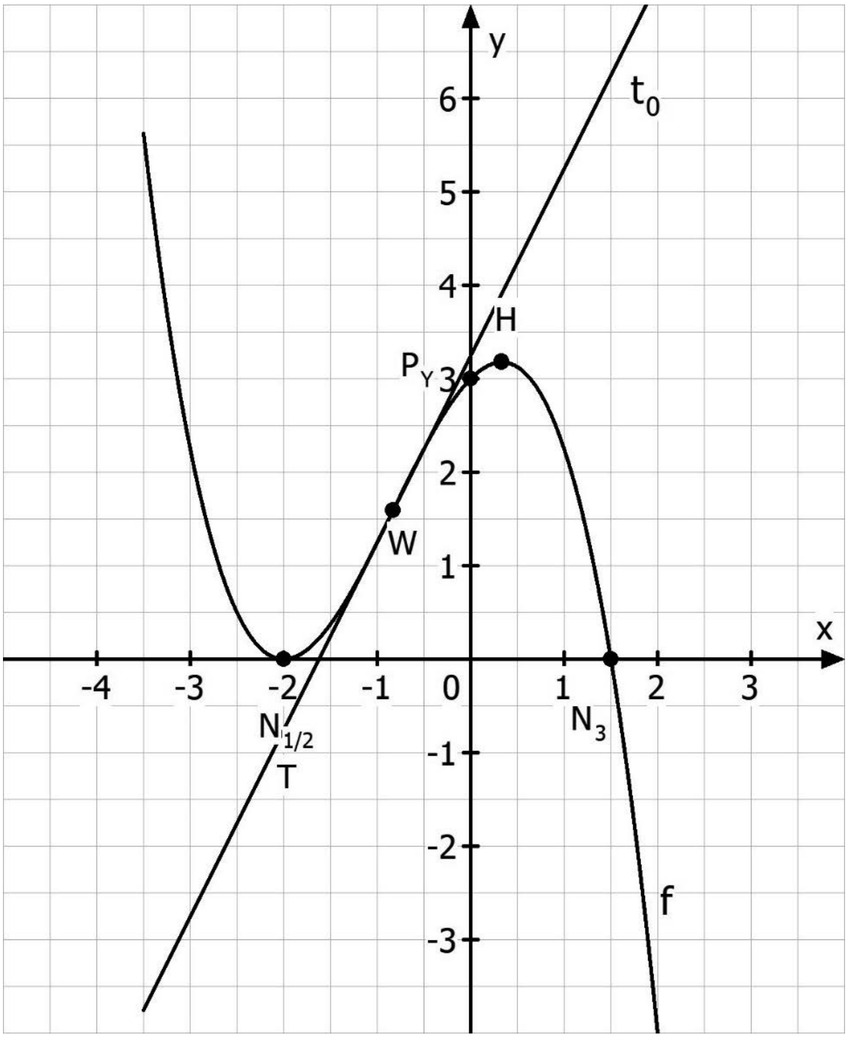
Abschlussprüfung Fachoberschule 2024
Mathematik

Erwartungshorizont für Aufgabenvorschlag A

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie | BERLIN

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB		
		I	II	III
1.1	Keine Achsensymmetrie zur *y*-Achse oder Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung, da sowohl gerade als auch ungerade Exponenten in der Funktionsgleichung vorkommen. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$	4		
1.2	$S_y(0\|3)$ $f(-2) = 0$; $f(1{,}5) = 0$ $f(x) = -0{,}5(x+2)(x-1{,}5)(x+a)$ z. B. für $x = 0$ erhält man $3 = -0{,}5 \cdot 2 \cdot (-1{,}5) \cdot a$ $a = 2$	3	2	
1.3	Bed.: $f'(x) = 0$ und $f''(x) \neq 0$ $f'(x) = -1{,}5x^2 - 2{,}5x + 1$ $f''(x) = -3x - 2{,}5$ $0 = -1{,}5x^2 - 2{,}5x + 1$ $0 = x^2 - \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}$ $x_{E1/E2} = -\frac{5}{6} \pm \sqrt{\frac{25}{36} + \frac{2}{3}} = -\frac{5}{6} \pm \frac{7}{6}$ $x_{E1} = -2$; $x_{E2} = \frac{1}{3}$ $f''(-2) = 3{,}5 > 0 \Rightarrow$ Tiefpunkt; $f(-2) = 0$; $T(-2\|0)$ $f''\left(\frac{1}{3}\right) = -3{,}5 < 0 \Rightarrow$ Hochpunkt; $f\left(\frac{1}{3}\right) \approx 3{,}18$; $H\left(\frac{1}{3}\middle\|3{,}18\right)$		2 4 2	
1.4	Bed.: $f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$ $f'''(x) = -3$ $0 = -3x - 2{,}5$; $x_w = -\frac{5}{6}$ $f'''\left(\frac{5}{6}\right) = -3 \neq 0$ $W\left(-\frac{5}{6}\middle\|1{,}59\right)$ $f'\left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{49}{24} = 2{,}04$ $\alpha = \tan^{-1}(2{,}04) = 63{,}9°$		4 2	

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
aufgabe</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>1.5</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>–3,5</td><td>–3</td><td>–1</td><td>0,5</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>f(x)</td><td>5,63</td><td>2,25</td><td>1,25</td><td>3,13</td><td>2,25</td><td>–4</td></tr>
</table>


</td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>1.6</td><td>P(−1|1,25)   m = f '(− 1) = 2

1,25 = 2·(−1) + n

n = 3,25

t (x) = 2x + 3,25

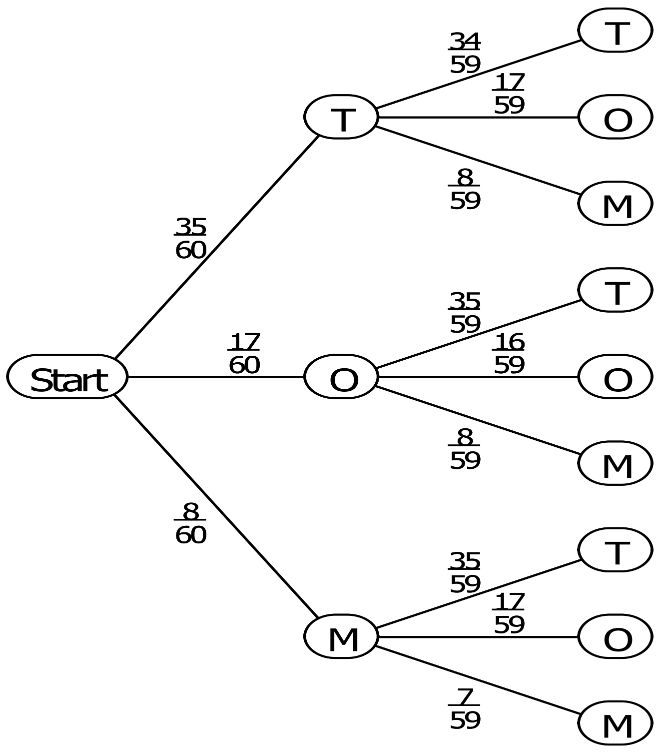
Einzeichnen der Tangente</td><td></td><td>3

1</td><td></td></tr>
</table>

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB		
		I	II	III
1.7	$f(x) = t(x)$ $-0{,}5x^3 - 1{,}25x^2 + x + 3 = 2x + 3{,}25$ $0 = -0{,}5x^3 - 1{,}25x^2 - x - 0{,}25$; $x_1 = -1$ Durch Hornerschema oder Polynomdivision auf Restpolynom $0 = -0{,}5x^2 - 0{,}75x - 0{,}25$ $0 = x^2 + 1{,}25x + 0{,}5$ $x_{2/3} = -0{,}75 \pm \sqrt{0{,}75^2 - 0{,}5}$ $x_2 = -1$; $x_3 = -0{,}5$ $x_{1/2} = -1$; Berührpunkt der Tangente $x_3 = -0{,}5$; $S(-0{,}5\|2{,}25)$			7
	Mögliche BE	9	24	7
	Summe Aufgabe	40		

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	II	III
2.1	$f(x) = 0$ $0 = 0{,}1x^3 + 0{,}1x^2 - 1{,}2x \quad \mid \div 0{,}1$ $0 = x^3 + x^2 - 12x \quad \mid$ Ausklammern ergibt: $x_{N1} = 0$ $0 = x^2 + x - 12$ $x_{N2/N3} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 12} = -\frac{1}{2} \pm \frac{7}{2}$ $x_{N2} = -4; \; x_{N3} = 3$	4		
2.2	$A = \int_{-4}^{0} f(x)\,dx + \left\| \int_{0}^{3} f(x)\,dx \right\|$ $A_1 = \int_{-4}^{0} \left(\frac{1}{10}x^3 + \frac{1}{10}x^2 - \frac{12}{10}x \right) dx = \left[\frac{1}{40}x^4 + \frac{1}{30}x^3 - \frac{12}{20}x^2 \right]_{-4}^{0}$ $A_1 = F(0) - F(-4) = 0 - \left(-\frac{16}{3} \right) = 5{,}33$ FE $A_2 = \left\| \int_{0}^{3} \left(\frac{1}{10}x^3 + \frac{1}{10}x^2 - \frac{12}{10}x \right) dx \right\| = \left\| \left[\frac{1}{40}x^4 + \frac{1}{30}x^3 - \frac{12}{20}x^2 \right]_{0}^{3} \right\|$ $A_2 = \|F(3) - F(0)\| = \left\| -\frac{99}{40} - 0 \right\| = \left\| -\frac{99}{40} \right\| = 2{,}48$ FE $A = 5{,}33 + 2{,}48 = 7{,}81$ FE	1	5	
2.3	$N_1(4\|0)$; $N_2(-4\|0)$; $S(0\|-1{,}6)$ $p(x) = ax^2 - 1{,}6$ z. B. mit $N_1(4\|0)$ folgt: $0 = a \cdot 4^2 - 1{,}6$; $a = 0{,}1$ $p(x) = 0{,}1x^2 - 1{,}6$		4	
2.4	$f(x) = p(x)$ $0{,}1x^3 + 0{,}1x^2 - 1{,}2x = 0{,}1x^2 - 1{,}6$ $0 = 0{,}1x^3 - 1{,}2x + 1{,}6$ $0 = x^3 - 12x + 16$ Durch Hornerschema oder Polynomdivision auf Restpolynom $\begin{array}{lrrrr} & 1 & 0 & -12 & +16 \\ x_{S1} = -4 & & -4 & +16 & -16 \\ & 1 & -4 & +4 & \end{array} \quad 0 = x^2 - 4x + 4$ $x_{S2} = 2$ $S(2\|-1{,}2)$		6	

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB		
		I	II	III
2.5	$A = \int_{-4}^{4} (f(x) - p(x))\,dx$ $A = \int_{-4}^{4} \left(\frac{1}{10}x^3 - \frac{12}{10}x + \frac{16}{10}\right) dx = \left[\frac{1}{40}x^4 - \frac{12}{20}x^2 + \frac{16}{10}x\right]_{-4}^{4}$ $A = \frac{16}{5} - \left(-\frac{48}{5}\right) = \frac{54}{5} = 12{,}8$ FE		6	
2.6	$0 = \int_{-4}^{4} (p(x) + k)\,dx = \int_{-4}^{4} \left(\frac{1}{10}x^2 - 1{,}6 + k\right) dx = \left[\frac{1}{30}x^3 - 1{,}6x + kx\right]_{-4}^{4}$ $0 = \frac{1}{30}\cdot 4^3 - 1{,}6\cdot 4 + k\cdot 4 - \left(\frac{1}{30}\cdot(-4)^3 - 1{,}6\cdot(-4) + k\cdot(-4)\right)$ $k = \frac{16}{15} = 1{,}0\overline{6}$			4
	Mögliche BE	5	21	4
	Summe Aufgabe	30		

Teilaufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	BE in AB II	BE in AB III
3.1	T = Tulpenzwiebel, O = Osterglockenzwiebel, M = Maiglöckchenzwiebel  		7	
3.2	$P(E_1) = P(\{MM\}) = \frac{8}{60}\cdot\frac{7}{59} = \frac{14}{885}$ (≈ 0,016 = 1,6 %) $P(E_2) = P(\{TT;OO;MM\})$ $= \frac{35}{60}\cdot\frac{34}{59}+\frac{17}{60}\cdot\frac{16}{59}+\frac{8}{60}\cdot\frac{7}{59} = \frac{253}{590}$ (≈ 0,429 = 42,9 %) $P(E_3) = P(\{TT;TO;TM;OT;MT\})$ $= \frac{35}{60}\cdot\frac{34}{59}+2\cdot\frac{35}{60}\cdot\frac{17}{59}+2\cdot\frac{35}{60}\cdot\frac{8}{59} = \frac{49}{59}$ (≈ 0,831 = 83,1 %) $P(E_4) = P(\{TO;OT;OM;MO\})$ $=2\cdot\frac{35}{60}\cdot\frac{17}{59}\cdot + 2\cdot\frac{17}{60}\cdot\frac{8}{59} = \frac{731}{1770}$ (≈ 0,413 = 41,3 %) $P(E_5) = 1 - P(E_2) = \frac{337}{590}$ (≈ 0,571 = 57,1 %)	1	6	3

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>3.3</td><td>Es gibt 6 verschiedene Möglichkeiten:
<table>
<tr><th>Anna</th><th>Ben</th><th>Clara</th></tr>
<tr><td>TT</td><td>TT</td><td>OO</td></tr>
<tr><td>TT</td><td>TO</td><td>TO</td></tr>
<tr><td>TT</td><td>OO</td><td>TT</td></tr>
<tr><td>TO</td><td>TT</td><td>TO</td></tr>
<tr><td>TO</td><td>TO</td><td>TT</td></tr>
<tr><td>OO</td><td>TT</td><td>TT</td></tr>
</table></td><td></td><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td>3.4</td><td>Legende: B = wohnen in Berlin; A = wohnen außerhalb von Berlin
K = Kaffeetrinker; T = Teetrinker
<table>
<tr><th></th><th>B</th><th>A</th><th>∑</th></tr>
<tr><td>K</td><td>28</td><td>9</td><td>37</td></tr>
<tr><td>T</td><td>7</td><td>6</td><td>13</td></tr>
<tr><td>∑</td><td>35</td><td>15</td><td>50</td></tr>
</table></td><td>6</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.5</td><td>$h_n(K) = \frac{37}{50}$ (= 0,74 = 74 %)</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.6</td><td>$P_K(B) = \frac{28}{37}$ (≈ 0,757 = 75,7 %)
Die Wahrscheinlichkeit, dass die zufällig ausgewählte Person in Berlin wohnt, beträgt etwa 76 %.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Mögliche BE</td><td>8</td><td>15</td><td>7</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe Aufgabe</td><td colspan="3">30</td></tr>
</table>