LAND BRANDENBURG

Ministerium für Bildung, Jugend und Sport

Zentrale Prüfung zum Erwerb der Fachhochschulreife
im Schuljahr 2025/2026

Mathematik C

05. Juni 2026 – 09:00 Uhr

Unterlagen für die Lehrkraft

1. Aufgabe: Differentialrechnung

Gegeben ist eine ganzrationale Funktion f mit $f(x) = -6x^5 + 18{,}75x^4 + 20x^3 - 90x^2$; $x \in \mathbb{R}$.
Ihr Graph heißt G_f.

a) Nur eine der folgenden Abbildungen zeigt G_f in einem kartesischen Koordinatensystem.
Wählen Sie mit Begründung die passende Abbildung aus.

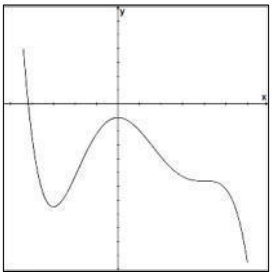


Abbildung 1

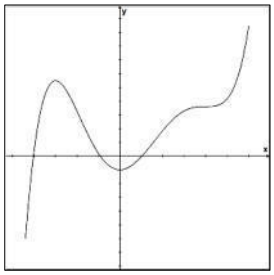


Abbildung 2

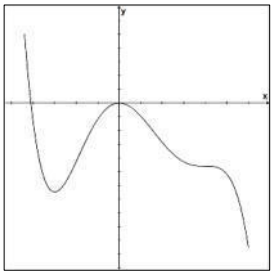


Abbildung 3

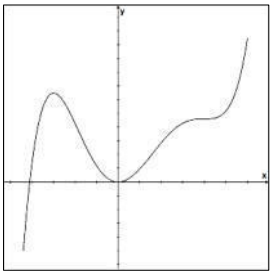


Abbildung 4

b) Begründen Sie, ob folgende Aussagen über den Graphen G_f jeweils wahr oder falsch sind:

(I) Er verläuft nicht punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.
(II) **Alle** Schnittpunkte mit der x-Achse sind auch Schnittpunkte mit der y-Achse.
(III) Er wechselt öfter die Art der Krümmung als die Art der Monotonie.

c) Notieren Sie die erste, zweite und dritte Ableitung von f.

d) Gegeben sind die Punkte A(3 | –200) und B(–2 | –28).

Ermitteln Sie, welcher der beiden Punkte auf G_f liegt und bestimmen Sie die Tangentengleichung an G_f in diesem Punkt.

e) Weisen Sie nach, dass G_f an den Stellen $x_1 = -1{,}5$; $x_2 = 0$ und $x_3 = 2$ einen Anstieg von Null besitzt.
Untersuchen Sie rechnerisch, ob sich an diesen Stellen Extrem- oder Sattelpunkte befinden und geben Sie die Art und die vollständigen Koordinaten der Punkte an.

Geben Sie das Monotonieverhalten von f an.

f) G_f hat im Intervall $-3 \le x \le 3$ drei Stellen, an denen sich die Art der Krümmung ändert.
Eine Stelle davon ist ganzzahlig.
Ermitteln Sie die Koordinaten der Wendepunkte von G_f.

Aufgabenteil	a)	b)	c)	d)	e)	f)	Summe
Punkte	3	3	3	3	8	7	27

Teil	Erwartete Teilleistung (alternative Lösungswege möglich)	Pkt.
1a)	Abbildung 3 ist richtig, da • G_f durch den Ursprung verlaufen muss und • $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ und $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$	3
1b)	(I): wahr, da es auch gerade Exponenten am x gibt (II): falsch, da es mehr als eine Nullstelle gibt (III): wahr, die Monotonie wechselt zweimal, die Krümmung aber dreimal	1 1 1
1c)	$f'(x) = -30x^4 + 75x^3 + 60x^2 - 180x$ $f''(x) = -120x^3 + 225x^2 + 120x - 180$ $f'''(x) = -360x^2 + 450x + 120$	3
1d)	Punkt B liegt auf G_f, da $f(-2) = -28$. $f'(-2) = -480$ $-28 = -480\cdot(-2) + n$ $t(x) = -480x - 988$	1 2
1e)	$f'(-1{,}5) = 0$; $f''(-1{,}5) = 551{,}25 > 0$; $f(-1{,}5) \approx -129{,}52$ $T(-1{,}5 \mid -129{,}52)$ ist ein Tiefpunkt. $f'(0) = 0$; $f''(0) = -180 < 0$; $f(0) = 0$ $H(0 \mid 0)$ ist ein Hochpunkt. $f'(2) = 0$; $f''(2) = 0$; $f'''(2) = -420 \neq 0$; $f(2) = -92$; $S(2 \mid -92)$ ist ein Sattelpunkt. Monotonieverhalten: $-\infty < x < -1{,}5$: G_f ist monoton fallend $-1{,}5 < x < 0$: G_f ist monoton steigend $0 < x < \infty$: G_f ist monoton fallend	6 2
1f)	$f''(x) = -120x^3 + 225x^2 + 120x - 180 = 0$; $x_1 = 2$ (Wertetabelle oder aus 1e) $(-120x^3 + 225x^2 + 120x - 180) : (x - 2) = -120x^2 - 15x + 90$ (Polynomdivision oder Hornerschema) $0 = x^2 + \frac{1}{8}x - \frac{3}{4}$ $x_2 \approx -0{,}93$; $x_3 \approx 0{,}81$ $f'''(-0{,}93) \approx -609{,}86 \neq 0$; $f(-0{,}93) \approx -75{,}73$; $W_1(-0{,}93 \mid -75{,}73)$ $f'''(0{,}81) \approx 248{,}3 \neq 0$; $f(0{,}81) \approx -42{,}44$; $W_2(0{,}81 \mid -42{,}44)$ Hinweis: Der Sattelpunkt muss nicht erneut nachgewiesen werden.	3 2 2
	Summe	27

2. Aufgabe: Integralrechnung

Gegeben ist eine ganzrationale Funktion f mit $f(x) = x^3 - 12{,}25x$; $x \in \mathbb{R}$.
Ihr Graph heißt G_f und ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.

a) Ergänzen Sie die Funktionswerte von f in der hier vorgegebenen Wertetabelle.

x	–3,5	–2,5	–1,5	–0,5	0	0,5	1,5	2,5	3,5	4
f(x)										

Skizzieren Sie G_f unter Ausnutzung der Wertetabelle im Intervall $-3{,}5 \leq x \leq 4$ in ein kartesisches Koordinatensystem ein. Wählen Sie eine geeignete Einteilung der y-Achse.

b) Zwischen der x-Achse und G_f sind zwei Flächen vollständig eingeschlossen.
Begründen Sie, warum beide Flächen den gleichen Flächeninhalt besitzen.
Berechnen Sie die Maßzahl des gesamten Inhalts beider eingeschlossenen Flächen.

Der Graph einer quadratischen Funktion g heißt G_g und enthält die Punkte
P(0 | –10) , Q(1 | 6) und R(4 | 6) .

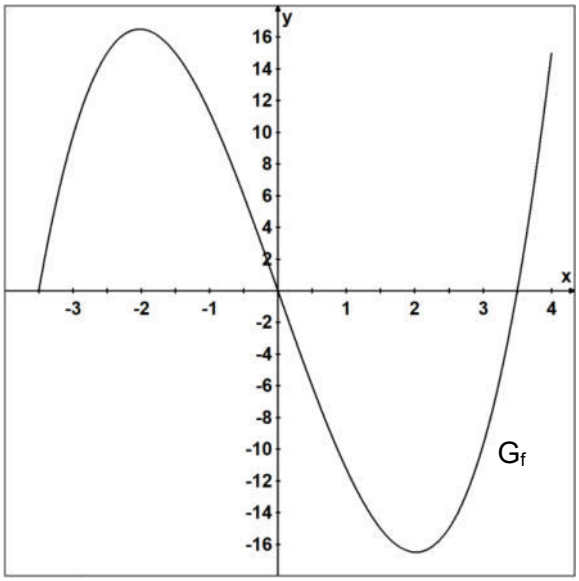
c) Ermitteln Sie eine Funktionsgleichung für g.

(Zur Kontrolle: $g(x) = -4x^2 + 20x - 10$)

d) Zeichnen Sie die Punkte P, Q und R in das Koordinatensystem aus Teilaufgabe a) mit ein und skizzieren Sie den Verlauf von G_g zwischen diesen Punkten.
Die Graphen G_f und G_g schneiden sich im Intervall $1 \leq x \leq 3$ nicht. Markieren Sie die Fläche, die die beiden Graphen in diesem Intervall einschließen.
Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Inhalt dieser eingeschlossenen Fläche rund 54,33 Flächeneinheiten beträgt.

e) Die in Teilaufgabe d) beschriebene Fläche stellt den Querschnitt eines Aluminiumprofils aus dem Autobau dar, wobei eine Längeneinheit im Koordinatensystem einem Millimeter in der Wirklichkeit entspricht.
Ein Kubikzentimeter Aluminium wiegt 2,7 Gramm.
Berechnen Sie die Masse eines zwei Meter langen Aluminiumprofils.

Aufgabenteil	a)	b)	c)	d)	e)	Summe
Punkte	4	4	6	7	2	23

<table>
<tr><th>Teil</th><th>Erwartete Teilleistung (alternative Lösungswege möglich)</th><th>Pkt.</th></tr>
<tr><td>2a)</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>–3,5</td><td>–2,5</td><td>–1,5</td><td>–0,5</td><td>0</td><td>0,5</td><td>1,5</td><td>2,5</td><td>3,5</td><td>4</td></tr>
<tr><td>f(x)</td><td>0</td><td>15</td><td>15</td><td>6</td><td>0</td><td>–6</td><td>–15</td><td>–15</td><td>0</td><td>15</td></tr>
</table>


</td><td>1

3</td></tr>
<tr><td>2b)</td><td>Wegen der Punktsymmetrie des Graphen zum Ursprung sind beide eingeschlossenen Flächen gleich groß.

$\int_0^{3,5} f(x)\,dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{49}{8}x^2\right]_0^{3,5} \approx -37{,}52 - 0 = -37{,}52$

$A = 2 \cdot 37{,}52$ FE $= 75{,}04$ FE

Der gesamte Inhalt beider eingeschlossenen Flächen beträgt 75,04 FE.</td><td>1

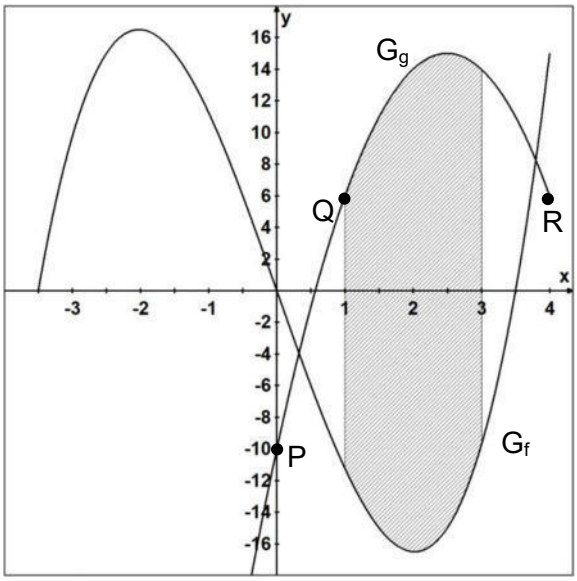
3</td></tr>
<tr><td>2c)</td><td>$g(x) = ax^2 + bx + c$
P(0 | –10): $c = -10$
Q(1 | 6): $a + b + c = 6$
R(4 | 6): $16a + 4b + c = 6$

Lösung des LGS: $a = -4$ und $b = 20$
$g(x) = -4x^2 + 20x - 10$

Hinweis: Alternative Lösungswege (z. B. Nutzung der Scheitelpunktform) sind möglich.</td><td>1

3

2</td></tr>
</table>

2d)	 • Ergänzung der 3 Punkte, • Skizzierung von G_g und • Markierung der Fläche	3
	$h(x) = f(x) - g(x) = x^3 + 4x^2 - 32{,}25x + 10$	1
	$\int_1^3 h(x)\,dx = \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - \frac{129}{8}x^2 + 10x\right]_1^3 = -\frac{471}{8} - \left(-\frac{109}{24}\right) = -\frac{163}{3} \approx -54{,}33$ Der Inhalt der eingeschlossenen Fläche beträgt rund 54,33 FE.	3
2e)	Volumen: 54,33 mm² · 2000 mm = 108660 mm³ = 108,66 cm³ Masse: 108,66 cm³ · 2,7 $\frac{g}{cm^3}$ ≈ 293,38 g Die Masse eines zwei Meter langen Aluminiumprofils beträgt 293,38 Gramm.	2
	Summe	23

3. Aufgabe: Stochastik

Ein Modegeschäft hat an einem Tag reduzierte T-Shirts in drei verschiedenen Preisgruppen (PG 1 bis PG 3) gemäß folgender Tabelle verkauft:

reduzierter Verkaufspreis	15,99 € (PG 1)	23,99 € (PG 2)	31,99 € (PG 3)
Anzahl	24	10	6

a) Bestimmen Sie den arithmetischen Mittelwert, den Median und die Standardabweichung der Verkaufspreise für die insgesamt verkauften T-Shirts.

b) Die Preisreduzierung der T-Shirts betrug 20 %.
Ermitteln Sie die Originalpreise der T-Shirts aller drei Preisgruppen.
Berechnen Sie die Mehreinnahmen, die sich bei gleichen Verkaufszahlen ohne Reduzierung ergeben hätten.

c) Ermitteln Sie die relativen Häufigkeiten der reduzierten T-Shirts bezüglich der drei Preisgruppen und stellen Sie diese in einem geeigneten Diagramm grafisch dar.

d) Die Erfahrung zeigt, dass ein verkauftes T-Shirt mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 % aus der günstigsten Preisgruppe PG 1 stammt und mit einer Wahrscheinlichkeit von 15 % aus der teuersten Preisgruppe PG 3.
Einige Kundinnen und Kunden kauften zwei T-Shirts. Stellen Sie den Verkauf von zwei T-Shirts bezüglich der drei Preisgruppen in einem Baumdiagramm dar und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

A: Beide T-Shirts stammen aus der mittleren Preisgruppe PG 2.

B: Beide T-Shirts stammen aus verschiedenen Preisgruppen.

e) Von den T-Shirts aus der **günstigsten** Preisgruppe PG 1 wurden 16 von **Frauen** erworben. 6 **Männer** kauften **teurere** T-Shirts (also nicht aus der Preisgruppe PG 1).
Ermitteln Sie, wie viele der gesamten T-Shirts an Frauen und wie viele der T-Shirts an Männer verkauft wurden.

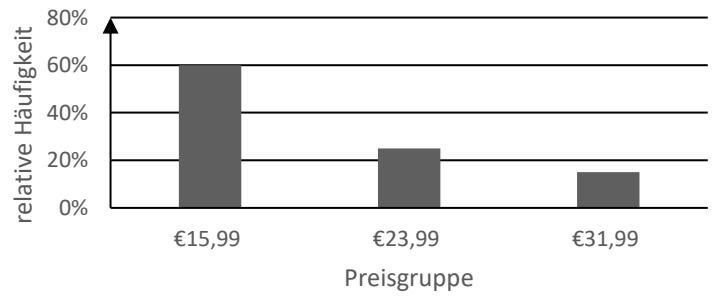
Betrachtet werden die Ereignisse F und G:

F: Ein T-Shirt wird von einer Frau gekauft.

G: Es wird ein günstiges T-Shirt der PG 1 gekauft.

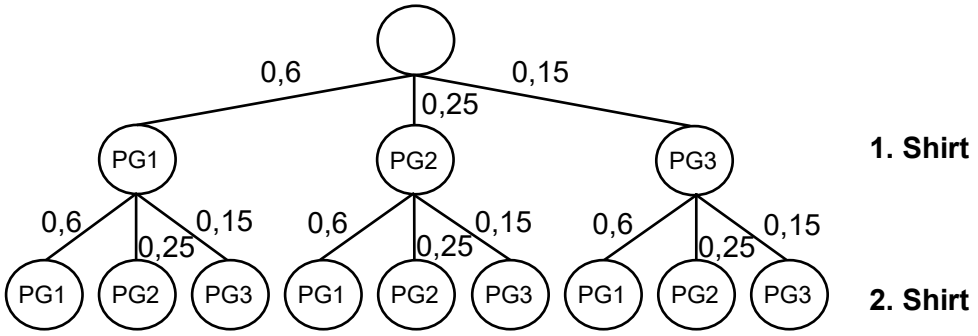
Prüfen Sie, ob zwischen den Ereignissen F und G eine stochastische Unabhängigkeit besteht.

Aufgabenteil	a)	b)	c)	d)	e)	Summe
Punkte	4	2	4	6	4	20

Teil	Erwartete Teilleistung (alternative Lösungswege möglich)	Pkt.
3a)	$\bar{x} = \frac{1}{40} \cdot (24 \cdot 15{,}99 + 10 \cdot 23{,}99 + 6 \cdot 31{,}99) = 20{,}39$	1
	Median: Preisgruppe 1 bzw. 15,99 €	1
	$s = \sqrt{\frac{1}{40} \cdot [24 \cdot (15{,}99 - 20{,}39)^2 + 10 \cdot (23{,}99 - 20{,}39)^2 + 6 \cdot (31{,}99 - 20{,}39)^2]}$ $= \sqrt{\frac{876}{25}} \approx 5{,}92$	2
	Der Verkaufspreis der T-Shirts lag bei durchschnittlich 20,39 € und der Median in der ersten Preisgruppe. Die Standardabweichung beträgt etwa 5,92 €. (Alternativ bei Nutzung der n–1-Formel: s ≈ 5,99 €)	
3b)	Originalpreise: $15{,}99 \cdot \frac{100}{80} \approx 19{,}99$; $23{,}99 \cdot \frac{100}{80} \approx 29{,}99$; $31{,}99 \cdot \frac{100}{80} \approx 39{,}99$ Mehreinnahmen: $24 \cdot 4 + 10 \cdot 6 + 6 \cdot 8 = 204$ Die Originalpreise lagen bei 19,99 €; 29,99 € und 39,99 €. Damit hätten Mehreinnahmen von 204 € erzielt werden können.	2
3c)		1
		3

reduzierter Verkaufspreis	15,99 €	23,99 €	31,99 €
relative Häufigkeit	0,6 = 60 %	0,25 = 25 %	0,15 = 15 %

3d) Preisgruppen: PG1 – 15,99 €; PG2 – 23,99 €; PG3 – 31,99 €



3

$P(A) = 0{,}25 \cdot 0{,}25 = \frac{1}{16} \approx 0{,}06 = 6\ \%$ 1

$P(B) = 1 - \left(0{,}6^2 + 0{,}25^2 + 0{,}15^2\right) = \frac{111}{200} \approx 0{,}56 = 56\ \%$ 2

3e)

	F (Frau)	$\overline{\mathbf{F}}$ (Mann)	
G (15,99 €)	**16**	8	**24**
$\overline{\mathbf{G}}$ (23,99 € und 31,99 €)	10	**6**	16
	26	14	**40**

Von allen T-Shirts wurden 26 an Frauen und 14 an Männer verkauft. 2

Rechnungsbeispiel:

$P(G) = \frac{24}{40}$, $P(F) = \frac{26}{40}$, $P(G \cap F) = \frac{16}{40} = 0{,}4$

$P(G) \cdot P(F) = \frac{24}{40} \cdot \frac{26}{40} = \frac{39}{100} = 0{,}39 \neq P(G \cap F)$ 2

Somit sind die Ereignisse F und G stochastisch abhängig.

Summe 20

Gutachten zur schriftlichen Fachhochschulreifeprüfung 2025/26 im Fach Mathematik

Gutachterin/Gutachter: _____ ☐ Erstgutachten ☐ Zweitgutachten

Prüfling: _____ Klasse: _____

Schule: _____ Datum der Prüfung: 05.06.2026

Teil	Erwartete Leistung	BE Soll	BE Ist	Bemerkungen
1a)	Auswählen der richtigen Abbildung mit Begründung	3		
1b)	Begründet Entscheiden über 3 Aussagen	3		
1c)	Notieren der ersten bis dritten Ableitung	3		
1d)	Nachweisen eines Punktes des Graphen Ermitteln einer Tangentengleichung	1 2		
1e)	Nachweisen eines TP, eines HP und eines SP und Angeben der Koordinaten Angeben des Monotonieverhaltens	6 2		
1f)	Aufwändiges Ermitteln der drei NST der zweiten Ableitung Nachweisen der zwei WP und Koordinatenangabe	5 2		
	Summe Aufgabe 1:	**27**		
2a)	Aufstellen einer Wertetabelle Skizzieren des Graphen im KS	1 3		
2b)	Begründen gleicher Flächeninhalte mit Symmetrie Berechnen des Gesamtflächeninhalts	1 3		
2c)	Angeben einer allg. Funktionsgleichung einer q.F. Aufstellen eines lin. GLS aus drei Punkten Lösen des GLS	1 3 2		
2d)	Einzeichnen von 3 Punkten, Skizzieren von Gg, Markieren einer Fläche im KS Aufstellen der Differenzfunktion Nachweisen des vorgegebenen Flächeninhalts	3 1 3		
2e)	Berechnen von Volumen und Masse eines Bauteils	2		
	Summe Aufgabe 2:	**23**		
3a)	Bestimmen des arithm. MW und des Medians Bestimmen der Standardabweichung	2 2		
3b)	Ermitteln der Originalpreise und Mehreinnahmen	2		
3c)	Ermitteln relativer Häufigkeiten Darstellen der rel. H. im Diagramm	1 3		
3d)	Erstellen eines Baumdiagramms Bestimmen der Wahrsch. eines Elementarereign. Bestimmen der Wahrsch. eines Ereignisses	3 1 2		
3e)	Ermitteln der Verkaufszahlen an Frauen u. Männer Prüfen der Bedingung für stochastische Unabhängigkeit	2 2		
	Summe Aufgabe 3:	**20**		
	Gesamtpunktzahl:	**70**		

Bewertungsvorschlag:

_____
Datum und Unterschrift der Gutachterin/des Gutachters