

Hinweise zur Vorbereitung auf die Abiturprüfung 2019 im Land Brandenburg Prüfungsschwerpunkte Mathematik

Kurs auf erhöhtem Anforderungsniveau

1 Schwerpunkte

Grundlage für die Prüfungsaufgaben sind die Rahmenlehrpläne (mit und ohne CAS) für die gymnasiale Oberstufe in der Ausgabe vom 01.08.2017 (Rahmenlehrplannummern 403003.17 und 40301.17) und die Bildungsstandards der KMK für die Allgemeine Hochschulreife im Fach Mathematik (Beschluss der KMK vom 18.10.2012¹).

Die zu überprüfenden Kompetenzen sowie die inhaltsbezogenen Prüfungsgegenstände ergeben sich aus den in o. g. Rahmenlehrplänen beschriebenen bzw. aufgelisteten abschlussorientierten Standards.

Die Verwendung des Begriffs „Exponentialfunktion“ in den Rahmenlehrplänen bezieht sich generell auf „natürliche Exponentialfunktionen“.

In der Abiturprüfung wird **nicht** gefordert:

- K1 Beweise erläutern oder entwickeln
- L4 Nutzung der Sinus- und Kosinusfunktion zur Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge
- L5 Simulationen

2 Struktur der Aufgabenvorschläge

2.1 Aufgabenstellungen und Aufgaben

Es sind insgesamt vier voneinander unabhängige Aufgabenstellungen zu bearbeiten. Die erste Aufgabe bezieht sich auf alle drei zur Verfügung stehenden Themengebiete (Analysis, Analytische Geometrie, Stochastik) und wird ohne Hilfsmittel (Formelsammlung, wissenschaftlicher Taschenrechner, CAS-Rechengerät) bearbeitet. Von den weiteren drei Aufgabenstellungen bezieht sich jeweils eine auf eines der drei angegebenen Themengebiete. In allen drei Themengebieten werden dem Prüfling jeweils zwei gleichwertige und voneinander unabhängige Aufgaben zur Wahl angeboten, von denen durch den Prüfling jeweils genau eine zu bearbeiten ist.

Aufgabenstellung 1	Aufgabe 1 – verpflichtender hilfsmittelfreier Teil (30 BE)		
ohne Wahlmöglichkeit	Schwerpunkte: Analysis, Analytische Geometrie, Stochastik		
Aufgabenstellung 2	Aufgabe 2.1 (40 BE)	oder	Aufgabe 2.2 (40 BE)
Wahl durch Schülerinnen und Schüler	Schwerpunkt Analysis		Schwerpunkt Analysis
Aufgabenstellung 3	Aufgabe 3.1 (25 BE)	oder	Aufgabe 3.2 (25 BE)
Wahl durch Schülerinnen und Schüler	Schwerpunkt Analytische Geometrie		Schwerpunkt Analytische Geometrie
Aufgabenstellung 4	Aufgabe 4.1 (25 BE)	oder	Aufgabe 4.2 (25 BE)
Wahl durch Schülerinnen und Schüler	Schwerpunkt Stochastik		Schwerpunkt Stochastik

¹ vgl. unter http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf

Hinweise zur Vorbereitung auf die Abiturprüfung 2019 im Land Brandenburg Prüfungsschwerpunkte Mathematik

Kurs auf erhöhtem Anforderungsniveau

2.2 Inhaltliche Schwerpunkte

Die Prüfungsaufgabe beinhaltet Teilaufgaben, durch die alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen überprüft werden (K1 mathematisch argumentieren, K2 Probleme mathematisch lösen, K3 mathematisch modellieren, K4 mathematische Darstellungen verwenden, K5 mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, K6 mathematisch kommunizieren). Die inhaltsbezogenen Prüfungsgegenstände ergeben sich aus den in den o. g. Rahmenlehrplänen festgelegten abschlussorientierten Standards.

In der Prüfungsaufgabe werden innermathematische und realitätsbezogene Anforderungen in einem ausgewogenen Verhältnis gestellt. Dabei wird ein breites Spektrum der allgemeinen mathematischen Kompetenzen berücksichtigt.

Mathematische Kenntnisse und Fertigkeiten, die in der Sekundarstufe I erworben werden müssen und in den Rahmenlehrplänen als Eingangsvoraussetzungen für die gymnasiale Oberstufe genannt werden, sind ebenfalls bei der Bearbeitung der Prüfungsaufgabe zu nutzen bzw. anzuwenden.

Die unten genannten inhaltlichen Schwerpunkte beziehen sich sowohl auf die Aufgaben im hilfsmittelfreien Teil, als auch auf die komplexen Aufgabenstellungen zu den drei Sachgebieten. Dabei können die genannten Inhalte in vielfältiger Weise zum Tragen kommen: Zum Berechnen, Skizzieren, Interpretieren, Beschreiben, Beurteilen, Erläutern, Nachweisen, Begründen, Untersuchen und Argumentieren, aber auch für das Angeben, Nennen, Konstruieren, Ermitteln oder Untersuchen von Beispielen oder Objekten, die bestimmte vorgegebene Bedingungen erfüllen. Bei der Bearbeitung von komplexen Aufgaben ist es auch erforderlich, mehrere Schritte zur Lösung einer Teilaufgabe einzusetzen.

Analysis

Betrachtet werden können Funktionen und Funktionsscharen, die in einfachen Fällen durch Verknüpfungen (additiv, multiplikativ) und Verkettungen von Funktionen aus folgenden Funktionsklassen gebildet werden können:

- ganzrationale Funktionen
- natürliche Logarithmusfunktionen
- Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten
- Exponentialfunktionen (Basis e)

Differentialrechnung

- Eigenschaften der oben genannten Funktionen: Definitionsbereich, Wertebereich, Symmetrie, Verhalten im Unendlichen, Extrempunkte, Wendepunkte, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Darstellung der Graphen aus den ermittelten Eigenschaften
- Grenzwerte von Zahlenfolgen und Funktionen (propädeutischer Grenzwertbegriff) für die Bestimmung der Ableitung
- Mittlere und lokale Änderungsrate
- Sekanten- und Tangentensteigungen an Funktionsgraphen
- Berechnen von Beständen aus Änderungsraten und Anfangsbestand
- Untersuchung von Zusammenhängen und Beschreibung und Modellierung von Sachsituationen (Rekonstruktion von Funktionen, Extremalprobleme)

Ableitungsregeln und Ableitungsbegriff

- Ableitung als lokale Änderungsrate
- Funktionale Beschreibung und Interpretation von Änderungsraten (Ableitungsfunktion)
- Ableitung mithilfe von Konstantenregel, Potenzregel, Faktorregel, Summenregel, Produktregel, Kettenregel (in diesem Fall nur mit linearer oder quadratischer innerer Funktion)
- Zusammenhang zwischen Ableitung und Monotonie, Extrema, Wendepunkten (notwendige Bedingungen und inhaltliche Begründung zur Existenz)
- Zusammenhang zwischen Ableitungsgraph und Funktionsgraph

Hinweise zur Vorbereitung auf die Abiturprüfung 2019 im Land Brandenburg Prüfungsschwerpunkte Mathematik

Kurs auf erhöhtem Anforderungsniveau

Integralrechnung

- Grenzwerte von Zahlenfolgen und Funktionen (propädeutischer Grenzwertbegriff) für die Bestimmung des Integrals
- Bestimmtes Integral insbesondere als rekonstruierter Bestand
- Beziehung zwischen Ableitungs- und Integralbegriff (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)
- Definition und Eigenschaften des bestimmten Integrals (Faktorregel, Summenregel, Vorzeichenumkehr bei Vertauschen der Integrationsgrenzen, Additivität der Grenzen)
- Integrationsregeln: Potenzregel, Faktorregel, Summenregel, Konstantenregel, Integration durch **lineare** Substitution
- die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion von $f(x) = \frac{1}{x}$ und als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion mit Basis e und Bestimmung von Integralen
- Integrale (bei Potenzfunktionen f mit $f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{Z}$, $n \neq -1$, ganzrationalen und Exponentialfunktionen) unter Verwendung von Stammfunktionen
- bestimmte Integrale
- Bestimmtes Integral als Flächenbilanz
- Inhalte von Flächen zwischen Graph und x-Achse, Flächen zwischen Funktionsgraphen, auch in Anwendungskontexten (für ganzrationale Funktionen, Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten, sowie natürliche Exponential- und Logarithmusfunktionen)
- Anwendung der Integralrechnung zur Volumenberechnung von Rotationskörpern (auch von zusammengesetzten Rotationskörpern) bei Rotation eines Graphen um die x-Achse
- Berechnung von Scharparametern bzw. von Integrationsgrenzen bei gegebenen Volumen oder Flächeninhalt

Analytische Geometrie

Zwei- bzw. dreidimensionales Koordinatensystem

- Darstellen von Punktmengen, Geraden, Ebenen, Körpern
- Länge einer Strecke, Mittelpunkt einer Strecke, Teilverhältnisse

Vektoren im Anschauungsraum

- Vektorbegriff, Vektoren als Pfeilklassen
- Addition, Subtraktion von Vektoren
- Kommutativgesetz, Assoziativgesetz
- Nullvektor, Gegenvektor, geschlossene Vektorkette
- Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl
- Distributivgesetz, Assoziativgesetz
- Koordinatendarstellung von Vektoren, Rechnen mit Vektoren
- Betrag eines Vektors
- Einheitsvektor
- Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit, Linearkombination
- Kollinearität von Vektoren

Affine Geometrie

- Parametergleichung einer Geraden
- Lagebeziehung zwischen Punkt und Gerade
- Lagebeziehung zwischen Geraden (Schnittpunkt, parallel, identisch, windschief)
- Geradenscharen
- Parametergleichung und Koordinatenform einer Ebene
- Lagebeziehung zwischen Punkt und Ebene, Gerade und Ebene (Durchstoßpunkt, Spurpunkte), Ebene und Ebene (Schnittgerade, Spurgerade)
- Ebenenscharen
- Gleichungssysteme und ihrer Lösungen (geometrisch, algebraisch)

Hinweise zur Vorbereitung auf die Abiturprüfung 2019 im Land Brandenburg Prüfungsschwerpunkte Mathematik

Kurs auf erhöhtem Anforderungsniveau

Metrische Geometrie

- Geometrische Deutung des Skalarproduktes
- Schnittwinkel (zwischen Vektoren, Geraden, Gerade und Ebene, sowie Ebene und Ebene)
- Orthogonalität von Geraden, Ebenen, Gerade und Ebene
- Normalenvektor
- Normalengleichung von Ebenen (Hessesche Normalenform), Zusammenhang zwischen Normalen- und Koordinatengleichung einer Ebene
- Abstandsberechnungen:
 - Abstand eines Punktes von einer Ebene
 - Abstand eines Punktes von einer Geraden
 - Abstand zueinander paralleler Geraden
 - Abstand zueinander paralleler Ebenen
 - Abstand einer Gerade zu einer parallelen Ebene
 - Flächeninhalten und Volumina

Stochastik

Einführung in die Stochastik

- Wahrscheinlichkeiten
- Grundbegriffe der Mengenlehre (leere Menge, Teilmenge, Vereinigungs-, Durchschnittsmenge, Additionsregel)
- Zufallsexperimente
- Kombinatorische Abzählverfahren
- Baumdiagramme (Pfadregeln)
- Anwendungssituationen mit Hilfe von Urnenmodellen (mit und ohne Zurücklegen)
- Hypergeometrische Verteilung
- Ergebnisse, Ereignis, Gegenereignis, Ereignisalgebra
- Lage- und Streumaßen einer Stichprobe

Bernoulli-Ketten und Binomialverteilung als spezielle diskrete Verteilung

- Bernoulli-Experiment
- Bernoulli-Kette,
- Binomialverteilung und ihre Kenngrößen (n , p), Punktwahrscheinlichkeit, Intervallwahrscheinlichkeiten, mit Hilfe von Tabellen oder CAS
- Eigenschaften der Binomialverteilung
- Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen

Bedingte Wahrscheinlichkeit

- Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit
- Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit
- Baumdiagramme und Vierfeldertafeln im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten
- stochastische Unabhängigkeit

Zufallsgrößen und deren Wahrscheinlichkeitsverteilung

- Zufallsgröße und Wahrscheinlichkeitsverteilung
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen
- Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung von Zufallsgrößen
- Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Beschreibung stochastischer Situationen nutzen (Binomialverteilung)

Methoden der beurteilenden Statistik

- In einfachen Fällen aufgrund von Stichproben auf die Gesamtheit schließen ($k - \delta$ -Intervalle, Signifikanzbegriff)
- Hypothesentests (links-, rechts-, beidseitig) bei Binomialverteilungen, Fehler 1. und 2. Art

Hinweise zur Vorbereitung auf die Abiturprüfung 2019 im Land Brandenburg Prüfungsschwerpunkte Mathematik

Kurs auf erhöhtem Anforderungsniveau

2.3 Aufgabenarten

Der hilfsmittelfreie Teil, Aufgabenstellung 1, besteht aus mehreren, nicht zusammenhängenden Aufgaben jeweils geringen Umfangs mit Aufgabenstellungen aus den Gebieten Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik in allen drei Anforderungsbereichen.

Jede der Aufgabenstellungen 2, 3 und 4 ist als strukturierte, inhaltlich in sich zusammenhängende Aufgabe konstruiert, die in mehrere Teilaufgaben untergliedert ist. Die Verteilung der Teilleistungen auf die drei Anforderungsbereiche erfüllt die Vorgaben der Bildungsstandards der KMK für die Allgemeine Hochschulreife im Fach Mathematik. Jede Aufgabenstellung enthält entsprechende Anteile aus allen drei Anforderungsbereichen.

Die Aufgaben für das CAS-Abitur haben dieselben inhaltlichen Schwerpunkte und gleichwertige Verankerungen im entsprechenden Rahmenlehrplan. Sie sind nicht auf eine spezielle Software oder ein spezielles Gerät hin ausgerichtet.

3 Hilfsmittel

Zugelassene Hilfsmittel sind

- Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache
- Formelsammlung, die an der Schule eingeführt ist und für die Verwendung im Abitur zugelassen ist (außer für Aufgabe 1)
- Für das Prüfungsfach „Mathematik ohne CAS“: Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig² sind und nicht über Möglichkeiten der numerischen Differenziation oder Integration oder des automatisierten Lösens von Gleichungen in jedweder Form verfügen (außer für Aufgabe 1)
- Standard-Zeichenwerkzeuge

Schulen, die als Prüfungsfach „Mathematik mit CAS“ angegeben haben, erhalten die CAS-Aufgaben und die zugehörigen Erwartungshorizonte. Die Prüflinge nutzen außer für Aufgabe 1 das an der Schule eingeführte CAS-Rechengerät. Wird das CAS als PC-Software eingesetzt, ist die Benutzung von weiterer Software über das CAS hinaus nicht zulässig. Ausgedruckte Dokumente sind nicht als Prüfungsleistung zugelassen; ggf. aber der Ausdruck von Grafiken.

CAS-Geräte und CAS-Software, die über folgende Funktionen verfügen, sind für den Einsatz im CAS-Abitur zugelassen:

- Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen (jeweils algebraisch),
- Differenzieren und Integrieren (jeweils algebraisch)
- Rechnen mit Vektoren und Matrizen (jeweils algebraisch),
- Berechnen von Werten der Binomialverteilung, der kumulativen Binomialverteilung und der Normalverteilung,
- Durchführen von Berechnungen in Tabellen,
- Darstellen von Graphen.

Außerdem wird vorausgesetzt, dass das CAS vor seiner Verwendung in einen Zustand versetzt wird, in dem ein Zugriff auf Dateien und Programme, die nicht zum Lieferumfang oder einem Systemupdate gehören, unterbunden ist.

² Ein Taschenrechner gilt als programmierbar und ist damit als Hilfsmittel nicht zugelassen, wenn durch fest eingespeicherte oder vom Benutzer einzuspeichernde Programme bzw. Formeln Lösungsalgorithmen automatisch ausgeführt werden. Zulässig ist aber, dass er über elementare statistische Funktionen verfügt. Ein Taschenrechner gilt als grafikfähig und ist damit als Hilfsmittel nicht zugelassen, wenn er eine graphische Ausgabe besitzt. Ein Taschenrechner darf darüber hinaus auch keinen Textspeicher besitzen; zulässig sind hingegen fest eingespeicherte physikalische Konstanten.

Hinweise zur Vorbereitung auf die Abiturprüfung 2019 im Land Brandenburg Prüfungsschwerpunkte Mathematik

Kurs auf erhöhtem Anforderungsniveau

4 Bewertungsgesichtspunkte

Die Begutachtung der Prüfungsarbeit erfolgt nach fachlichen, prüfungsdidaktischen und pädagogischen Gesichtspunkten auf der Grundlage des Erwartungshorizonts und der darin verbindlich vorgegebenen Verteilung der Bewertungseinheiten. Es dürfen nur ganze Bewertungseinheiten erteilt werden. Die Bewertung der Prüfungsarbeit erfolgt auf der Grundlage der rechtlichen Vorgaben. Sie muss durch die Randbemerkungen und das Gutachten nachvollziehbar sein.

Für richtig vollzogene Teilschritte, in die falsche Zwischenergebnisse eingegangen sind (Folgefehler), wird die vorgegebene Anzahl der Bewertungseinheiten erteilt, es sei denn, Teilschritte haben sich durch die vorher begangenen Fehler wesentlich vereinfacht. Für andere als im Erwartungshorizont dargestellte, aber gleichwertige Lösungswege ist die Verteilung der Bewertungseinheiten für die jeweilige Teilaufgabe sinngemäß vorzunehmen.

5 Dauer und Organisation der Prüfung

Die Gesamtbearbeitungszeit beträgt **300** Minuten. Sie beinhaltet eine individuelle Lese- und Auswahlzeit für die Prüflinge, die 30 Minuten nicht überschreiten sollte.

Die Abiturprüfung beginnt mit der Bearbeitung der Aufgabe 1 zum hilfsmittelfreien Teil in einem Umfang von **70** Minuten. Die Lösungen der Aufgaben aus diesem Teil der Prüfung werden nach **70** Minuten eingesammelt. Prüflinge, die für die Aufgabe 1 weniger Zeit benötigen, können bereits mit der Bearbeitung der weiteren Wahlaufgaben beginnen, vorerst ohne die Nutzung von Hilfsmitteln. Nach der vollständigen Abgabe der Lösungen der Aufgabe 1 durch alle Prüflinge beginnt mit der Nutzung von Formelsammlung und Rechner bzw. CAS-Rechengerät die weitere Arbeit an den Aufgaben.