

## Hinweise zur Vorbereitung auf die schriftliche Abiturprüfung 2027 im Land Brandenburg

### Prüfungsschwerpunkte Mathematik

### Grundkurs

---

#### 1. Schwerpunkte

Grundlage für die Prüfungsaufgaben sind der Rahmenlehrplan für den Unterricht in der gymnasialen Oberstufe im Land Brandenburg für Mathematik (Rahmenlehrplan, gültig ab 1. August 2022) und die Bildungsstandards der KMK für die Allgemeine Hochschulreife im Fach Mathematik (Beschluss der KMK vom 18.10.2012). Die zu überprüfenden Kompetenzen sowie die inhaltsbezogenen Prüfungsgegenstände ergeben sich aus den im o. g. Rahmenlehrplan beschriebenen bzw. aufgelisteten abschlussorientierten Standards.

Davon wird in der Abiturprüfung **nicht** gefordert:

- K1 Beweise erläutern oder entwickeln
- L1 Grenzwerte bei der Bestimmung von Ableitung oder Integral nutzen
- L5 Simulationen

#### 2. Struktur der Aufgabenvorschläge

##### 2.1 Aufgabenstellungen und Aufgaben

Jeder Aufgabenvorschlag besteht aus dem Prüfungsteil A (hilfsmittelfreier Teil) und dem Prüfungsteil B (Bearbeitung mit Hilfsmitteln).

Der Prüfungsteil A besteht aus mehreren nicht zusammenhängenden Aufgaben jeweils geringen Umfangs. Der Prüfungsteil B enthält umfangreichere Aufgaben, die jeweils in zusammenhängende Teilaufgaben gegliedert sind; dazu können auch Teilaufgaben gehören, bei deren Bearbeitung Hilfsmittel keine Rolle spielen oder keinen nennenswerten Vorteil bieten. Zum Prüfungsteil A werden zwei Aufgabengruppen bereitgestellt, die sich dadurch unterscheiden, dass die Aufgaben der Aufgabengruppe 1 den Anforderungsbereichen I und II zuzuordnen sind, während die Aufgaben der Aufgabengruppe 2 zumindest in einer Teilaufgabe den Anforderungsbereich III erreichen.

Zum Prüfungsteil A werden den Prüflingen aus der Aufgabengruppe 1 drei Aufgaben zur Bearbeitung vorgelegt, die ohne Wahlmöglichkeiten bearbeitet werden müssen.

Außerdem werden ihnen weitere drei Aufgaben der Aufgabengruppe 1 und drei Aufgaben der Aufgabengruppe 2 zur Auswahl gestellt. Zu jeder der beiden Aufgabengruppen muss von den drei Aufgaben eine beliebige bearbeitet werden.

Im Prüfungsteil B sind voneinander unabhängige, komplexe Aufgaben zu bearbeiten. Dafür stehen die zugelassenen Hilfsmittel zur Verfügung. Mindestens eine Aufgabenstellung bezieht sich dabei auf das Themengebiet Analysis. Weitere Aufgabenstellungen beziehen sich auf die Themengebiete Analytische Geometrie und Stochastik.

Im Prüfungsteil B des Aufgabenvorschlags kann es Aufgaben geben, die verpflichtend zu bearbeiten sind, und Aufgaben, bei denen die Prüflinge eine Auswahl zwischen gleichwertigen Aufgaben treffen können.

Für jeden Aufgabenvorschlag erfüllt die Verteilung der Teilleistungen auf die drei Anforderungsbereiche die Vorgaben der ländergemeinsamen Vereinbarungen im Fach Mathematik.

##### 2.2 Aufgabenarten

Im Prüfungsteil A, den hilfsmittelfreien Aufgaben, bezieht sich jede Aufgabe auf ein Sachgebiet. Die Aufgaben und ihre Teilaufgaben stehen in keinem übergeordneten Zusammenhang.

Im Prüfungsteil B ist jede Aufgabe in mehrere Teilaufgaben untergliedert. Jede dieser Aufgaben enthält Anteile aus allen drei Anforderungsbereichen.

Die Aufgaben für das MMS-Abitur (siehe 3.) haben vergleichbare inhaltliche Schwerpunkte und eine gleichwertige Verankerung im Rahmenlehrplan, können sich jedoch u. U. deutlich von den Aufgaben unterscheiden, die ohne MMS zu bearbeiten sind. Die Aufgaben für das MMS-Abitur sind nicht auf eine spezielle Software oder ein spezielles Gerät hin ausgerichtet.

### **2.3 Inhaltliche Schwerpunkte**

Die Prüfungsaufgabe beinhaltet Teilaufgaben, durch die alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen überprüft werden (K1 mathematisch argumentieren, K2 Probleme mathematisch lösen, K3 mathematisch modellieren, K4 mathematische Darstellungen verwenden, K5 mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, K6 mathematisch kommunizieren). Die fachlichen Inhalte und Themen ergeben sich aus den in den o. g. Rahmenlehrplänen festgelegten abschlussorientierten Standards.

Bei denen in der schriftlichen Abiturprüfung zu bearbeitenden Aufgaben werden innermathematische und realitätsbezogene Anforderungen in einem ausgewogenen Verhältnis gestellt.

Mathematische Kenntnisse und Fertigkeiten, die in der Sekundarstufe I erworben werden müssen und in den Rahmenlehrplänen als Eingangsvoraussetzungen für die gymnasiale Oberstufe genannt werden, sind ebenfalls bei der Bearbeitung der Prüfungsaufgabe zu nutzen bzw. anzuwenden.

Die unten genannten inhaltlichen Schwerpunkte beziehen sich sowohl auf die Aufgaben im hilfsmittelfreien Teil, als auch auf die komplexen Aufgaben der drei Sachgebieten. Dabei können die genannten Inhalte in vielfältiger Weise zum Tragen kommen: Zum Berechnen, Skizzieren, Interpretieren, Beschreiben, Beurteilen, Erläutern, Nachweisen, Begründen, Untersuchen und Argumentieren, aber auch für das Angeben, Nennen, Konstruieren, Ermitteln oder Untersuchen von Beispielen oder Objekten, die bestimmte vorgegebene Bedingungen erfüllen. Bei der Bearbeitung von komplexen Aufgaben ist es auch erforderlich, mehrere Schritte zur Lösung einer Teilaufgabe einzusetzen.

#### **Allgemein**

- Zusammenhang zwischen dem Graphen einer Funktion und dem Graphen der zugehörigen Umkehrfunktion
- Zusammenhang zwischen Definitionsmenge einer Funktion und der Wertemenge der zugehörigen Umkehrfunktion
- Einfluss von Parametern auf den Verlauf von Funktionsgraphen basierend auf Grundlagen der Sekundarstufe I

#### **Analysis**

##### **Gleichungen und Gleichungssysteme**

- Verfahren zur Lösung von linearen, quadratischen und biquadratischen Gleichungen sowie Gleichungen höheren Grades unter Verwendung der Linearfaktorzerlegung
- natürliche Exponentialgleichungen unter Anwendung des natürlichen Logarithmus und der Logarithmengesetze für den natürlichen Logarithmus
- Gauß-Verfahren zum Lösen linearer Gleichungssysteme
- Lösbarkeit eines linearen Gleichungssystems (eine Lösung, keine Lösung, unendliche viele Lösungen)

##### **Differenzialrechnung**

Betrachtet werden können Funktionen, die in einfachen Fällen durch Verknüpfungen (additiv, multiplikativ) und Verkettungen (von ganzrationalen und natürlichen Exponentialfunktionen) zweier Funktionen aus folgenden Funktionsklassen gebildet werden können:

- natürliche Exponentialfunktionen
- ganzrationale Funktionen
- Potenzfunktionen Form  $f(x) = a \cdot x^n$ ;  $a \in \mathbb{R}$ ;  $n \in \mathbb{Z}$ ;  $n \neq -1$

- Eigenschaften der oben genannten Funktionen: Definitionsbereich, Wertebereich, Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung und Achsensymmetrie bzgl. y-Achse, Verhalten im Unendlichen, Extrempunkte, Wendepunkte, Sattelpunkte, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Monotonie, Randextrema, Darstellung der Graphen aus den ermittelten Eigenschaften
- Grenzwerte von Funktionen ( $x \rightarrow \pm\infty$ ;  $x \rightarrow x_0$ ) auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs auch bei der Bestimmung von Ableitungen
- Sekanten- und Tangentensteigungen an Funktionsgraphen
- Tangenten- und Normalengleichungen
- Schnittwinkel zwischen Funktionsgraphen
- Mittlere und lokale Änderungsrate
- Berechnen und deuten von Änderungsraten
- Untersuchung von Zusammenhängen und Beschreibung und Modellierung von Sachsituationen (u. a. Rekonstruktion von Funktionsgleichungen, Extremalprobleme)
- Einfluss der Parameter bei Sinus- und Kosinusfunktionen auf den Verlauf der Graphen
- Beschreibung periodischer Vorgänge

### Ableitungsregeln und Ableitungsbegriff

- Ableitung als lokale Änderungsrate, Anstieg der Tangente
- Funktionale Beschreibung und Interpretation von Änderungsraten
- Ableitung mithilfe von Konstantenregel, Potenzregel, Faktorregel, Summenregel, Produktregel, Kettenregel (mit linearer bzw. quadratischer innerer Funktion) von Funktionen folgender Funktionsklassen:
  - ganzzrationale Funktionen
  - natürliche Exponentialfunktionen
  - Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten
  - Wurzelfunktionen
  - natürliche Logarithmusfunktion
  - Sinus- Kosinusfunktion
- Zusammenhang zwischen Ableitung und Monotonie, Krümmung, Extrema, Wendepunkten (notwendige und hinreichende Bedingungen und inhaltliche Begründung zur Existenz)
- Zusammenhänge zwischen Ableitungsgraph und Funktionsgraph

### Integralrechnung

Betrachtet werden können Funktionen, die in einfachen Fällen durch Verknüpfungen (additiv, multiplikativ) und Verkettungen zweier Funktionen aus folgenden Funktionsklassen gebildet werden können:

- natürliche Exponentialfunktionen
- ganzzrationale Funktionen
- Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten ( $n \neq -1$ )
- Grenzwerte von Funktionen (propädeutischer Grenzwertbegriff) für die Bestimmung des Integrals
- Bestimmtes Integral insbesondere als rekonstruierten Bestand
- Beziehung zwischen Ableitungs- und Integralbegriff (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)
- Integrieren als Umkehrung des Differenzierens
- Definition und Eigenschaften des bestimmten Integrals (Faktorregel, Summenregeln, Vorzeichenumkehr bei Vertauschen der Integrationsgrenzen, Additivität der Grenzen)
- Integrationsregeln: Potenzregel, Faktorregel, Summenregel, Konstantenregel, Integration durch lineare Substitution
- Integrale von Funktionen mittels Stammfunktionen bilden, auch von Wurzelfunktionen, sowie Sinus- und Kosinusfunktionen unter Anwendung der genannten Integrationsregeln

- Zusammenhang zwischen Funktionsgraphen der Funktion, der Ableitungsfunktion und der Stammfunktion
- Inhalte von Flächen mit Begrenzung durch Funktionsgraphen, durch Koordinatenachsen oder durch achsenparallele Geraden

## Analytische Geometrie

### Zwei- bzw. dreidimensionales Koordinatensystem

- Darstellen von Punktmengen, Geraden, Ebenen, Körpern
- Länge einer Strecke, Mittelpunkt einer Strecke, Teilverhältnisse von Strecken
- Nutzen spezifischer Eigenschaften geometrischer Körper aus der Sekundarstufe I (z. B. Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel)

### Vektoren im Anschauungsraum

- Vektorbegriff
- Addition von Vektoren
- Kommutativgesetz, Assoziativgesetz bei der Vektoraddition
- Nullvektor, Gegenvektor
- Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl
- Distributivgesetz bei der Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl
- Koordinatendarstellung von Vektoren
- Betrag eines Vektors
- Einheitsvektor
- Ortsvektor
- lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren
- Darstellung eines Vektors als Linearkombination anderer Vektoren
- Beschreibung geometrischer Objekte mittels Vektoren

### Affine Geometrie

- Parametergleichung einer Geraden, Zusammenhang zwischen Geraden und Punktmengen
- Lagebeziehung zwischen Punkt und Gerade
- Lagebeziehung zwischen Geraden (Schnittpunkt, parallel, identisch, windschief)
- Parametergleichung und Koordinatenform einer Ebene
- Strecken und Vielecke als Teile von Geraden und Ebenen
- Lagebeziehung zwischen Punkt und Ebene, Gerade und Ebene (Durchstoßpunkt, Spurpunkte), Ebene und Ebene (Schnittgerade, Spurgerade)
- Gleichungssysteme mit bis zu drei Variablen und ihre Lösungen (geometrisch, algebraisch)

### Metrische Geometrie

- Skalarprodukt, Geometrische Deutung des Skalarproduktes
- Schnittwinkel (zwischen Geraden, Gerade und Ebene, sowie Ebene und Ebene)
- Orthogonalität von Vektoren
- Orthogonalität von Geraden, Ebenen, Gerade und Ebene
- Normalengleichung von Ebenen (Hessesche Normalenform), Zusammenhang zwischen Parameter-, Normalen- und Koordinatengleichung einer Ebene
- Abstandsberechnungen:
  - Abstand eines Punktes zu einem Punkt
  - Abstand eines Punktes von einer Ebene
  - Abstand zueinander paralleler Ebenen
  - Abstand einer Geraden zu einer parallelen Ebene
  - Flächeninhalte und Volumina
- Spiegelungen von Punkten an Ebenen

### Stochastik

- Einführung in die Stochastik
- Grundbegriffe der Mengenlehre (leere Menge, Teilmenge, Vereinigungs-, Durchschnittsmenge)
- Axiomensystem von Kolmogorow
- Zufallsexperimente
- kombinatorische Abzählverfahren
- Vierfeldertafeln und Baumdiagramme (Pfadregeln)
- Anwendungssituationen mit Hilfe von Urnenmodellen (mit und ohne Zurücklegen)
- hypergeometrische Verteilung
- Ergebnisse, Ereignis, Gegenereignis
- Lage- und Streumaßen einer Stichprobe (Maximum, Minimum, arithmetisches Mittel, Modalwert, Median, Erwartungswert, Spannweite, mittlere lineare Abweichung, Varianz, Standardabweichung)
- Beziehungen zwischen relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit
- Verwendung der Summenschreibweise unter Nutzung des Symbols  $\sum$

### Bernoulli-Ketten und Binomialverteilung als spezielle diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung

- Bernoulli-Experiment
- Bernoulli-Kette,
- Binomialverteilung und ihre Kenngrößen (n, p), Punktwahrscheinlichkeit, Intervallwahrscheinlichkeiten
- Eigenschaften der Binomialverteilung
- Binomialverteilung im Histogramm, auch kumulative Darstellungen
- Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen

### Bedingte Wahrscheinlichkeit

- Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit
- Satz von Bayes
- Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit
- Baumdiagramme und Vierfeldertafeln im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten
- stochastische Abhängigkeit/Unabhängigkeit von Ereignissen

### Zufallsgrößen und deren Wahrscheinlichkeitsverteilung

- Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen
- Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung von Zufallsgrößen
- Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Beschreibung stochastischer Situationen nutzen

### 3. Hilfsmittel

Zugelassene mathematische Hilfsmittel sind

- Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache
- Mathematische Formelsammlung (IQB) - außer Prüfungsteil A
- Für das Fach „Mathematik ohne MMS“: Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig<sup>1</sup> sind und nicht über Möglichkeiten der numerischen Differenziation oder Integration oder des automatischen LöSENS von Gleichungen jedweder Form verfügen (außer für Prüfungsteil A)
- Standard-Zeichenwerkzeuge

<sup>1</sup> Ein Taschenrechner gilt als programmierbar und ist damit als Hilfsmittel nicht zugelassen, wenn durch fest eingespeicherte oder vom Benutzer einzuspeichernde Programme bzw. Formeln Lösungsalgorithmen automatisch ausgeführt werden. Zulässig ist aber, dass er über elementare statistische Funktionen verfügt. Ein Taschenrechner gilt als grafikfähig und ist damit als Hilfsmittel nicht zugelassen, wenn er eine grafische Ausgabe besitzt. Ein Taschenrechner darf darüber hinaus auch keinen Textspeicher besitzen; zulässig sind hingegen fest eingespeicherte physikalische Konstanten.

Schulen, die als Prüfungsfach „Mathematik mit MMS“ angegeben haben, erhalten die MMS-Aufgaben und die zugehörigen Erwartungshorizonte. Die Prüflinge nutzen außer für Aufgabe 1 das an der Schule eingeführte MMS-Rechengerät. Wird das MMS als PC-Software eingesetzt, ist die Benutzung von weiterer Software über das MMS hinaus nicht zulässig. Ausgedruckte Dokumente sind nicht als Prüfungsleistung zugelassen; ggf. aber der Ausdruck von Grafiken.

MMS-Geräte und MMS-Software, die über folgende Funktionen verfügen, sind für den Einsatz im MMS-Abitur zugelassen:

- Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen (jeweils algebraisch),
- Differenzieren und Integrieren (jeweils algebraisch),
- Rechnen mit Vektoren und Matrizen (jeweils algebraisch),
- Berechnen von Werten der Binomialverteilung, der kumulierten Binomialverteilung und der Normalverteilung,
- Durchführen von Berechnungen in Tabellen,
- Darstellen von Graphen.

Außerdem wird vorausgesetzt, dass das MMS-Gerät vor seiner Verwendung in einen Zustand versetzt wird, in dem ein Zugriff auf Daten und Programme, die nicht zum Lieferumfang oder einem Systemupdate gehören, unterbunden ist.

#### **4. Bewertungsgesichtspunkte**

Die Begutachtung der Prüfungsarbeit erfolgt nach fachlichen, prüfungsdidaktischen und pädagogischen Gesichtspunkten auf der Grundlage des Erwartungshorizonts und der darin verbindlich vorgegebenen Verteilung der Bewertungseinheiten. Es dürfen nur ganze Bewertungseinheiten erteilt werden. Die Bewertung der Prüfungsarbeit erfolgt auf der Grundlage der rechtlichen Vorgaben. Sie muss durch die Randbemerkungen und das Gutachten nachvollziehbar sein.

Für richtig vollzogene Teilschritte, in die falsche Zwischenergebnisse eingegangen sind (Fehlerfortsetzung), wird die vorgegebene Anzahl der Bewertungseinheiten erteilt, es sei denn, Teilschritte haben sich durch die vorher begangenen Fehler wesentlich vereinfacht. Für andere als im Erwartungshorizont dargestellte, aber gleichwertige Lösungswege ist die Verteilung der Bewertungseinheiten für die jeweilige Teilaufgabe sinngemäß vorzunehmen.

#### **5. Dauer und Organisation der Prüfung**

Die Arbeitszeit (inklusive Auswahlzeit) beträgt 285 Minuten.

Zu Prüfungsbeginn stehen den Prüflingen sowohl die Aufgaben zum Prüfungsteil A als auch die zum Prüfungsteil B zur Bearbeitung zur Verfügung. Jeder Prüfling entscheidet selbst über den Zeitpunkt, zu dem er die Bearbeitung zum Prüfungsteil A abgibt und die Hilfsmittel erhält. Dieser Zeitpunkt muss innerhalb der ersten 100 Minuten nach Prüfungsbeginn liegen.

Nach der Bearbeitung der Aufgaben des Prüfungsteils A entscheidet jeder Prüfling individuell, wann und in welcher Reihenfolge die Auswahlentscheidung bei den Aufgaben des Prüfungsteils B getroffen wird.

Die durch den Prüfling sowohl im Prüfungsteil A als auch im Prüfungsteil B gewählten Aufgaben müssen auf dem Deckblatt eindeutig gekennzeichnet werden.