

Ministerium für Bildung,
Jugend und Sport
Land Brandenburg

Rahmenlehrplan

für den Unterricht in der
gymnasialen Oberstufe im
Land Brandenburg



Mathematik

IMPRESSUM

Erarbeitung

Dieser Rahmenlehrplan wurde vom Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM) erarbeitet.

Herausgeber

Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg

Gültigkeit des Rahmenlehrplans

Gültig ab 1. August 2018

Der Rahmenlehrplan gilt für Schülerinnen und Schüler, die ab dem Schuljahr 2018/19 in die Einführungsphase an Gesamtschulen und beruflichen Gymnasien eintreten und ab dem Schuljahr 2019/20 in die Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe eintreten oder diese aus anderen Gründen beginnen.



Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg 2018
<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/deed.de>

Inhaltsverzeichnis

Einführungsphase	5
1 Bildung und Erziehung in der Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe	7
1.1 Grundsätze	7
1.2 Lernen und Unterricht.....	8
1.3 Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung	9
2 Beitrag des Faches Mathematik zum Kompetenzerwerb	11
2.1 Fachprofil	11
2.2 Fachbezogene Kompetenzen.....	13
3 Eingangsvoraussetzungen und abschlussorientierte Standards.....	15
3.1 Eingangsvoraussetzungen	15
3.1.1 Eingangsvoraussetzungen bezüglich der allgemeinen mathematischen Kompetenzen	15
3.1.2 Eingangsvoraussetzungen bezüglich inhaltsbezogener Kompetenzen (Leitideen)	17
3.2 Abschlussorientierte Standards.....	19
3.2.1 Standards zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen	19
3.2.2 Standards zu den inhaltsbezogenen Kompetenzen (Leitideen)	23
1. Kurshalbjahr: Analysis; Lineare Algebra	25
2. Kurshalbjahr: Analysis; Stochastik.....	28
3. Kurshalbjahr: Analytische Geometrie.....	31
4. Kurshalbjahr: Analysis; Stochastik; komplexe Aufgabenstellungen aus allen drei Sachgebieten.....	33

Einführungsphase

Zielsetzung

Im Unterricht der Einführungsphase vertiefen und erweitern die Schülerinnen und Schüler die in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen und bereiten sich auf die Arbeit in der Qualifikationsphase vor. Spätestens am Ende der Einführungsphase erreichen sie die für ein erfolgreiches Lernen in der Qualifikationsphase notwendigen Voraussetzungen.

Die für die Qualifikationsphase beschriebenen Grundsätze für Unterricht und Erziehung sowie die Ausführungen zum Beitrag des Faches zum Kompetenzerwerb gelten für die Einführungsphase entsprechend. Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Möglichkeit, Stärken weiterzuentwickeln und Defizite auszugleichen. Sie vertiefen bzw. erwerben fachbezogen und fachübergreifend Grundlagen für wissenschaftspropädeutisches Arbeiten und bewältigen zunehmend komplexe Aufgabenstellungen selbstständig. Hierzu gehören auch die angemessene Verwendung der Sprache und die Nutzung von funktionalen Lesestrategien. Dabei wenden sie fachliche und methodische Kenntnisse und Fertigkeiten mit wachsender Sicherheit selbstständig an.

Zur Vorbereitung auf die Arbeit in der jeweiligen Kursform erhalten die Schülerinnen und Schüler individuelle Lernspielräume und werden von ihren Lehrkräften unterstützt und beraten. Notwendig ist darüber hinaus das Hinführen zur schriftlichen Bearbeitung umfangreicherer Aufgaben im Hinblick auf die Klausuren in der gymnasialen Oberstufe.

In der Einführungsphase kommen Schülerinnen und Schüler mit unterschiedlichen Kenntnissen und Fähigkeiten zusammen. Aufgabe des Unterrichts der Einführungsphase ist es, dass die Schülerinnen und Schüler die im Rahmenlehrplan 1–10 ausgewiesenen fachbezogenen Kompetenzen auf der Niveaustufe H erwerben, um den Übergang zur gymnasialen Oberstufe erfolgreich bewältigen zu können. Je nach Interessen und Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler werden fachspezifische Verfahren, Techniken und Strategien im Hinblick auf die Anforderungen des Kurses vertieft, indem z. B. binnendifferenziert gearbeitet und dabei die Herausbildung größerer Lernerautonomie gefördert wird.

1 Bildung und Erziehung in der Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe

1.1 Grundsätze

In der Qualifikationsphase erweitern und vertiefen die Schülerinnen und Schüler ihre bis dahin erworbenen Kompetenzen mit dem Ziel, sich auf die Anforderungen eines Hochschulstudiums oder einer beruflichen Ausbildung vorzubereiten. Sie handeln zunehmend selbstständig und übernehmen Verantwortung in gesellschaftlichen Gestaltungsprozessen. Die Grundlagen für das Zusammenleben und -arbeiten in einer demokratischen Gesellschaft und für das friedliche Zusammenleben der Völker sind ihnen vertraut. Die Lernenden erweitern ihre interkulturelle Kompetenz und bringen sich im Dialog und in der Kooperation mit Menschen unterschiedlicher kultureller Prägung aktiv und gestaltend ein. Eigene und gesellschaftliche Perspektiven werden von ihnen zunehmend sachgerecht eingeschätzt. Die Lernenden übernehmen Verantwortung für sich und ihre Mitmenschen, für die Gleichberechtigung der Menschen ungeachtet des Geschlechts, der Abstammung, der Sprache, der Herkunft, einer Behinderung, der religiösen und politischen Anschauungen, der sexuellen Identität und der wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Stellung. Im Dialog zwischen den Generationen nehmen sie eine aktive Rolle ein. Sie setzen sich mit wissenschaftlichen, technischen, rechtlichen, politischen, sozialen und ökonomischen Entwicklungen auseinander, nutzen deren Möglichkeiten und schätzen Handlungsspielräume, Perspektiven und Folgen zunehmend sachgerecht ein. Sie gestalten Meinungsbildungsprozesse und Entscheidungen mit und eröffnen sich somit vielfältige Handlungsalternativen.

Der beschleunigte Wandel einer von Globalisierung geprägten Welt erfordert ein dynamisches Modell des Kompetenzerwerbs, das auf lebenslanges Lernen und die Bewältigung vielfältiger Herausforderungen im Alltags- und Berufsleben ausgerichtet ist. Hierzu durchdringen die Schülerinnen und Schüler zentrale Zusammenhänge grundlegender Wissensbereiche, erkennen die Funktion und Bedeutung vielseitiger Erfahrungen und lernen, vorhandene sowie neu erworbene Fähigkeiten und Fertigkeiten miteinander zu verknüpfen. Die Lernenden entwickeln ihre Fähigkeiten im Umgang mit Sprache und Wissen weiter und setzen sie zunehmend situationsangemessen, zielorientiert und adressatengerecht ein.

Kompetenz-
erwerb

Die Eingangsvoraussetzungen verdeutlichen den Stand der Kompetenzentwicklung, den die Lernenden beim Eintritt in die Qualifikationsphase erreicht haben sollten. Mit entsprechender Eigeninitiative und gezielter Förderung können auch Schülerinnen und Schüler die Qualifikationsphase erfolgreich absolvieren, die die Eingangsvoraussetzungen zu Beginn der Qualifikationsphase noch nicht im vollen Umfang erfüllt haben.

Standard-
orientierung

Mit den abschlussorientierten Standards wird verdeutlicht, über welche fachlichen und überfachlichen Kompetenzen die Schülerinnen und Schüler im Abitur verfügen müssen. Die Standards bieten damit Lernenden und Lehrenden Orientierung für erfolgreiches Handeln und bilden einen wesentlichen Bezugspunkt für die Unterrichtsgestaltung, für das Entwickeln von Konzepten zur individuellen Förderung sowie für ergebnisorientierte Beratungsgespräche.

Für die Kompetenzentwicklung sind zentrale Themenfelder und Inhalte von Relevanz, die sich auf die Kernbereiche der jeweiligen Fächer konzentrieren und sowohl fachspezifische als auch überfachliche Zielsetzungen deutlich werden lassen. So erhalten die Schülerinnen und Schüler Gelegenheit zum exemplarischen Lernen und zum Erwerb einer vertieften und erweiterten allgemeinen sowie wissenschaftspropädeutischen Bildung. Dabei wird stets der Bezug zur Erfahrungswelt der

Themenfelder
und Inhalte

Lernenden und zu den Herausforderungen an die heutige sowie perspektivisch an die zukünftige Gesellschaft hergestellt.

Die Schülerinnen und Schüler entfalten anschlussfähiges und vernetztes Denken und Handeln als Grundlage für lebenslanges Lernen, wenn sie die in einem Lernprozess erworbenen Kompetenzen auf neue Lernbereiche übertragen und für eigene Ziele und Anforderungen in Schule, Studium, Beruf und Alltag nutzbar machen können.

Diesen Erfordernissen trägt der Rahmenlehrplan durch die Auswahl der Themenfelder und Inhalte Rechnung, bei der nicht nur die Systematik des Faches, sondern vor allem der Beitrag zum Kompetenzerwerb berücksichtigt wird.

Schulinternes Curriculum Der Rahmenlehrplan ist die verbindliche Basis für die Gestaltung des schulinternen Curriculums, in dem der Bildungs- und Erziehungsauftrag von Schule standortspezifisch konkretisiert wird. Dazu werden fachbezogene, fachübergreifende und fächerverbindende Entwicklungsschwerpunkte sowie profilbildende Maßnahmen festgelegt.

Die Kooperation innerhalb der einzelnen Fachbereiche ist dabei von ebenso großer Bedeutung wie fachübergreifende Absprachen und Vereinbarungen. Beim Erstellen des schulinternen Curriculums werden regionale und schulspezifische Besonderheiten sowie die Neigungen und Interessenlagen der Lernenden einbezogen. Dabei arbeiten alle an der Schule Beteiligten zusammen und nutzen auch die Anregungen und Kooperationsangebote externer Partner.

Zusammen mit dem Rahmenlehrplan nutzt die Schule das schulinterne Curriculum als ein prozessorientiertes Steuerungsinstrument im Rahmen von Qualitätsentwicklung und Qualitätssicherung. Im schulinternen Curriculum werden überprüfbare Ziele formuliert, die die Grundlage für eine effektive Evaluation des Lernens und des Unterrichts in der Qualifikationsphase bilden.

1.2 Lernen und Unterricht

Mitverantwortung und Mitgestaltung von Unterricht Lernen und Lehren in der Qualifikationsphase müssen dem besonderen Entwicklungsabschnitt Rechnung tragen, in dem die Jugendlichen zu jungen Erwachsenen werden. Dies geschieht vor allem dadurch, dass die Lernenden Verantwortung für den Lernprozess und den Lernerfolg übernehmen und sowohl den Unterricht als auch das eigene Lernen aktiv selbst gestalten.

Inklusives Lernen Die Einhaltung der Grundsätze inklusiven Lernens ermöglicht allen Lernenden eine Teilhabe am Lernprozess – ungeachtet eventueller individueller Beeinträchtigungen.

Lernen als individueller Prozess Beim Lernen konstruiert jede/jeder Einzelne ein für sich selbst bedeutsames Abbild der Wirklichkeit auf der Grundlage ihres/seines individuellen Wissens und Könnens sowie ihrer/seiner Erfahrungen und Einstellungen. Dieser Tatsache wird durch eine Lernkultur Rechnung getragen, in der sich die Schülerinnen und Schüler ihrer eigenen Lernwege bewusst werden, diese weiterentwickeln sowie unterschiedliche Lösungen reflektieren und selbstständig Entscheidungen treffen. So wird lebenslanges Lernen angebahnt und die Grundlage für motiviertes, durch Neugier und Interesse geprägtes Handeln ermöglicht. Fehler und Umwege werden dabei als bedeutsame Bestandteile von Erfahrungs- und Lernprozessen angesehen.

Phasen des Anwendens Neben der Auseinandersetzung mit dem Neuen sind Phasen des Anwendens, des Übens, des Systematisierens sowie des Vertiefens und Festigens für erfolgreiches Lernen von großer Bedeutung. Solche Lernphasen ermöglichen auch die gemeinsame Suche nach Anwendungen für neu erworbenes Wissen und verlangen eine variantenreiche Gestaltung im Hinblick auf Übungssituationen, in denen vielfältige Methoden und Medien zum Einsatz gelangen.

Lernumgebungen werden so gestaltet, dass sie das selbst gesteuerte Lernen von Schülerinnen und Schülern fördern. Sie unterstützen durch den Einsatz von Medien sowie zeitgemäßer Kommunikations- und Informationstechnik sowohl die Differenzierung individueller Lernprozesse als auch das kooperative Lernen. Dies trifft sowohl auf die Nutzung von multimedialen und netzbasierten Lernarrangements als auch auf den produktiven Umgang mit Medien zu. Moderne Lernumgebungen ermöglichen es den Lernenden, eigene Lern- und Arbeitsziele zu formulieren und zu verwirklichen sowie eigene Arbeitsergebnisse auszuwerten und zu nutzen.	Lernumgebung
Die Integration geschlechtsspezifischer Perspektiven in den Unterricht fördert die Wahrnehmung und Stärkung der Lernenden mit ihrer Unterschiedlichkeit und Individualität. Sie unterstützt die Verwirklichung von gleichberechtigten Lebensperspektiven. Die Schülerinnen und Schüler werden bestärkt, unabhängig von tradierten Rollenfestlegungen Entscheidungen über ihre berufliche und persönliche Lebensplanung zu treffen.	Gleichberechtigung von Mann und Frau
Durch fachübergreifendes Lernen werden Inhalte und Themenfelder in größerem Kontext erfasst, außerfachliche Bezüge hergestellt und gesellschaftlich relevante Aufgaben verdeutlicht. Die Vorbereitung und die Durchführung von fächerverbindenden Unterrichtsvorhaben und Projekten fördern die Zusammenarbeit von Lehrkräften und ermöglichen allen Beteiligten eine multiperspektivische Wahrnehmung.	Fachübergreifendes und fächerverbindendes Lernen
Im Rahmen von Projekten, an deren Planung und Organisation sich die Schülerinnen und Schüler aktiv beteiligen, werden über Fächergrenzen hinaus Lernprozesse vollzogen und Lernprodukte erstellt. Dabei nutzen Lernende überfachliche Fähigkeiten und Fertigkeiten auch zum Dokumentieren und Präsentieren. Auf diese Weise bereiten sie sich auf das Studium und ihre spätere Berufstätigkeit vor.	Projektarbeit
Außerhalb der Schule gesammelte Erfahrungen, Kenntnisse und erworbene Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler werden in die Unterrichtsarbeit einbezogen. Zur Vermittlung solcher Erfahrungen werden auch die Angebote außerschulischer Lernorte, kultureller oder wissenschaftlicher Einrichtungen sowie staatlicher und privater Institutionen genutzt. Die Teilnahme an Projekten und Wettbewerben, an Auslandsaufenthalten und internationalen Begegnungen hat ebenfalls eine wichtige Funktion; sie erweitert den Erfahrungshorizont der Schülerinnen und Schüler und trägt zur Stärkung ihrer interkulturellen Handlungsfähigkeit bei.	Einbeziehung außerschulischer Erfahrungen

1.3 Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung

Wichtig für die persönliche Entwicklung der Schülerinnen und Schüler ist eine individuelle Beratung, die die Stärken der Lernenden aufgreift und Lernergebnisse nutzt, um Lernfortschritte auf der Grundlage nachvollziehbarer Anforderungs- und Bewertungskriterien zu beschreiben und zu fördern.

So lernen die Schülerinnen und Schüler, ihre eigenen Stärken und Schwächen sowie die Qualität ihrer Leistungen realistisch einzuschätzen und kritische Rückmeldungen und Beratung als Chance für die persönliche Weiterentwicklung zu verstehen. Sie lernen außerdem, anderen Menschen faire und sachliche Rückmeldungen zu geben, die für eine produktive Zusammenarbeit und ein erfolgreiches Handeln unerlässlich sind.

Die Anforderungen in Aufgabenstellungen orientieren sich in der Qualifikationsphase an der Vertiefung von Kompetenzen und den abschlussorientierten Standards sowie an den Aufgabenformen und der Dauer der Abiturprüfung. Die Aufgabenstellungen sind so offen, dass sie von den Lernenden eine eigene Gestaltungsleistung abverlangen.

Aufgabenstellungen

Die von den Schülerinnen und Schülern geforderten Leistungen orientieren sich an lebens- und arbeitsweltbezogenen Textsorten und Aufgabenstellungen, die einen Beitrag zur Vorbereitung der Lernenden auf ihr Studium und ihre spätere berufliche Tätigkeit liefern.

Schriftliche Leistungen Neben den Klausuren fördern umfangreichere schriftliche Arbeiten in besonderer Weise bewusstes methodisches Vorgehen und motivieren zu eigenständigem Lernen und Forschen.

Mündliche Leistungen Den mündlichen Leistungen kommt eine große Bedeutung zu. In Gruppen und einzeln erhalten die Schülerinnen und Schüler Gelegenheit, ihre Fähigkeit zum reflektierten und sachlichen Diskurs und Vortrag und zum mediengestützten Präsentieren von Ergebnissen unter Beweis zu stellen.

Praktische Leistungen Praktische Leistungen können in allen Fächern eigenständig oder im Zusammenhang mit mündlichen oder schriftlichen Leistungen erbracht werden. Die Schülerinnen und Schüler erhalten so die Gelegenheit, Lernprodukte selbstständig allein und in Gruppen herzustellen und wertvolle Erfahrungen zu sammeln.

2 Beitrag des Faches Mathematik zum Kompetenzerwerb

2.1 Fachprofil

Mathematische Bildung muss sich daran messen lassen, inwieweit die Schülerinnen und Schüler in der Lage und bereit sind, diese Bildung für ein wirksames und verantwortliches Handeln einzusetzen. Zur mathematischen Bildung gehört somit auch die Fähigkeit, mathematische Fragestellungen im Alltag zu erkennen, mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht zur Bearbeitung vielfältiger innermathematischer und kontextbezogener Probleme einzusetzen und begründete mathematische Urteile abzugeben.

In diesem Sinne zeigt sich mathematische Bildung an einer Reihe von Kompetenzen, die sich auf Prozesse mathematischen Denkens und Arbeitens beziehen. Dies sind im Einzelnen die Kompetenz, die Wirklichkeit mit mathematischen Mitteln zu beschreiben (Modellieren), mathematisch fassbare Probleme zu strukturieren und erfolgreich zu bearbeiten (Problemlösen), schlüssige Begründungen zu suchen und sorgfältig zu prüfen (Argumentieren), mathematische Informationen und Argumente aufzunehmen und verständlich weiterzugeben (Kommunizieren) und gemeinsam an mathematischen Problemen zu arbeiten. Bei all diesen Tätigkeiten ist es unabdingbar, sich mathematischer (symbolischer und graphischer) Darstellungsweisen zu bedienen und Begriffe, mathematische Verfahren und Werkzeuge zu beherrschen.

Die genannten Kompetenzen bilden sich bei der aktiven Auseinandersetzung mit konkreten **Inhalten** und im Rahmen von konkreten Fragestellungen heraus. Diese sollen die zentralen Ideen des Faches Mathematik widerspiegeln. Solche zentralen Ideen haben sich in der Kulturgeschichte des Menschen in der über Jahrtausende währenden Auseinandersetzung mit Mathematik herausgebildet: Die Mathematik beschäftigt sich von Anfang an mit der Idee der Zahl und der Idee des räumlichen Strukturierens. Beide Ideen fließen zusammen in der Leitidee des Messens. Die Idee des Algorithmus gewinnt im Rahmen von Anwendungen in der Naturwissenschaft und Technik zunehmend an Bedeutung.

Ebenfalls herausgebildet haben sich in den letzten Jahrhunderten die Leitidee, den Zufall mit Mitteln der Mathematik zu erfassen und empirisch gewonnene Daten mit mathematischen Verfahren zu untersuchen sowie die Leitidee, funktionale Zusammenhänge in allen Bereichen der Mathematik mit einer gemeinsamen Sprache zu beschreiben.

Diese Leitideen sind Kristallisationspunkte der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragen und durchziehen und vernetzen alle Inhaltsbereiche. Sie dienen als strukturierende Elemente für die Beschreibung der vielfältigen, auf konkrete mathematische Inhalte bezogenen Kompetenzen, die die Schülerinnen und Schüler im allgemeinbildenden Mathematikunterricht erwerben sollen.

Mathematische Bildung zeigt sich erst im Zusammenspiel von Kompetenzen, die sich auf mathematische Prozesse beziehen, und solchen, die auf mathematische Inhalte ausgerichtet sind. Diese Kompetenzen sind miteinander verzahnt:

Allgemeine mathematische Kompetenzen werden bei der Beschäftigung mit konkreten Lerninhalten, also unter Nutzung inhaltsbezogener Kompetenzen, erworben und weiterentwickelt.

Inhaltsbezogene Kompetenzen wiederum werden durch problemlösende Auseinandersetzung mit inner- und außermathematischen Problemen und durch schlüssiges Argumentieren, also unter Nutzung allgemeiner mathematischer Kompetenzen, erworben. Der Mathematikunterricht fördert den Erwerb der beschriebenen Kompetenzen, indem er drei sich jeweils ergänzende Grunderfahrungen (nach H. Winter) von Mathematik ermöglicht:

- Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,

- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennenzulernen und zu begreifen,
- in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen, zu erwerben (heuristische Fähigkeiten).

Im Sinne dieser drei Grunderfahrungen sollen die Schülerinnen und Schüler Mathematik als lebendiges, kulturelles und geistiges Produkt erleben, aber ebenso als aktiven Prozess der Auseinandersetzung mit gehaltvollen Problemen.

Der Erwerb mathematischer Bildung in der Qualifikationsphase vollzieht sich in drei Perspektiven:

- Die Schülerinnen und Schüler erwerben mathematische Kompetenzen, mit denen sie Probleme im Alltag und in ihrem zukünftigen Beruf bewältigen können und erkennen die Rolle, die mathematisches Denken in der Welt spielt. Sie vertiefen dabei die in der Sekundarstufe I erworbene mathematische Bildung.
- Die Schülerinnen und Schüler erwerben mathematische Kompetenzen, die sie zu einem Hochschulstudium in einem mehr oder weniger mathematikintensiven Fach befähigen, erleben und erarbeiten dabei propädeutisch Strukturen und Prozesse wissenschaftlichen Denkens und Arbeitens im Fach Mathematik.
- Die Schülerinnen und Schüler erwerben, aufbauend auf den in der Sekundarstufe I erreichten Kompetenzniveaus, weitere Kompetenzen, die sie befähigen, digitale Werkzeuge zur Bearbeitung mathematischer Problemstellungen sachgerecht zu nutzen.

Unter digitalen Werkzeugen werden im Folgenden computergestützte mathematische Hilfsmittel (z. B. Tabellenkalkulationsprogramme, Dynamische-Geometrie-Software, Computeralgebrasysteme, Software zur Darstellung von Funktionsgraphen), unabhängig von der verwendeten Hardware (z. B. Desktop-Computer, Tablets, Handhelds, Smartphones), verstanden.

Das Potenzial dieser Werkzeuge entfaltet sich im Mathematikunterricht

- bei der experimentellen Bearbeitung von Problemstellungen und beim Entdecken mathematischer Zusammenhänge, insbesondere durch interaktive Erkundungen beim Modellieren und Problemlösen und durch das Visualisieren und Präsentieren von Arbeitsergebnissen,
- durch Verständnisförderung für mathematische Zusammenhänge, nicht zuletzt mittels vielfältiger verknüpfter Darstellungsmöglichkeiten,
- mit der Reduktion schematischer Abläufe und der Verarbeitung größerer Datenmengen,
- durch die Unterstützung individueller Präferenzen und Zugänge beim Bearbeiten von Aufgaben, einschließlich der reflektierten Nutzung von Kontrollmöglichkeiten.

Die Integration digitaler Werkzeuge in den Mathematikunterricht ist nicht nur durch die von digitalen Medien geprägte Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler und hinsichtlich des Ausbaus der in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen im Bereich der Medienbildung geboten, sondern insbesondere auch in Hinblick auf die Entwicklung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen unverzichtbar. Demzufolge sind damit verbundene grundlegende Arbeitsweisen im Mathematikunterricht zu vermitteln und einzufordern. Dabei ist der Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht stets in das Gesamtkonzept der Schule zum Einsatz digitaler Medien zu integrieren und der daraus resultierende Beitrag des Fachs Mathematik zur digitalen Bildung festzuschreiben.

Allerdings ist zu berücksichtigen, dass der Einsatz digitaler Werkzeuge nur einen zusätzlichen Zugang zum Erwerb mathematischer Kompetenzen darstellt. Deshalb ist neben einem konsequenten Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht auch der Kompetenzerwerb ohne diese Hilfsmittel erforderlich.

2.2 Fachbezogene Kompetenzen

Das Kompetenzmodell im Fach Mathematik hat folgende Struktur:

Allgemeine mathematische Kompetenzen	Leitideen
 Mathematisch argumentieren [K1]	 Algorithmus und Zahl [L1]
 Probleme mathematisch lösen [K2]	 Messen [L2]
 Mathematisch modellieren [K3]	 Raum und Form [L3]
 Mathematische Darstellungen verwenden [K4]	 Funktionaler Zusammenhang [L4]
 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen [K5]	 Daten und Zufall [L5]
 Mathematisch kommunizieren [K6]	

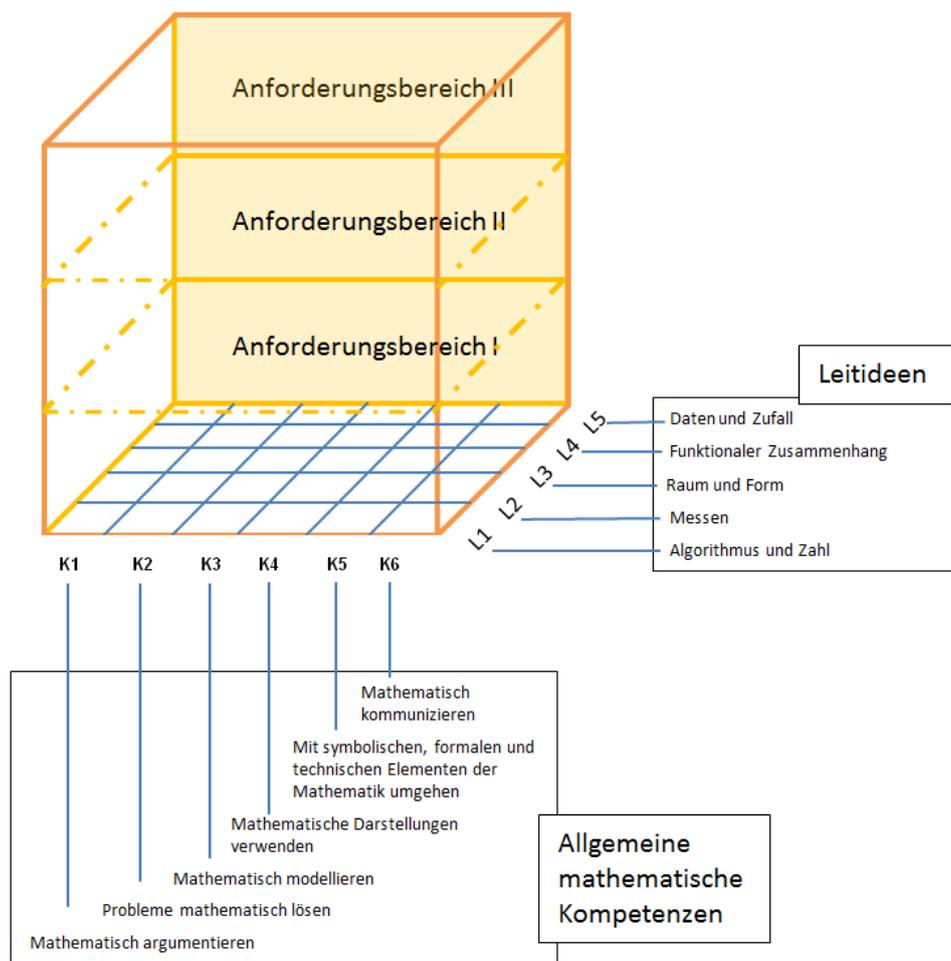


Abbildung: Kompetenzmodell der Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife

Der Erwerb der allgemeinen mathematischen Kompetenzen erfolgt nur durch eine aktive Auseinandersetzung mit den Fachinhalten durch die Lernenden. Die drei Anforderungsbereiche beschreiben dabei unterschiedliche kognitive Ansprüche von kompetenzbezogenen mathematischen Aktivitäten. Allgemeine mathematische Kompetenzen und Leitideen sind untrennbar miteinander verknüpft, d. h. die allgemeinen mathematischen Kompetenzen manifestieren sich in jedem einzelnen mathematischen Inhalt (in der Abbildung angedeutet).

Die graphische Darstellung basiert auf den Bildungsstandards zum Erwerb der allgemeinen Hochschulreife und schließt an die Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss an.

Man wird erst dann vom hinreichenden Erwerb einer allgemeinen mathematischen Kompetenz sprechen, wenn diese an unterschiedlichen Leitideen in allen drei Anforderungsbereichen erfolgreich eingesetzt werden kann.

Im Unterricht ist für den Erwerb der Kompetenzen auf eine Vernetzung der Inhalte der Mathematik untereinander und mit anderen Fächern zu achten. Aufgaben mit innermathematischen Anwendungen und Anwendungen aus der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler haben die gleiche Wichtigkeit und Wertigkeit.

3 Eingangsvoraussetzungen und abschlussorientierte Standards

3.1 Eingangsvoraussetzungen

In den Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss im Fach Mathematik ist festgelegt, welche Kompetenzen von den Schülerinnen und Schülern am Ende der Jahrgangsstufe 10 erwartet werden. Darüber hinaus sollen die Schülerinnen und Schüler, die in die Qualifikationsphase eintreten, über weitere Kompetenzen verfügen.

Grundlage für einen erfolgreichen Kompetenzerwerb in der Qualifikationsphase ist die Erfüllung der im Rahmenlehrplan 1–10, Teil C Mathematik, formulierten Standards auf der Niveaustufe H.

Um den Schülerinnen und Schülern zu ermöglichen, sich ihres Leistungsstandes zu vergewissern und Lehrkräften Anhaltspunkte zur individuellen Lernberatung sowie für differenzierende Lernarrangements für einen erfolgreichen Kompetenzerwerb in der Qualifikationsphase zu geben, sind nachfolgend grundlegende Eingangsvoraussetzungen für die Qualifikationsphase formuliert.

3.1.1 Eingangsvoraussetzungen bezüglich der allgemeinen mathematischen Kompetenzen



Mathematisch argumentieren [K1]

Die Schülerinnen und Schüler

- erkunden mathematische Situationen und stellen Vermutungen auf,
- begründen die Plausibilität von Vermutungen oder widerlegen diese durch Angabe von Beispielen oder Gegenbeispielen,
- entwickeln ein- oder mehrschrittige, schlüssige Argumentationen zur Begründung mathematischer Aussagen,
- hinterfragen Argumentationen und Begründungen kritisch, finden und korrigieren Fehler.



Probleme mathematisch lösen [K2]

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren und finden mögliche mathematische Problemstellungen,
- geben inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wieder, strukturieren sie und entnehmen ihnen die relevanten Größen,
- vereinfachen Probleme, bilden und untersuchen Beispiele,
- finden und nutzen geeignete Darstellungen und Hilfsgrößen (z. B. Hilfslinien, Strukturierung des Lösungsweges, Variablen),
- verwenden heuristische Strategien (wie z. B. Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Zeichnen einer informativen Figur, Zurückführen auf Bekanntes),
- reflektieren Lösungswege und überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen.



Mathematisch modellieren [K3]

Die Schülerinnen und Schüler

- strukturieren und reduzieren den Komplexitätsgrad von Realsituationen, sodass diese mathematisch zugänglich werden, und reflektieren die Vereinfachungen,
- beschreiben reale Situationen mit mathematischen Modellen (Terme, Funktionen, Figuren, Diagramme, Graphen, Zufallsversuche u. a.),
- interpretieren und prüfen Ergebnisse einer Modellierung,
- überprüfen Modelle auf ihre Gültigkeit oder Grenzen und verwerfen oder verbessern sie gegebenenfalls,
- geben zu einem mathematischen Modell verschiedene Realsituationen, die es beschreibt, an.



Mathematische Darstellungen verwenden [K4]

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren verschiedene mathematische Darstellungen (verbale, numerische, graphische und symbolische),
- wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen aus oder übersetzen zwischen ihnen,
- erkennen Beziehungen und reflektieren Unterschiede zwischen ihnen.



Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen [K5]

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Variablen, Terme, Gleichungen zum Strukturieren von Information, zum Modellieren und zum Problemlösen und Übersetzen zwischen symbolischer und natürlicher Sprache,
- führen algorithmische Verfahren aus, reflektieren deren Anwendung und überprüfen die Ergebnisse,
- setzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge in geeigneten Zusammenhängen ein.



Mathematisch kommunizieren [K6]

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und reflektieren mathematische Informationen in mathematikhaltigen Darstellungen und in nicht aufbereiteten, authentischen Texten (z. B. aus Zeitungen),
- stellen Zusammenhänge adressatengerecht mit eigenen Worten dar und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen,
- erläutern eigene Problembearbeitungen und Einsichten sowie mathematische Prozesse,
- dokumentieren Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse, stellen diese verständlich dar und präsentieren sie auch unter Nutzung geeigneter Medien,
- organisieren die gemeinsame Arbeit an mathematischen Problemen.

3.1.2 Eingangsvoraussetzungen bezüglich inhaltsbezogener Kompetenzen (Leitideen)

1/2

Algorithmus und Zahl [L1]

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zahlen der Situation angemessen als Brüche, Dezimalzahlen, Prozentzahlen und in Zehnerpotenzschreibweise dar, runden Dezimalzahlen sachgerecht und verwenden Darstellungen irrationaler Anteile (z. B. 5π , $3 \cdot \sqrt{7}$),
- verwenden natürliche, ganze, gebrochene und reelle Zahlen zur Darstellung mathematischer Situationen und wenden diese zur Lösung von Problemen an,
- führen Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf durch und nutzen Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen,
- erläutern und reflektieren die Verwendung von negativen Zahlen und die Eigenschaften von irrationalen Zahlen an Beispielen,
- beschreiben und reflektieren ein Verfahren zur Einschachtelung einer irrationalen Zahl,
- lösen Potenz- und Wurzelgleichungen unter Nutzung der entsprechenden Gesetze,
- lösen lineare (2,2)- und (3,3)-Gleichungssysteme.



Messen [L2]

Die Schülerinnen und Schüler

- messen Strecken und Winkel,
- berechnen Flächeninhalt und Umfang von zusammengesetzten Figuren, Volumen und Oberfläche von Prismen, Pyramiden, Kegeln und Kugeln sowie von zusammengesetzten Körpern,
- bestimmen Flächeninhalt und Umfang von krummlinig begrenzten Figuren näherungsweise durch Vergleich mit geometrischen Grundfiguren,
- bestimmen und deuten mittlere Änderungsraten in Tabellen und Graphen sowie lokale Änderungsraten zeichnerisch,
- beschreiben und interpretieren qualitativ das Änderungsverhalten eines Funktionsgraphen durch eine Skizze des Graphen der zugehörigen lokalen Änderungsraten und begründen den Verlauf,
- bestimmen Steigungen von beliebigen Funktionsgraphen zeichnerisch.



Raum und Form [L3]

Die Schülerinnen und Schüler

- klassifizieren geometrische Objekte unter Verwendung von Ober- und Unterbegriffen und den definierenden Eigenschaften,
- berechnen Größen und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen, Kongruenz, Ähnlichkeit, trigonometrischen Beziehungen, dem Satz des Thales und dem Satz des Pythagoras,
- nutzen das Prinzip von Cavalieri (Scherung), um Flächen- und Volumenformeln zu begründen.



Funktionaler Zusammenhang [L4]

Die Schülerinnen und Schüler

- wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungen quadratischer Funktionen, u. a. als Produkt von Linearfaktoren,
- charakterisieren und interpretieren die Verläufe der Funktionen $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = \cos(x)$, $f(x) = a^x$, $f(x) = \log_a(x)$ und beschreiben Anwendungssituationen für diese Funktionen,
- beschreiben qualitativ das Änderungsverhalten eines Funktionsgraphen durch eine Skizze des Graphen der Änderungsfunktion und begründen den Verlauf,
- verwenden Winkelmaße in Grad- und Bogenmaß und interpretieren diese auch über den Vollwinkel hinaus,
- geben zeichnerisch und rechnerisch Umkehrfunktionen zu linearen, quadratischen, Potenz- und Exponentialfunktionen an und beschreiben damit reale Situationen,
- identifizieren proportionale, umgekehrt proportionale, lineare und quadratische Zusammenhänge in tabellarischer, graphischer und symbolischer Darstellung, wechseln zwischen den Darstellungsformen und verwenden sie zur Lösung von Anwendungsproblemen,
- verwenden Prozentdarstellungen, Potenzen, Wurzeln und Logarithmen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme,
- bestimmen charakteristische Punkte (z. B. Achsenschnittpunkte, Hochpunkte, Tiefpunkte, Wendepunkte) aus Funktionsgraphen ganzrationaler Funktionen und deuten sie in Sachzusammenhängen.



Daten und Zufall [L5]

Die Schülerinnen und Schüler

- planen statistische Erhebungen, nutzen Methoden der Erfassung und Darstellung von Daten (Säulen- und Kreisdiagramme) und bewerten Darstellungen kritisch,
- bestimmen relative Häufigkeiten, Mittelwerte (arithmetisches Mittel, Median, Modalwert) sowie Streumaße (z. B. Spannweite) und interpretieren diese,
- wenden das empirische Gesetz der großen Zahlen an,
- nutzen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Wahrscheinlichkeiten zur Vorhersage von Häufigkeiten,
- bestimmen Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Laplace-Regel, Baumdiagrammen sowie Pfadregeln und wenden diese an,
- nutzen Binomialkoeffizienten und Fakultäten zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in Anwendungskontexten.

3.2 Abschlussorientierte Standards

3.2.1 Standards zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen

Für das Fach Mathematik werden in den Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife sechs allgemeine mathematische Kompetenzen unterschieden, die das Spektrum mathematischen Arbeitens in der gymnasialen Oberstufe in hinreichender Breite erfassen. Es ist charakteristisch, dass mehrere dieser Kompetenzen im Verbund benötigt werden. Eine scharfe Abgrenzung der einzelnen Kompetenzen ist nicht möglich.

Im Folgenden werden die sechs allgemeinen mathematischen Kompetenzen näher beschrieben, insbesondere auch durch ihre jeweiligen Ausprägungen in den drei Anforderungsbereichen. Diese Kompetenzen sind immer untrennbar mit den – in den Leitideen konkretisierten – mathematischen Inhalten verbunden.

Die folgenden Standards sind aus den Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife übernommen.



Mathematisch argumentieren [K1]

Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entwickeln eigenständiger, situationsangemessener mathematischer Argumentationen und Vermutungen als auch das Verstehen und Bewerten gegebener mathematischer Aussagen. Das Spektrum reicht dabei von einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlich-anschauliche Begründungen bis zu formalen Beweisen. Typische Formulierungen, die auf die Kompetenz des Argumentierens hinweisen, sind beispielsweise „Begründen Sie!“, „Widerlegen Sie!“, „Gibt es?“ oder „Gilt das immer?“.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können

- Routineargumentationen (bekannte Sätze, Verfahren, Herleitungen usw.) wiedergeben und anwenden,
- einfache rechnerische Begründungen geben oder einfache logische Schlussfolgerungen ziehen,
- Argumentationen auf der Basis von Alltagswissen führen.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können überschaubare mehrschrittige Argumentationen und logische Schlüsse nachvollziehen, erläutern oder entwickeln.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können

- Beweise erläutern oder entwickeln, anspruchsvolle Argumentationen nutzen oder entwickeln,
- verschiedene Argumente nach Kriterien wie Reichweite und Schlüssigkeit bewerten.



Probleme mathematisch lösen [K2]

Diese Kompetenz beinhaltet, ausgehend vom Erkennen und Formulieren mathematischer Probleme, das Auswählen geeigneter Lösungsstrategien sowie das Finden und das Ausführen geeigneter Lösungswege. Das Spektrum reicht von der Anwendung bekannter bis zur Konstruktion komplexer und neuartiger Strategien. Heuristiken, wie z. B. *Skizzen anfertigen, systematisch probieren, zerlegen und ergänzen, Symmetrien verwenden, Extremalprinzip, Invarianten finden* sowie *vorwärts und rückwärts arbeiten*, werden gezielt ausgewählt und angewendet.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können einen Lösungsweg einer einfachen mathematischen Aufgabe durch Identifikation und Auswahl einer naheliegenden Strategie, z. B. durch Analogiebetrachtung, finden.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können einen Lösungsweg zu einer Problemstellung, z. B. durch ein mehrschrittiges, strategiestütztes Vorgehen, finden.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können eine Strategie zur Lösung eines komplexeren Problems, z. B. zur Verallgemeinerung einer Schlussfolgerung, durch Anwenden mehrerer Heuristiken oder zur Beurteilung verschiedener Lösungswege, entwickeln und anwenden.



Mathematisch modellieren [K3]

Hier geht es um den Wechsel zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Neben geeigneten Grundvorstellungen gehört hierzu sowohl das Konstruieren passender mathematischer Modelle als auch das Verstehen oder Bewerten vorgegebener Modelle. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Modelle, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse in Bezug auf Realsituationen und das Überprüfen von Ergebnissen im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit bezogen auf die Realsituation. Das Spektrum reicht von Standardmodellen (z. B. bei linearen Zusammenhängen) bis zu komplexen Modellierungen.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können

- vertraute und direkt erkennbare Modelle anwenden,
- eine Realsituation direkt in ein mathematisches Modell überführen,
- ein mathematisches Resultat auf eine gegebene Realsituation übertragen.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können

- mehrschrittige Modellierungen mit wenigen und klar formulierten Einschränkungen vornehmen,
- Ergebnisse einer solchen Modellierung interpretieren,
- ein mathematisches Modell an veränderte Umstände anpassen.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können

- eine komplexe Realsituation modellieren, wobei Variablen und Bedingungen festgelegt werden müssen,
- mathematische Modelle im Kontext einer Realsituation überprüfen, vergleichen und bewerten.



Mathematische Darstellungen verwenden [K4]

Diese Kompetenz umfasst das Auswählen geeigneter Darstellungsformen, das Erzeugen mathematischer Darstellungen und das Umgehen mit gegebenen Darstellungen. Hierzu zählen Diagramme, Graphen und Tabellen ebenso wie Formeln. Das Spektrum reicht von Standarddarstellungen – wie Wertetabellen – bis zu eigenen Darstellungen, die dem Strukturieren und Dokumentieren individueller Überlegungen dienen und die Argumentation und das Problemlösen unterstützen.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können Standarddarstellungen von mathematischen Objekten und Situationen anfertigen und nutzen.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können

- gegebene Darstellungen verständlich interpretieren oder verändern,
- zwischen verschiedenen Darstellungen wechseln.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können

- mit unvertrauten Darstellungen und Darstellungsformen sachgerecht und verständlich umgehen,
- eigene Darstellungen problemadäquat entwickeln,
- verschiedene Darstellungen und Darstellungsformen zweckgerichtet beurteilen.



Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen [K5]

Diese Kompetenz beinhaltet in erster Linie das Ausführen von Operationen mit mathematischen Objekten wie Zahlen, Größen, Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen sowie Vektoren und geometrischen Objekten. Das Spektrum reicht hier von einfachen und überschaubaren Routineverfahren bis hin zu komplexen Verfahren einschließlich deren reflektierender Bewertung. Diese Kompetenz beinhaltet auch Faktenwissen und grundlegendes Regelwissen für ein zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten von mathematischen Aufgabenstellungen, auch mit eingeführten Hilfsmitteln und digitalen Werkzeugen.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können

- elementare Lösungsverfahren verwenden,
- Formeln und Symbole direkt anwenden,
- mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge direkt nutzen.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können

- formale mathematische Verfahren anwenden,
- mit mathematischen Objekten im Kontext umgehen,
- mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge je nach Situation und Zweck gezielt auswählen und effizient einsetzen.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können

- komplexe Verfahren durchführen,
- verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren bewerten,
- die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Verfahren, Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge reflektieren.



Mathematisch kommunizieren [K6]

Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entnehmen von Informationen aus schriftlichen Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen als auch das Darlegen von Überlegungen und Resultaten unter Verwendung einer angemessenen Fachsprache. Das Spektrum reicht von der direkten Informationsentnahme aus Texten des Alltagsgebrauchs bzw. vom Aufschreiben einfacher Lösungswege bis hin zum sinnentnehmenden Erfassen fachsprachlicher Texte bzw. zur strukturierten Darlegung oder Präsentation eigener Überlegungen. Sprachliche Anforderungen spielen bei dieser Kompetenz eine besondere Rolle.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können

- einfache mathematische Sachverhalte darlegen,
- Informationen aus kurzen Texten mit mathematischem Gehalt identifizieren und auswählen, wobei die Ordnung der Informationen im Text die Schritte der mathematischen Bearbeitung nahelegt.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können

- mehrschrittige Lösungswege, Überlegungen und Ergebnisse verständlich darlegen,
- Äußerungen (auch fehlerhafte) anderer Personen zu mathematischen Aussagen interpretieren,
- mathematische Informationen aus Texten identifizieren und auswählen, wobei die Ordnung der Informationen nicht unmittelbar den Schritten der mathematischen Bearbeitung entsprechen muss.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können

- eine komplexe mathematische Lösung oder Argumentation widerspruchsfrei und vollständig darlegen oder präsentieren,
- mathematische Fachtexte sinnentnehmend erfassen,
- mündliche und schriftliche Äußerungen mit mathematischem Gehalt von anderen Personen miteinander vergleichen, sie bewerten und ggf. korrigieren.

3.2.2 Standards zu den inhaltsbezogenen Kompetenzen (Leitideen)

In den Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife werden die folgenden **Leitideen** beschrieben.

1/2	Algorithmus und Zahl [L1]
<p>Diese Leitidee verallgemeinert zum einen den Zahlbegriff der Sekundarstufe I zu Tupeln einschließlich zugehöriger Operationen. Die Leitidee erweitert zum anderen die Vorstellungen von den reellen Zahlen durch Approximationen mittels infinitesimaler Methoden. Außerdem umfasst die Leitidee die Kenntnis, das Verstehen und das Anwenden mathematischer Verfahren, die prinzipiell automatisierbar und damit einer Rechnernutzung zugänglich sind. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete in der gymnasialen Oberstufe sind die Anfänge der <i>Analysis</i> und die <i>Lineare Algebra</i>.</p>	
	Messen [L2]
<p>Diese Leitidee erweitert das Bestimmen und Deuten von Größen aus der Sekundarstufe I um infinitesimale, numerische und analytisch-geometrische Methoden. Dies betrifft sowohl funktionale Größen wie Änderungsraten und (re-)konstruierte Bestände als auch Größen im Koordinatensystem wie Winkel, Längen, Flächeninhalte und Volumina. Weiter umfasst die Leitidee stochastische Kenngrößen, die als Ergebnisse von Messprozessen im weiteren Sinne aufgefasst werden. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete in der gymnasialen Oberstufe sind die <i>Analysis</i>, die <i>Analytische Geometrie</i> und die <i>Stochastik</i>.</p>	
	Raum und Form [L3]
<p>Diese Leitidee ist auf die Weiterentwicklung des bei den Schülerinnen und Schülern in der Sekundarstufe I entwickelten räumlichen Vorstellungsvermögens gerichtet. Sie beinhaltet den Umgang mit Objekten im Raum. Es geht hier sowohl um Eigenschaften und Beziehungen dieser Objekte als auch um Darstellungen mit geeigneten Hilfsmitteln einschließlich Geometriesoftware. Das zugehörige mathematische Sachgebiet in der gymnasialen Oberstufe ist die <i>Analytische Geometrie</i>.</p>	
	Funktionaler Zusammenhang [L4]
<p>Diese Leitidee ist darauf gerichtet, die in der Sekundarstufe I bei den Schülerinnen und Schülern entwickelten funktionalen Vorstellungen mit Begriffen und Verfahren der elementaren Analysis zu vertiefen und den Funktionsbegriff durch vielfältige Beispiele zu erweitern, auch in stochastischen Kontexten. Es geht hier um funktionale Beziehungen zwischen Zahlen bzw. Größen sowie deren Darstellungen und Eigenschaften, auch unter Nutzung infinitesimaler Methoden und geeigneter Software. Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete in der gymnasialen Oberstufe sind in erster Linie die <i>Analysis</i> und die <i>Stochastik</i>.</p>	
	Daten und Zufall [L5]
<p>Diese Leitidee vernetzt Begriffe und Methoden zur Aufbereitung und Interpretation von statistischen Daten mit solchen zur Beschreibung und Modellierung von zufallsabhängigen Situationen. In Ausweitung und Vertiefung stochastischer Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler aus der Sekundarstufe I umfasst diese Leitidee insbesondere den Umgang mit mehrstufigen Zufallsexperimenten, die Untersuchung und Nutzung von Verteilungen sowie einen Einblick in Methoden der beurteilenden Statistik, auch mithilfe von Simulationen und unter Verwendung einschlägiger Software. Das darauf bezogene mathematische Sachgebiet in der gymnasialen Oberstufe ist die <i>Stochastik</i>.</p>	

Die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife beschreiben den Zusammenhang zwischen allgemeinen mathematischen Kompetenzen, Leitideen und Anforderungsbereichen folgendermaßen:

„Die Bewältigung mathematischer Problemsituationen erfordert das permanente Zusammenspiel von prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen. Insofern sind die folgenden – in der Sekundarstufe II verbindlichen – Inhalte immer im Kontext allgemeiner mathematischer Kompetenzen und deren Anforderungsbereichen zu sehen. Unter ‚Inhalten‘ werden dabei insbesondere auch adäquate Grundvorstellungen verstanden, die ein Verständnis dieser Inhalte erst konstituieren. Die inhaltsbezogenen Kompetenzen werden jeweils übergreifenden Leitideen zugeordnet, die nicht auf bestimmte klassische mathematische Themenbereiche (Analysis, Lineare Algebra und Analytische Geometrie, Stochastik) begrenzt sind. Die Leitideen tragen damit zur Vernetzung dieser traditionellen klassischen Sachgebiete bei.“

Der Unterricht in der gymnasialen Oberstufe im Land Brandenburg im Fach Mathematik erfolgt auf grundlegendem und erhöhtem Anforderungsniveau (Grund- und Leistungskursfach).

Jedes Kurshalbjahr ist auf den Kompetenzerwerb der Schülerinnen und Schüler und auf das Erreichen der abschlussorientierten Standards auszurichten. Für die inhaltliche Planung der vier Kurshalbjahre sind die nachfolgend dargestellten inhaltsbezogenen Kompetenzen maßgebend. In der folgenden Übersicht wird für die vier Kurshalbjahre zuerst ein inhaltlicher Kernbereich beschrieben, der die im Grundkurs- und Leistungskursfach zu behandelnden Inhalte charakterisiert. Anschließend werden weitere Inhalte, die ausschließlich im Leistungskursfach zu behandeln sind, aufgeführt.

Die Zuordnung der inhaltsbezogenen Kompetenzen zu den Kurshalbjahren erfasst die schwerpunktmäßige Behandlung des jeweils ausgewiesenen Standards. Aufgrund unterschiedlicher Zeitdauer der Kurshalbjahre sind Verschiebungen zwischen den Kurshalbjahren zulässig. Das 4. Kurshalbjahr (Q4) dient insbesondere der Vertiefung und Verknüpfung der bis dahin erworbenen Kompetenzen. Als Vorbereitung auf die Abiturprüfung sind in allen Kurshalbjahren Systematisierungen und komplexe Wiederholungen möglich.

Problemstellungen, für deren Bearbeitung eine Verwendung von mathematischen Hilfsmitteln, abgesehen von den üblichen Zeichenmaterialien (z. B. Geodreieck), nicht vorgesehen ist, leisten einen bedeutenden Beitrag zur durchgängigen Entwicklung grundlegender mathematischer Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler. Vor diesem Hintergrund werden in einer **gesondert veröffentlichten Anlage** zu diesem Rahmenlehrplan sachgebietsbezogen verbindliche Inhalte für das Grund- und Leistungskursfach festgelegt, bei denen von den Schülerinnen und Schülern erwartet wird, dass sie diese ohne Verwendung von digitalen Werkzeugen, Formelsammlungen bzw. Tafelwerken kennen und anwenden können. Diese festgelegten verbindlichen Inhalte sind in Beziehung zu den Inhalten der Kurshalbjahre in der Qualifikationsphase zu setzen.

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Q1 1. Kurshalbjahr: Analysis; Lineare Algebra		
Inhaltsbezogene Kompetenzen		Inhalte
Grund- und Leistungskursfach		
Die Schülerinnen und Schüler können		Die Inhalte zum mathematischen Sachgebiet der Analysis beziehen sich im Grund- und Leistungskursfach, sofern nicht Weiteres vermerkt, auf die folgenden Funktionsklassen: <ul style="list-style-type: none"> ○ Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten, ○ ganzrationale Funktionen, ○ natürliche Exponentialfunktionen.
– Grenzwerte auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs insbesondere bei der Bestimmung von Ableitungen nutzen,	L1	– Grenzwertverhalten von Funktionsgraphen ($x \rightarrow \pm\infty$; $x \rightarrow x_0$) – Schreibweise „lim“ ohne formale Definition – Ableitung einer Funktion mittels Differentialquotienten
– geeignete Verfahren zur Lösung von Gleichungen und Gleichungssystemen auswählen und ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme erläutern und anwenden (Fortführung in Q3),	L1	– lineare, allgemeine quadratische und biquadratische Gleichungen sowie Gleichungen höheren Grades (unter Verwendung der Polynomdivision und der Linearfaktorzerlegung) – natürliche Exponentialgleichungen (lösen unter Anwendung des natürlichen Logarithmus und der Logarithmengesetze für den natürlichen Logarithmus) – Gauß-Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme – Lösbarkeit eines linearen Gleichungssystems (eine Lösung, keine Lösung, unendlich viele Lösungen) – lineare Gleichungssysteme in Anwendungssituationen
– Sekanten- und Tangentensteigungen an Funktionsgraphen bestimmen,	L2	– Differenzenquotient – Differentialquotient – Gleichung der Tangente in einem Punkt des Funktionsgraphen unter Verwendung des Differentialquotienten – Schnittwinkel zwischen Funktionsgraphen
– Änderungsraten berechnen und deuten,	L2	– mittlere und lokale Änderungsrate – mittlere Steigung einer Kurve in einem Intervall – Änderungsrate im Sachzusammenhang – Zusammenhang zwischen mittlerer bzw. lokaler Änderungsrate und Differenzenquotient bzw. Differentialquotient

<p>– Funktionen zur Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen,</p>	<p>L4</p>	<p>– Rekonstruktion von Funktionsgleichungen – Extremalprobleme, auch im Kontext außermathematischer Problemstellungen – Funktionseigenschaften, auch in Anwendungszusammenhängen: ○ Definitionsbereich und Wertebereich ○ Nullstellen ○ Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen ○ Punktsymmetrie bzgl. des Koordinatenursprungs und Axialsymmetrie bzgl. der Ordinatenachse ○ Monotonie ○ Randextrema ○ Verhalten im Unendlichen – Tangenten- und Normalengleichungen – Sinus- und Kosinusfunktionen: ○ Einfluss der Parameter auf den Verlauf der Funktionsgraphen ○ Beschreibung periodischer Vorgänge</p>
<p>– in einfachen Fällen Verknüpfungen und Verkettungen von Funktionen zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen,</p>	<p>L4</p>	<p>– additive und multiplikative Verknüpfungen zweier Funktionen – Verkettungen von ganzrationalen Funktionen und natürlichen Exponentialfunktionen</p>
<p>– die Ableitung insbesondere als lokale Änderungsrate deuten,</p>	<p>L4</p>	<p>– Ableitung einer Funktion an einer Stelle – lokale Änderungsrate und Anstieg der Tangente – lokale Änderungsrate auch in Sachzusammenhängen</p>
<p>– Änderungsraten funktional beschreiben und interpretieren,</p>	<p>L4</p>	<p>– Ableitungsfunktion auch in Sachzusammenhängen – einfache Ableitungen mittels Differentialquotienten</p>
<p>– Funktionen ableiten, auch unter Verwendung der Konstanten-, Potenz-, Faktor-, Summen-, Produkt- und Kettenregel,</p>	<p>L4</p>	<p>– auch folgende Funktionsklassen: ○ Wurzelfunktionen ○ natürliche Logarithmusfunktionen ○ Sinus- und Kosinusfunktionen – Kettenregel mit linearer bzw. quadratischer innerer Funktion – natürliche Exponentialfunktion als Funktion charakterisieren, die sich selbst als Ableitung hat</p>
<p>– die Ableitung zur Bestimmung von Monotonie, Extrem- und Wendepunkten von Funktionen nutzen,</p>	<p>L4</p>	<p>– Monotonie, lokale und globale Extrema, Wendepunkte, Sattelpunkte – notwendige und hinreichende Bedingung und inhaltliche Begründung für die Existenz von Extrema und Wendepunkten – Zusammenhang zwischen Monotonie und erster Ableitung und Zusammenhang zwischen Krümmungsverhalten und zweiter Ableitung</p>

<ul style="list-style-type: none"> – den Ableitungsgraphen aus dem Funktionsgraphen entwickeln. 	L4	<ul style="list-style-type: none"> – Zusammenhang zwischen: <ul style="list-style-type: none"> ○ Monotonie und erster Ableitung ○ Extremwerten der Ausgangsfunktion und Nullstellen der Ableitungsfunktion ○ Wendestellen der Ausgangsfunktion und zweiter Ableitung – zweite Ableitung als Steigungsfunktion der ersten Ableitung – positive bzw. negative Funktionswerte der zweiten Ableitung als Indikator für die Krümmungsrichtung des Graphen der Ausgangsfunktion
Zusätzlich im Leistungskursfach		
Die Schülerinnen und Schüler können darüber hinaus		Die Inhalte zum mathematischen Sachgebiet der Analysis beziehen sich im Leistungskursfach zusätzlich auf die folgenden Funktionsklassen: <ul style="list-style-type: none"> ○ Wurzelfunktionen, ○ natürliche Logarithmusfunktionen, ○ Sinus- und Kosinusfunktionen.
<ul style="list-style-type: none"> – Funktionen weiterer Funktionsklassen zur Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen, 	L4	<ul style="list-style-type: none"> – Funktionsscharen mit einem Parameter – Ortskurven von Extrem- und Wendepunkten – goniometrische Gleichungen
<ul style="list-style-type: none"> – Funktionen unter Verwendung der Kettenregel ableiten, 	L4	<ul style="list-style-type: none"> – alle aufgeführten Funktionsklassen
<ul style="list-style-type: none"> – die Ableitung zur Bestimmung von Monotonie, Extrem- und Wendepunkten von Funktionen nutzen, 	L4	<ul style="list-style-type: none"> – alle aufgeführten Funktionsklassen
<ul style="list-style-type: none"> – in einfachen Fällen Verknüpfungen und Verkettungen von Scharen von Funktionen zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen, 	L4	<ul style="list-style-type: none"> – Verknüpfungen und Verkettungen zweier Funktionen aus zwei Funktionsklassen auch als Scharen mit einem Parameter
<ul style="list-style-type: none"> – die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen deuten. 	L4	<ul style="list-style-type: none"> – graphisches Bestimmen von Funktionsgraphen der Ableitungsfunktion mithilfe des Anstiegs von Tangenten (graphisches Ableiten)

Q2 2. Kurshalbjahr: Analysis; Stochastik		
Inhaltsbezogene Kompetenzen		Inhalte
Grund- und Leistungskursfach		
Die Schülerinnen und Schüler können		Die Inhalte zum mathematischen Sachgebiet der Analysis beziehen sich im Grund- und Leistungskursfach, sofern nicht Weiteres vermerkt, auf die folgenden Funktionsklassen: <ul style="list-style-type: none"> ○ Potenzfunktionen mit ganzzahligem Exponenten ($n \neq -1$), ○ ganzrationale Funktionen, ○ natürliche Exponentialfunktionen.
– Grenzwerte auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs insbesondere bei der Bestimmung des Integrals nutzen,	L1	– näherungsweise Bestimmen von Flächeninhalten unter Funktionsgraphen mittels Ober- und Untersummen – bestimmtes Integral als gemeinsamen Grenzwert von Ober- und Untersumme
– Bestände aus Änderungsraten und Anfangsbestand berechnen,	L2	– Rekonstruktion eines Bestandes aus einem Anfangsbestand und einem Zusammenhang zur Bestandsänderung
– Inhalte von Flächen, die durch Funktionsgraphen begrenzt sind, bestimmen,	L2	– bestimmtes Integral – Flächeninhalt von Flächen, welche von Funktionsgraphen, den Koordinatenachsen oder achsenparallelen Geraden begrenzt werden, auch in Anwendungszusammenhängen
– Lage- und Streumaße einer Stichprobe bestimmen und deuten,	L2	– Maximum, Minimum, oberes und unteres Quartil, arithmetisches Mittel, Median, Modalwert, Erwartungswert, Spannweite, mittlere lineare Abweichung, Varianz, Standardabweichung
– Erwartungswert und Standardabweichung diskreter Zufallsgrößen bestimmen und deuten,	L2	– binomialverteilte Zufallsgrößen – Eigenschaften auf der Grundlage graphischer Darstellungen
– das bestimmte Integral deuten, insbesondere als (re-)konstruierten Bestand,	L4	– (Re-)konstruktion eines Bestandes aus Änderungsraten in Anwendungssituationen
– geometrisch anschaulich den Hauptsatz als Beziehung zwischen Ableiten und Integrieren begründen,	L4	– Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung – Zusammenhang zwischen den Funktionsgraphen der Funktion, der Ableitungsfunktion und der Stammfunktion – Integrieren als Umkehrung des Differenzierens

<ul style="list-style-type: none"> – Integrale von Funktionen mittels Stammfunktionen bilden, 	L4	<ul style="list-style-type: none"> – auch folgende Funktionsklassen: <ul style="list-style-type: none"> ○ Wurzelfunktionen ○ Sinus- und Kosinusfunktionen – Regeln des Vertauschens und der Additivität von Integrationsgrenzen – Integrationsregeln: <ul style="list-style-type: none"> ○ Potenzregel ○ Faktorregel ○ Summenregel ○ Konstantenregel – Integration durch Substitution (bei linearer innerer Funktion)
<ul style="list-style-type: none"> – exemplarisch statistische Erhebungen planen und auswerten, 	L5	<ul style="list-style-type: none"> – Grundlagen der Datenerhebung und Datenaufbereitung aus der Sekundarstufe I – Durchführung eigener Erhebungen – kritische Betrachtung von veröffentlichten Erhebungen in Zeitungen oder anderen Publikationen
<ul style="list-style-type: none"> – Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Beschreibung stochastischer Situationen nutzen, 	L4	<ul style="list-style-type: none"> – Zufallsgrößen als Zuordnung von Ergebnissen von Zufallsexperimenten – Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße in Tabellen und Diagrammen
<ul style="list-style-type: none"> – die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen nutzen und die Binomialverteilung zur Beschreibung stochastischer Situationen nutzen, 	L4 L5	<ul style="list-style-type: none"> – Zufallsgröße – Bernoulli-Experiment – Bernoulli-Kette – diskrete Verteilung – Binomialverteilung – Punkt- und Intervallwahrscheinlichkeiten für die Anzahl an Erfolgen – Binomialverteilung im Histogramm, auch kumulative Darstellungen – Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen <ul style="list-style-type: none"> ○ Erwartungswert ○ Varianz ○ Standardabweichung
<ul style="list-style-type: none"> – Anwendungssituationen mithilfe von Urnenmodellen untersuchen, 	L5	<ul style="list-style-type: none"> – kombinatorische Abzählverfahren – Zufallsexperimente mit nur zwei möglichen Ausgängen im Urnenmodell: <ul style="list-style-type: none"> ○ Ziehen ohne Zurücklegen (hypergeometrische Verteilung) ○ Ziehen mit Zurücklegen (Binomialverteilung)

<ul style="list-style-type: none"> – Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen oder Vierfeldertafeln untersuchen und damit Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten lösen, 	L5	<ul style="list-style-type: none"> – Grundbegriffe der Mengenlehre: <ul style="list-style-type: none"> ○ leere Menge ○ Teilmenge ○ Vereinigungs- und Durchschnittsmenge – Axiomensystem von Kolmogorow – Venn-Diagramm – Baumdiagramm und Pfadregeln – Vierfeldertafel – bedingte Wahrscheinlichkeit – Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit – Satz von Bayes
<ul style="list-style-type: none"> – Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit anhand einfacher Beispiele untersuchen, 	L5	<ul style="list-style-type: none"> – zwei- und dreistufige Zufallsexperimente – stochastische Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Ereignissen
<ul style="list-style-type: none"> – Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen verwenden. 	L5	<ul style="list-style-type: none"> – Beziehung zwischen relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit – Verwendung von Zufallsgeneratoren bei der Simulationen zu innermathematischen und realitätsnahen Fragestellungen
<p>Zusätzlich im Leistungskursfach</p>		
<p>Die Schülerinnen und Schüler können darüber hinaus</p>		<p>Die Inhalte zum mathematischen Sachgebiet der Analysis beziehen sich im Leistungskursfach zusätzlich auf die folgenden Funktionsklassen:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Wurzelfunktionen, ○ natürliche Logarithmusfunktionen, ○ Sinus- und Kosinusfunktionen.
<ul style="list-style-type: none"> – Inhalte von Flächen, die durch Funktionsgraphen begrenzt sind, bestimmen, 	L2	<ul style="list-style-type: none"> – Flächeninhalt von Flächen, welche von Funktionsgraphen von natürlichen Logarithmusfunktionen, von Wurzelfunktionen, von Sinus- und Kosinusfunktionen, den Koordinatenachsen oder achsenparallelen Geraden begrenzt werden, auch in Anwendungskontexten – Inhalte unbegrenzter Flächen mittels uneigentlicher Integrale: <ul style="list-style-type: none"> ○ Integral über einen unbeschränkten Intervall ○ Integral einer unbeschränkten Funktion
<ul style="list-style-type: none"> – die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion von $x \rightarrow \frac{1}{x}$ und als Umkehrfunktion der e-Funktion nutzen. 	L4	<ul style="list-style-type: none"> – Eigenschaften der Graphen der natürlichen Logarithmusfunktion und der natürlichen Exponentialfunktion – natürliche Exponentialfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Logarithmusfunktion

Q3 3. Kurshalbjahr: Analytische Geometrie		
Inhaltsbezogene Kompetenzen		Inhalte
Grund- und Leistungskursfach		
Die Schülerinnen und Schüler können		
– geeignete Verfahren zur Lösung von Gleichungssystemen auswählen und ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme erläutern und anwenden,	L1	– lineare Gleichungssysteme mit bis zu drei Variablen – Gleichungssysteme in Anwendungssituationen (Bestimmung von Schnittmengen)
– einfache Sachverhalte mit Tupeln beschreiben,	L1	– Tupel in Form von Punkten und Vektoren angeben – Nutzung in einem Tabellenkalkulationsprogramm
– Streckenlängen und Winkelgrößen im Raum auch mithilfe des Skalarprodukts bestimmen,	L2	– Betrag eines Vektors bzw. Länge einer Strecke – Mittelpunkt einer Strecke – Winkel zwischen Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen und Ebenen – Orthogonalität von Geraden, Ebenen, Geraden und Ebenen
– Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen,	L2	– Abstände zwischen: <ul style="list-style-type: none"> ○ Punkt – Punkt ○ Punkt – Ebene ○ Gerade – Ebene ○ Ebene – Ebene
– geometrische Sachverhalte in Ebene und Raum koordinatisieren und im Koordinatensystem darstellen,	L3	– Darstellung von Punktmengen, Geraden, Ebenen, ebenen Figuren und Körpern in zwei- bzw. dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystemen auch mithilfe von Vektoren – Teilverhältnisse von Strecken
– elementare Operationen mit geometrischen Vektoren ausführen und Vektoren auf Kollinearität untersuchen,	L3	– Vektorbegriff (Verschiebung, Pfeilklassse) – Einheitsvektor – Nullvektor – Gegenvektor – Ortsvektor – Koordinatendarstellung von Vektoren – Vektoraddition – Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl – Darstellung von Vektoren als Linearkombinationen anderer Vektoren – lineare Abhängigkeit und lineare Unabhängigkeit von Vektoren – Kommutativ- und Assoziativgesetz bei der Vektoraddition – Distributivgesetz bei der Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl

<ul style="list-style-type: none"> – Vektoren beim Arbeiten mit geradlinig bzw. ebenflächig begrenzten geometrischen Objekten anwenden, 	L3	<ul style="list-style-type: none"> – Beschreibung geometrischer Objekte mittels Vektoren – Flächeninhalte von geometrischen Objekten, die durch Koordinaten und mit Vektoren beschrieben sind
<ul style="list-style-type: none"> – das Skalarprodukt geometrisch deuten, 	L3	<ul style="list-style-type: none"> – Skalarprodukt in Koordinatenform und in koordinatenfreier Form – Winkel zwischen zwei Vektoren – Orthogonalität von Vektoren – Veranschaulichung der Definition des Skalarprodukts durch orthogonale Projektion des zweiten Vektors auf die durch den ersten Vektor bestimmte Richtung
<ul style="list-style-type: none"> – Geraden und Ebenen analytisch beschreiben und Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen untersuchen. 	L3	<ul style="list-style-type: none"> – Richtungsvektor – Normalenvektor – Spannvektoren – analytische Beschreibung von Geraden und Ebenen: <ul style="list-style-type: none"> ○ Parameterform ○ Koordinatenform ○ Normalenform ○ Hessesche Normalenform – Zusammenhang zwischen Parameter-, Normalen- und Koordinatengleichung von Geraden in der Ebene und von Ebenen im Raum – Lagebeziehungen zwischen: <ul style="list-style-type: none"> ○ Punkt und Gerade ○ Geraden ○ Gerade und Ebene ○ Punkt und Ebene ○ Ebenen – Schnittmenge: <ul style="list-style-type: none"> ○ zweier Geraden ○ einer Geraden und einer Ebene – Winkel zwischen Geraden, zwischen Ebenen und zwischen Gerade und Ebene
Zusätzlich im Leistungskursfach		
<p>Die Schülerinnen und Schüler können darüber hinaus</p>		
<ul style="list-style-type: none"> – Abstände zwischen Punkten und Geraden bestimmen, 	L2	<ul style="list-style-type: none"> – Abstände zwischen: <ul style="list-style-type: none"> ○ Punkt – Gerade ○ parallelen Geraden ○ windschiefen Geraden
<ul style="list-style-type: none"> – die Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen untersuchen. 	L3	<ul style="list-style-type: none"> – analytische Beschreibung von Punkten, Geraden und Ebenen auch unter Verwendung von Parametern in den Koordinaten (Scharen) – Schnittmenge zweier Ebenen

Q4 4. Kurshalbjahr: Analysis; Stochastik; komplexe Aufgabenstellungen aus allen drei Sachgebieten		
Inhaltsbezogene Kompetenzen		Inhalte
Grund- und Leistungskursfach		
Die Schülerinnen und Schüler können		
– in einfachen Fällen aufgrund von Stichproben auf die Gesamtheit schließen.	L5	– Unterscheidung zwischen Zufallsstichprobe und Grundgesamtheit – Schätzung von Wahrscheinlichkeiten aus relativen Häufigkeiten mit den k- σ -Regeln ($1/\sqrt{n}$ – Gesetz)
Zusätzlich im Leistungskursfach		
Die Schülerinnen und Schüler können darüber hinaus		
– das Volumen von Körpern bestimmen, die durch Rotation um die Abszissenachse entstehen,	L2	– Volumen bei Rotation von Flächen um die Abszissenachse; diese Flächen können begrenzt sein durch Funktionsgraphen, Koordinatenachsen, Parallelen zu den Koordinatenachsen – zusammengesetzte Rotationskörper – Bestimmung von Scharparametern bzw. Integrationsgrenzen bei gegebenem Volumen oder Flächeninhalt
– Hypothesentests bei Binomialverteilungen interpretieren und die Unsicherheit und Genauigkeit der Ergebnisse begründen,	L5	– Hypothesentests (Alternativtests und ein- und zweiseitige Signifikanztests) für binomial- und normalverteilte Zufallsgrößen – Unsicherheit der Ergebnisse von Hypothesentests – Signifikanzniveau, Ablehnungsbereich und Entscheidungsregel – Fehler 1. und 2. Art
– exemplarisch diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden und die „Glockenform“ als Grundvorstellung von normalverteilten Zufallsgrößen nutzen,	L5	– diskrete und stetige Zufallsgrößen am Beispiel von Binomial- und Normalverteilung – Einfluss von Erwartungswert und Standardabweichung auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion – Erwartungswert und Standardabweichung für normalverteilte Zufallsgrößen
– stochastische Situationen untersuchen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen.	L5	– Normalverteilung als Grenzfall der Binomialverteilung – Berechnung von Wahrscheinlichkeiten mit der Formel von Moivre-Laplace

